This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

Acerca de este libro

Esta es una copia digital de un libro que, durante generaciones, se ha conservado en las estanterías de una biblioteca, hasta que Google ha decidido escanearlo como parte de un proyecto que pretende que sea posible descubrir en línea libros de todo el mundo.

Ha sobrevivido tantos años como para que los derechos de autor hayan expirado y el libro pase a ser de dominio público. El que un libro sea de dominio público significa que nunca ha estado protegido por derechos de autor, o bien que el período legal de estos derechos ya ha expirado. Es posible que una misma obra sea de dominio público en unos países y, sin embargo, no lo sea en otros. Los libros de dominio público son nuestras puertas hacia el pasado, suponen un patrimonio histórico, cultural y de conocimientos que, a menudo, resulta difícil de descubrir.

Todas las anotaciones, marcas y otras señales en los márgenes que estén presentes en el volumen original aparecerán también en este archivo como testimonio del largo viaje que el libro ha recorrido desde el editor hasta la biblioteca y, finalmente, hasta usted.

Normas de uso

Google se enorgullece de poder colaborar con distintas bibliotecas para digitalizar los materiales de dominio público a fin de hacerlos accesibles a todo el mundo. Los libros de dominio público son patrimonio de todos, nosotros somos sus humildes guardianes. No obstante, se trata de un trabajo caro. Por este motivo, y para poder ofrecer este recurso, hemos tomado medidas para evitar que se produzca un abuso por parte de terceros con fines comerciales, y hemos incluido restricciones técnicas sobre las solicitudes automatizadas.

Asimismo, le pedimos que:

+ *Haga un uso exclusivamente no comercial de estos archivos* Hemos diseñado la Búsqueda de libros de Google para el uso de particulares; como tal, le pedimos que utilice estos archivos con fines personales, y no comerciales.

+ *No envíe solicitudes automatizadas* Por favor, no envíe solicitudes automatizadas de ningún tipo al sistema de Google. Si está llevando a cabo una investigación sobre traducción automática, reconocimiento óptico de caracteres u otros campos para los que resulte útil disfrutar de acceso a una gran cantidad de texto, por favor, envíenos un mensaje. Fomentamos el uso de materiales de dominio público con estos propósitos y seguro que podremos ayudarle.

+ *Conserve la atribución* La filigrana de Google que verá en todos los archivos es fundamental para informar a los usuarios sobre este proyecto y ayudarles a encontrar materiales adicionales en la Búsqueda de libros de Google. Por favor, no la elimine.

+ *Manténgase siempre dentro de la legalidad* Sea cual sea el uso que haga de estos materiales, recuerde que es responsable de asegurarse de que todo lo que hace es legal. No dé por sentado que, por el hecho de que una obra se considere de dominio público para los usuarios de los Estados Unidos, lo será también para los usuarios de otros países. La legislación sobre derechos de autor varía de un país a otro, y no podemos facilitar información sobre si está permitido un uso específico de algún libro. Por favor, no suponga que la aparición de un libro en nuestro programa significa que se puede utilizar de igual manera en todo el mundo. La responsabilidad ante la infracción de los derechos de autor puede ser muy grave.

Acerca de la Búsqueda de libros de Google

El objetivo de Google consiste en organizar información procedente de todo el mundo y hacerla accesible y útil de forma universal. El programa de Búsqueda de libros de Google ayuda a los lectores a descubrir los libros de todo el mundo a la vez que ayuda a autores y editores a llegar a nuevas audiencias. Podrá realizar búsquedas en el texto completo de este libro en la web, en la página `http://books.google.com`

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06633879 3

SIDE
VI

TRATADO

DE

TOPOGRAFÍA MODERNA

Apr. 28-23

TRATADO

DE

TOPOGRAFÍA MODERNA

POR

D. HILARIÓN RUIZ AMADO

Ingeniero de Montes

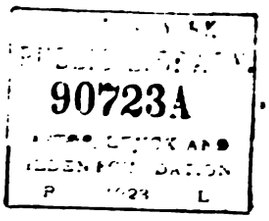
Inspector general del Cuerpo del Estado

(jubilado)

VOLUMEN PRIMERO

THOMAS — BARCELONA

1903



ES PROPIEDAD DEL AUTOR

AL ILUSTRE INGENIERO

DON ANGEL SALMOIRAGHI

MILAN

Muy Sr. mío, compañero y amigo de todo mi aprecio: Al presentar al público topográfico el resultado de mi asidua labor en este último quinquenio, considero un deber de conciencia hacer saber á aquél á quién será deudor de los beneficios que en la práctica reporten las ideas, que en mi libro se consignan.

Injusto é ingrato sería si olvidara cuanto debo á ilustres Topógrafos españoles y franceses antiguos y modernos; pero es indudable que para realizar mi penosa labor he utilizado principalmente los libros y aparatos de los eminentes Ingenieros italianos.

El eximio Porro, el modesto cuanto inteligente Villani, usted con sus obras maestras y sus excelentes aparatos, y los ilustres Ingenieros Erede, Orlandi, Jadanza, Gattoni y tantos otros como se han ocupado en el perfeccionamiento de esta ciencia importantísima, me han suministrado abundantes materiales é ideas felicísimas, que me sirvieron para concebir y desarrollar mi plan, que es susceptible de grandes mejoras, no lo dudo, pero que me parece servirá para encauzar las corrientes topográficas por la vía del progreso; y porque así lo estimo, á usted, que tantísimas veces cito en mi libro aprovechando sus ideas y medios de demostración, le he de poner en primer lugar de cuantos me han procurado los medios, y corresponde también que le dedique, en representación de los ilustres Ingenieros de la hermosa Italia, este modesto fruto de mi trabajo.

Acójale usted con benevolencia como mezquino pago de la deuda en que estoy con todos ustedes, y como expresión del sincero afecto que le tiene hace tantos años su viejo amigo, compañero y s. s.

q. b. s. m.

HILARIÓN RUIZ AMADO

Barcelona 25 de Junio de 1903.

88X100

INTRODUCCIÓN

Ninguna de las ciencias, que de las físico-matemáticas puras se derivan y son de inmediata aplicación, ofrece en su enseñanza y en su realización práctica tantas dificultades como la Topografía; en ninguna hay tantos y tan distintos pareceres sobre sus teorías, ni prejuicios y malas costumbres en su práctica y si bien por tan diferentes caminos todos llegan á conseguir mejor ó peor su objeto final, la representación gráfica y en algunos casos la numérica con gráficos del terreno, son tan distintas sus condiciones características y las del gasto y molestias que motivaron, que en verdad casi no son comparables los planos conseguidos, que sin embargo se comparan y aprecian de igual utilidad deduciendo inaceptables consecuencias y aumentando más cada día la confusión y el desconcierto en que vivimos.

Si lo primero es consecuencia de los variadísimos problemas y las dificultades infinitas que para aplicar las teorías conocidas al Topógrafo presentan las especiales condiciones de cada terreno y los medios de que dispone para medir los elementos necesarios para su resolución, la diferencia de pareceres, los prejuicios y las malas costumbres dependen especialmente de la falta de criterio racional en el conocimiento de la necesidad y de los medios conseguidos ya para satisfacerla y, en cuanto á la enseñanza se refiere, depende también de la carencia de un libro, que exponiendo metódicamente la cuestión complegísima de que se trata y los muchos medios propuestos para adquirir y combinar los datos necesarios para resolverla en cada caso, enseñe á adquirir ese criterio indispensable en la aplicación de los principios; y los Profesores encargados de transmitir las ideas conquistadas, á quiénes muchas veces se inculpa sin razón de no mejorar esa difícil enseñanza, no tienen tiempo, ni casi nunca ocasión oportuna para escribir ese libro deseado, ni para adquirir con la propia experiencia el criterio apetecido y se ven obligados con las premuras de la clase á exponer las ideas que les sugirió el estudio de libros escritos sin bastante meditación.

Cuando veo que personas muy ilustradas barajan trabajos y pareceres sobre planos completamente diferentes dándoles igual importancia; cuando en el momento en que esto escribo leo que para hacer el tan deseado y necesario Catastro matemático y jurídico se aparta la vista de los buenos planos, que en otras naciones se hicieron á costa de grandes sacrificios, eso sí, pero con grandísimo provecho y se acaricia la idea de fundar tan trascendental instrumento de la propiedad territorial sobre planos (?) que cuesten pocos céntimos por hectárea inutilizando en verdad todos los gastos de tiempo y de dinero que se inviertan en realizarle y otros disparates semejantes, me pregunto, ¿tienen los que tal cosa proponen y los que la admiten sano criterio topográfico y catastral? y no puedo menos de contestar con una rotunda negativa.

Cuando veo que ilustres Ingenieros despreciando los progresos de la ciencia topográfica ensalzan hasta las nubes aparatos y procedimientos que no pueden darnos la seguridad y precisión indispensables y combaten con encarnizamiento esa precisión exigida en las naciones más cultas, me pregunto también, ¿tienen, como deberían tener, criterio topográfico racional?

Cuando recuerdo el trazado detestable de algunas importantísimas vías de comunicación, canales de riego y otros trabajos importantes y las no despreciables variaciones que se han tenido que hacer en sus primitivos proyectos motivando cuantiosos gastos y disgustos á las empresas y al país por no haberse hecho el estudio sobre buenos planos y veo que estos se admiten sin comprobación racional, me pregunto también, ¿qué criterio tendrán esas empresas y los Centros administrativos que los aprobaron?

Pues bien; á difundir el sano criterio, que tantos echan de menos, mediante la descripción crítica de los aparatos y procedimientos conocidos, tiende el libro que al público me atrevo ahora á presentar con la desconfianza del que poquísimo sabe, á instancias de muchos Topógrafos inteligentes, que conocen mis ideas en esta ciencia y teniendo en cuenta la mucha extensión y complegidad de la materia, para mejor conseguir mi objeto me ha parecido oportuno desarrollarla en dos volúmenes, dedicando el *primero* principalmente á la descripción crítica de los instrumentos y el segundo á la de los *procedimientos*, subdividiendo el primero en tres partes respectivamente dedicadas:

La *primera* á consignar los especiales conocimientos prévios necesarios;

La *segunda* á explicar las diferentes maneras de determinar el valor de los ángulos y las distancias y

La *tercera* á la descripción de los principales instrumentos topográficos;

y así mismo el segundo volúmen en otras tres partes respectivamente destinadas:

La *primera* á la exposición de los antiguos procedimientos;

La *segunda* á la de los modernos y

La *tercera* á las triangulaciones topográficas, nivelaciones de precisión y revisión de los planos, que comprenden unos y otros, terminando con algunos apéndices, en que se dará idea de la Topografía fotográfica, de la militar y de las principales aplicaciones de la regular, objeto especial de este libro.

Si he ó no acertado, si la enseñanza en las Escuelas se mejorará ó no, si la difusión de las buenas teorías y prácticas topográficas se conseguirá con su ayuda, el público y la experiencia lo dirán; yo solo puedo manifestar que, teniendo muy en cuenta que no escribía para los sabios si no para los que no saben, he procurado exponer tan compleja materia lo más sencilla y llanamente que ha estado á mi alcance, descartando, en lo posible, el análisis matemático para muchos enojoso y las afirmaciones ó negaciones absolutas tan impropias de la complegidad de la resolución de tales cuestiones; he procurado hacer las descripciones lo menos molestas posible sin dejar de defender con brío la verdad y la justicia notoria y por esto, cuando alguna descripción ó combinación había sido antes por otro hecha en forma conveniente, no he tenido reparo en reproducirla citando de quien la he tomado; en fin, con exposición de mi tranquilidad y de mis intereses, he puesto de mi parte cuanto he podido para contribuir con una piedrecilla á la deseada regeneración de esta España tan querida como desgraciada y si he conseguido que esa piedrecilla pueda ser utilizada en tan deseado objeto yo moriré, pues que mi avanzada edad no me permite hablar ya de otra cosa, tranquilo y gozoso de haber contribuído, aunque en poco, con todas mis fuerzas á popularizar en nuestra patria la importantísima y en ella no bastante apreciada la *Topografía moderna*, cuya aplicación racional tanto puede contribuir á que se consiga la tan deseada regeneración de nuestra pobre España.

Barcelona, Junio de 1903.

PRIMERA PARTE

ESPECIALES CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

1 — Objeto y división.

Para comprender y aplicar las teorías topográficas no es preciso un extenso y profundo conocimiento de las Matemáticas, de la Geografía astronómica, ni de la Física; pero sí es indispensable tener noción bastante de algunas partes especiales de estas ciencias para no convertir en improcedente rutina lo que debe ser práctica racional y para estar siempre en aptitud de resolver con seguridad y acierto las dificultades que con frecuencia se presentan en la aplicación de aquellas.

Es imposible determinar concretamente estos previos conocimientos necesarios y no sería oportuno exponerlos en este lugar con el desarrollo indispensable á su mejor inteligencia; pero no sin razón y justo motivo han considerado procedente casi todos los Autores topográficos consignar en uno ú otro orden algunas nociones y verdades en aquellas ciencias demostradas para que refrescando sobre ellas la memoria del lector y presentándoselas con aplicación á su objeto especial le faciliten la inteligencia de las teorías y prácticas topográficas dándole guía seguro en sus aplicaciones.

Si esto era conveniente en la antigua Topografía, en la que imperaban los procedimientos geométricos, por lo que en algunas naciones se la llamaba, y se la llama aún por muchos, *Geometría práctica*, lo es mucho más en la *moderna*, en que se busca y consigue mayor rapidez, exactitud y seguridad en los resultados mediante la medición indirecta de las distancias y la constante aplicación del cálculo trigonométrico, y como al efecto se ha de tener un conocimiento mayor que antes del anteojo y del microscopio y no es fácil adquirirle sin tener muy presentes las leyes generales de la reflexión y refracción de la luz y noción bastante de las condiciones del ojo humano, que ha de intervenir en toda observación, y además conviene reunir en este lugar tales nociones y otras previas necesarias que nos permitan después consignar con más desembarazo y sin interrupciones las teorías y prácticas más aceptables de la moderna Topografía, creemos oportuno hacerlo así, aunque compendiadas en lo posible para evitar el cansancio del lector, que, cuando no lo necesitare, puede prescindir de esta parte de nuestro libro, si bien creemos oportuno advertirle que entre las nociones conocidas hallará algunas consideraciones que podrán serle provechosas.

Consiguientemente á todo esto nos ocuparémos en esta *Primera Parte* en capítulos especiales:

1.° *De las diferentes medidas de los ángulos, funciones trigonométricas más usuales y de algunas fórmulas de la teoría de los errores y probabilidades.*

2.° *De la forma, líneas y planos principales que en la Tierra y bóveda celeste se consideran.*

3.° *De la reflexión y refracción de la luz.*

4.° *Del ojo humano físicamente considerado.*

5.° *Del anteojo astronómico colimador y*

6.° *De los microscopios simple y compuestos utilizados en los aparatos topográficos.*

CAPÍTULO PRIMERO

DIFERENTES MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS, FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS MÁS USUALES Y DE LA TEORÍA DE LOS ERRORES Y PROBABILIDADES

2 — Preliminares.

Si haciendo centro en el vértice, O, de un ángulo, A O B (Fig. 1.ª), describimos varios arcos A′ B′, A″ B″..., trazamos sus cuerdas, A′ B′, A″ B″..., las tangentes en uno de sus extremos, B′ T, B″ T′... y finalmente bajamos desde ellos perpendiculares, A′ S, A″ S′... al otro lado, como en dicha figura aparece, se comprende fácilmente:

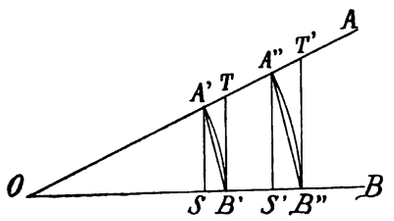


Fig. 1ª

1.° Que la magnitud respectiva de tales arcos, cuerdas, tangentes y perpendiculares determinan, en cada caso, la posición relativa de los lados del ángulo y por consiguiente su amplitud, y

2.° Que son respectivamente proporcionales á los radios de los arcos, aumentando ó disminuyendo su valor en cada uno, según que lo haga el ángulo á que se refieren, en tanto no pase de un recto (1).

Por consiguiente, la magnitud de tales arcos, cuerdas, tangentes y perpendiculares, puede servir y sirve para expresar la medida de los ángulos mediante su relación con la del arco, que se toma por unidad, ó con la de su radio.

3 — Medida de los ángulos por el arco dividido en grados sexagesimales.

La medida más natural y sencilla de los ángulos es el arco de circunferencia descrito desde su vértice como centro y fué la primera adoptada desde muy remota antigüedad.

Para hallar fácilmente la relación, expresión de la medida, se dividió la circunferencia en 360 partes iguales que se llamaron *grados*, suponiendo dividido cada uno en otras 60 partes que se llaman *minutos* y cada uno de éstos en otras 60 partes que se denominan *segundos* y para facilitar la expresión de estos submúltiplos se admitieron respectivamente los signos o ′ y ″, que se colocan en forma de exponente á la derecha de los correspondientes números; de suerte que un ángulo ó un arco de 25 grados, 33 minutos y 45 segundos, se escribe así: 25°, 33′ y 45″ y cuando se pueden apreciar fracciones de segundo, aunque algunos admiten la subdivisión de cada uno en 60 *terceros*, se limita á expresar la parte decimal de aquellos en la forma ordinaria.

Con esto, en realidad, no se expresa directamente la relación entre la magnitud del ángulo ó del arco con el recto, ni con la circunferencia ó el cuadrante del mismo radio, sino el núme-

(1) Hacemos esta limitación para que resulte general la afirmación dando la idea sin excepciones, como habríamos de hacerlas para los mayores de un recto y menores de dos relativamente á las perpendiculares y tangentes, y á las cuerdas en los mayores de dos rectos.

ro de submúltiplos de la medida, la circunferencia ó el cuadrante, que el arco correspondiente al ángulo ó el arco en sí mismo comprende; pero esto basta, siquiera aparezca, procediendo de esta suerte, que se toma por unidad compleja el *grado*, el *minuto* y el *segundo*, ya que, si el cuadrante, v. gr. hubiera de servir de tal, la verdadera expresión de la medida del ángulo citado habría de ser .

$$\frac{(25 \times 60' + 33)\,60'' + 45''}{90^{\circ} \times 60' \times 60''} = \frac{9243''}{324000''}$$

lo cual resultaría mucho más difícil de determinar, de expresar y de comprender.

4 — Medida de los ángulos por el arco dividido en grados centesimales.

Los sabios autores del sistema métrico, considerando con razón embarazosa en los cálculos la reducción de los submúltiplos de la unidad en la graduación sexagesimal por no conformarse con la base 10 del sistema de numeración y enojosa y expuesta á equivocaciones su expresión, modificaron, á propuesta de Lagrange, la de aquéllos tomando por unidad el cuadrante de círculo, que dividieron en 1.000,000 de partes iguales, si bien para acomodarse más á las ideas imperantes es costumbre admitida dividirle en 100, que se llaman también *grados*, cada uno de éstos en 100, *centígrados* ó *minutos*, y cada uno de éstos en 100, *décimo-miligrados* ó *segundos*, cuidando de añadir, en ciertos casos, á estos nombres el adjetivo de *centesimales* para distinguirlos de los *sexagesimales*, cuando se leen y de indicarlos con los signos c ' y " usados á manera de exponentes, cuando se escriben en la forma antigua, si bien más comunmente se hace en la decimal considerando como parte entera el cuadrante ó el número de grados; así es, que para expresar un arco ó un ángulo de 37 grados y 3547 décimo-milésimas de grado ó 373.547 millonésimas del cuadrante, se escribe de una de las tres maneras siguientes:

$$0'373547 \text{ del cuadrante; } 37^{c}\,'3547 \text{ ó bien } 37^{c}\ 35'\ 47''$$

La forma más usada es la 2.ª y al leer solo se expresan los grados al hacerlo de la parte entera y la decimal sin indicación de su calidad, que ya se deduce del enunciado numérico; pues cuando hay ceros antes de su primera cifra significativa se dice cuantos son.

Para comprender las grandes ventajas que en los cálculos ofrece este sistema sobre el sexagesimal, basta tener en cuenta que los valores en este son números complejos, mientras que en el centesimal son incomplejos decimales y esto facilita tanto su determinación instrumental y su escritura, evitando pérdida de tiempo y muchas equivocaciones, que el ilustre Porro asegura (1) que *«la experiencia ha probado que un hábil operador, igualmente ejercitado en la antigua y »nueva división, observando ángulos con un teodolito ordinario por series de diez observaciones, »puede hacer setenta séries en un día, si la división es centesimal; no hará mas que cincuenta á lo »sumo con la división sexagesimal; la experiencia ha probado también que las probabilidades de »error en la lectura de los nonius son cuatro veces mayores con la antigua que con la nueva división».*

5 — Conversión de la graduación sexagesimal en la centesimal y vice-versa.

No obstante las indudables ventajas de la 2.ª sobre la 1.ª, es el caso que en libros y aparatos topográficos se encuentran utilizados ya uno ya otro de los dos sistemas, y por consiguiente es necesario dar medios sencillos para su conversión recíproca, lo cual no es difícil mediante Tablas apropiadas.

De estas se han calculado muchas, en la forma diferentes, pero todas basadas en el mismo principio.

---

(1) La Tacheometrie. — 1858. — pág. 17.

Si el cuadrante es igual á 90° y á 100^c, es claro que

$$90°=100^c \text{ y } 1°=1^c+\frac{1^c}{9}=1'111...$$

y también $$100^c=90° \text{ y } 1^c=\frac{9}{10}=\frac{9\times 60'}{10}=54'$$

Reduciendo los grados de cada clase á *minutos* respectivos se tiene también:

$$90°\times 60'=100^c\times 100' \text{ ó } 5400'=10.000'$$

de donde resulta $$1'=\frac{10000'}{5400}=1'85185'... \text{ y } 1'=32'4''$$

Haciendo lo propio relativamente á los *segundos* respectivos resulta:

$$90°\times 60'\times 60''=100^c\times 100\times 100'' \text{ ó } 324.000''=1.000000''$$

$$\text{ó } 1''=\frac{1.000.000''}{324.000}=3'0864''... \text{ y } 1''=0'324''$$

Es decir que: *un grado centesimal equivale á 54", un centígrado á 32'4"* y *un miligrado á 3'24"*, de cuyas equivalencias hacemos especial mención porque son las más usadas.

Se comprende á la vista de estas relaciones que, si se hubieran de convertir directamente los grados, minutos y segundos sexagesimales en centesimales ó al revés, sería muy molesto, porque un ángulo ó un arco que tuviera las tres clases de unidades, exigiría para la conversión varias operaciones enojosas, que se pueden reducir á una simple suma mediante las Tablas calculadas con los coeficientes consignados.

A continuación insertamos las que figuran en las páginas 5 á 7 del excelente *Corso pratico di Topografía numérica* del ilustrado Ingeniero Sr. Orlandi, porque por su medio se simplifican los cálculos y son de las más completas y sencillas.

Teniendo en cuenta que en la primera columna de cada una de estas Tablas están consignadas las decenas de las diferentes clases indicadas con los signos antes expresados; que los números que encabezan las siguientes se refieren á las unidades de cada clase, y que en la respectiva casilla y en la línea de las decenas se encuentra la equivalencia buscada en la clase de unidades que también se indica con los signos admitidos, no puede ofrecer dudas el uso de estas Tablas; pero, de todos modos, no creemos será impertinente desvanecer con los dos ejemplos siguientes las que á alguno pudieran ocurrir.

1.° Supongamos que se trate de convertir en centesimal el valor de un ángulo ó arco de 47° 15' 28".

Buscando en la línea señalada 4.° en la primera columna de la I Tabla el valor consignado en la columna 7, hallamos 52'2...

Esto nos dice que $47°=52'2222^c$, *porque los puntos suspensivos indican la repetición del período decimal 2* y lo mismo sucede en los demás casos.

En la línea señalada 1' en la primera columna encontramos en la marcada 5, $0'27777^c$, expresando esto que $15'=0'2777^c$.

Finalmente en la línea señalada 2" en la primera columna encontramos en la encabezada con el n.° 8, $0'008642^c$ manifestándonos que $28''=0'008642^c$.

De manera que sumando estas respectivas equivalencias, tendremos la buscada y al efecto se dispone el cálculo desde luego en la forma siguiente:

	47°.	.=	$52'222222^c$
	15'. . . .	.=	'277777
	28". .	.=	'008642
Sumas. . .	47° 15' 28"	=	$52'508641^c$

TABLA de conversión de los grados, minutos y segundos centesimales en sexagesimales

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
oc	0° 0′	0° 54′	1° 48′	2° 42′	3° 36′	4° 30′	5° 24′	6° 18′	7° 12′	8° 6′	oc
1	9 0	9 54	10 48	11 42	12 36	13 30	14 24	15 18	16 12	17 6	1
2	18 0	18 54	19 48	20 42	21 36	22 30	23 24	24 18	25 12	26 6	2
3	27 0	27 54	28 48	29 42	30 36	31 30	32 24	33 18	34 12	35 6	3
4	36 0	36 54	37 48	38 42	39 36	40 30	41 24	42 18	43 12	44 6	4
5	45 0	45 54	46 48	47 42	48 36	49 30	50 24	51 18	52 12	53 6	5
6	54 0	54 54	55 48	56 42	57 36	58 30	59 24	60 18	61 12	62 6	6
7	63 0	63 54	64 48	65 42	66 36	67 30	68 24	69 18	70 12	71 6	7
8	72 0	72 54	73 48	74 42	75 36	76 30	77 24	78 18	79 12	80 6	8
9	81 0	81 54	82 48	83 42	84 36	85 30	86 24	87 18	88 12	89 6	9
o'	0′ 0″,0	0′ 32″,4	1′ 4″,8	1′ 37″,2	2′ 9″,6	2′ 42″,0	3′ 14″.4	3′ 46″,8	4′ 19″,2	4′ 51″,6	o'
1	5 24 ,0	5 56 ,4	6 28 ,8	7 1 ,2	7 33 ,6	8 6 ,0	8 38 ,4	9 10 ,8	9 43 ,2	10 15 ,6	1
2	10 48 ,0	11 20 ,4	11 52 ,8	12 25 ,2	12 57 ,6	13 30 ,0	14 2 ,4	14 34 ,8	15 7 ,2	15 39 ,6	2
3	16 12 ,0	16 44 ,4	17 16 ,8	17 49 ,2	18 21 ,6	18 54 ,0	19 26 ,4	19 58 ,8	20 31 ,2	21 3 ,6	3
4	21 36 ,0	22 8 ,4	22 40 ,8	23 13 .2	23 45 ,6	24 18 ,0	24 50 .4	25 22 ,8	25 55 ,2	26 27 ,6	4
5	27 0,0	27 32,4	28 4,8	28 37,2	29 9,6	29 42,0	30 14,4	30 46,8	31 19,2	31 51,6	5
6	32 24,0	32 56,4	33 28,8	34 1,2	34 33,6	35 6,0	35 38,4	36 10,8	36 43,2	37 15,6	6
7	37 48,0	38 20,4	38 52,8	39 25,2	39 57,6	40 30,0	41 2,4	41 34,8	42 7,2	42 39,6	7
8	43 12,0	43 44,4	44 16,8	44 49,2	45 21,6	45 54,0	46 26,4	46 58,8	47 31,2	48 3,6	8
9	48 36,0	49 08,4	49 40,8	50 13,2	50 45,6	51 18,0	51 50,4	52 22,8	52 55,2	53 27,6	9
o"	0″,000	0″,324	0″,648	0″.972	1″,296	1″,620	1″.944	2″,268	2″.592	2″.916	o"
1	3,240	3,564	3,888	4,212	4,536	4,860	5,184	5,508	5,832	6,156	1
2	6,480	6,804	7,128	7,452	7,776	8,100	8,424	8,748	9.072	9,396	2
3	9,720	10,044	10,368	10,692	11,016	11,340	11,664	11,988	12,312	12,636	3
4	12,960	13,284	13,608	13,932	14,256	14,580	14,904	15,228	15.552	15,876	4
5	16.200	16,524	16,848	17,172	17,496	17,820	18.144	18,468	18,792	19,116	5
6	19,440	19,764	20,088	20,412	20,736	21,060	21,384	21,708	22,032	22,356	6
7	22,680	23.004	23,328	23,652	23,976	24,300	24,624	24,948	25,272	25,596	7
8	25,920	26,244	26,568	26,892	27,216	27,540	27,864	28,188	28,512	28,836	8
9	29,160	29,484	29,808	30.132	30,456	30.780	31,104	31,428	31,752	32,076	9

TABLA de conversión de los grados, minutos y segundos sexagesimales en centesimales.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0°	0c,0...	1c,1...	2c,2...	3c,3...	4c,4...	5c,5...	6c,6...	7c,7...	8c,8...	10c,0...	0°
1	11,1...	12,2...	13,3...	14,4...	15,5...	16,6...	17,7...	18,8...	20,0...	21,1...	1
2	22,2...	23,3...	24,4...	25,5...	26,6...	27,7...	28,8...	30,0...	31,1...	32,2...	2
3	33,3...	34,4...	35,5...	36,6...	37,7...	38,8...	40,0...	41,1...	42,2...	43,3...	3
4	44,4...	45,5...	46,6...	47,7...	48,8...	50,0...	51,1...	52,2...	53,3...	54,4...	4
5	55,5...	56,6...	57,7...	58,8...	60,0...	61,1...	62,2...	63,3...	64,4...	65,5...	5
6	66,6...	67,7...	68,8...	70,0...	71,1...	72,2...	73,3...	74,4...	75,5...	76,6...	6
7	77,7...	78,8...	80,0...	81,1...	82,2...	83,3...	84,4...	85,5...	86,6...	87,7...	7
8	88,8...	90,0...	91,1...	92,2...	93,3...	94,4...	95,5...	96,6...	97,7...	98,8...	8
0′	0c,000000	0c,0185185	0c,0370370	0c,0555555	0c,0740740	0c,0925925	0c,1111111	0c,1296296	0c,1481481	0c,1666666	0′
1	1851851	2037037	2222222	2407407	2592592	2777777	2962962	3148148	3333333	3518518	1
2	3703703	3888888	4074074	4259259	4444444	4629629	4814814	5000000	5185185	5370370	2
3	5555555	5740740	5925925	6111111	6296296	6481481	6666666	6851851	7037037	7222222	3
4	7407407	7592592	7777777	7962962	8148148	8333333	8518518	8703703	8888888	9074074	4
5	9259259	9444444	9629629	9814814	1,0000000	1,0185185	1,0370370	1,0555555	1,0740740	1,0925925	5
0″	0c,000000	0c, 000309	0c, 000617	0c, 000926	0c, 001234	0c, 001543	0c, 001852	0c, 002160	0c, 002469	0c, 002778	0″
1	003086	003395	003704	004012	004321	004630	004938	005247	005555	005864	1
2	006173	006481	006790	007099	007407	007716	008025	008333	008642	008951	2
3	009259	009568	009876	010185	010494	010802	011111	011420	011728	012037	3
4	012346	012654	012963	013272	013580	013889	014197	014506	014815	015123	4
5	015432	015470	016049	016358	016667	016975	017284	017592	017901	018210	5

Aunque la Tabla comprende seis ó siete cifras decimales rara vez se utilizan más de cuatro y tampoco ordinariamente hay necesidad de especificar tan ordenadamente las equivalencias parciales que, cuando se quieran conservar, pueden consignarse en la forma más breve siguiente:

$$47^\circ\ 15'\ 28'' \begin{Bmatrix} 52'2222^c \\ '2778 \\ '0086 \end{Bmatrix} 52'5086^c$$

2.° Si quisiéramos *convertir en sexagesimal* el valor de un ángulo ó de un arco dado en la graduación *centesimal* y consistente en $63'573^c$, siguiendo el mismo procedimiento encontraríamos en la II Tabla:

	63^c	$= 56^\circ\ 42'$
	» '57. . .	$=$ » $30'\ 46'8''$
	» » 30 .	$=$ » » $9'7''$
Sumas. . .	63^c '57 30	$= 57^\circ\ 12'\ 56'5''$

6 — Medida de los ángulos y arcos en partes del radio.

Si en lugar de tomar para unidad de medida de los ángulos el recto ó el cuadrante que le determina, como lo hemos hecho en los números **3** y **4**, tomamos el ángulo que tiene por medida el arco cuyo desarrollo es igual al radio con que está descrito, es indudable que para otro ángulo, **a**, cuya medida sea el arco, **l**, se tendrá la relación siguiente:

$$a : 1 :: l : r$$

de donde resulta

$$a = \frac{l}{r}$$

á cuya fracción, *arco dividido por radio*, se llama *medida del ángulo en partes del radio.*

Ahora bien; el ángulo en el centro de un círculo cualquiera, que tenga por medida el arco igual al radio, **r**, es constante y su valor estará dado, en *la graduación sexagesimal* por

$$\frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ\ 17'\ 45'' = 206.265''$$

y *en la graduación centesimal* por $\frac{400}{2\pi} = 63'6620^c = 636.620^{cc}$

por consiguiente las relaciones entre un ángulo cualquiera, **a**, la longitud, **l**, de su arco y la del radio, **r**, con que está descrito, son las siguientes: *las dos primeras para la graduación sexagesimal y para la centesimal las dos últimas:*

$$a'' = 206.265'' \frac{l}{r} \quad \text{y} \quad l^m = \frac{a''}{206.265''} r^m \quad (A)$$

$$\text{y} \qquad a^{cc} = 636.620^{cc} \frac{l}{r} \quad \text{y} \quad l^m = \frac{a^{cc}}{636.620^{cc}} r^m \quad (B)$$

De aquí se deduce que: cuando se conozca la longitud de un arco y la del radio en que está descrito, para hallar el valor en'' ó en^{cc} del ángulo en el centro que le corresponde, bastará multiplicar el cociente $\frac{l}{r}$ por 206.265'' ó por 636.620^{cc} y al contrario, cuando conociendo el valor de dicho ángulo y el del radio, se desée determinar la longitud del arco, bastará dividir el número de segundos sexagesimales ('') ó centesimales (^{cc}) del ángulo respectivamente por 206.265 ó 636.620 y multiplicar el cociente por el valor del radio, lo cual facilita los cálculos en cierta clase de investigaciones.

7 — Medida de los ángulos por la cuerda de sus arcos.

Conociendo el valor de la cuerda de todos los arcos de un cuadrante de círculo de un radio determinado, es muy sencillo medir los ángulos y trasportarlos.

A tal efecto se han calculado algunas Tablas para la graduación sexagesimal; pero como la centesimal es más propia y conveniente en la Topografía moderna y una Tabla de este género puede prestar buenos servicios en algunos casos, nos ha parecido oportuno componer lo que insertamos á continuación para el *radio de 10 unidades,* que es el más apropiado y de 10' en 10' por ser esto suficiente á sus distintas aplicaciones.

La sencillez de esta Tabla no exigiría explicación ninguna; pero para que los menos doctos no tengan duda alguna en su aplicación á los diferentes casos de *los dos problemas generales, en que se puede utilizar,* darémos de ellos sencillos ejemplos empezando por llamar la atención sobre las diferencias de los valores sucesivos, que en ella se consignan para las cuerdas.

Diferencias tabulares.—Comparando tales valores se observa que sus diferencias son o'016 o'015 de 0^c á 25^c; o'015 ó o'014 de 25^c á 50^c; o'014 ó o'013 de 50^c á 75^c y o'013, o'012 ó o'011 de 75^c á 100^c y como á 1' le corresponde $^1/_{10}$ de estas diferencias, rara vez su adición tiene importancia si se cuida de tomar la cuerda correspondiente al grado y decígrado que se expresa, cuando las unidades de minuto ó centígrados no llegan á 5 ó la siguiente si pasan de este número.

También se puede hacer la corrección de la última ó dos últimas cifras del valor de la cuerda del grado y decígrado expresado, multiplicando mentalmente las unidades de minuto ó centígrados por las diferencias expresadas ó simplemente por 1'5 y añadiendo el entero resultante á la última cifra del valor tabular de la cuerda; por ejemplo: si deseamos conocer el de la de $13'43^c$, al valor 2'101 que señala la Tabla para el arco de $13'40^c$ sumaremos 4, producto entero de $3 \times 1'5$ convirtiendo el valor de la cuerda en 2'105, cuyos cálculos se hacen de memoria rápidamente sin escribir mas que el valor modificado de la cuerda leído en la Tabla.

Para persuadirse de la poquísima importancia de estas correcciones basta tener presente, que la cifra modificada representa generalmente; *en los planos, centésimas de milímetros* y *en el terreno milímetros* con los radios respectivos de 10 centímetros y 10 metros, que son suficientemente grandes y por muchos conceptos los más útiles, y por consiguiente inapreciable en el primer caso y despreciable en el 2.°

Uso de la Tabla.

Primer Problema.—*Conocido el valor de un arco ó de un ángulo hallar el de la cuerda que le corresponde.*

Pueden ocurrir cuatro casos.

A.—Que siendo el radio del arco dado igual al de la Tabla, 10, el 2.° conste de grados (c) y decígrados ó decenas justas de minuto, en cuyo caso se encuentra expresamente en ella.

Si por ejemplo, deseamos conocer la longitud de la cuerda de $43'30^c$, encontramos 6'671, porque debajo de 43^c y en la línea de 30' hallamos 71, que con las cifras superiores suprimidas, 6'6, componen aquel número que es la longitud buscada.

B.—Que siendo el radio del arco igual al de la Tabla, 10, el valor del arco contenga unidades de minuto ó centígrados.

Sea por ejemplo $35'14^c$.

En frente de $35'10^c$ hallamos 5'444 y su diferencia á la cuerda siguiente de $35'20^c$ se vé desde luego que es o'015 ó o'0015 por cada centígrado y multiplicando esta por 4 obtenemos o'006, que es lo que hemos de añadir á 5'444, cuerda de $35'10^c$, para tener la buscada, que será 5'45.

C.—Que siendo el radio del arco múltiplo ó submúltiplo del de la Tabla, el valor del arco solo conste de grados y decígrados.

Se procede como en el caso A dividiendo ó multiplicando el valor hallado para la cuerda por el coeficiente correspondiente para reducirla á la del radio de 10 unidades.

D.—Que siendo el radio del arco múltiplo ó submúltiplo del de la Tabla el valor del arco contenga unidades de minuto.

Se procede como en el caso B dividiendo ó multiplicando el valor encontrado para la cuerda por el coeficiente correspondiente para reducirla á la del radio, 10, pues son proporcionales á los radios.

SEGUNDO PROBLEMA.—*Conocido el valor de una cuerda y el del radio del arco correspondiente hallar el del ángulo en el centro.*

Pueden ocurrir tres casos principales.

A'—Que siendo el radio igual al de la Tabla, 10, el valor de la cuerda se encuentre en ella consignado.

En este caso en la misma línea que el valor de la cuerda se hallará el del ángulo.

B'—Que siendo el radio igual al de la Tabla, 10, el valor de la cuerda no conste en ella.

Sea por ejemplo 5'890.

Este valor se encuentra comprendido entre 5'881, que corresponde á la cuerda de 38'00^c y 5'896, que corresponde á la de 38'10^c; por consiguiente el ángulo buscado se hallará entre estos dos y como la diferencia tabular es 0'015 y 5'890 — 5'881 = 0'009, se vé desde luego que á esta corresponden 6' y por lo tanto el ángulo ó arco buscado será 38'06^c.

C'—Que sea el radio múltiplo ó submúltiplo del de la Tabla.

Dividiendo ó multiplicando el valor de la cuerda por el coeficiente oportuno para reducirle al de la cuerda del arco del radio 10, se reduce este caso á uno de los indicados A' ó B'.

Aplicaciones.—Hasta ahora se han dedicado las Tablas de las cuerdas casi exclusivamente á substituir los trasportadores en la construcción de los planos ó en la medición de los ángulos que entre sí formaban las líneas en ellos trazadas, haciéndose algunos Autores la ilusión de apreciar por este medio hasta 10", que es también en la que incurren los que utilizando los procedimientos simplemente gráficos emplean en ellos complicados y costosos trasportadores perfeccionados, como se demostrará más adelante relativamente al de Trougthon; pero ambos procedimientos casi han caído en desuso desde que se han generalizado los modernos, porque, calculándose las coordenadas ortogonales de todos los puntos, con ellas se construyen mejor y más pronto los planos, ó, cuando se concreta esto á la base de operaciones, se prefiere para los detalles el empleo de sencillos trasportadores con diámetro graduado, como explicaremos al ocuparnos de los *trabajos de gabinete*, y si bien es preferible la construcción de los planos mediante las coordenadas, no es este motivo bastante para abandonar el uso de las Tablas de cuerdas tan completamente, pues pueden en algunos casos ofrecer ventajas indudables.

Esto se hace notorio cuando no se pueden aplicar cómodamente los aparatos especiales ó no se tienen á mano, ya en los trabajos de gabinete, ya en los de campo y para poner aquéllas en evidencia sin incurrir en las referidas ilusiones de los antiguos ni el improcedente olvido de los modernistas, vamos á indicar algunos casos en que se puede utilizar la Tabla de las cuerdas con sencillez y provecho.

TABLA

de los valores de las cuerdas correspondientes á los arcos de los grados y

	0c	1c	2c	3c	4c	5c	6c	7c	8c	9c
0'	0'000	0'157	0'314	0'471	0'628	0'785	0'942	1'099	1'256	1'413
10	16	73	30	87	44	0'801	58	1'115	72	28
20	31	88	45	0'503	60	17	74	30	87	44
30	47	0'204	61	18	75	32	89	46	1'303	60
40	63	20	77	34	91	48	1'005	62	19	75
50	79	36	93	50	0'707	64	21	78	34	91
60	94	51	0'408	65	22	79	36	93	50	1'507
70	0'110	67	24	81	38	95	52	1'209	66	22
80	26	83	40	97	54	0'911	68	25	81	38
90	41	98	55	0'613	70	27	83	40	97	54
	10c	11c	12c	13c	14c	15c	16c	17c	18c	19c
0'	1'569	1'726	1'882	2'039	2'195	2'351	2'507	2'662	2'818	2'973
10	85	41	98	54	2'210	66	22	78	34	89
20	1'601	57	1'913	70	26	82	38	94	49	3'004
30	16	73	29	85	42	98	54	2'709	65	20
40	32	88	45	2'101	57	2'413	69	25	80	35
50	48	1'804	60	17	73	29	85	40	96	51
60	63	19	76	32	88	44	2'600	56	2'912	67
70	79	35	91	48	2'304	60	16	72	27	82
80	95	51	2'007	63	20	76	32	87	43	98
90	1'710	66	23	79	35	91	47	2'803	58	3'113
	20c	21c	22c	23c	24c	25c	26c	27c	28c	29c
0'	3'129	3'284	3'439	3'593	3'748	3'902	4'056	4'209	4'363	4'516
10	44	99	54	3'609	63	17	71	25	78	31
20	60	3'315	70	24	78	33	87	40	94	47
30	75	30	85	39	94	48	4'102	55	4'409	62
40	91	46	3'501	55	3'809	63	17	71	24	77
50	3'206	61	16	70	25	79	33	86	39	93
60	22	77	32	86	40	94	48	4'300	55	4'608
70	37	92	47	3'701	55	4'010	64	16	70	23
80	53	3'408	63	16	71	25	79	31	85	38
90	68	23	78	32	86	40	94	46	4'501	54
	30c	31c	32c	33c	34c	35c	36c	37c	38c	39c
0'	4'669	4'822	4'974	5'126	5'278	5'429	5'580	5'731	5'881	6'031
10	84	37	89	41	93	44	95	46	96	46
20	4'700	52	5'004	56	5'308	59	5'610	61	5'911	61
30	15	67	19	71	23	74	25	76	26	76
40	30	82	35	86	38	89	40	91	41	91
50	45	98	50	5'202	53	5'504	55	5'806	56	6'106
60	61	4'913	65	17	68	19	70	21	71	21
70	76	28	80	32	83	35	86	36	86	36
80	91	43	95	47	98	50	5'701	51	6'001	51
90	4'807	58	5'111	62	5'413	65	16	66	16	66
	40c	41c	42c	43c	44c	45c	46c	47c	48c	49c
0'	6'180	6'329	6'478	6'627	6'775	6'922	7'070	7'216	7'363	7'509
10	95	44	93	42	90	37	84	31	77	23
20	6'210	59	6'508	56	6'804	52	99	45	92	38
30	25	74	23	71	19	66	7'114	60	7'406	52
40	40	89	38	86	34	81	28	75	21	67
50	55	6'404	52	6'701	49	96	43	89	36	81
60	70	19	67	16	64	7'011	58	7'304	50	96
70	85	34	82	30	78	25	72	18	65	7'611
80	6'300	49	97	45	93	40	87	33	79	25
90	14	64	6'612	60	6'908	55	7'202	48	94	40

decígrados, que se expresan, en la circunferencia de radio de 10 unidades.

	50c	51c	52c	53c	54c	55c	56c	57c	58c	59c
0'	7'654	7'799	7'943	8'087	8'230	8'373	8'516	8'658	8'799	8'940
10	68	7'813	57	8'101	45	87	30	72	8'813	54
20	83	27	72	16	59	8'402	44	86	27	68
30	97	42	86	30	73	16	58	8'700	41	82
40	7'712	56	8'001	44	88	30	72	14	55	96
50	26	71	15	58	8'302	44	87	28	69	9'010
60	41	85	29	73	16	58	8'601	42	83	24
70	55	99	44	87	30	73	15	56	98	38
80	70	7'914	58	8'201	45	87	29	70	8'912	52
90	84	28	73	16	59	8'501	43	84	26	66

	60c	61c	62c	63c	64c	65c	66c	67c	68c	69c
0'	9'080	9'220	9'359	9'497	9'635	9'772	9'909	10'045	10'181	10'316
10	94	33	73	9'511	49	86	23	59	94	29
20	9'108	47	86	25	63	9'800	36	73	10'208	43
30	22	61	9'400	39	76	14	50	86	21	56
40	36	75	14	52	90	27	64	10'100	35	69
50	50	89	28	66	9'704	41	77	13	48	83
60	64	9'303	42	80	17	55	91	27	62	96
70	78	17	56	94	31	68	10'004	41	75	10'410
80	82	31	70	9'608	45	82	18	54	89	23
90	9'206	45	84	21	58	96	32	68	10'302	36

	70c	71c	72c	73c	74c	75c	76c	77c	78c	79c
0'	10'450	10'584	10'717	10'849	10'981	11'111	11'242	11'371	11'500	11'628
10	63	97	30	62	94	24	55	84	13	41
20	77	10'610	43	75	11'007	37	68	97	26	54
30	90	24	56	88	20	50	81	11'410	39	67
40	10'504	37	70	10'902	33	63	94	23	51	80
50	17	50	83	15	46	76	11'307	36	64	92
60	30	63	96	28	59	89	20	49	77	11'705
70	44	77	10'810	41	72	11'202	33	62	90	18
80	57	90	23	54	85	15	46	74	11'603	31
90	71	10'703	36	68	98	28	59	87	15	44

	80c	81c	82c	83c	84c	85c	86c	87c	88c	89c
0'	11'756	11'882	12'008	12'134	12'258	12'382	12'505	12'627	12'749	12'869
10	68	95	21	46	71	94	17	39	61	81
20	81	11'908	33	58	83	12'407	29	51	73	93
30	94	20	46	71	95	19	42	63	85	12'905
40	11'807	32	58	83	12'308	31	54	76	97	17
50	19	44	71	96	20	43	66	88	12'809	29
60	32	57	83	12'208	33	56	78	12'700	21	41
70	45	70	96	20	45	68	90	12	33	53
80	57	82	12'108	33	57	80	12'603	24	45	65
90	70	95	21	45	70	93	15	36	57	77

	90c	91c	92c	93c	94c	95c	96c	97c	98c	99c
0'	12'989	13'108	13'226	13'344	13'460	13'576	13'691	13'805	13'918	14'031
10	13'001	20	38	55	72	88	13'702	16	30	42
20	13	32	50	67	84	99	14	28	41	53
30	25	43	61	79	95	13'611	25	39	52	64
40	37	55	73	91	13'507	22	37	50	63	75
50	49	67	85	13'402	18	34	48	62	74	86
60	60	79	96	14	30	45	59	73	86	97
70	72	91	13'308	26	42	57	71	84	97	14'108
80	84	13'202	20	37	53	68	83	95	14'008	19
90	96	14	32	49	65	80	94	13'907	19	31
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	42

Primer caso. — Supongamos que teniendo en un plano de escala cualquiera señaladas dos paredes ó dos zanjas O A y O B (Fig. 2.ª), deseamos conocer el ángulo que forman entre sí.

Con el doble decímetro señalamos sobre los lados ó sus prolongaciones dos puntos A' y B' á la distancia de 10 centímetros del vértice O y medimos la distancia A' B', que resulta ser de 7'40 centímetros, un poco larga.

Como el radio del supuesto arco es de 10 centímetros buscamos en la Tabla el arco ó ángulo, cuya cuerda es de 7'40 ó un poco más y encontramos para su valor 48'30^c muy aproximadamente.

Esto lo conseguimos sin trazar líneas, ni hacer sobre el plano otra señal que los dos finísimos puntos de lápiz A' y B'.

Si las condiciones del plano lo permiten estos puntos los podríamos señalar á la distancia

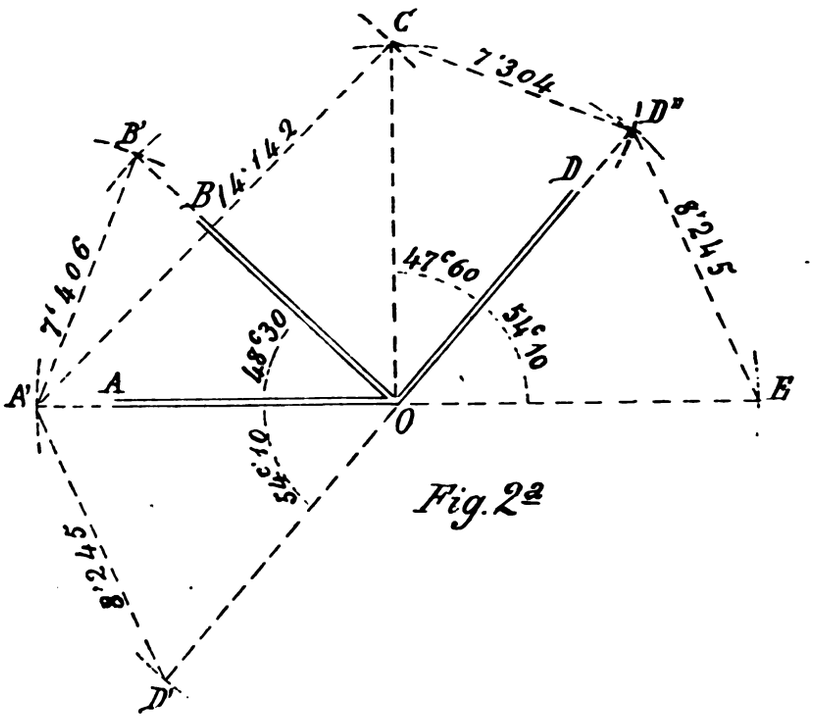


Fig. 2ª

de 20 centímetros apreciando con más exactitud el valor de la cuerda y consiguientemente el del ángulo.

En el caso contrario reduciríamos la distancia á 5 centímetros; pero al duplicar el valor de la cuerda lo haríamos del error de apreciación pudiendo equivocarnos en más de 10'.

Operando con delicadeza y observando bien, con el radio de 10 centímetros, que será el más comunmente utilizable, no apreciarémos mas que los decígrados, pero esto es bastante en los trabajos gráficos y se ve claramente la ilusión que se hacen los que por consignar muchas cifras decimales ó un radio de 100 en las Tablas creen que se pueden apreciar hasta los 10" ó 30'86", lo que implicaría utilizar un radio efectivo de un metro y es sabido que en estas prolongaciones de rectas pequeñas, en el señalamiento de los puntos y en la medición de la distancia de A' B', que en tal caso sería de 74'06 centímetros, se cometen irremediablemente errores por lo menos de algunas décimas de milímetro; pues bien, con un radio de 100 centímetros en el ángulo de 48'30^c á 48'40^c, *corresponde á cada centígrado* ó 32'4", 15 unidades del último orden ó sean *15 centésimas de milímetro, que es inapreciable á la vista* y menor que el diámetro del fino punto marcado, resultando completamente inútil la complicación de la Tabla é ilusorio el re-

sultado, como lo es también el que se obtiene utilizando trasportadores con apreciación angular de 10″ ó 20″, aunque tengan 30 centímetros de diámetro (1).

Nos hemos detenido en combatir estas ilusiones, porque algunos Topógrafos se hacen muchas perniciosas que complican innecesariamente los aparatos y procedimientos y deben á todo trance desecharse.

Si en lugar del ángulo agudo A O B tuviéramos que medir el obtuso A O D, deduciríamos su valor del correspondiente á uno de los suplementarios A O D′ ó E O D ó bien subdividiéndole en tres ó cuatro, hallando el valor de cada uno y sumándolos, como fácilmente se deduce á la vista de la fig. 2.ª

Si en el plano no estuvieran trazados los lados si no un punto de cada uno de ellos y el vértice; en su dirección se marcarían los puntos A′ y B′, extremos de la cuerda, que serviría para determinar el ángulo de sus direcciones.

Segundo caso.—Supongamos ahora que en un punto O (Fig. 2.ª) de un plano queremos trazar una recta O B, que forme con otra O A, que pasa por aquél, un ángulo de 48'30ᶜ.

Siendo este agudo nos bastará trazar desde O con un radio de 10 centímetros un pequeño arco que corte la recta dada O A en A′ (ó señalar previamente este punto con el doble decímetro) y otro en la región en donde se supone que se encontrará el B′, precauciones que se toman al objeto de ensuciar el plano lo menos posible; se busca en la Tabla el valor de la cuerda de 48'30ᶜ, que es 7'406 y tomando estos centímetros en la escala natural con el compás, fijando una punta en A′, con la otra se determina el B′ sobre el arco antes trazado y uniendo este punto con el O se tendrá la recta pedida.

Si el ángulo debiera ser recto bastaría tomar para la cuerda 14'142 centímetros y si obtuso A O D, determinar uno de los suplementarios E O D ó A O D′ ó bien formar sucesivamente varios agudos cuya suma corresponda al obtuso que se desea obtener y como esto será más fácil haciéndolos, menos el último, iguales y de un número exacto de grados, así se hará, acomodando el último á la diferencia entre la suma de aquellos y el valor del ángulo obtuso.

Si se comparan las operaciones que se han de realizar para medir ó construir ángulos *aisladamente* con el auxilio de la Tabla de las cuerdas y las que exige el uso de los trasportadores de metal con nonius, no puede menos de reconocerse que la ventaja está á favor de la 1.ª; decimos aisladamente porque no sucede lo mismo cuando en un punto se han de construir ó medir muchos ángulos de orígen común, si bien trazando una circunferencia también se facilita grandemente el uso de las cuerdas.

Donde sin embargo se hace más notoria la utilidad de la Tabla de las cuerdas es en la resolución de los dos problemas siguientes, que ocurren con frecuencia en los trabajos de campo, á que no tenemos noticia se haya aplicado hasta ahora.

Tercer caso.—Supongamos que nos sea necesario conocer el ángulo que forman dos zanjas ó dos paredes O A y O B (Fig. 2.ª).

No siendo posible colocar el instrumento en el vértice, nos veríamos obligados, para resolver el problema por medio de un goniómetro, á trazar dos paralelas interiores ó exteriores, que evitaran la dificultad, obligándonos á realizar un trabajo muy molesto.

---

(1) Según la fórmula 2.ª del grupo A del número anterior resulta para el valor del arco:

De 40″ . . . $l = \frac{40 \times 0'15}{206.265} = 0'029$ milímetros inapreciable á la vista é imposible de marcar.

De 360″ = 6′; l = 0'26 milímetros, límite de la visión ordinaria solo conseguible en la transportación con alidada de 30 centímetros.

De 480″ = 8′; l = 0'35 milímetros
De 600″ = 10′; l = 0'43 milímetros
} límite real en la transportación común de los ángulos sin alidada.

La solución mediante la Tabla de las cuerdas es sumamente sencilla y rápida; bastará que sobre O A y O B ó en su alineación respectiva señalemos con exactitud á 10 metros de O, los puntos A' y B'; que midamos con cuidado su distancia de 7'406 metros y buscando éste número en la Tabla encontramos que el ángulo es de 48'30^c justos.

Como tan cortas distancias podemos medirlas con buenas cintas de acero con la precisión de 3 milímetros en la cuerda y en el terreno corresponden 1'4 milímetros por cada centígrado, por término medio, operando con cuidado podemos apreciar los ángulos con el error probable de 2' ó 1'.

Utilizando en el campo el radio de 20 metros, en los ángulos menores de 67^c podríamos apreciar más; pero ni esto es necesario, ni las cintas de 20 metros suelen ser tan buenas como las de 10, ni cuando el ángulo pasa de 67^c podríamos medir la cuerda con tanta precisión, porque siendo mayor que el radio ya exigiría dos cintadas y esto se evita con el radio de 10 disponiendo de una cinta de 20 metros para tales ángulos.

Si las condiciones del terreno no permitieran utilizar el radio de 10 metros, como sucede muy frecuentemente en las poblaciones, dentro de edificios ó en los huertos, emplearíamos el de 5 ó 2 metros y multiplicando su cuerda por 2 ó 5 para tener el valor de la cuerda en el arco de 10 de radio, buscaríamos en la Tabla la que correspondería al producto obtenido.

Si el ángulo que se desea conocer fuera el obtuso A O D (Fig. 2) y que no fuera fácil señalar las prolongaciones O E ú O D' para determinar los ángulos suplementarios, podríase subdividir en tres ó cuatro agudos, deducir el valor de cada uno de estos y su suma nos daría el del obtuso; lo cual no implica gran molestia, pues colocando un extremo de la cinta en O, con la distancia de 10 metros se señalarían con agujas ó cañas los puntos A', B', C' y D'' y con las cuerdas A' B', B' C' y C' D'' se obtendrían en la Tabla los valores de los ángulos parciales.

Con una cinta de 20 metros se pueden señalar los puntos y medir las cuerdas simultáneamente, pues permaneciendo un peón con el extremo de la cinta en el vértice, otro con la distancia de 10 metros señala los puntos sucesivamente y un tercero mide la distancia entre los sucesivos de estos ó cuerdas de los arcos parciales sin que el segundo se detenga más que el tiempo necesario para señalar cada punto y el tercero dictar el valor de cada cuerda, que anota el encargado de la operación buscando después en la Tabla el valor correspondiente á cada ángulo parcial y el total correspondiente al ángulo obtuso.

Cuarto caso.—Si en un punto O del terreno deseáramos trazar una alineación que formara con otra O A (Fig. 2) en él determinada un ángulo cualquiera, operaríamos en la misma forma que hemos indicado para el *caso 2.°* con la diferencia de medir en metros las distancias en centímetros allí indicadas y que en lugar de determinar el punto B' mediante un arco y la cuerda del arco del ángulo dado lo haríamos con dos cintas que teniendo cada una un extremo en O y en A', se tomaran de la 1.ª 10 metros, valor del radio, y en la 2.ª 7'406 metros, valor de la cuerda, variando naturalmente ésta según fuera el ángulo que quisiéramos determinar; de manera que para la perpendicular, O C', la cuerda A' C' sería de 14'142 metros, como ya se ha dicho.

Compréndese sin más explicaciones con cuanta facilidad se pueden medir y trazar ángulos en el terreno con el auxilio de las cuerdas, levantar perpendiculares y tirar paralelas á alineaciones en él determinadas y esto puede ser de bastante aplicación en muchos casos, en que no se tienen á mano instrumentos apropiados ó en que las condiciones del terreno no permiten utilizarlos con facilidad; estos casos son menos frecuentes en los planos generales con los procedimientos modernos; pero se presentan no pocas veces en los detalles de poblaciones y edificios aislados, en que no se ven ciertos puntos desde las estaciones y por consiguiente no debemos rechazar este procedimiento auxiliar, que fácilmente pueden aplicar los portamiras ó los ayudantes; por esto y para comprender aquí cuanto á las cuerdas se refiere hemos consignado detalles, que á algunos parecerán enojosos y anticipado ideas impropias de este lugar.

8 — Medida de los ángulos por las líneas trigonométricas y las abcisas y ordenadas ó coordenadas planimétricas.—Indicaciones sobre la magnitud y signo que corresponde á los senos y cosenos (abscisas y ordenadas) tangentes y cotangentes en su relación con la de los arcos ó ángulos. — Variaciones que tales líneas trigonométricas y coordenadas experimentan con el cambio de origen y dirección de los arcos y la elegida para contar las coordenadas planimétricas.

Para no complicar las ideas que nos propusimos exponer en el núm. 2, hicimos entonces solamente referencia á las perpendiculares A' S y A'' S'... que en Trigonometría se llaman el *seno* del ángulo ó del arco y á las *tangentes* B' T, B'' T'... limitadas entre sus lados, que en ella conservan este nombre; pero ahora debemos dar alguna noción de las demás que en aquella ciencia se consideran al mismo objeto y al de poner en relación directa los lados y los ángulos de los triángulos, consignando las variaciones que en magnitud y signo experimentan las principales, sus relaciones mútuas y con las *coordenadas ortogonales planimétricas*, **x** é **y**, si bien nos hemos de concretar á sumarias indicaciones y á consignar algunas de las fórmulas en la *Trigonometría* deducidas y demostradas al objeto antes expresado; porque como en la fig.ª 3 se pone en evidencia, un ángulo A C B no solo queda determinado, en cada círculo, por el *seno* B b y la *tangente* A T, si no también por b C, que por ser igual á la B b', *seno* del arco complementario B B'' se denomina el *coseno* de A C B, por la magnitud C T del radio prolongado, que se llama *secante* y por la distancia A b, á que se da el nombre de *senoverso* del mismo ángulo ó del arco A B, si bien de estas últimas prescindirémos por no ser indispensables á nuestro principal objeto, aunque algunos Autores las dan la preferencia en los cálculos.

Para indicar sencillamente las variaciones en magnitud y signo que experimentan las principales de estas líneas, supondrémos:

1.° Que el arco aumenta á partir de A en el sentido de A B considerando negativo el contrario y

2.° Que trazados los ejes perpendiculares N S y O E, en este sean positivas las *abcisas*, **x**, que á partir de C se hallen á su derecha y negativas las que se encontraren á la izquierda; que las *ordenadas*, **y**, sean positivas cuando se hallaren sobre el eje O E y negativas las que estuvieren debajo, sucediendo lo propio á las *tangentes* con ellas comparables, según que sean perpendiculares al eje N S ó al O E.

Veamos lo que sucede á los senos y cosenos aumentando el ángulo θ *(theta) de* 0^c *á* 400^c

Nótase en primer lugar que siendo el *seno* (B b) igual á la *abscisa*, **x**, y el *coseno* (B b'= b C) á la *ordenada*, **y**, lo que del seno y coseno se diga corresponde á tales coordenadas planimétricas, de que tanto se habla en la moderna Topografía y que tan sin motivo apartan de ella á los principiantes y más aún á los acostumbrados á los procedimientos simplemente gráficos.

Cuando el punto B coincide con el A, esto es, cuando $\theta = 0^c$, claro es que la perpendicular B b ó el seno = o y la distancia A C, ó el coseno, es igual al radio, ó lo que es lo mismo, $x = 0$ é $y = R$.

Si el punto B se aleja de A, es decir, si el ángulo θ aumenta, lo hace también el seno B b ó x y disminuye la distancia b C, coseno ú ordenada, y; cuando el arco A B llega á ser igual al B B'', esto es á 50^c, la figura dice claramente que B b = B b' = b C ó x = y ó el seno = coseno.

Cuando el arco pasa de B, el seno es mayor que el coseno, como se manifiesta para A B' y al llegar á B'' ó 100^c el seno B'' C ó $x = R$ y el coseno ó $y = 0$.

De manera que el seno ó la abscisa, **x**, aumentando el arco ó el ángulo de 0^c á 100^c, crece de o á R y al contrario, el coseno ó la ordenada, **y**, disminuye de R á o; *pero todos son positivos.*

Continuando el crecimiento del arco desminuye el seno ó abscisa y aumenta el coseno ú ordenada, como se indica para el arco A B'' B''' con B''' 'b y B''' b', siendo igual á cero el seno y al radio el coseno cuando el arco llega á 'B ó á 200^c; *pero los senos ó abscisas son positivos, mientras que los cosenos ú ordenadas son negativos.*

Aumentando el arco ó el ángulo en el tercer cuadrante (de 200ᶜ á 300ᶜ) se observa la misma variación anotada para el 1.° con la diferencia que en aquel senos y cosenos son negativos.

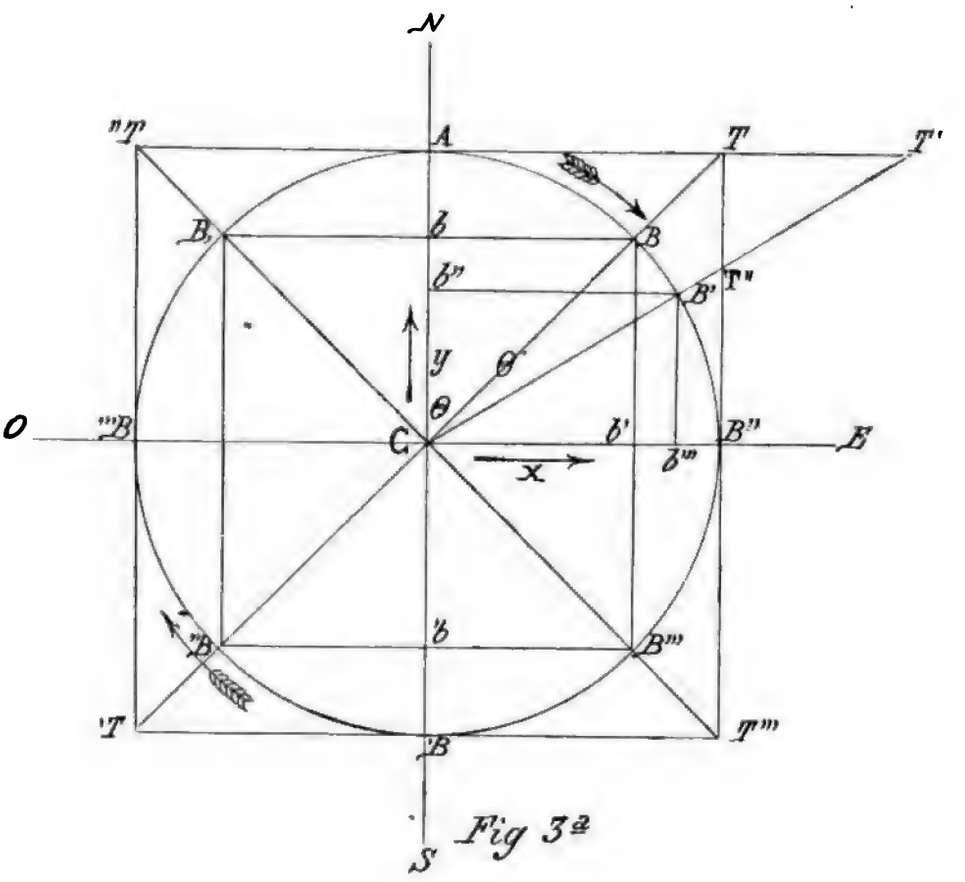


Fig 3ª

En el 4.° cuadrante (de 300ᶜ á 400ᶜ) las modificaciones en la magnitud de los senos y cosenos son las mismas que en el 2.°, pero los senos son siempre negativos y los cosenos positivos y cuando el arco llega á 400ᶜ los dos extremos coinciden en A reduciéndose aquellos á cero; repitiéndose las variaciones en valor absoluto y signo con el crecimiento del arco de 400ᶜ á 800ᶜ; de suerte que no varían el seno ni el coseno de un arco, aunque se sumen ó resten circunferencias completas del dado, ya que el punto no cambia de posición.

Estas indicaciones se pueden resumir en los siguientes cuadros:

PRIMERO

Cuando θ=	0ᶜ, seno	=0, coseno =R;	seno +, cos. +
»	θ= 50ᶜ, seno	=cos. < R ;	seno +, cos. +
»	θ=100ᶜ, seno	=R, cos=0 ;	seno +, cos. +
»	θ=150ᶜ, seno	=—cos. < R ;	seno +, cos. —
»	θ=200ᶜ, seno	=0, cos. = — R ;	seno +, cos. —
»	θ=250ᶜ, seno	=cos. < R ;	seno —, cos. —
»	θ=300ᶜ, seno	=—R, cos.=0 ;	seno —, cos. —
»	θ=350ᶜ, —seno=+	cos. < R ;	seno —, cos. +
»	θ=400ᶜ, seno	=0, cos. = R ;	seno +, cos. +

SEGUNDO

Cuando θ está entre 0^c y 50^c, sen. +, cos. +; sen. < cos.
» θ » » 50^c y 100^c, sen. +, cos. +; sen. > cos.
» θ » » 100^c y 150^c, sen. +, cos. —, sen. > cos.
» θ » » 150^c y 200^c, sen. +, cos. —; sen. < cos.
» θ » » 200^c y 250^c, sen. —, cos. —; sen. < cos
» θ » » 250 y 300, sen. —, cos. —; sen. > cos.
» θ » » 300 y 350, sen. —, cos. +; sen. > cos.
» θ » » 350 y 400, sen. —, cos. +; sen. < cos.

Este 2.° cuadro podemos ponerle en la sencilla forma del siguiente estado, *que nos permite determinar desde luego en cual de los ocho semicuadrantes se halla el extremo del arco cuando se conoce el signo y la magnitud relativa de su seno y coseno ó de su abscisa y ordenada, por lo que á ellas nos referirémos y así mismo los signos que á estas corresponden en los ángulos comprendidos en los diferentes cuadrantes.*

Signos de las		El ángulo se encuentra, cuando	
x	y	x < y	x > y
+	+	entre 0^c y 50^c	entre 50^c y 100^c
+	—	» 150^c y 200^c	» 100^c y 150^c
—	—	» 200^c y 250^c	» 250^c y 300^c
—	+	» 350^c y 400^c	» 300^c y 350^c

Es muy importante y muy fácil conservar en la memoria estas indicaciones por la grande aplicación que de ellas se hace en los modernos procedimientos.

También se deduce fácilmente de ellos y de la figura 3.ª

1.°—*Que cuando el ángulo ó arco considerado exceda de 400^c, se le pueden restar estos tantas veces cuantas sean posibles sin alterar el valor absoluto ni el signo del seno y del coseno.*

2.°—*Que cuando se hallare entre 300^c y 400^c, su seno y coseno serán iguales en valor absoluto al de 400^c—θ; pero el seno será negativo y el coseno positivo.*

3.°—*Si estuviera comprendido entre 200^c y 300^c el valor absoluto de su seno y coseno será respectivamente igual á los del arco θ — 200^c; pero ambos negativos.*

4.°—*Si se hallara entre 100^c y 200^c, el valor absoluto del seno y del coseno será igual respectivamente á los del arco 200^c — θ, pero negativo el coseno y positivo el seno.*

De manera que sea cualquiera el valor de θ, podemos hallar el de su seno y coseno entre los calculados para los arcos de 0^c á 100^c y como además sen. (100^c — θ) = sen. (100 + θ) y sen θ = cos. (100 — θ), no es necesario conocer más que el valor de los senos y cosenos de los arcos de 0^c á 50^c, que son los que ordinariamente aparecen en las Tablas calculadas para evitar su repetición, aunque con la doble entrada se emplean también de 0^c á 100^c por ser más cómodo en la práctica.

Hemos preferido este sistema de exposición al más elegante y analítico usado en la Trigonometría, porque la experiencia nos ha enseñado que es más fácilmente comprendido y utilizado por los menos doctos, generalmente poco conocedores de aquella utilísima parte de las Matemáticas y por esta razón también le emplearémos en el resto de este libro, que deseamos poner al alcance de los menos doctos.

Veamos ahora lo que ocurre á las tangentes y cotangentes aumentando el ángulo ó el arco de 0^c á 400^c

Cuando el extremo B (fig. 3.ª) del arco coincide con su origen A, su valor y el del ángulo θ es cero y la tangente es nula, porque se reduce á un punto, aumentando al hacerlo el arco y cuando éste llega al punto B, medio del cuadrante ó á 50^c, es evidente, según la misma figura expresa, que la tangente A T, la cotangente B'' T y el radio C A son iguales.

Si el arco continua aumentando, hácelo rápidamente la tangente, como se indica para el arco A B' con A T', disminuyendo la cotangente B'' T'' y cuando aquel llega á B'' ó á 100^c ya la tangente es ilimitada, es infinita (∞), porque ella y el radio C B'' son paralelos y en tal caso la cotangente se reduce al punto B'', precisamente lo contrario de lo que sucede para el arco $\theta = 0^c$

Todo esto se expresa diciendo que:

$$\begin{aligned} &\text{Tang. } 0^c = 0; \ \text{cot. } 0^c = \infty \\ &\text{Tang. } 50^c = \quad \text{cot. } 50^c = R \\ &\text{Tang. } 100^c = \infty; \ \text{cot. } 100^c = 0 \end{aligned}$$

Cuando el arco ó el ángulo θ pasa de 100^c, como el A B''', la tangente no puede determinarse en el sentido de A T; pero se hace en el contrario A ''T, que por esto es negativa y como su valor absoluto es igual á 'B T''', tang. del arco suplementario 'B B''' resulta que tang. $\theta = -$ tangente $(200 - \theta)$.

Lo mismo sucede con la cot. representada por B'' T''', que es igual, pero en sentido contrario, á la B'' T, cot. de A B = A B_1, de manera que cot. $\theta = -$ cot. $(200^c - \theta)$.

Cuando $\theta = 150^c$ resulta por consiguiente tang. $\theta =$ cot. $\theta = -R$.

Si el arco continua aumentando hasta 200^c, la tang. disminuye hasta o y la cot. aumentará en valor absoluto hasta $-\infty$.

De la fig. 3.ª se deduce fácilmente que cuando el valor del arco ó del ángulo se halla comprendido entre 200^c y 300^c el absoluto de las tang. y cot. es igual al de los arcos correspondientes al primer cuadrante restando de aquel 200^c y lo mismo sucede para los arcos que llegan al 4.º cuadrante relativamente al 2.º; de manera que todos los valores absolutos pueden reducirse á los del primer cuadrante, siendo los signos correspondientes:

$$\begin{aligned} \text{de } \ & 0^c \text{ á } 100^c \text{ tang. } + \text{ y cot. } + \\ & 100^c \text{ á } 200^c \text{ tang. } - \text{ y cot. } - \\ & 200^c \text{ á } 300^c \text{ tang. } + \text{ y cot. } + \\ & 300^c \text{ á } 400^c \text{ tang. } - \text{ y cot. } - \end{aligned}$$

Como las tangentes de 50^c á 100^c y las cot. de 0^c á 50^c crecen rapidísimamente del valor del radio á infinito y solamente de o al radio de 0^c á 50^c las primeras y de 100^c á 50^c ó á 150^c las segundas y por su combinación pueden determinarse todos los valores necesarios, á estos se concretan los comprendidos en las Tablas calculadas.

De la fig. 3.ª se deducen también sencillamente por las propiedades geométricas de los triángulos las fórmulas siguientes, que ponen en relación las líneas consideradas para un arco ó ángulo θ:

$$\text{Sen.}^2\,\theta + \cos.^2\theta = R^2 \quad (1.^a)$$

$$\text{Tang. } \theta = \frac{R.\ \text{sen. } \theta}{\cos.\ \theta} \quad (2.^a) \qquad \text{Cot. } \theta = \frac{R.\ \cos.\ \theta}{\text{sen. } \theta} \quad (3.^a)$$

$$\text{Secante } \theta = \frac{R^2}{\cos.\ \theta} \quad (4.^a) \qquad \text{Cosecante } \theta = \frac{R^2}{\text{sen. } \theta} \quad (5.^a)$$

De manera que conociendo el seno y el coseno de un arco de radio R se pueden determinar directamente los valores de la tang., cot., sec. y cosec.

Entre las muchas fórmulas interesantes á que se llega por sencillas combinaciones en Trigonometría, nos conviene recordar las siguientes, por cuyo medio se determina el valor de las líneas trigonométricas de la suma, diferencia, multiplicación y división de los arcos θ y θ', cuando se conocen las suyas especiales.

$$\text{Sen. } (\theta+\theta') = \frac{\text{Sen. } \theta \text{ cos. } \theta' + \text{sen. } \theta' \text{ cos. } \theta}{R} \quad (6.^a)$$

$$\text{Cos. } (\theta+\theta') = \frac{\text{Cos. } \theta \text{ cos. } \theta' - \text{sen. } \theta \text{ sen. } \theta'}{R} \quad (7.^a)$$

$$\text{Sen. } (\theta-\theta') = \frac{\text{Sen. } \theta \text{ cos. } \theta' - \text{sen. } \theta' \text{ cos. } \theta}{R} \quad (8.^a)$$

$$\text{Cos. } (\theta-\theta') = \frac{\text{Cos. } \theta \text{ cos. } \theta' + \text{sen. } \theta \text{ sen. } \theta'}{R} \quad (9.^a)$$

$$\text{Sen. } 2\,\theta = \frac{2 \text{ Sen. } \theta \text{ cos. } \theta}{R} \quad (10.^a)$$

$$\text{Cos. } 2\,\theta = \frac{\text{Cos.}^2 \theta - \text{Sen.}^2 \theta}{R} \quad (11.^a)$$

$$\text{Sen. } \theta = \frac{2 \text{ Sen. } \tfrac{1}{2}\theta \text{ Cos. } \tfrac{1}{2}\theta}{R} \quad (12.^a)$$

$$\text{Cos. } \theta = \frac{\text{Cos.}^2 \tfrac{1}{2}\theta - \text{Sen.}^2 \tfrac{1}{2}\theta}{R} \quad (13.^a)$$

$$\text{Tang. } (\theta+\theta') = \frac{R^2 (\text{Tang. } \theta + \text{Tang. } \theta')}{R^2 - \text{Tang. } \theta \text{ Tang. } \theta'} \quad (14.^a)$$

$$\text{Tang. } (\theta-\theta') = \frac{R^2 (\text{Tang. } \theta - \text{Tang. } \theta')}{R^2 - \text{Tang. } \theta \text{ Tang. } \theta'} \quad (15.^a)$$

$$\text{Tang. } 2\,\theta = \frac{2 R^2 \text{ Tang. } \theta}{R^2 - \text{Tang.}^2 \theta} \quad (16.^a)$$

$$\text{Cot. } 2\,\theta = \tfrac{1}{2} \text{ Cot. } \theta - \tfrac{1}{2} \text{ Tang. } \theta \quad (17.^a)$$

Utilizando estas fórmulas, otras de ellas deducidas y los valores determinados en función del radio para el lado de diferentes polígonos regulares, se han calculado las Tablas de los senos, cosenos, tangentes y cotangentes naturales y logarítmicos; de ellas para la *graduación centesimal* las han publicado Callet, Borda, Plauzolles, entre otros y muy recientemente lo ha hecho Mr. Sanguet de unas muy manuales y bien acondicionadas para uso de los Topógrafos comprendiendo otras astronómicas y las de los logarítmos de los números, formando un pequeño volúmen muy recomendable; de los valores naturales de las líneas trigonométricas se pueden utilizar con provecho la comprendida por Callet en su excelente colección, la publicada por el malogrado D. Leoncio de la Bárcena en su Tratado de Taquimetría, que comprende los valores del seno, coseno, tangente, cotangente y sen.^{2} de 1' en 1' de 0^c á 50^c y las que de 5' en 5' publicamos en 1885 de 0^c á 200^c para los senos y de 52^c á 148^c para los sen.^{2} y cotang. (ó tangente de 0^c á 48^c), en cuyo folleto se comprenden Tablas análogas para la graduación sexagesimal, dispuestas todas para su aplicación á los cálculos de los procedimientos modernos (1), porque es de advertir que son muchos los Topógrafos que prefieren estas Tablas á las logarítmicas en aquellos cálculos.

(1) Con la denominación de «*Tablas taquimétricas aplicables á las graduaciones centesimal y sexagesimal*» se comprenden en un folleto de 40 páginas de 24'5×16'5 centímetros, siendo su precio 2 pesetas en España y 2'50 fuera de ella.

Variaciones que los valores de los ángulos, de sus líneas trigonométricas y los de las coordenadas ortogonales planimétricas, **x** *é* **y**, *experimentan con el cambio de origen y de dirección en que crecen sus arcos.*

Hemos discurrido hasta ahora en el supuesto de que los arcos se contaran á partir del eje N. S. (fig. 3.ª) y crecieran en el sentido de A B, de 0ᶜ á 400ᶜ; que los senos ó abscisas, **x**, se considerasen positivos en el sentido de C E y negativos en el de C O y los cosenos ú ordenadas, **y**, positivos en el sentido de C N y negativos en el de C S; pero como no todos admiten aquel origen, ni la misma dirección para los arcos, ni para las coordenadas y en libros y aparatos se hace uso de estas diferentes convenciones y aún en algunos se cambia la significación de las letras admitidas, **x** é **y**, *conviene fijar la atención* en estos hechos para evitar equivocaciones.

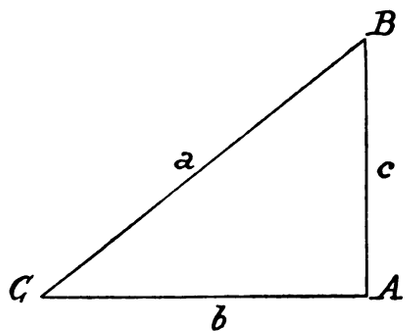


Fig. 4ª

La convención que aceptamos como regla en este libro es la ya expresada por ser la más generalmente admitida, si bien en algunos casos especiales convendrá variar la dirección de los conceptos positivo y negativo de las coordenadas planimétricas para simplificar ciertos trabajos topográficos, en cuyo caso se debe advertir expresando la excepción á la regla y la razón porque se adopta.

Algo más difícil de remediar es la alteración que se ha hecho en la dirección en que crecen los arcos, porque se admite en algunos libros y en muchos excelentes aparatos la contraria á la antes dicha, esto es de A á B, ó de derecha á izquierda, con lo cual para una misma dirección C B (fig. 3.ª) se obtiene con unos aparatos el valor del arco A B y con otros el de A ‴B ′B B″ B, esto es, dos valores angulares θ y θ′ tan distintos como que el 2.°, θ′, es igual á 400ᶜ — θ y si á esto se añade que los Geodestas consideran ordinariamente el orígen en el extremo S y admiten para el crecimiento de los arcos una ú otra dirección, generalmente la 1.ª, la confusión es grande para el que no fija en esto su atención, porque las fórmulas propuestas por los Autores no se acomodan á los distintos valores angulares que así se obtienen para una misma dirección y conviene en cada caso reformarlas para hacerlas aplicables al caso y supuesto admitidos.

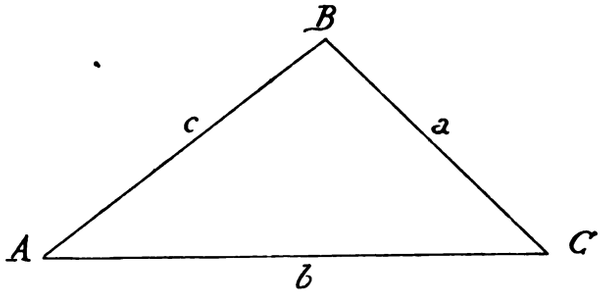


Fig. 5ª

Para aclarar más estos conceptos supongamos aplicadas á la dirección C T (fig. 3.ª) las tres indicadas convenciones y tendremos:

Con la 1.ª rumbo C T = 50ᶜ
Con la 2.ª rumbo C T = 350ᶜ
Con la 3.ª rumbo C T = 250ᶜ

siendo esto consiguiente á que en el caso 1.° se mide el arco A B; en el 2.° el arco A ‴B ′B B″ B y en el 3.° el ′B ‴B A B y es claro que para reducir el 2.° y 3.° al 1.° bastará restar al 2.° de 400ᶜ y quitar 200ᶜ al 3.°

Como con las indicadas convenciones no se considera en el mismo semi-cuadrante una determinada dirección y en ellos varían las líneas trigonométricas sus valores absolutos y sus signos, es evidente que las fórmulas deducidas para una convención no pueden servir para las demás sin la previa transformación de las fórmulas ó de los valores de los ángulos, *lo cual debe tenerse muy presente para no incurrir en graves errores.*

9 — Principios y fórmulas trigonométricas para la resolución de los triángulos rectilíneos.

A.—*En todo triángulo rectángulo A B C (Fig. 4.ª).*

1.° El radio (R) es al seno de uno de los ángulos agudos, como la hipotenusa es al catateto opuesto; es decir que:

$$R : \text{sen. } C :: a : c \quad \text{ó} \quad R : \text{sen. } B :: a : b.$$

2.° El radio es á la tangente de uno de los ángulos agudos, como el cateto adyacente á este, es al cateto opuesto, esto es:

$$R : \text{Tang. } C :: b : c \quad \text{ó} \quad R : \text{tang. } B :: c : b.$$

B.—*En todo triángulo rectilíneo (Fig. 5.ª) rectángulo ú oblicuángulo:*

1.° Los senos de los ángulos son entre sí, como los lados opuestos; esto es:

$$\text{Sen. } A : \text{Sen. } B : \text{sen. } C :: a : b : c.$$

2.° El coseno de un ángulo es al radio, como la suma de los cuadrados de los lados que le forman menos el cuadrado del lado opuesto, es al duplo del producto de los dos primeros; es decir que:

$$\text{Cos. } A = R\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2\,b\,c}\right);\quad \text{cos. } B = R\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2\,a\,c}\right);\quad \text{cos. } C = R\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2\,a\,b}\right)$$

3.° La suma de dos lados es á su diferencia, como la tangente de la semi-suma de los ángulos opuestos á dichos lados, es á la tangente de su semi-diferencia; es decir que:

$$c+b : c-b :: \text{tang.}\left(\frac{C+B}{2}\right) : \text{tang.}\left(\frac{C-B}{2}\right) \text{ ó}$$

$$a+b : a-b :: \text{tang.}\left(\frac{A+B}{2}\right) : \text{tang.}\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Para evitar dudas á los principiantes indicarémos la aplicación de estas fórmulas á la resolución de los problemas que más comunmente pueden ocurrir.

EN LOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

1.° *Dada la hipotenusa, a, y un cateto b, hallar el otro cateto y los dos ángulos agudos.*

El ángulo B se obtiene de la proporción:

$$R : \text{sen. } B :: a : b.$$

$$C = 100^c - B.$$

El cateto c de las proporciones

$$R : \text{cos. } B = \text{sen. } C :: a : c; \qquad R : \text{cot. } B = \text{tang. } C :: b : c.$$

ó bien de $$c = \sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{(a+b)\,(a-b)}.$$

2.° *Dados los dos catetos b y c, hallar la hipotenusa y los ángulos agudos.*

Los ángulos se determinan por las proporciones

$$R : \text{tang. } B :: c : b \quad \text{y} \quad R : \text{tang. } C :: b : c$$

y la hipotenusa se puede obtener de las siguientes:

$$R : \text{sen. } B :: a : b \quad \text{y} \quad R : \text{sen. } C :: a : c$$

y también de la igualdad $$a = \sqrt{b^2+c^2}.$$

3.° *Dado un cateto b y el ángulo agudo B á él opuesto, hallar la hipotenusa y el otro cateto.*

El ángulo $C=100^c - B$.

La hipotenusa, a, se deduce de la proporción

$$R : \text{sen. } B : : a : b$$

El otro cateto, c, de la siguiente:

$$R : \text{tan. } B : : c : b$$

ó también de la igualdad

$$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{(a+b)\,(a-b)}.$$

EN LOS TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

1.° *Dados un lado, a, y los ángulos adyacentes, B y C, hallar los otros lados y el tercer ángulo.*

El ángulo $A=200^c - (B+C)$.

Los lados desconocidos se deducen de las proporciones

$$\text{Sen. } A : a : : \text{Sen. } B : b : : \text{sen. } C : c.$$

2.° *Dados dos lados, a y b y el ángulo A opuesto á uno de ellos, hallar el tercer lado y los otros dos ángulos.*

El ángulo B se calcula por la proporción

$$a : b : : \text{sen. } A : \text{sen. } B.$$

$$C = 200^c - (A + B)$$

y el lado c se deduce de la proporción

$$a : c : : \text{Sen. } A : \text{Sen. } C$$

3.° *Dados dos lados a y b y el ángulo comprendido, C, hallar los otros dos ángulos y el tercer lado.*

$$A + B = 200^c - C \text{ y } \tfrac{1}{2}\,(A + B) = 100^c - \tfrac{1}{2}\,C$$

La semi-diferencia de estos dos ángulos, que necesitamos conocer para determinar cada uno de ellos, pues que el mayor (opuesto al lado mayor de los dados) será igual á la semi-suma más la semi-diferencia y el menor á la resta de estas dos cantidades, la calcularémos por la proporción siguiente:

$$a + b : a - b : : \text{tang. } \tfrac{1}{2}\,(A + B) : \text{tang. } \tfrac{1}{2}\,(A - B)$$

El tercer lado, c, por la proporción

$$\text{sen. } A : \text{sen. } C : : a : c.$$

4.° *Dados los tres lados, a b y c, hallar los tres ángulos.*

El valor de uno, A, se obtiene por la fórmula

$$\text{Cos. } A = R\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}\right)$$

y suponiendo $a + b + c = 2\,p$, por una de las siguientes:

$$\text{Sen. } \tfrac{1}{2}\,A = R\sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{b\,c}} \quad \text{y} \quad \text{Tang. } \tfrac{1}{2}\,A = R\sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{p\,(p-a)}}$$

Conocido sen. ½ A se tiene fácilmente el valor de A y los de B y C por las repetidas proporciones

$$\text{Sen. } A : \text{Sen. } B : : a : b \text{ y Sen. } A : \text{Sen. } C : : a : c.$$

10 — Principales fórmulas de la teoría de los errores y probabilidades.

Preliminares.

En cuanto para la resolución de un problema geométrico sea menester determinar los datos en el campo ó combinarlos por procedimientos gráficos, pierde la resolución el carácter de verdad absoluta, porque aquellos no le pueden alcanzar á causa de la imperfección de nuestros sentidos y de la de los aparatos ó medios utilizados para conseguir los primeros ó realizar los segundos.

Es, pues, indispensable transigir con esta necesidad reduciendo en lo posible la diferencia entre el resultado absoluto y el conseguido, obrando sin embargo de manera que podamos darnos cuenta de ella; á lo primero tienden los métodos con sus combinaciones y lo segundo se consigue con las comprobaciones seguras que han de suministrar y la discreta aplicación de las fórmulas deducidas por la teoría de los errores y probabilidades, que por consiguiente debe tener el Topógrafo muy en cuenta.

Pero la diferencia entre el valor de los datos verdaderos y los conseguidos depende de varias causas que producen distintos efectos y deben ser conocidas para evitarlas, cuando sea posible, ó en otro caso reducir sus efectos á su mínima expresión para conseguir la resolución de cada problema con la mayor exactitud posible, dentro de las condiciones propias de cada uno.

Las indicadas causas pueden clasificarse en tres grupos:

En el 1.° se han de comprender las *equivocaciones* también llamadas *faltas* y *errores materiales*.

En el 2.° los *errores sistemáticos* ó *permanentes* consiguientes á defectos de los aparatos utilizados.

En el 3.° los *errores accidentales* debidos á la inevitable imperfección de nuestros sentidos y de los aparatos, que no permite apreciar con completa exactitud la importancia de los datos del problema.

Los primeros, las *equivocaciones*, en que se incurre, por ejemplo, en la medición de una distancia, contando una cadenada, un metro ó un eslabón de más ó de menos, escribiendo ó leyendo una cifra por otra en los registros ó en los cálculos....., *no deben tolerarse* y para evitarlos se ha de operar con mucha atención y hacer todas las comprobaciones necesarias para descubrirlos; fácilmente se consigue cuando son de importancia; pero no sucede lo mismo en otro caso, porque se confunden y combinan muchas veces con los del tercer grupo ó desaparecen con fortuitas compensaciones engañando al operador; es, pues, preciso estar muy alerta y no dejar de realizar toda clase de comprobaciones.

Los segundos, los *errores sistemáticos*, se cometen, v. g., cuando con una cadena ó cinta más corta ó más larga de lo que se la supone, se mide una distancia; porque en el primer caso resultará mayor, y menor en el segundo de lo que realmente es y el *error total aumenta con el número de cadenadas necesarias* produciéndolos algunas veces considerables; para evitarlo no hay otro medio que comprobar con mucha frecuencia los utensilios y aparatos con que se opera y esto es tanto más necesario cuanto que una cadena, por ejemplo, que al empezar un trabajo sea exacta, puede al poco rato dejar de serlo, ó porque estirándola con fuerza se hayan abierto sus anillas haciéndose más larga, ó porque torciéndose uno ó más eslabones se haya hecho más corta y estos defectos y sus consiguientes errores son muy frecuentes y no se descubren con la repetición de la medida con la misma cadena. Lo propio sucede con los anteojos distanciámetros si cualquier incidente hace variar el ángulo diastimométrico.

Tampoco estos errores se pueden admitir y cuando sea conocida la causa se debe anular y corregir los resultados antes obtenidos, todo lo que, si no es difícil, motiva muchas molestias y hace confusos los registros, por lo que se deben evitar comprobando y en caso necesario corrigiendo todos los días los aparatos y utensilios, lo cual no produce tanto trabajo y pérdida de tiempo como suponen los perezosos ó poco diestros en estas operaciones. — Cuando los errores

sistemáticos son de poca importancia pasan desapercibidos en las comprobaciones parciales, confundiéndose con los del tercer grupo; pero, como se suman siempre, tienen mucha mayor influencia que éstos en los errores finales y es preciso evitarlos á toda costa.

Los terceros, los *errores accidentales*, consisten generalmente en la inexacta apreciación de cada dato por la inevitable imperfección de nuestros sentidos y de los aparatos; son siempre de poca importancia y ya en más, ya en menos, ó positivos ó negativos y tienen por lo mismo menor influencia en los errores finales que los precedentes; v. g., al medir una distancia con la cadena ó con la cinta puede estar la aguja, que señala el punto, inclinada hacia atrás ó hacia delante, produciendo un pequeño error; puede suceder que el agarradero toque simplemente á la aguja en lugar de adaptarse ésta á la canal abierta en aquél para que el extremo de la cinta llegue al centro de la aguja motivando otro error; puédese apreciar mal la parte del último decímetro de la distancia cuando no comprenda toda la cintada ó que en la mira no se aprecie con exactitud la parte de los centímetros extremos señalados por los hilos estadimétricos....., pues bien, á estos *errores accidentales* inevitables, que pueden ser positivos ó negativos, son á los que se refieren las fórmulas de la teoría de los errores y probabilidades, porque, no pudiéndose evitar, se han de admitir por necesidad, cuando no pasan de ciertos límites señalados en cada caso por la *tolerancia* prefijada y se han de pesar y medir para conocer de una manera indubitable entre que límites se halla la verdad absoluta, matemática, sin olvidar empero que no pocas veces en las diferencias halladas influyen más ó menos los pequeños errores de los otros dos grupos, que, en cuanto sea posible, se deben anular.

Principales fórmulas de la teoría de los errores y probabilidades

Si llamamos:

$r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots r_n$ los resultados obtenidos en n mediciones del mismo ángulo, distancia ó area realizadas al parecer en idénticas condiciones;

R, á su *media aritmética* ó *valor más probable* del ángulo, distancia ó area buscada;

$\pm d_1 = R - r_1$; $\pm d_2 = R - r_2$; $\pm d_3 = R - r_3 \ldots\ldots \pm d_n = R - r_n$ á las *diferencias reales* entre la media, R, y cada una de las n medidas directas;

se tendrá, según se demuestra en la teoría matemática de los errores:

$e_{m.a}$ *error medio aritmético;* $e_{m.a} = \dfrac{S(d)}{n}$ (1.ª)

e_1 *error medio cuadrático ó de una medida aislada;*

$$e_1 = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 \ldots\ldots d_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{S(d^2)}{n-1}} \qquad (2.ª)$$

e_m *error medio temible* en la media R; $e_m = \pm \sqrt{\dfrac{S(d^2)}{n(n-1)}} = \dfrac{e_1}{\sqrt{n}}$ (3.ª)

e_s id. id. id. en la suma; $e_s = \sqrt{S(e_1^2)}$ (4.ª)

E id. *probable;* $E = 0'6745\ e_1 = {}^2/_3\ e_1$ próximamente. (5.ª)

Algunas aplicaciones de las fórmulas precedentes

1.ª Supongamos que con reglones de 4 metros queramos medir una base con aproximación al menos de $1/20.000$ y que explanando el terreno y alineando aquellos con cuerda estirada se hayan obtenido en 4 mediciones los resultados siguientes:

$r_1 = 375'452$; $r_2 = 375'526$; $r_3 = 375'347$; $r_4 = 375'487$ metros.

Aplicando las fórmulas anteriores resulta lo siguiente:

$r_1 = 375'452$	$d_1 = -\ 0'1$ ctm.	$d_1^2 = 0'01$	$\frac{177'22}{3} = 59'07$	(2.ª)
$r_2 = 375'526$	$d_2 = +\ 7'3$ »	$d_2^2 = 53'29$	$\sqrt{59'07} = 7'68 = e_1$	
$r_3 = 375'347$	$d_3 = -\ 10'6$ »	$d_3^2 = 112'36$	$\frac{7'68}{\sqrt{4}} = 3'84 = e_m$	(3.ª)
$r_4 = 375'487$	$d_4 = +\ 3'4$ »	$d_4^2 = 11'56$	$7'68 \times {}^2/_3 = 5'12 = E$	(5.ª)
Sumas 1'812	$S(d) = 0'0$	$S(d^2) = 177'22$		

Media aritmética; R = 375'453 metros.

Siendo el error medio absoluto en la media $e_m = 3'84$ centímetros el relativo será

$= \frac{37545'3}{3'84} = 9777'4$ y por lo tanto insuficiente la precisión.

Ya lo indicaban las diferencias d_2 y d_3 y también su signo contrario que los resultados correspondientes r_2 y r_3 no eran aceptables; pero como dejarían en la duda al operador siendo dos contra dos y para la precisión exigida no puede limitarse el número de mediciones á dos, se hace preciso repetirla otras dos veces con mayores precauciones y hecho así y habiendo obtenido respectivamente $r_5 = 375'450$ y $r_6 = 375'453$, que se acercan más á r_1 y r_4 se calcularán los errores y la media con estas cuatro, obteniéndose los resultados siguientes:

$r_1 = 375'452$	$d_1 = -\ 0'85$ ctm.	$d_1^2 = 0'7225$	$\frac{9'51}{3} = 3'17$	(2.ª)
$r_4 = 375'487$	$d_4 = +\ 2'65$ »	$d_4^2 = 7'1225$	$\sqrt{3'17} = 1'8 = e_1$	
$r_5 = 375'450$	$d_5 = -\ 1'05$ »	$d_5^2 = 1'1025$	$\frac{1'8}{\sqrt{4}} = 0'9 = e_m$	(3.ª)
$r_6 = 475'453$	$d_6 = -\ 0'75$ »	$d_6^2 = 0'5625$		
Sumas 1'842	$S(d) = 0'00$ »	$S(d^2) = 9'5100$	$1'8 \times {}^2/_3 = 1'2 = E$	(5.ª)

Media aritmética; R = 375'4605.

Siendo el error medio absoluto = 0'9 centímetros el relativo será $\frac{0'9}{37546'05} = \frac{1}{41717}$

que es más del duplo de la precisión pedida.

Las diferencias y los errores se expresan en centímetros por ser iguales los resultados hasta los decímetros y aunque generalmente no se tienen en cuenta las décimas de mm. aquí se ha hecho para que S (d) fuera igual á o y el resultado más preciso.

Dedúcese también directamente de las fórmulas de la teoría de probabilidades que la *precisión de una media aritmética aumenta proporcionalmente á la raiz cuadrada del número de mediciones y su peso proporcionalmente á este número*, lo cual no debe inducir á hacer muchas con descuido y sin las precauciones oportunas, que pudieran producir errores parciales considerables, pues es fácil de comprender que éstos no pueden nunca dejar de influir perniciosamente en la media aritmética y que *vale más medir tres veces bien que siete mal.*

Para conocer las variaciones que experimenta el error, por ejemplo, en la medida de una distancia según las condiciones de la unidad utilizada, cuando se conoce el error posible en cada una de ellas, bastará suponer en la fórmula $e_s = \sqrt{S(e^2)}$, que el error, *e*, sea igual en cada uno de sus elementos en más ó en menos, pues siendo *n* el número de aquéllos se tendrá:

$$e_s = \sqrt{n\, e^2} = e\sqrt{n} \qquad (6.ª)$$

lo que quiere decir que *el error en la distancia total aumenta en razón de la raiz cuadrada del número de medidas elementales.*

CAPÍTULO II

NOCIONES ASTRONÓMICO-GEODÉSICAS

11 — Figura de la Tierra.

Demostrada que fué la *redondez de la Tierra* por la forma circular del horizonte que se presenta á nuestra vista, por la sombra también circular que proyecta sobre la Luna en los eclipses de ésta por aquélla y más especialmente por la manera como á la vista se van presentando los objetos lejanos en los viajes marítimos y terrestres, ya que si, como en los primitivos tiempos se suponía, la Tierra fuera plana, en la aproximación de un buque al punto de observación sería natural que primero se percibiera el casco, como más voluminoso que los extremos de sus palos y sucede lo contrario; que se viera á igual distancia desde la base que desde lo alto de las torres y sin embargo desde estos últimos puntos se distingue á una mayor y que desde el buque se viera antes la tierra que el extremo superior de las torres, la cúspide de las montañas ú otro objeto cualquiera más elevado, pero de menores dimensiones, y no sucede así y teniendo además en cuenta otras consideraciones de orden superior, se admitió que la *Tierra era esférica* como la aparente bóveda celeste, en que se consideran fijos ó proyectados los astros que á nuestra vista se presentan en el firmamento, corroborando aquella idea los viajes que alrededor de la Tierra después se han realizado.

Pero habiendo sostenido ya en el siglo XVII Huygens y Newton que la *forma propia de la Tierra debía ser la de un elipsoide de revolución*, se ha llegado á comprobar hasta cierto punto la certidumbre de esta opinión de aquellos dos sabios por muy repetidas observaciones astronómicas, por la diferencia en las oscilaciones del péndulo consiguiente á la variación de la fuerza de la gravedad en distintos puntos de la superficie de la Tierra y *por la medición de varios arcos de la elipse generatriz*, que girando sobre su eje menor produce aquella forma, no en verdad muy diferente de la de una esfera un poco aplanada en la región de los extremos del eje y por lo tanto comparable con la figura característica de las naranjas.

Como quiera que, mientras se consideró esférica la superficie de la Tierra y la bóveda celeste, se definieron para su estudio relativo los puntos, líneas y planos á que haremos referencia, como esféricas las consideraremos, en cuanto nos sea posible, sin perjuicio de consignar las dimensiones halladas para el *elipsoide de revolución terrestre;* pues puede admitirse aquel supuesto con tanto mayor motivo, cuanto que sería muy difícil representar el elipsoide en las debidas proporciones, ya que, aún considerando que el diámetro mayor de la elipse generatriz tuviera un metro, el menor solo diferiría de él en 3'4 mm. y la diferencia de estos diámetros al del círculo generatriz de la esfera media se reducirá á solo 1'7 mm., imperceptible á nuestros sentidos en una esfera de tales dimensiones.

La *superficie de la Tierra,* que en ambos supuestos se considera, no es la real que á nuestra vista se presenta, sino la que resultaría suponiendo prolongada por debajo de los continentes la de los mares que los rodean, sin que afecten á la forma general de la Tierra las más elevadas montañas, como fácilmente se comprende al considerar que la máxima altura conocida, que corresponde al monte Everest ó Deodunga en el Himalaya no pasa de 8.840 metros y en la

esfera de uno de diámetro antes aludida estaría representada por una prominencia de 1'3 mm. proporcionalmente muy inferior á las insignificantes que aparecen en la corteza de las naranjas sin alterar su forma característica de esfera algo aplastada.

12 — Puntos, líneas y planos principales que en la Tierra y en la esfera celeste se consideran.

El diámetro menor NS. (Fig. 6.ª) del elipsoide terrestre, alrededor del cual gira la Tierra en su movimiento diurno, se llama *su eje* y también *eje del mundo* al mismo prolongado hasta la supuesta bóveda celeste, designándose con el nombre de *polos* sus extremos respectivos; los N y N', que en la figura aparecen en la parte superior, *polo norte ó boreal terrestre y celeste*, y los opuestos S y S', *polo sur ó austral*.

Al punto medio, C, del eje ó sea al de intersección de los diámetros de la elipse generatriz, se llama *centro de la Tierra* y radio de la misma en un punto, A, cualquiera de su superficie á la recta AC, que le une á aquél; de suerte que no pueden ser iguales todos los que se consideren consiguientemente á las condiciones características del elipsoide de revolución, en el cual el *menor* y el *mayor* han de ser los semi-ejes de la elipse generatriz; pero, no siendo necesario en los cálculos topográficos tener en cuenta tales diferencias, se adopta generalmente en ellos el *radio medio* de su semi-suma resultante, que es el de la esfera con que en aquéllos se considera representada la Tierra.

Llámase *vertical* de un punto cualquiera, D, de la superficie terrestre á la dirección ó línea Z D determinada por la caída de los cuerpos graves ó sea por la señalada por el cordón de la aplomada; es perpendicular al plano H H' tangente á la esfera en el mismo punto y estando aquél, en cuanto puede considerarse coincidente con la superficie esférica, determinado por la de las aguas libres y tranquilas toma el nombre de *plano horizontal* y debe, como la vertical, sus condiciones características á la fuerza de la gravedad.

Todo plano que contiene una *vertical* lo es también y perpendicular al horizontal que pasa por el pié de aquélla.

Si consideramos prolongada la vertical indefinidamente, se llama *zenit* al punto Z, en que encuentra á la supuesta bóveda celeste en la parte superior y *nadir* al en que lo hace en la parte inferior, suponiéndose á tal efecto que la prolongación de la vertical pasa por el centro de la Tierra; *esto sin embargo no sucede más que en los polos y en el ecuador*, como se comprende fácilmente teniendo en cuenta que la Tierra no es perfectamente esférica, sino elipsoidal y que los materiales que la integran son heterogéneos y por lo mismo de distintas condiciones atractivas, lo que hace también algo irregular la dirección de la vertical en los polos y en el ecuador.

Por analogía con lo que se había hecho para la imaginaria esfera celeste, se consideran en la Tierra secciones especiales destinadas á facilitar la explicación de las teorías y á precisar la situación de los puntos de su superficie.

Así es que, se llama *sección meridiana ó simplemente meridiano* á las N O S E, N M S Q... producidas por todo plano que pasa por el eje y se vé fácilmente que no son otra cosa que las distintas supuestas posiciones de la elipse generatriz del globo terrestre.

La sección O M E Q hecha por un plano perpendicular al eje en el centro, C, es un círculo, que se llama *ecuador*, porque divide el elipsoide terrestre en dos partes iguales, que se denominan *hemisferios boreal y austral*, según el polo que comprenden: el *diámetro del ecuador* es igual al eje mayor de la elipse.

Si el plano secante es perpendicular al eje en un punto, B, distinto del centro, la sección, que en la Tierra produce, es también un círculo, P A P', que se llama *paralelo* por serlo su plano al del ecuador y es consiguiente que el diámetro de los paralelos disminuye del ecuador á los polos.

Horizonte sensible es el límite circular de la superficie terrestre que se presenta á nuestra vista, naturalmente distinto según las condiciones del terreno que nos rodea y de la elevación

del punto en que nos hallamos y *horizonte racional* es la sección producida por un plano que pasando por el centro de la Tierra es perpendicular al radio del punto en que nos encontramos.

No coincidiendo las verticales de los diferentes puntos de la superficie de la Tierra, excepto en los polos y el ecuador, con los radios respectivos, en los cálculos geodésico-astronómicos

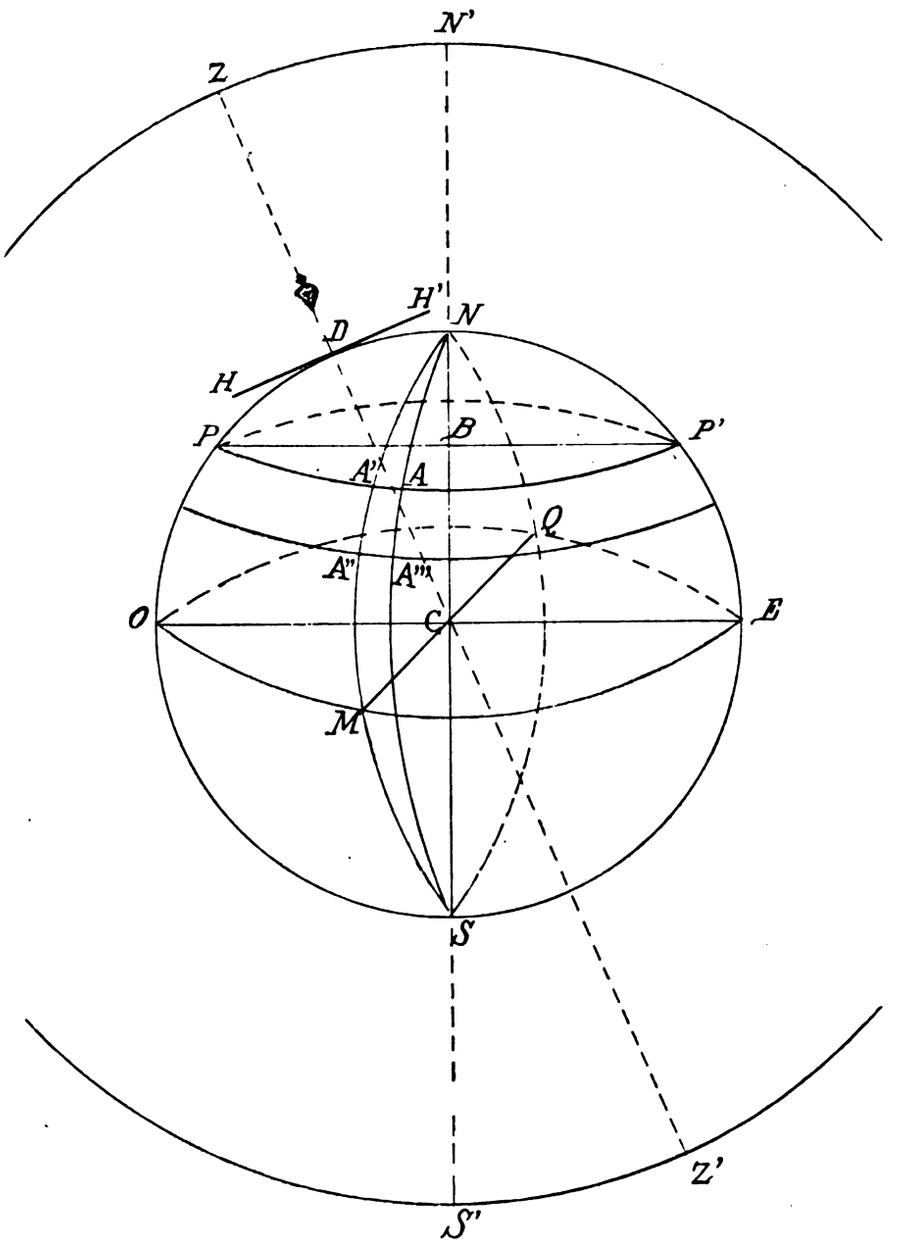


Fig 6ª

hay que tener en cuenta además de la magnitud de tales radios, la de las verticales ó *normales* correspondientes y la *excentricidad* consiguiente á las condiciones de la elipse generatriz y si bien no es esto indispensable en los cálculos de los trabajos propios de la Topografía, porque basta para ellos considerar la esfera de radio medio, como en sus relaciones con la Geodesia y la Geografía puede convenir tener alguna noción de aquéllas, no estará de más que las definamos ahora y demos después sus magnitudes calculadas.

Para un punto, M, (Fig. 7.ª) cualquiera de la superficie terrestre, siendo su sección meri-

diana P O E y O P y O E los radios polar y ecuatorial, se llama *gran normal* ó N, la recta M R ó sea la perpendicular á la tangente T T', traza del plano horizontal, contada desde el punto dado M hasta su intersección con el eje polar P R y *pequeña normal* ó *n*, á la porción M Q comprendida hasta su intersección con el eje ecuatorial, O E, ó *eje de las abscisas*.

Las normales grande y pequeña son entre sí como los cuadrados de los semi-ejes mayor y menor de la elipse generatriz; es decir que $N : n :: A^2 : B^2$.

La *excentricidad*, que se designa por *e*, es la relacion entre la distancia focal al semi-eje mayor A ó sea $e^2 = \frac{A^2 - B^2}{A^2}$ de donde se deducen fórmulas muy usadas para determinar el valor de las normales N y n en función del semi-eje mayor, de la excentricidad y de la latitud.

Se llaman también *subnormales* á las porciones O R y O Q determinadas sobre los semi-ejes polar y ecuatorial por la normal del punto que se considera.

Como por un punto A (Fig. 6.ª) de la superficie terrestre no pueden pasar más que un meridiano y un paralelo, es evidente que con su intersección quedará determinado, cuando se pueda precisar á cual de las dos que en ellos se verifican se refiere (1) y á tal efecto es necesario conocer la parte de arco de cada uno de ellos comprendida desde el punto dado, A, en el meridiano hasta el ecuador, que es lo que se llama *latitud* y en el paralelo ó en el ecuador desde su intersección con el meridiano del mismo punto hasta otro que se toma por *primer meridiano* ó de origen, cuyo arco se llama *longitud* del punto dado.

Las *latitudes* se cuentan del ecuador á los polos, ó sea de 0° á 90° ó de 0ᵍ á 100ᵍ distinguiéndose con el nombre de *boreal* ó *austral* según el hemisferio en que el punto se hallare.

Las *longitudes* se cuentan desde el meridiano elegido como *primero* ú origen de aquéllas de izquierda á derecha y de derecha á izquierda, de 0° á 180° ó de 0ᵍ á 200ᵍ llamándose las primeras *orientales* y *occidentales* las segundas.

Cuando la Tierra se considera como elipsoidal, la palabra *latitud tiene dos sentidos:* «LA LATITUD GEOGRÁFICA Ó ASTRONÓMICA *es el ángulo que la normal, en el punto de que se trata, forma con su proyección sobre el ecuador ó con el eje ecuatorial*, que en cierto modo la limita (M Q E de la figura 7.ª) y LA GEOCÉNTRICA, inferior siempre á la otra, *el que con la misma línea forma el radio terrestre* (M O E en la figura 7.ª)»

«La diferencia entre ambas latitudes *es nula en el ecuador, máxima y bastante considerable á los 45° y nula de nuevo en los polos.*» (2)

Aunque sería conveniente que las *longitudes geográficas* se contaran á partir de un mismo meridiano elegido como origen ó primero para todas las naciones, como lo vienen reclamando los Geógrafos y Geodestas, que al efecto habían elegido en un principio el de la isla de Hierro, la más occidental de las Canarias y de común acuerdo aceptaron después, en Septiembre de 1883, el de Greenwich, es lo cierto que cada nación refiere sus trabajos á uno especial, utilizando los españoles el del Observatorio de Madrid, los franceses el del suyo de París, los ingleses el de Greenwich, los italianos el de Roma, etc., etc., lo que obliga á tener en cuenta el á que las cartas geográficas y libros se refieren para no incurrir en graves errores (3).

A fin de que pueda fácilmente hacerse la reducción procedente ponemos á continuación la LONGITUD EN TIEMPO Y GRADOS y *la latitud* de los principales observatorios con referencia al de Madrid, utilizando las noticias que al efecto nos ha facilitado el distinguido cosmógrafo don José Ricart y Giralt.

(1) Para evitar dudas se llama también *meridiano del punto* A, v. g., al semicírculo N A S y *antimeridiano* al N Q S.

(2) Anuario del Observatorio Astronómico de Madrid 1879, pág. 254.

Luego consignaremos estas diferencias calculadas para las distintas latitudes, copiándolas del mismo Anuario.

(3) Por Real Decreto de 26 de Julio de 1900 se admitió para España el meridiano de Greenwich; pero como no lo han hecho las demás naciones europeas y en los mapas españoles se cuentan las longitudes con referencia al meridiano de San Fernando ó al del Observatorio de Madrid, no creemos oportuno variar estas consideraciones que habíamos hecho antes de la publicación del mencionado Real Decreto.

	LONGITUD							LATITUD		
	En horas			En grados				En grados		
Atenas	1 h	49m	40s	27°	25'	00"	E	+ 37°	58'	20"
Berlín	1	8	20	17	5	0	E	+ 52	30	17
Bruselas	0	32	13'7	8	3	25	E	+ 50	51	10'5
Copenague	1	5	4	16	16	»	E	+ 55	41	13'6
Ginebra	0	39	22	9	50	30	E	+ 46	11	59
Greenwich	0	14	45	3	41	15	E	+ 51	28	38'4
Lisboa	0	21	48'5	5	27	7	O	+ 38	42	17'6
Madrid	0	0	0	0	00	00	»	+ 40	24	30
Nueva-York	4	41	12	66	18	00	O	+ 40	43	48'5
París	0	24	6	6	1	30	E	+ 48	50	11
Roma	1	4	38	16	9	30	E	+ 41	53	54
San Petersburgo	2	15	59	33	49	45	E	+ 59	56	30
Santiago de Chile	4	28	1	67	»	15	O	— 33	26	42
Viena	1	20	7	20	1	45	E	+ 48	13	55
Barcelona (Montjuich)	0	23	23	5	50	45	E	+ 41	21	44

Se llama *primer vertical* relativamente al meridiano de un punto cualquiera á otro meridiano cuyo plano es perpendicular á aquél.

Meridiana de un punto es la intersección de los planos meridiano y horizontal del mismo y *su perpendicular* es la del plano horizontal *con el paralelo*.

Como quiera que en los trabajos topográficos se abraza una pequeña parte de la superficie de la Tierra, se admiten generalmente como paralelas las meridianas de los diferentes puntos determinados en cada plano; pero se comprende que esto no es enteramente exacto, ya que hallándose respectivamente en distintos planos meridianos han de ser, como ellos, convergentes hacia el polo; por consiguiente si la distancia entre los puntos fuera muy grande, como sucede en los planos de largas zonas de terreno, *habrá que tener en cuenta la inclinación de tales meridianas* para no incurrir en graves errores de orientación; pero estos se evitan sin entorpecer los sencillos trabajos topográficos, arreglándola por secciones, tanto en el caso aludido, frecuente en los estudios de vías de comunicación, como cuando se refieren á grandes superficies, cual sucede en los mapas parcelarios representados en muchas hojas relacionadas entre sí mediante una red geodésica.

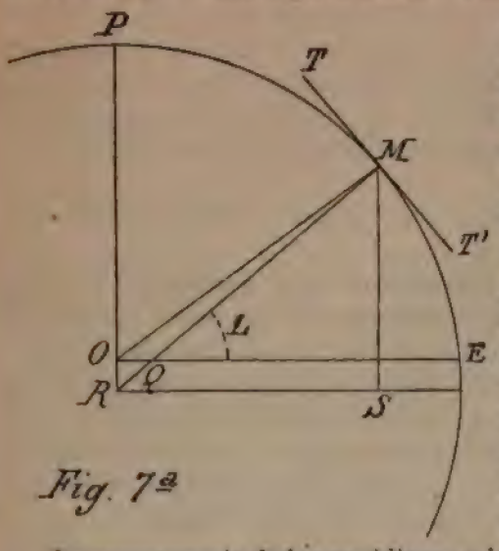


Fig. 7ª

La convergencia de los meridianos y la diferencia de los radios de los paralelos hacen que, aún en el supuesto de considerarse esférica la Tierra, la figura resultante por la intersección de dos de los primeros con dos de los segundos *no sea un cuadrado sino un trapecio curvilíneo*, como el que en la figura 6.ª se representa en A A' A" A"', porque las bases A A' y A" A"' no son iguales, mientras que sí lo deben ser las alturas A' A" y A A"', por mas que no lo resulten completamente en la representación plana y aunque esto no afecte á la casi totalidad de los trabajos topográficos conviene tenerlo en cuenta en ciertos casos.

Si la Tierra fuera esférica todos los grados de cada meridiano serían de igual magnitud, como pertenecientes á una circunferencia é iguales también todos los de los diferentes meridianos; *pero no sucede lo mismo en la elipse* y precisamente en esta desigualdad comprobada en distintas latitudes se funda la demostración de la figura elipsoidal de la Tierra, que hoy se admite, y cuyas dimensiones después consignarémos.

Aún admitiendo para la figura de la Tierra la esférica, dedúcese de la definición de la *línea vertical que no son paralelas* las de los distintos puntos de la superficie de aquélla y también es fácil de comprender que si los puntos que se consideran están sobre el mismo meridiano, *la inclinación de sus verticales está dada por el valor en grados de arco de aquel que los separa* ó sea por la diferencia de su latitud; si en el mismo paralelo por la diferencia de su longitud y sino se encuentran en ninguno de estos casos por una función de estas diferencias.

Aunque la inclinación de las verticales puede hacerse perceptible en los resultados de los trabajos topográficos, en los que se utiliza la proyección ortogonal admitiendo el paralelismo de aquéllas, no hay que tener en cuenta tal condición en la casi totalidad de sus operaciones, porque refiriéndose á pequeñas superficies no tienen importancia las variaciones consiguientes; pero el Topógrafo debe saberlo.

El *aplanamiento de la Tierra* se ha de tener en cuenta en los cálculos geodésicos y á tal efecto se ha determinado su valor, entendiendo por ello *la relación entre la diferencia de los semi-ejes de la elipse generatriz al mayor ó sea* $\frac{R - r}{A}$

Finalmente, hasta ahora nos hemos referido á los puntos de la supuesta superficie de la Tierra, que quedan determinados con la latitud y longitud; pero como sobre ó debajo de aquélla se encuentran los que se han de fijar en los continentes y en el fondo de los mares, es indispensable una *tercera coordenada*, que es la *altitud ó sea la distancia vertical* que separa el punto que se considera de la referida superficie ó de otra con aquélla concéntrica y que se admite como de comparación para todos los puntos de un mismo plano, sin olvidar empero la altitud de la 2.ª sobre la supuesta de la Tierra.

Sobre esta última proyecta el Geodesta los puntos que determina y si lo mismo hiciera el Topógrafo con los numerosísimos comprendidos en sus planos, no solo complicaría extraordinariamente sus trabajos, sino que determinaría en ellos distancias y superficies ficticias y no las reales que se le piden, condición que algunos olvidan al comparar estas dos clases de trabajos y los procedimientos empleados para conseguirlos.

Como para determinar la meridiana al objeto de orientar exactamente los planos y en la relación de éstos con los trabajos del Geodesta y del Geógrafo, ha de utilizar el Topógrafo algunas nociones astronómicas, no estará de más que aquí demos idea de los puntos, líneas y planos de la bóveda celeste á que en esos casos se hace referencia.

Los astros son cuerpos diseminados en el espacio á distancias de la Tierra muy considerables y diferentes, aunque muchos nos parezcan próximos entre sí, porque solo apreciamos la dirección en que á nuestra vista se presentan; pero para simplificar las referencias los suponemos situados sobre la superficie interior de una esfera hueca de grandísimo radio, que es la *supuesta esfera celeste*, ficción que se creía un hecho real en otros tiempos.

Ya hemos dicho que se llama *eje de esta esfera ó del mundo* al de la Tierra prolongado hasta la intersección con aquélla, y *polos celestes* los puntos en que la encuentra, hallándose el *polo norte* muy cerca (1) de la estrella *α de la osa menor*, por lo que se la da el nombre de *polar* y el *polo sur* cerca también de la σ *octantis*, muy fáciles de reconocer por los habitantes de los respectivos hemisferios y también hemos ya dicho lo que se entiende por *zenit* y *nadir* de cada punto de la Tierra.

Como en esta, se consideran *en la esfera celeste un ecuador, hemisferios, paralelos* y *meridianos*, si bien á estos se les da el nombre de *círculos de declinación* y á su plano el de *plano horario* y como aparentemente la esfera celeste gira alrededor del eje común, es consiguiente que *cada estrella de las llamadas fijas* describirá un paralelo y que sus respectivos círculos de declinación pasarán, en cada giro completo, por el meridiano del punto de observación, lo que permite dividir el tiempo como luego indicarémos y mediante tales círculos fijar en la esfera celeste la

(1) Próximamente de 1° 30′, cuya distancia irá disminuyendo hasta reducirse á 30′ en el año 2120 alejándose después. — Cours élémentaire d'Astronomie par M. Ch. Delaunay, 1885, página 309.

posición de cada astro en la misma forma que hemos indicado para los puntos de la esfera terrestre, llamándose, relativamente á los astros, *ascensión recta* y *declinación* lo que allí se denominó *longitud* y *latitud*, cuyos nombres se reservan para cuando se utiliza en la situación de los astros la *ecliptica* en lugar del *ecuador*.

La *ecliptica* es el círculo máximo de la esfera celeste que *se supone* recorrido por el Sol en el espacio de 365 días y ¼ próximamente y cuyo plano forma con el del ecuador un ángulo de cerca de 23° 28', que es la *oblicuidad de la ecliptica*, cortándose en dos puntos diametralmente opuestos A y C (Figura 8) que se llaman *equinocios* respectivamente de *primavera* y de *otoño* y á los equidistantes B y D *solsticios*, al primero, situado en el hemisferio boreal, *solsticio de verano* y al segundo, en el hemisferio austral, *solsticio de invierno*.

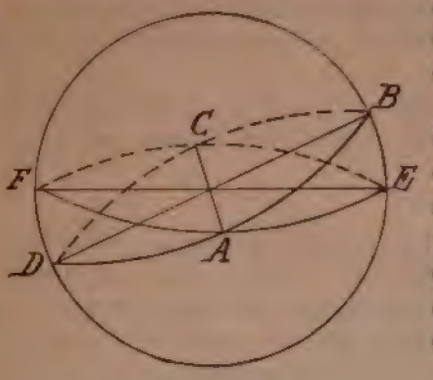


Fig. 8ª

Las ascensiones rectas se cuentan á partir del punto A de O. á E. de 0° á 360° y las *declinaciones* á partir del ecuador de 0° á 90° distinguiéndose con las iniciales B y A si son boreales ó australes y es consiguiente que todos los puntos de cada paralelo tienen la misma declinación y todos los del mismo semicírculo de declinación igual ascensión recta y que con estos datos queda determinada en la esfera celeste la posición de un astro cualquiera.

Los paralelos celestes recorridos, aparentemente, por las estrellas en *su movimiento aparente* se presentan á nuestra vista como curvas simétricas con relación al plano meridiano del lugar de observación y en él se encuentran consiguientemente el punto más elevado de aquéllas ó su *culminación*, cuya determinación puede utilizarse y se utiliza para fijar el plano meridiano de cada lugar, así como también puede servir al mismo objeto el punto más bajo de los de su respectivo paralelo, cuando completo se presenta á nuestra vista, cual sucede con las estrellas circumpolares.

El tiempo que la esfera celeste invierte en cada una de sus *supuestas* rotaciones alrededor del eje del mundo es siempre el mismo: se determina por el paso de una cualquiera de las estrellas llamadas fijas por el meridiano de cada lugar y puede servir de unidad de tiempo, llamándose *día sideral*, que como el civil se divide en 24 horas, cada una de éstas en 60^m y cada uno de éstos en 60^s; *el día sideral es menor que el día medio solar ó civil en* 3^m *y* $56'5^s$.

Cuando se presenta á nuestra vista toda la curva que cada estrella describe en su movimiento aparente, hemos dicho que pasa dos veces por el meridiano y siendo el mismo el tiempo transcurrido entre el momento de su culminación y su paso inferior que el que invierte entre éste y su culminación siguiente, el día sideral queda de esta manera dividido en dos mitades.

Como el Sol en su aparente movimiento no describe un paralelo de la esfera celeste, sino muchos diferentes é incompletos, según el punto en que parece hallarse de la eclíptica, que, como hemos dicho, tiene su plano inclinado relativamente al ecuador, no puede ofrecer el mismo resultado, así es que si se determina su ascensión recta y su declinación todos los días en el momento de pasar el centro de su disco por el meridiano, se observa que la ascensión recta es cada día mayor ó menor en 1.° que en el precedente y la declinación varía de tal manera que á partir de 0° en el equinocio de primavera va ascendiendo en el hemisferio boreal hasta alcanzar 23° 28' en el solsticio de verano, descendiendo después hasta llegar á 0° en el equinocio de otoño para aumentar en el hemisferio austral hasta 23° 28' en el solsticio de invierno y descender hasta 0° en el equinocio de primavera, que es precisamente lo que sirve para determinar las condiciones de la órbita de la Tierra y la causa de las diferentes estaciones, resultando como unidad de tiempo el *año solar*, que es el transcurrido en el completo recorrido de su órbita en el plano de la ecliptica.

La *duración del día solar* no es por consiguiente la misma y por lo tanto no puede servir para la justa medida del tiempo; pero como es el astro que más influencia tiene en nuestro

modo de ser y con su situación sobre ó debajo del horizonte da lugar á lo que llamamos día y noche, se ha admitido para *unidad de tiempo el día medio solar ó civil* empezando la sucesión de los días del año en el equinocio de primavera hallando al efecto el término medio de los 365 distintos espacios de tiempo correspondientes á los transcurridos desde tal origen hasta que el Sol vuelve á ocupar la misma situación de su órbita aparente terminando el año, y este día medio, que se puede considerar como producido por un Sol imaginario que tuviera por órbita el ecuador, sirve para todos los cómputos, mediante la *ecuación del tiempo* ó intérvalo comprendido entre el paso del Sol imaginario ó medio y el del Sol verdadero por el meridiano, intérvalo que está dado por la diferencia de las horas señaladas en un mismo instante por dos relojes arreglados el uno al tiempo medio y el otro al verdadero.

Los Astrónomos cuentan las horas del día medio y del verdadero desde el medio día ó paso supuesto de una ó de otra manera del Sol por el meridiano de 0^h á 24^h, mientras que en el *tiempo civil* se parte de la media noche contándose de 0^h á 12^h hasta el medio día y en la misma forma hasta la media noche siguiente (1).

Los Calendarios y Tablas especiales ó *Efemérides astronómicas* ponen en concordancia para cada año estos diferentes tiempos con sujeción á fórmulas calculadas, de que por el momento hemos de prescindir, pues parécenos lo dicho más que suficiente á nuestro actual objeto.

13 — Dimensiones calculadas del elipsoide terrestre y algunas noticias geográficas interesantes.

Para comprobar si la Tierra es esférica, como antes se creia, ó si tiene la forma de un elipsoide de revolución, como suponian Huygens y Newton, teniendo en cuenta que en este caso el ecuador y los paralelos serian círculos, como en el primer supuesto, pero los meridianos habian de ser elipses iguales á la supuesta generatriz, se procedió á medir distintas porciones de éstos para verificarlo, ya que la magnitud del arco de un grado en ellos debería ser, en tal caso, menor cerca del ecuador que de los polos, por ser en la primera región mayor la curvatura de la elipse y por consiguiente menor la magnitud de arco necesaria á un mismo ángulo; y habiéndose realizado al efecto delicados trabajos geodésico-astronómicos en el Perú, en la India, en Inglaterra, Francia, España, Africa y en la Laponia, se han deducido los resultados siguientes (2), que justifican el carácter elipsoidal de la Tierra, á cuyo efecto se expresan las latitudes medias á que corresponden las magnitudes del arco de 1° en cada una de las regiones estudiadas.

Nombre de las localidades	Latitudes medias			Magnitud del arco de 1°
Perú.	1°	31′	1″	56.736'81 toesas
India.	12°	32′	21″	56.762'30 »
Francia y España.	46°	8′	6″	57.024'64 »
Inglaterra.	52°	2′	20″	57.066'06 »
Laponia.	66°	20′	10″	57.196'16 »

Deducidas las condiciones de la elipse que conviene á la magnitud de los arcos del Perú y de Francia se llegó á determinar que el *aplanamiento*, esto es, *la relación de los semi-ejes al mayor de ellos*, era igual á 1/367'77 y haciendo los mismos cálculos relativamente á la magnitud

(1) Aunque por Real Decreto de 26 de Julio de 1900 se ordenó contar las horas de 0 á 24 á partir de la media noche y así se hace en las guías de ferrocarriles y documentos oficiales, como la opinión pública no ha recibido bien la variación, no creemos oportuno modificar las afirmaciones consignadas antes de la publicación del mencionado Real Decreto, si bien debemos advertir que admitido como *primer meridiano* el de Greenwich, todas las horas se cuentan con arreglo á él y no al de cada localidad, como antes se hacía.

(2) Página 209 del Curso elemental de Astronomía, de Delaunay.

del arco de 1° hallado para Francia y la Laponia, resultó el aplanamiento igual á $^1/_{319'6}$ y como diferencias análogas se conseguirían haciendo otras combinaciones, dedujo Delaunay, que *la Tierra no es exactamente un elipsoide de revolución.*

Como Topógrafos no nos interesa gran cosa esta consecuencia; pero creemos oportuno consignar que tal vez ella no está bastante justificada, pues indudablemente no se tienen aún suficientes datos para calcular con certeza las dimensiones características del globo terrestre (1) y de aquí procede que los más eminentes Geodestas y Astrónomos no estén conformes en las que admiten como más fidedignas, todas las que, tomándolas de la página 257 del Anuario del Observatorio de Madrid para 1879, consignamos en el estado siguiente, designando, como allí se hace, por:

R y r *á los semi-ejes ó radios ecuatorial y polar.*

D *á su diferencia y consiguiente aplanamiento* $A = \frac{R - r}{R}$

e^2 *al cuadrado de la excentricidad de la elipse meridiana.* $\left(e^2 = \frac{R^2 - r^2}{R^2}\right)$

C y c *á los valores de los cuadrantes ecuatorial y meridiano.*

G *al valor en metros, como todos los demás que no expresan relaciones abstractas, de un grado de ecuador, y*

g, g′ y g″ *á los de un grado, un minuto y un segundo de arco medio de meridiano.*

Los nombres con que se encabezan las casillas correspondientes del estado en que se comprenden, son los de los Geodestas y Astrónomos que los admiten y á ellos hemos de añadir, para completar el cuadro de estos interesantes datos, los admitidos por Clarke, para la carta de Francia y por Faye que son como sigue (2):

	De Clarke	De la carta de Francia	De Faye
Cuadrante de meridiano. . .	10.001.877	10.000.724	10.002.008
Semi-eje mayor.	6.378.253	6.376.886	6.378.393
Semi-eje menor.	6.356.521	6.356.323	6.356.549
Aplanamiento $^1/_{293'5}$. . . .	0'003407	0'003240	0'003426
Cuadrado de la excentricidad. .	0'006803	0'006469	0'006839

ELEMENTOS DEL ELIPSOIDE TERRESTRE

	(2) (1799)	Walbeck (1819)	Schmidt (1829)	Bessel (1841)	Airy (1849)	Struve (1860)	James (1863)
R	6.375.739	6.376.895	6.376.959	6.377.397	6.377.480	6.378.298	6.378.230
r	6.356.656	6.355.832	6.355.522	6.356.079	6.356.175	6.356.657	6.356.562
D	19.089	21.063	21.437	21.318	21.305	21.641	21.668
A	$^1/_{334'00}$	$^1/_{302'78}$	$^1/_{297'48}$	$^1/_{299'15}$	$^1/_{299'33}$	$^1/_{294'73}$	$^1/_{294'36}$
e^2	0'005079	0'006595	0'006712	0'006674	0'006671	0'006774	0'006783
C	10.014.988	10.016.803	10.016.904	10.017.592	10.017.722	10.019.007	10.018.900
c	10.000.000	10.000.268	10.000.074	10.000.856	10.000.996	10.002.018	10.001.889
G	111.277'6	111.297'8	111.298'9	111.306'6	111.308'0	111.322'3	111.321'1
g	111.111'1	111.114'1	111.111'9	111.120'6	111.122'2	111.133'6	111.132'1
g′	1.851'85	1.851'9	1.851'87	1.852'01	1.852'04	1.852'23	1.852'20
g″	30'86	30'87	30'86	30'87	30'87	30'87	30'87

(1) Tal vez se podría admitir la afirmación de que es imposible llegar á tal resultado con el grado de exactitud deseado, ya que, como el mismo Delaunay consigna en la página 211, tiene bastante influencia en la determinación de las verticales, y consiguientemente en la de las latitudes, la proximidad de las cordilleras y esto no sólo influye en la forma local del elipsoide, que no tendría importancia para el objeto principal, sino en la magnitud del arco de uno ó más grados de meridiano y consiguientemente en las consecuencias que de ello se deduzcan, como se comprueba con la medición de un arco de 1° 7′ y 27″ realizada por Plana y Carlini en la vertiente meridional de los Alpes (entre Andrate y Mondovi) que dió resultados muy diferentes de los que debían esperarse; y como tales mediciones se han de hacer en los continentes y en ellos no se pueden anular tales influencias perturbadoras, la imposibilidad de llegar á la preconizada exactitud es casi indudable.

(2) Véase Tablas logarítmicas centesimales de M. Sanguet (segunda parte, páginas 3 y 59).

En otro estado consigna el mismo Anuario (páginas 258-260) datos interesantes, que en algunos casos pueden convenir al Topógrafo y por esta razón creemos oportuno insertarle, debiendo advertir que se refieren á las dimensiones generales admitidas por Bessel en el estado precedente y que las letras con que las casillas se encabezan significan lo siguiente:

φ *la latitud geográfica del punto de la Tierra á que se refieren los números de las siguientes casillas;*

d *la diferencia entre las latitudes geográfica y geocéntrica;*

M *el valor de un arco de meridiano de un grado sexagesimal comprendido entre la latitud anterior y la correspondiente del margen;*

P *el valor de un grado del paralelo;*

R *el radio terrestre correspondiente* y

A *el area, en kilómetros cuadrados, comprendida entre dos meridianos separados por un grado de ecuador y dos paralelos entre los cuales media un grado de meridiano á distintas latitudes.*

φ	d	M	P	R	A	φ	d	M	P	R	A
0°	0′ 0‘0″	—	111.307	6.377.397	—						
1	0′ 24‘0″	110.564	290	7.391	12.306	46°	11′ 30‘3″	111.129	77.454	6.366.412	8.684
2	0′ 48‘0″	565	239	7.372	302	47	11′ 29‘1″	149	6.047	6.040	531
3	1′ 12‘0″	566	155	7.340	295	48	11′ 27‘1″	168	4.616	5.669	375
4	1′ 35‘8″	568	037	7.296	284	49	11′ 24‘2″	188	3.163	5.299	216
5	1′ 59‘5″	571	110.886	7.239	269	50	11′ 20‘6″	207	1.687	4.931	054
6	2′ 23‘1″	574	701	7.168	251	51	11′ 16‘0″	226	70.189	4.565	7.890
7	2′ 46‘5″	578	482	7.085	229	52	11′ 10‘7″	245	68.670	4.202	724
8	3′ 9‘8″	583	230	6.990	204	53	11′ 4‘5″	264	7.130	3.842	555
9	3′ 32‘7″	588	109.945	6.882	175	54	10′ 57‘5″	283	5.569	3.486	384
10	3′ 55‘5″	594	627	6.761	142	55	10′ 49‘7″	301	3.987	3.134	210
11	4′ 17‘9″	600	275	6.628	106	56	10′ 41‘2″	320	2.386	2.786	034
12	4′ 40‘1″	608	108.890	6.483	066	57	10′ 31‘8″	338	0.766	2.442	6.856
13	5′ 1‘9″	616	472	6.327	022	58	10′ 21‘7″	356	59.127	2.103	676
14	5′ 23‘3″	624	021	6.160	11.975	59	10′ 10‘8″	373	7.470	1.769	493
15	5′ 44‘3″	633	107.538	5.981	924	60	9′ 59‘1″	391	5.794	1.442	308
16	6′ 5‘0″	643	022	5.790	870	61	9′ 46‘7″	408	4.101	1.122	121
17	6′ 25‘1″	653	106.473	5.588	812	62	9′ 33‘6″	424	2.392	0.809	5.933
18	6′ 44‘9″	664	105.893	5.376	751	63	9′ 19‘9″	440	0.667	0.503	743
19	7′ 4‘1″	675	280	5.154	686	64	9′ 5‘4″	456	48.926	0.204	550
20	7′ 22‘8″	687	104.635	4.922	618	65	8′ 50‘2″	472	7.170	6.359.913	356
21	7′ 41‘0″	700	103.958	4.680	546	66	8′ 34‘4″	487	5.399	9.631	160
22	7′ 58‘6″	713	250	4.428	471	67	8′ 18‘0″	501	3.614	9.358	4.963
23	8′ 15‘7″	726	102.510	4.166	392	68	8′ 0‘9″	515	1.816	9.094	764
24	8′ 32‘1″	740	101.740	3.895	310	69	7′ 43‘3″	529	0.005	8.838	563
25	8′ 47‘9″	754	109.938	3.616	224	70	7′ 25‘1″	542	38.182	8.592	361
26	9′ 3‘1″	769	106	3.328	135	71	7′ 6‘3″	555	6.347	8.355	157
27	9′ 17‘7″	784	99.243	3.033	043	72	6′ 47‘1″	567	4.500	8.129	3.952
28	9′ 31‘5″	800	8.350	2.730	10.947	73	6′ 27‘3″	578	2.643	7.914	746
29	9′ 44‘7″	816	7.427	2.419	848	74	6′ 7‘0″	589	0.775	7.711	539
30	9′ 57‘1″	833	6.475	2.102	746	75	5′ 46‘3″	599	28.898	7.518	330
31	10′ 8‘9″	849	5.493	1.778	640	76	5′ 25‘2″	609	7.012	7.337	120
32	10′ 19‘8″	867	4.482	1.447	531	77	5′ 3‘7″	619	5.118	7.167	2.909
33	10′ 30‘1″	884	3.442	1.111	419	78	4′ 41‘8″	627	3.216	7.009	697
34	10′ 39‘6″	902	2.374	0.770	304	79	4′ 19‘5″	635	1.307	6.863	485
35	10′ 48‘3″	920	1.277	0.424	186	80	3′ 57‘0″	642	19.391	6.728	272
36	10′ 56‘2″	938	0.153	0.073	064	81	3′ 34‘1″	649	17.469	6.606	058
37	11′ 3‘3″	956	89.001	6.369.718	9.939	82	3′ 11‘0″	655	5.542	6.496	1.842
38	11′ 9‘6″	975	7.822	9.360	811	83	2′ 47‘6″	661	3.610	6.399	1.628
39	11′ 15‘1″	994	6.616	8.998	681	84	2′ 24‘1″	666	11.673	6.315	1.412
40	11′ 19‘8″	111.013	5.384	8.633	548	85	2′ 0‘3″	670	9.733	6.244	1.195
41	11′ 23‘6″	032	4.125	8.266	411	86	1′ 36‘4″	673	7.790	6.185	979
42	11′ 27‘6″	051	2.841	7.897	271	87	1′ 12‘4″	676	5.845	6.138	762
43	11′ 28‘8″	071	1.531	7.526	129	88	0′ 48‘3″	678	3.898	6.106	544
44	11′ 30‘1″	090	0.196	7.154	8.983	89	0′ 24‘2″	679	1.950	6.087	327
45	11′ 30‘7″	110	78.837	6.783	835	90	0′ 0‘8″	680	—	6.079	109

Como quiera que á los Topógrafos españoles puede en algunos casos convenirles conocer la variación que experimenta la parte de los meridianos y paralelos en el territorio de la Península, creemos también oportuno copiar del precitado Anuario del Observatorio de Madrid el estado que inserta en la página 261 consignando los valores de los arcos de 10′ de meridiano y 20′ de paralelo, que son precisamente los cuadriláteros comprendidos en cada una de las *hojas* que ha publicado el Instituto Geográfico y Estadístico, debiendo advertir que se refieren á las condiciones del elipsoide terrestre admitidas por Struve.

Dice así:

VALORES, EN *metros*, DE LOS ARCOS DE MERIDIANO Y DE PARALELO, RESPECTIVAMENTE DE 10′ Y 20′ DE AMPLITUD, CORRESPONDIENTES Á DIVERSAS LATITUDES; Y, EN *hectáreas*, DE LOS CUADRILÁTEROS COMPRENDIDOS POR AQUELLOS ARCOS.

Latitud	Meridiano	Paralelo	Superficie	Latitud	Meridiano	Paralelo	Superficie
36° 0′		30.055'74		40° 0′		28.465'81	
10′	18.493'18	29.992'37	55.524	10′	18.505'94	396'49	52.614
20′	493'70	928'75	408	20′	506'48	326'92	487
30′	494'22	864'88	292	30′	507'02	257'11	360
40′	494'75	800'75	175	40′	507'57	187'07	232
50′	495'27	736'37	058	50′	508'11	116'78	104
37° 0′	495'80	671'74	54.940	41° 0′	508'65	046'25	51.975
10′	496'32	606'85	822	10′	509'19	27.975'49	846
20′	496'85	541'72	703	20′	509'74	904'49	716
30′	497'38	476'33	584	30′	510'28	833'25	586
40′	497'91	410'70	464	40′	510'83	761'77	455
50′	498'44	344'81	344	50′	511'37	690'06	324
38° 0′	498'97	278'67	224	42° 0′	511'92	618'11	193
10′	499'50	212'29	103	10′	512'46	545'93	061
20′	500'04	145'66	53.981	20′	513'01	473'52	50.929
30′	500'57	078'78	859	30′	513'56	400'86	796
40′	501'10	011'65	737	40′	514'10	327'98	663
50′	501'64	28.944'28	614	50′	514'65	254'86	529
39° 0′	502'17	876'66	491	43° 0′	515'20	181'52	395
10′	502'71	808'79	367	10′	515'75	107'94	260
20′	503'25	740'68	243	20′	516'29	034'13	125
30′	503'79	672'33	118	30′	516'84	26.960'09	49.990
40′	504'32	603'73	52.993	40′	517'39	885'82	854
50′	504'86	534'89	867	50′	517'94	811'32	718
40° 0′	18.505'40	28.465'81	52.741	44° 0′	18.518'49	26.736'59	49.581

Por el mismo motivo que hemos insertado el estado precedente, creemos oportuno copiar los dos siguientes, en que respectivamente se consignan la *situación geográfica de las capitales de provincia* y las *alturas sobre el nivel del mar de las principales montañas de España*, que tomamos de las páginas 368-369 y 335-336 del repetido Anuario, y no lo hacemos del inserto en las 325 á 330 comprendiendo la situación de las principales ciudades del mundo con relación al meridiano de Madrid, aunque esto ofrezca interés en algunos casos, porque para nuestro objeto bastan las noticias consignadas en el número 12.

POSICIONES GEOGRÁFICAS DE LAS CAPITALES DE LAS PROVINCIAS DE ESPAÑA

Capitales de las provincias de	LATITUD Norte	LONGITUD En tiempo	LONGITUD En arco	ALTITUD Metros
Albacete (Iglesia de San Juan)	38° 59′ 47′0″	7m 19′6s	1° 49′ 54′0″ E	686
Alicante (Catedral)	38° 20′ 41′0″	12m 49′6s	3° 12′ 24′0″ E	4
Almería	36° 51′ 0′0″	4m 45′0s	1° 11′ 15′0″ E	»
Avila (Catedral)	40° 39′ 24′8″	4m 2′0s	1° 0′ 30′0″ O	1.100
Badajoz	38° 54′ 0′0″	13m 6′0s	3° 16′ 30′0″ O	155
Barcelona (Montjuich)	41° 21′ 44′0″	23m 23′0s	5° 50′ 45′0″ E	»
Bilbao	43° 15′ 0′0″	3m 3′0s	0° 45′ 45′0″ E	16
Burgos (Catedral)	42° 20′ 28′2″	0m 4′4s	0° 1′ 6′0″ O	860
Cáceres	39° 29′ 0′0″	10m 36′0s	2° 39′ 0′0″ O	350
Cádiz (Antiguo observatorio)	36° 31′ 7′0″	10m 28′0s	2° 37′ 7′5″ O	14
Castellón	40° 00′ 0′0″	14m 32′0s	3° 38′ 0′0″ E	»
Ciudad Real (Iglesia de Santiago)	38° 59′ 21′3″	0m 57′9s	0° 14′ 29′0″ O	685
Córdoba	37° 53′ 0′0″	4m 30′0s	1° 7′ 30′0″ O	100
Coruña	43° 22′ 0′0″	18m 50′0s	4° 44′ 30′0″ O	25
Cuenca (Catedral)	40° 4′ 39′8″	6m 12′5s	1° 33′ 7′5″ E	903
Gerona (Catedral)	41° 59′ 15′0″	26m 1′0s	6° 30′ 15′0″ E	70
Granada (Alhambra)	37° 11′ 10′0″	0m 12′0s	0° 3′ 0′0″ E	670
Guadalajara (Iglesia de San Nicolás)	40° 37′ 54′2″	2m 4′5s	0° 31′ 7′5″ E	675
Huelva	37° 14′ 0′0″	13m 5′0s	3° 16′ 15′0″ O	»
Huesca	42° 7′ 0′0″	13m 1′0s	3° 15′ 15′0″ E	470
Jaén	37° 47′ 0′0″	0m 22′0s	0° 5′ 30′0″ E	450
León	42° 36′ 0′0″	7m 27′0s	1° 51′ 45′0″ O	802
Lérida	41° 38′ 0′0″	17m 16′0s	4° 19′ 0′0″ E	150
Logroño	42° 27′ 0′0″	4m 59′0s	1° 14′ 45′0″ E	372
Lugo	43° 1′ 0′0″	15m 27′0s	3° 51′ 45′0″ O	461
Madrid (Observatorio)	40° 24′ 30′0″	0m 0′0s	0° 00′ 0′0″	655
Málaga (Catedral)	36° 42′ 56′0″	2m 59′0s	0° 44′ 45′0″ O	»
Murcia	37° 59′ 0′0″	10m 12′0s	2° 33′ 0′0″ E	43
Orense	42° 20′ 0′0″	16m 42′0s	4° 10′ 30′0″ O	144
Oviedo	43° 23′ 0′0″	8m 30′0s	2° 7′ 30′0″ O	225
Palencia (Catedral)	42° 0′ 40′6″	3m 23′9s	0° 50′ 58′5″ O	720
Palma	39° 33′ 0′0″	25m 17′0s	6° 19′ 15′0″ E	»
Pamplona	42° 49′ 0′0″	8m 4′0s	2° 1′ 0′0″ E	420
Pontevedra	42° 26′ 0′0″	19m 42′0s	4° 55′ 30′0″ O	»
Salamanca (Universidad)	40° 57′ 39 0″	7m 55′2s	1° 58′ 48′0″ O	814
Santa Cruz de Tenerife	28° 28′ 30′0″	50m 17′0s	12° 34′ 10′0″ O	»
Santander	43° 29′ 0′0″	0m 31′0s	0° 7′ 45′0″ O	»
Segovia (Catedral)	40° 57′ 3′6″	1m 45′6s	0° 26′ 24′0″ O	960
Sevilla (San Telmo)	37° 22′ 35′0″	9m 16′0s	2° 19′ 0′0″ O	30
Soria	41° 49′ 10′0″	4m 38′0s	1° 9′ 30′0″ E	1.068
San Sebastián	43° 19′ 0′0″	6m 46′0s	1° 41′ 30′0″ E	»
Tarragona	41° 7′ 10′0″	19m 48′0s	4° 57′ 0′0″ E	118
Teruel	40° 21′ 0′0″	10m 17′0s	2° 34′ 15′0″ E	935
Toledo	39° 51′ 0′0″	1m 23′0s	0° 20′ 45′0″ O	450
Valencia (Catedral)	39° 28′ 28′0″	13m 15′4s	3° 18′ 51′0″ E	24
Valladolid (Universidad)	41° 39′ 4′4″	4m 7′3s	1° 1′ 49′0″ O	962
Vitoria	42° 51′ 0′0″	4m 9′0s	1° 2′ 15′0″ E	513
Zamora (San Juan)	41° 30′ 12′0″	8m 14′0s	2° 3′ 30′0″ O	596
Zaragoza	41° 38′ 0′0″	11m 13′0s	2° 48′ 15′0″ E	200

ALTURA SOBRE EL NIVEL DEL MAR DE LAS PRINCIPALES MONTAÑAS DE ESPAÑA

Núm. de orden	Nombres de las alturas	Cordillera ó comarca donde se halla	Altitud en metros
1	Pico de Mulhacen	Penibética (Sierra Nevada)	3.554
2	La Veleta	Idem	3.470
3	Pico de Nethou	Pirenáica	3.404
4	Pico de Posets	Idem	3.367
5	Las tres Sorores	Idem	3.351
6	Monte Perdido	Idem	3.351
7	La Alcazaba	Sierra Nevada	3.314
8	Villamana	Pirenáica	3.298
9	Pico de Estats	Idem	3.140
10	Brecha de Roldan	Idem	3.000
11	Pico de Riús	Idem	2.941
12	Montaña de Maranges	Idem	2.913
13	Pico de Cotiella	Idem (estribos)	2.910
14	E Puigmal	Idem	2.909
15	Monte Collarado	Idem (derivación)	2.889
16	Río de Mont Liat	Idem	2.881
17	El Tendeñera	Pirineos (estribos)	2.850
18	Pico del Port de Orla	Idem	2.803
19	Picos del Gallinero	Idem (estribos)	2.750
20	Torre de Cerredo	Astúrica (Picos de Europa)	2.678
21	Altos de Almanzor	Carpeto-vetónica (Gredos)	2.650
22	Pico de Coll de Jou	Pirineos (Sierra de Cadí)	2.535
23	Peña-Prieta	Idem (derivación)	2.529
24	Puerto de Viella	Idem	2.506
25	Peña de Curavacas	Idem (prolongaciones)	2.502
26	Peña del Espiguete	Idem id.	2.433
27	Pico del Almirez	Sierra Nevada	2.400
28	Pico de Peñalara	Carpeto-vetónica (Guadarrama)	2.400
29	Sierra Sagra	Ibérica (Segura)	2.398
30	Cabezas de Hierro	Guadarrama	2.385
31	Pico de Añalarra	Pirineos	2.348
32	Moncayo	Celtibérica (Sierra del Madero)	2.346
33	Cumbres de la	Sierra de Gador (Penibética)	2.323
34	Pico de San Lorenzo	Celtibérica (Demanda)	2.303
35	Mesa de los Tres Reyes	Pirineos	2.300
36	Pico de Urbión	Celtibérica	2.246
37	Las Pedrizas	Guadarrama	2.234
38	Los Siete-Picos	Idem	2.203
39	Cabeza de la Excomunión	Idem	2.161
40	Sierra de Tejada	Almijara (Nevada, ramificación)	2.134
41	Pico de Ocejón	Guadarrama (Prolongación)	2.063
42	Sierra de María	Guillemona (Penibética)	2.039
43	Pico de Ory	Pirineos	2.017
44	Peña-Labra	Idem (ramificación)	2.002
45	Pico Javalambre	Ibérica (Sierra de Gudar)	2.002
46	Puerto de Navacerrada	Carpeto-vetónica	1.780
47	Id. de Roncesvalles	Pirineos	1.760
48	Id. de Canfranc	Idem	1.640
49	Id. de Guadarrama	Carpeto-vetónica	1.530
50	Id. de Somosierra	Idem	1.430
51	Id. de Pajares	Astúrica	1.360
52	Id. de las Pilas	Carpeto-vetónica	1.355
53	Id. de Velate	Pirineos	1.250
54	Id. de Alcolea del Pinar	Celtibérica	1.240
55	Id. de Barahona	Idem	1.130
56	Id. de Baños	Carpeto-vetónica	1.000
57	Id. de la Brújula	Celtibérica	980

CAPÍTULO III

REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DE LA LUZ

14 — Leyes generales sobre su propagación.

La luz es el agente que obrando sobre la retina produce la visión.

En todo medio homogéneo la luz se propaga en línea recta en todas direcciones con una *velocidad* de 313.274 kilómetros por *un segundo*, según las experiencias de Fizeau.

La *intensidad* de la luz recibida de un foco depende á la vez de la naturaleza de éste, de su distancia y de la inclinación de los rayos luminosos, habiéndose deducido de las experiencias fotométricas realizadas al efecto, las tres leyes siguientes:

1.° *La cantidad de luz recibida normalmente sobre una superficie dada varía en razón inversa del cuadrado de su distancia al foco luminoso* (1).

2.° *La cantidad de luz recibida oblicuamente es proporcional al coseno del ángulo que hacen los rayos luminosos con la normal á la superficie iluminada* y

3.° *Las intensidades de dos focos luminosos que producen, en iguales condiciones, la misma iluminación, son directamente proporcionales á los cuadrados de sus distancias respectivas á la superficie iluminada.*

15 — Definición de la reflexión y refracción. — Leyes generales. — Índice de refracción.

Cuando un rayo luminoso encuentra un cuerpo que no puede penetrar ó cuando pasa de un medio á otro, cambia de dirección produciendo los fenómenos de reflexión ó refracción.

Por ser su conocimiento importantísimo para nuestro objeto procurarémos dar á conocer las leyes que las rigen.

Si representamos por M N (Fig. 9) la sección de un cristal por un plano que le es perpendicular, por P Q la normal á aquél en el punto O y por consiguiente comprendida en el plano secante, y por L O un rayo luminoso que se encuentra en el mismo plano, de la luz del rayo L O *una parte se refleja* según O L", *otra se refracta* en la dirección O L' y, si el cristal no es completamente diáfano, homogéneo y de un pulimento perfecto, *otra porción de luz es absorbida* por él produciendo *reflexiones irregulares*, que nos permiten verle mediante la *luz difusa* por ellas producida.

Al rayo L O se le llama *rayo incidente*, al O L' *rayo refractado* y al O L" *rayo reflejado* y á los ángulos i, r y r', que forman con la normal P Q, respectivamente *ángulo de incidencia*, *de reflexión* y *de refracción*, habiéndose demostrado las leyes siguientes:

1.° *Los rayos incidente, reflejado y refractado y la normal, P Q, se encuentran en el mismo plano.*

(1) Esta ley es cierta para los rayos divergentes, pero no lo es para los *rayos paralelos*, cuya intensidad es constante en el vacío, en el aire y otros medios solo en la parte no absorbida por ellos; así es que con una pequeña lámpara puesta en el foco de un reflector, se trasmite la luz á grandes distancias, cuya propiedad se utiliza para hacer señales de noche, *si bien es de advertir que tales luces no se ven más que en la dirección determinada por el eje del reflector.*

2.ª *Los ángulos de incidencia, i, y de reflexión, r, son iguales.*

3.ª *Entre los ángulos de incidencia, i, y de refracción, r', existe una razón constante para los mismos ó iguales medios sea cualquiera el valor del ángulo de incidencia, representada por el cociente de sus senos; es decir que* $\frac{\text{Seno i}}{\text{Seno r'}} = n$; llámase á esta razón constante, n, *índice de refracción* del medio M Q N con referencia al M P N.

Se llama *absoluto* al índice de un medio con referencia al vacío y relativo con referencia á otro cualquiera, que *generalmente es el aire.*

Las cantidades de luz reflejada y refractada *son casi complementarias,* estando la 1.ª en razón directa y la 2.ª en razón inversa del ángulo de incidencia; de modo que cuando es nula esta

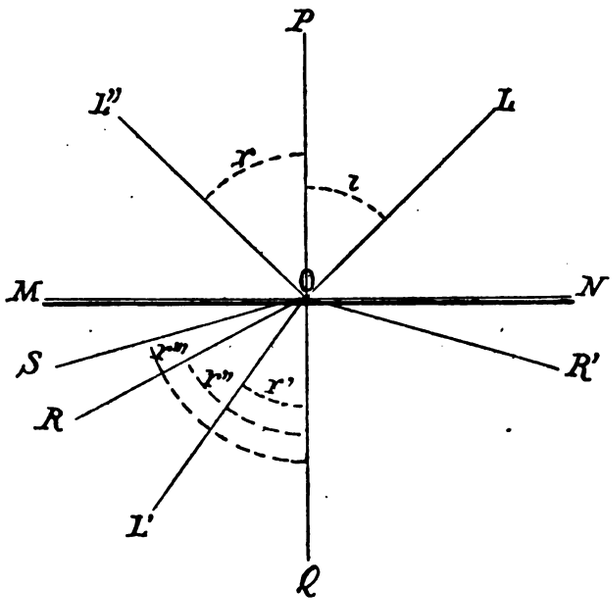


Fig 9ª

confundiéndose O L con O P, O L' lo hace con O Q, resultando *nula la luz reflejada* y pasando la total incidente en la dirección de O Q, si el medio es transparente.

La cantidad de luz difusa ó irregularmente reflejada es tanto mayor cuanto menos pulimentada es la superficie y menos diáfano y homogéneo el medio que recibe los rayos luminosos.

Si $\frac{\text{sen i}}{\text{sen. r'}} = n$ es el índice de refracción del medio M Q N relativamente al aire M P N, $\frac{\text{sen. r'}}{\text{sen. i}} = \frac{1}{n}$ será el inverso y como r' es menor que 1, se comprende que suponiendo que le rayo luminoso venga del medio más refringente al que lo es menos, r' pueda adquirir un valor r'' al que corresponda otro de i = P O N y en este caso no habrá refracción y por poco que aumente r'' la luz se reflejará totalmente en dirección, v. g., de O R', por lo que al indicado caso se le llama *ángulo límite* y *reflexión total.*

Conociendo el índice de refracción de un cuerpo relativamente al aire es fácil hallar para él el ángulo límite, porque debiendo ser el correspondiente de i igual á un recto (P O N) y siendo el seno de éste igual al radio, cuando éste sea la unidad resulta de la fórmula primera sen. $r' = \frac{1}{n}$, lo que dá el valor del ángulo r' en partes del radio.

Para que puedan utilizarse oportunamente consignamos á continuación el índice de refracción, según varios autores, correspondiente á los diferentes cuerpos que han de servir de medios en las observaciones topográficas.

INDICES DE REFRACCIÓN RELATIVAMENTE AL AIRE DEL:

	Ganot	Salmoiraghi	Boutan
Cristal de roca	1'547	»	»
Crown-glas (1)	1'500	1'5258 á 1'5465	1'5631
Flint-glas (1).	1'575	1'6278 á 1'6711	1'6405
Agua	1'336	»	»
Humor acuoso	1'337	»	»
Humor vitreo.	1'339	»	»
Cristalino	1'384	»	»

Las diferencias que se observan entre los índices consignados para los vidrios crown y flint se explican por la desigualdad de las pastas y esto ha de tenerse muy presente al examinar el Topógrafo los instrumentos que desée adquirir ó al pretender hacer nuevas combinaciones; y si bien le será muy difícil y en ciertos casos imposible determinar su calidad por el análisis, no lo es por la observación de los resultados, cuando se trata de juzgar de las condiciones de las lentes empleadas en los anteojos ó microscopios.

16 — Espejos. — Formación de las imágenes. — Sucesiva reflexión en dos espejos.

Llámase *espejo* á todo cuerpo cuya superficie perfectamente pulimentada *refleja con regularidad* la luz recibida produciendo la imagen de los objetos luminosos ó iluminados que se la envían.

Aunque *los espejos pueden ser por su forma planos, cóncavos, convexos, esféricos, parabólicos, cónicos,* etc., no nos ocuparémos más que de los primeros, por ser los más usados en los instrumentos topográficos.

También, en el concepto de la materia de que se componen, se distinguen en *metálicos, de cristal,* etc.; los metálicos bien construidos son preferibles, cuando no están expuestos á la acción directa de los agentes atmosféricos, porque absorben menos cantidad de luz y no dan lugar á la multiplicidad de las imágenes consiguientes á refracciones y reflexiones sucesivas, que algunas veces se producen en la lámina diáfana de los de cristal, perturbando los contornos de la imagen y disminuyendo la intensidad de su iluminación (2); pero ordinariamente los de cristal son los que se utilizan en los aparatos topográficos.

Formación de la imagen. — Si un punto luminoso A se encuentra delante de un espejo M N (Fig. 10), emitiendo rayos en todas direcciones, uno de ellos A B se reflejará según la dirección B O y el ojo le percibirá como si viniera de esta dirección.

Bajando la perpendicular A a, puesto que esta y todas las demás líneas se encuentran en el plano de los rayos incidente y reflejado, las A a y B O se encontrarán en un punto, a, simétrico de A con relación al espejo M N, como se demuestra fácilmente recordando la igualdad de los ángulos incidente A B D y reflejado D B O y como lo propio sucede para otro rayo luminoso cualquiera A C, el punto, a, será la imagen del A y el ojo recibirá la luz por él emitida como si el punto luminoso estuviera en el lugar de su imagen: de donde se deduce que *un punto conve-*

(1) El *crown-glas* es un vidrio de base terrosa, esto es, un silicato de potasa *sin plomo ni sal* con una potencia dispersiva menor que la del *flint-glas* y cuyo *índice de refracción varía del rojo al violeta* y el *flint-glas* es de base terroso-metálica, esto es, *un silicato de potasa con plomo*, cuyo índice de refracción varía según los números consignados.—(Salmoiraghi. «Istrumenti e metodi moderni di Geometria applicata», página 52.)

(2) Se ha probado con numerosos experimentos que de los rayos incidentes normalmente á la cara de los espejos, los de metal reflejan las dos terceras partes, los de mercurio la mitad, los de vidrio $^1/_{20}$ y el agua $^1/_{10}$. — (Magnaghi. «Gli strumenti a riflessione per misurare angoli», página 18.)

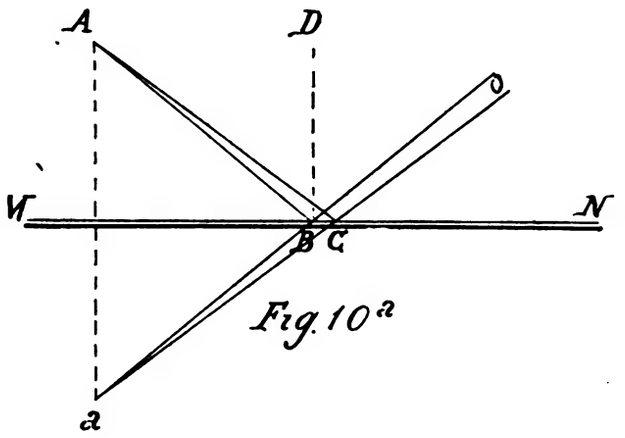


Fig. 10a

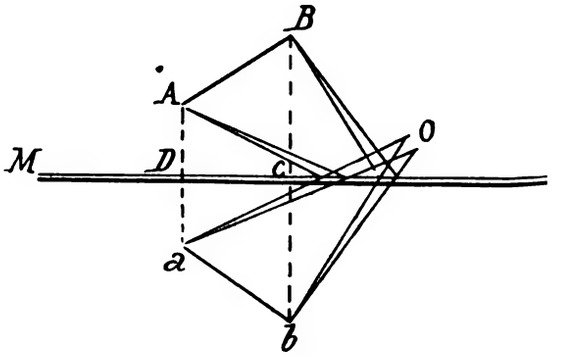


Fig. 11

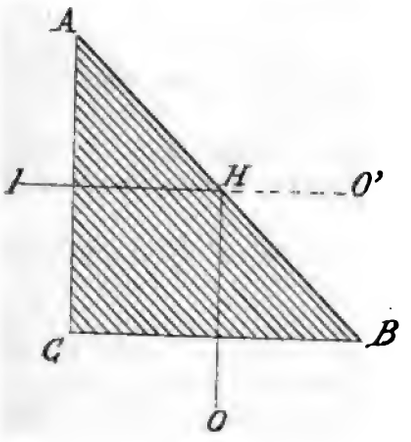


Fig. 12a

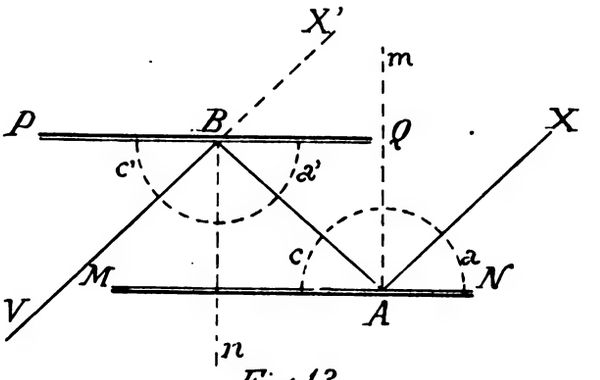


Fig. 13

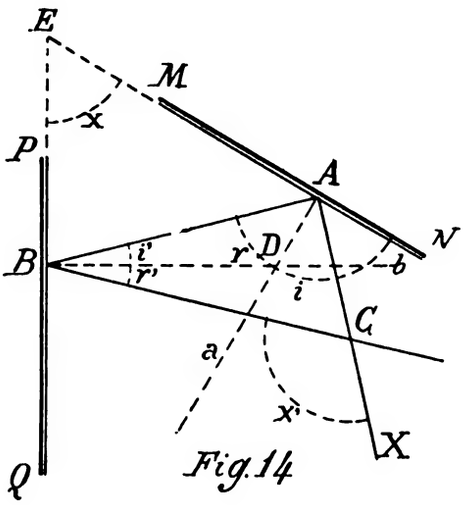


Fig. 14

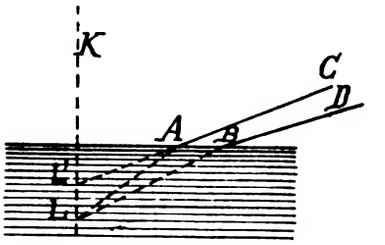


Fig. 15

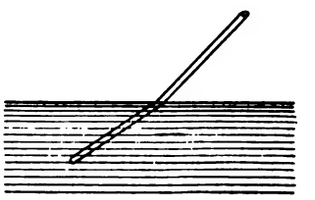


Fig. 16

nientemente colocado delante de un espejo (1) *forma su imagen detrás de este sobre la perpendicular bajada del punto luminoso ó iluminado al plano del espejo y á una distancia de este igual á la que de él está separado el punto luminoso; es decir que este y su imagen son simétricos con relación al plano del espejo.*

Si en lugar de un punto se considera un objeto cualquiera, determinando la imagen de sus puntos característicos, resultarán también simétricos el objeto y su imagen (2), como sencillamente se indica en la figura 11.ª y esto es precisamente lo que se observa en las aguas tranquilas con los objetos de sus márgenes.

De aquí también se deduce que *la imagen de un objeto horizontal formada en un espejo inclinado 50ᶜ al horizonte será vertical y al contrario*, cuya propiedad se utiliza en los instrumentos topográficos para ver con más facilidad algunas de sus partes, por ejemplo, los limbos planos.

Al mismo resultado se llega mediante el prisma de sección de triángulo rectángulo isósceles, que se convierte en un espejo á causa de la *reflexión total* que en él se obtiene.

En efecto: sea A C B (Figura 12.ª) un prisma de cristal perfectamente diáfano y de las indicadas condiciones geométricas; colocado sobre un objeto horizontal, v. g., sobre la graduación de un limbo plano, los rayos luminosos reflejados por esta tendrían la dirección O H perpendicular á C B y por consiguiente penetrarán en el prisma sin sufrir reflexión, ni refracción (núm. 15); en H formarán con la cara A B y con su normal un ángulo de incidencia de 50ᵍ y como este es mayor que el que corresponde á la reflexión total en los cristales de roca, de crown y de flint utilizados en tales prismas (3), sin refracción tomarán la dirección H I percibiéndolos el ojo con toda la intensidad luminosa que tenían al incidir en el prisma, menos la parte absorbida por el cristal, y el ojo percibirá la imagen como si se formara sobre la cara A C, lo cual es muchísimo más cómodo que si se hubiera de colocar el ojo horizontalmente sobre la graduación para observarla.

Tales prismas se utilizan en los instrumentos topográficos y más se utilizarán en adelante.

Aunque no es indispensable cubrir la cara A B, ni las laterales á la sección, como quiera que si ellas recibieran luz viva exterior podrían sus refracciones producir alguna perturbación en la imagen observada, conviene taparlas y así se hace ordinariamente convirtiendo el prisma en un excelente espejo.

Claro es que con otro ordinario de vidrio ó metálico se pueden conseguir los mismos resultados cuidando de darle la inclinación de 50ᵍ relativamente al plano del objeto que se quiera observar y materializar la cara A C con un cristal, cuando se deseé marcar en ella un índice para mejor apreciar la parte útil de la imagen, lo cual se puede conseguir, [illegible] siendo un hilo metálico bien extendido, que hará de índice.

SUCESIVA REFLEXIÓN EN DOS ESPEJOS. — *Si un rayo luminoso se refleja sucesivamente en dos espejos, el rayo incidente y el reflejado en el 2.º serán paralelos, cuando los dos espejos formen entre sí el ángulo de aquellos será duplo del que entre sí formen los espejos*

---

(1) [illegible]

(2) [illegible]

(3) [illegible]

1.er caso. — En efecto: sean M N y P Q (Figura 13) dos espejos paralelos entre si y perpendiculares al plano de la figura; X A un rayo luminoso comprendido en el mismo plano, que contendrá también los rayos reflejados A B y B V y las normales Am y Bn según la 1.ª ley del número 15; según la 2.ª los ángulos a y c y a' y c' serán respectivamente iguales por serlo los complementos y como a' = c por ser paralelos los espejos, resultará c' = a, por lo que y por tener paralelos los lados A N y B P también lo serán los otros lados A X y B V.

Si los dos espejos son pequeños y están muy próximos estos rayos, incidente y doblemente reflejado, se confundirán sensiblemente, y la imagen X' del objeto X vista desde V coincidirá con el objeto visto directamente.

2.º *caso.*— Sean M N y P Q (Figura 14) los dos espejos, perpendiculares al plano de la figura é inclinados entre si, cuyas trazas se encuentran en el punto E y vamos á demostrar que este ángulo, x, es la mitad del B C X = x', que el rayo incidente forma con el doblemente reflejado.

En efecto: por ser el x' externo al triángulo A B C fácilmente se comprende que

$$x' = i + r + i' + r' = 2\,i' + 2\,r$$

Teniendo el cuadrilátero A E B D los ángulos en A y en B rectos, es indudable que el E = x y el B D A serán suplementarios y por consiguiente E o' x = B D a; pero éste, como externo al triángulo A B D es igual á i' + r, luego x es la mitad de x', que es lo que se quería demostrar.

En las propiedades de la reflexión sucesiva en dos espejos, se fundan las condiciones de algunos aparatos topográficos, como las escuadras, alineadores, sextantes y círculos de reflexión.

17 — Engañosas apariencias á causa de la refracción.

Los cuerpos sumergidos en el agua ó en otro medio más refringente que el aire nos parecen más próximos á la superficie de lo que realmente están, haciéndonos apreciar equivocadamente la profundidad de los ríos y los lagos.

Esto se comprende fácilmente á la vista de la figura 15, porque los rayos luminosos L A y L B emitidos por un cuerpo L colocado en el fondo, se refractan en la superficie según A C y B D, percibiéndolos el ojo como si procedieran del punto L'.

Por la misma razón si en el agua metemos un bastón, la parte sumergida parece inclinarse hacia arriba, presentándose á la vista en línea quebrada, como aparece en la figura 16.

Refracción atmosférica. — Si el aire de la atmósfera puede considerarse como un medio homogéneo á pequeñas distancias, no sucede lo mismo cuando miramos objetos lejanos y muy especialmente si están á grande altura, como las estrellas, porque las capas atmosféricas inferiores son generalmente mas densas y por consiguiente mas refringentes y al pasar de unas á otras los rayos luminosos se han de separar de su dirección recta.

Para comprender mejor el efecto consiguiente, supongamos en O (Figura 17) la Tierra rodeada de capas concéntricas de aire de distintas densidades; en a un astro y que a *b* sea el rayo luminoso por él emitido, que ha de recibir el observador: al llegar á *b* encontrando un medio más denso se refractará según *b* c; en c lo hará según c *d* y en *d* según *d e* haciendo estas líneas ángulos cada vez menores con la normal á las superficies de separación ó sea con la prolongación de los radios O b, O c, O d y O e; el observador verá por consiguiente el astro en la dirección de *e d*, como si se hallara situado en a' más alto de lo que realmente se encuentra; razón por la que vemos los astros antes de que lleguen al horizonte y después que en el *ocaso* le han pasado.

Siendo de poco espesor las capas, en que se puede considerar dividida la atmósfera, resulta infinito su número y por consiguiente la línea quebrada *b* c *d* e... convertida en una curva con su concabidad hacia la Tierra y la e a' en la tangente en su último elemento.

Aunque se supone que en nuestros climas *la refracción eleva los astros medio grado sexagesimal*, está demostrado que no sucede así en muchos casos; de todos modos esto demuestra la necesidad de reducir las *niveladas* á cortas distancias, porque la influencia de la refracción del aire en las grandes es muy variable con la temperatura, la humedad y otras condiciones del mismo y con la inclinación de las visuales y no es posible tener en cuenta tales influencias en la determinación de las alturas relativas, que ha de calcular el Topógrafo, aunque en determinados casos la anula en gran parte mediante la observación recíproca.

A la refracción de la luz en el aire es también debido el *espejismo directo é inverso* que tanto mortifica á los caminantes del desierto y á los navegantes en ciertos mares y otros fenómenos engañosos, de que no podemos ocuparnos en este libro.

18 — Refracción de la luz en los medios diáfanos terminados por superficies planas.

Cuando la luz atraviesa una lámina trasparente de caras paralelas, los rayos emergentes son paralelos á los incidentes.

En efecto: sea M N (Figura 18) un cristal de caras paralelas representado por una sección recta; S A un rayo incidente situado en el plano que la produce, D B el rayo emergente, i y r, i′ y r′ los ángulos de incidencia y refracción que se producen al penetrar la luz del aire en el cristal y al salir de éste al aire.

Según lo ya dicho (número 15), resultará que $\frac{\text{sen. } i}{\text{sen. } r} = n$ y $\frac{\text{sen. } i'}{\text{sen. } r'} = \frac{1}{n}$; de manera que $\frac{\text{sen. } i}{\text{sen. } r} = \frac{\text{sen. } r'}{\text{sen. } i'}$; pero $r = i'$, como alternos internos entre las dos normales á las caras paralelas del cristal; luego si los denominadores son iguales también lo serán los numeradores y por consiguiente $i = r'$, de donde se deduce que S A será paralela á D B.

Resulta según esto, que si se mira oblicuamente un punto á través de una lámina de cristal de caras paralelas, se verá no en la dirección de la visual incidente sino en otra paralela á ella y tanto más separada cuanto mayor sea la inclinación de la visual incidente y el espesor de la lámina de cristal, resultando nula la separación cuando la visual es perpendicular á la lámina.

Por esto es que sucede que si se coloca un cristal sobre líneas rectas ó curvas, estas aparecen tal cual ellas son si se mira normalmente al cristal y quebradas en la arista de este si se miran oblicuamente, como se indica en la figura 19; lo que puede tener influencia en la apreciación de los datos que suministran los instrumentos topográficos.

Refracción de la luz en los prismas. — En Óptica se llama prisma á todo medio trasparente comprendido entre dos caras inclinadas entre sí; pero los que en las experiencias y en los aparatos se emplean ordinariamente son prismas triangulares rectos tal como los define la Geometría, llamándose *arista del prisma* la intersección de los dos planos considerados, *ángulo refringente* al ángulo plano de aquéllos y *sección principal* la obtenida por un plano perpendicular á la arista.

En la sección principal A B C (Figura 20) al punto A se llama *vértice del prisma*, á la recta C B su *base* y al ángulo C A B *ángulo refringente*.

Si se considera un rayo luminoso O D, este al penetrar en el prisma toma la dirección D K por ser el cristal más refringente que el aire y en K se refracta nuevamente tomando la dirección K H; de suerte que mirando desde H al punto O este aparece como si se encontrara en O′, resultando que *los objetos mirados á través de un prisma aparecen levantados hacia su vértice*, precisamente porque los rayos luminosos *que le inciden* (O D) *salen de él inclinándose* (K H) *en sentido contrario*, esto es, *acercándose á la base*.

La *desviación* que el prisma imprime á la luz por las dos refracciones que esta sufre, está

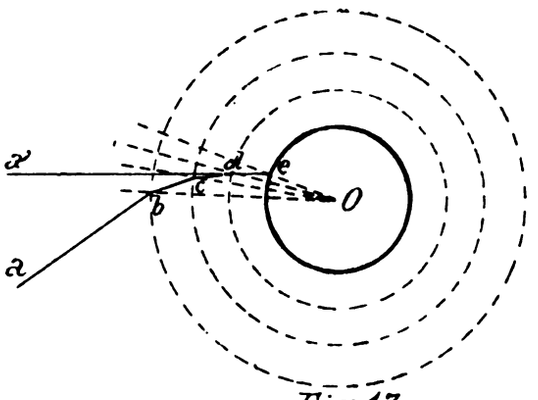


Fig. 17.

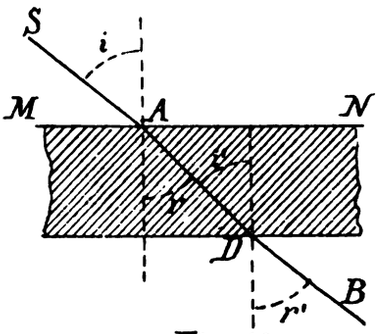


Fig. 18

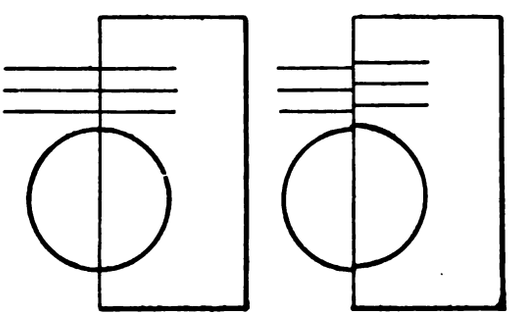


Fig. 19

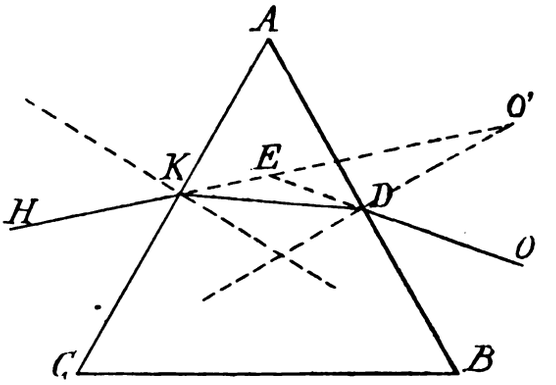


Fig 20

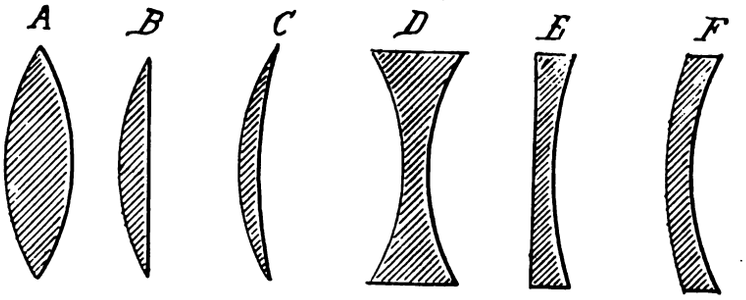


Fig. 21

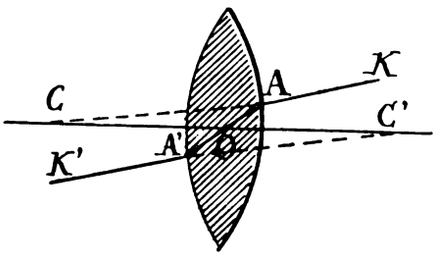


Fig 22

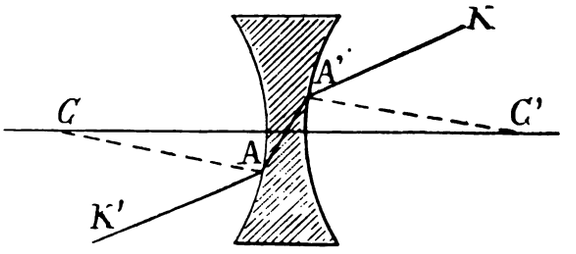


Fig. 23

medida por el ángulo O E O' formado por el rayo incidente y la prolongación del 2.° refractado y llamándola *d* se demuestra fácilmente que

$$d = i + i' - A$$

en que i é i' son la 1.ª incidencia y la 2.ª refracción ó incidencia inversa y A el ángulo refringente del prisma; por consiguiente el valor de *d depende del ángulo de incidencia, del refringente del prisma y del índice de refracción de su materia.*

19 — Refracción de la luz en las lentes.

Se llaman *lentes* los medios trasparentes limitados por superficies curvas, que pueden ser *esféricas, cilíndricas, elípticas ó parabólicas.*

Las generalmente usadas son discos de cristal (crown ó flint) terminados por superficies esféricas y planas combinadas, de las condiciones generales geométricas que se indican en la figura 21.

Seis son las formas admitidas, llamándose á las tres primeras *convergentes*, porque refractan los rayos luminosos de manera que los acercan á la cara opuesta á la de incidencia, y á las otras tres *divergentes*, porque producen el efecto contrario.

A la 1.ª, A, se la llama *bi-convexa*, á la 2.ª, B, *plano-convexa*, á la 3.ª, C, *convexo-cóncava* ó *menisque convergente*, á la 4.ª, D, *bi-cóncava*, á la 5.ª, E, *plano-cóncava* y á la 6.ª, F, *cóncavo-convexa* ó *menisque convergente;* las tres primeras son más gruesas en el centro que en los bordes y lo contrario sucede en las tres últimas.

Aunque los *dos menisques* se componen de superficies esféricas en el mismo sentido, se nota á la vista de la figura que la diferencia de sus espesores depende de que el radio de curvatura de la esfera interior ó de la derecha es mayor que el de la izquierda en el menisque convergente (C) y menor en el divergente (F).

Los centros de las esferas se llaman *centros de curvatura* de las lentes; *eje principal* es la línea que une los centros y en las plano-cóncavas y plano-convexas la perpendicular bajada desde el centro de la superficie esférica á la plana de la lente: los puntos de intersección de sus caras curvas con el eje son los *vértices de la lente.*

Sección principal de una lente es la determinada por un plano que pasa por su eje principal y en él se consideran comprendidas todas las construcciones geométricas utilizadas en las demostraciones teóricas.

Como las propiedades de todas las lentes convergentes son las mismas y lo propio sucede con las divergentes, no hay necesidad de ocuparse, en la exposición de las teorías, más que de la 1.ª de cada grupo.

La refracción de la luz en las lentes se puede asimilar á la de los prismas, suponiendo las superficies esféricas compuestas de infinito número de caras planas y como sus normales pasan por el centro de la esfera correspondiente y en las lentes bi-convexas, por ejemplo, las caras de los puntos de incidencia y refracción están inclinadas hacia la parte opuesta del eje, los rayos emergentes convergerán hacia él y en las bi-cóncavas sucederá lo contrario, por lo que á *las primeras se las llama convergentes y divergentes á las segundas.*

Centro óptico de una lente es un punto situado sobre su eje principal, que tiene la propiedad de dar salida en la lente á todo rayo luminoso que pasa por él, no en línea recta, pero sí paralelamente á dicho eje con una separación proporcional al espesor de la lente.

En efecto: si en la lente de la figura 22 se tiran desde los respectivos centros de curvatura de sus caras dos radios paralelos C A y C' A', como los elementos planos A y A' de las dos superficies esféricas les son perpendiculares, resultando entre sí paralelos, todo rayo luminoso K' A', que se propaga en la lente según A' A emergerá según A K paralelamente á K' A', porque es el mismo caso de la lámina de caras paralelas. (Núm. 18. Fig: 18.)

El punto O de intersección de A' A con el eje principal es el *centro óptico*, siempre el mismo para cada lente, sean cualesquiera los elementos A y A' que se consideren.

En efecto: si C A y C' A' son iguales, esto es, si las superficies esféricas que limitan la lente son de igual radio, lo que sucede con frecuencia, los triángulos C O A y C' O A son iguales y en este caso C O y C' O lo son también, resultando que el *centro óptico se encuentra en el punto medio de la parte del eje interceptada por las caras ó sea en el centro de la figura.*

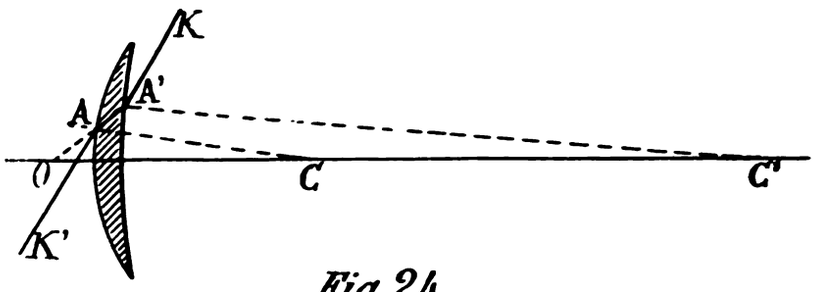


Fig. 24

Si los radios C A y C' A' no son iguales, los triángulos referidos serán semejantes y se tendrá $\frac{C\,A}{C'\,A'} = \frac{C\,O}{C'\,O}$ y como la primera razón es constante también lo será la segunda y *las distancias del centro óptico á los de curvatura serán proporcionales á los radios de estas.*

En las lentes bi-cóncavas ó cóncavo-convexas se determina el centro óptico del mismo modo, obteniéndose en las primeras igual resultado que en las bi-convexas, pero no *en las segundas*, en que *el centro óptico se encuentra fuera de la lente*, como asi aparece, para las primeras en la figura 23 y en la 24 para las segundas.

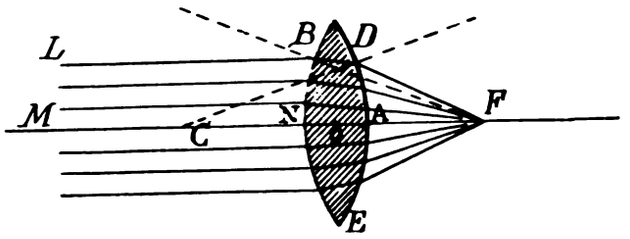


Fig. 25

En las *plano-convexas* y *plano-cóncavas el centro óptico se encuentra en el punto de intersección de la curva con el eje ó sea en su vértice*, porque siendo paralelos el eje principal y la normal á la cara plana é idénticos los ángulos de 1.ª incidencia y 2.ª retracción, han de ser paralelos los rayos incidente y emergente.

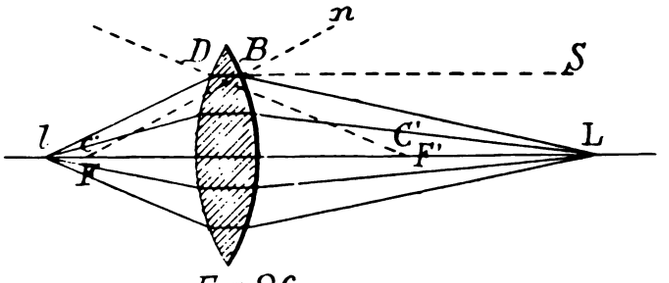


Fig. 26

Resulta por consiguiente que *el centro óptico se encuentra en el eje principal.*

1.° En las lentes bi-convexas y bi-cóncavas, de igual radio en ambas caras, *en el centro de la figura* ó sea á igual distancia de los centros de curvatura.

1.° En las mismas lentes, cuando los radios son diferentes, *á distancias de los centros proporcionales á los radios.*

3.° En las plano-convexas y plano-cóncavas, *en su vértice* ó intersección del eje principal con la cara curva, y

4.° En los menisques convergentes y divergentes, *el centro óptico se encuentra fuera de la lente* por la parte convexa.

Ejes secundarios. — Son las rectas que pasan por el centro óptico y no por los de curvatura y suponiendo nulo ó despreciable el espesor de las lentes resultará que los rayos luminosos que pasan por aquél emergerán sin desviación ó en línea recta, como acontece á los del eje principal.

Focos de las lentes bi-convexas. — Se llaman *focos* los puntos en que concurren los rayos luminosos refractados ó sus prolongaciones.

Se dividen en *focos principales, conjugados* y *virtuales*, según sea su situación con relación á la lente y á su eje principal.

Focos principales. — Por el cálculo y la experiencia se ha demostrado que, *cuando la curvatura D E* (Figura 25) *de una lente no exceda de 11° á 13°, todos los rayos luminosos*, tales como L B, *paralelos al eje*, después de la doble refracción, *concurren sensiblemente en un punto F, que es el foco principal posterior y O F la distancia focal principal.*

Esta distancia es constante para una misma lente, pero varía con el radio de curvatura y con el índice de refracción; EN LAS PLANO-CONVEXAS ES DOBLE QUE EN LAS BI-CONVEXAS DE IGUAL RADIO Y MATERIA.

En las lentes ordinarias, que son de crown, el foco principal coincide sensiblemente con el centro de curvatura.

Para medir la distancia focal de una lente el procedimiento mas sencillo consiste en ponerla normalmente á la dirección de los rayos solares y recoger su imagen en el papel ú otro objeto plano y mate, separándole ó acercándole hasta que se obtenga un círculo bien definido y el más brillante y pequeño posible y midiendo la distancia entre la imagen y la lente se tendrá la distancia focal principal buscada y también sensiblemente los radios de curvatura de las dos esferas en las lentes bi-convexas, que los tengan iguales y sean de crown, según antes se ha indicado y siempre que el índice de refracción difiera poco de 1'50.

Reciprocamente: si el punto luminoso se coloca en el foco principal, los rayos emergentes resultarán paralelos y, sin más pérdida de luz que la absorbida por el aire y medio en que se propaguen, la harán llegar á grandes distancias; por lo que se utiliza esta condición para hacer señales de noche; como si los rayos incidentes fueran paralelos detrás de la lente convergirían en otro punto que se hallaría á igual distancia de la lente que el foco principal posterior, resulta que existe otro anterior de iguales condiciones, por lo que se distinguen con los nombres de *anterior* y *posterior*.

Focos conjugados. — Si consideramos un punto luminoso mas distante de la lente que sus focos principales, el punto L, v. g. (Figura 26) comparando el ángulo L B n, que el rayo L B forma con la normal ó radio C B, con el ángulo S B n, que corresponde al rayo luminoso S B paralelo al eje, fácilmente se deduce que el rayo refractado D I cortará al eje principal en un punto *I* más distante de la lente que su foco principal posterior y como en él concurren todos los rayos luminosos procedentes de L, aquél toma el nombre de *foco conjugado de este*, porque si el punto luminoso se coloca en *I* sus rayos refractados convergerán en L.

A medida que este se aproxime á la lente la divergencia será mayor y cuando coincida con F resultarán paralelos los rayos refractados.

Si el punto luminoso estuviera sobre ó debajo del eje principal *se encontraría en su eje secundario el foco conjugado.*

Foco virtual. — Cuando L se halla entre el foco F y la lente, como se indica en la figura 27, aumentando la divergencia de los rayos refractados dejarán de ser paralelos, pero no se encontrarán al lado opuesto de aquélla sino sus prolongaciones delante de ella y al punto I de

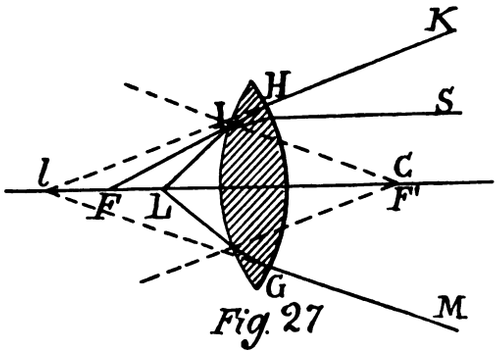


Fig. 27

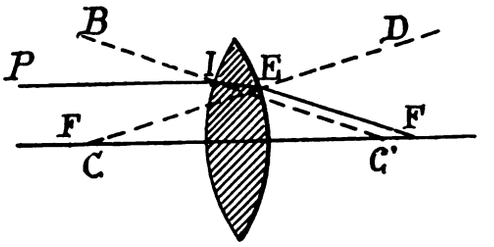


Fig. 28

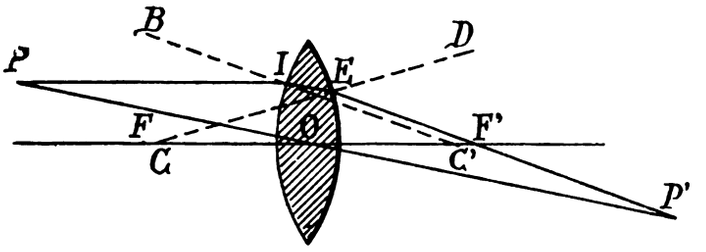


Fig 29

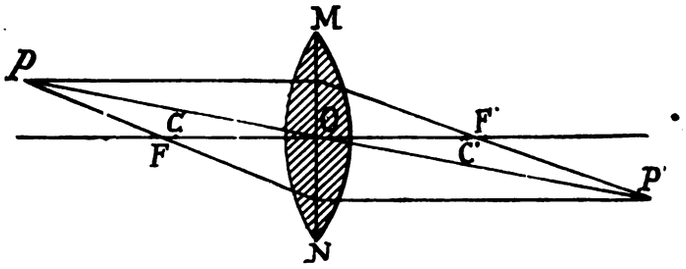


Fig 30

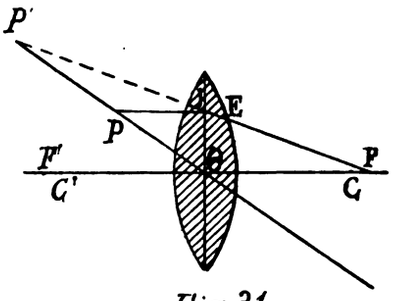


Fig 31

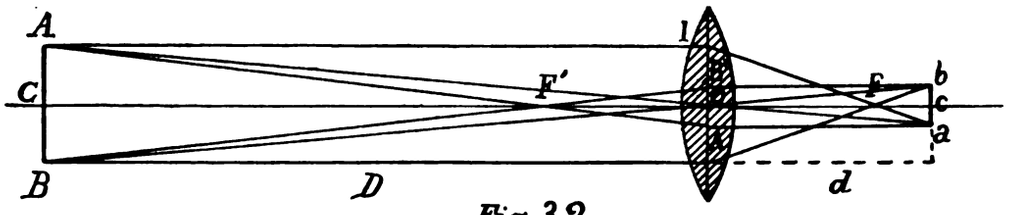


Fig. 32

reunión sobre el eje principal se le llama *foco virtual* del punto L y cuanto más se acerque este á la lente mas se acercará también aquel á ella, como se deduce á la sola inspección de la figura.

Determinación gráfica de los focos en las lentes bi-convexas

Focos principales. — Según hemos dicho deben hallarse en el eje principal y todos los rayos incidentes paralelos á este, despues de las dos refracciones, deben pasar por el foco principal; por consiguiente, si se tira el rayo P I paralelo al eje (Figura 28) y el radio C' I de la primera superficie esférica, que será la normal en el punto de incidencia, tendremos el ángulo de esta P I B; el de refracción C' I E se determina por la fórmula $\frac{\text{sen. i}}{\text{sen. r}} = n$ y conociendo el índice de refracción quedará determinado el punto E; tirando después el radio C E de la segunda superficie esférica el nuevo ángulo incidente sería C E I y el de la segunda refracción F E D se determinaría por la fórmula $\frac{\text{sen. i'}}{\text{sen. r'}} = \frac{1}{n}$, con lo que quedaría determinado el foco F y el anterior F'; pues deben hallarse á igual distancia del centro óptico si son iguales los radios ó á una distancia proporcional á ellos en otro caso.

Focos conjugados. = Los de los puntos que se hallan en el eje principal se determinan con la construcción indicada en la figura 26.

Los de los puntos que se hallen fuera del eje principal, teniendo en cuenta que se han de encontrar en el mismo eje secundario y que el rayo paralelo á aquel, que pasa por el punto luminoso, ha de pasar, después de la doble refracción, por el foco principal; de manera que si fuera P (Figura 29) el punto luminoso, tirando el eje secundario P P' y la paralela P I al eje principal, se determinará el punto de emergencia E como queda dicho y uniendo E á F' y prolongándola hasta P', éste sería el foco conjugado de P.

Aunque estas construcciones no son difíciles, resultan embarazosas y cuando no se quiere tener grande exactitud se simplifican reduciendo las dos refracciones á una sola, lo que supone despreciable el espesor de la lente, utilizando en lugar de ella la traza del plano perpendicular al eje principal en el centro óptico, que se llama *plano principal de la lente*, por cuyo medio para resolver el 2.° caso anterior basta tirar desde P las rectas P O P' y P I y desde la I la I F' P', como aparece en la figura 30.

En lugar de utilizar un rayo luminoso paralelo se puede emplear además otro P F (Figura 30) que pase por el foco principal anterior, pues después de las dos refracciones emergerá paralelamente al eje y pasará por el foco conjugado: y como utilizando el *plano general*, como en la figura 30 se hace, la construcción es sencilla vale más emplear esta doble construcción consiguiendo la inmediata comprobación sin gran trabajo, cual aparece en la figura.

Foco virtual. — Si suponemos el punto luminoso colocado entre el plano del foco principal anterior F' (Figura 31) y la lente y hacemos la construcción antes indicada, resulta que los rayos E F y P O no se encuentran después de la lente, pero sí sus prolongaciones delante de ella, en P', que resultará ser un *foco virtual* de P.

La *distancia focal principal*, F, (1) se determina en función del índice de refracción del vidrio de la lente, n, y de los radios de curvatura de sus caras, R y R', por medio de la *ecuación* llamada *del poder convergente:*

$$^1/_F = (n - 1)\ (^1/_R + {}^1/_{R'}) \text{ ó } F = \frac{R\,R'}{(n-1)\ (R' + R)} \quad (1.^a)$$

cuya discusión es muy interesante, pero inoportuna en este lugar, en que debemos concretarnos á consignar algunas consecuencias importantes, á saber:

(1) Es algo inconveniente designar con esta misma letra el foco y la distancia focal; pero este es el uso corriente y para evitar complicaciones nos hemos de ajustar á él.

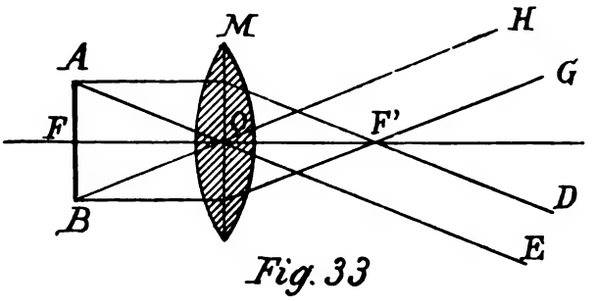


Fig. 33

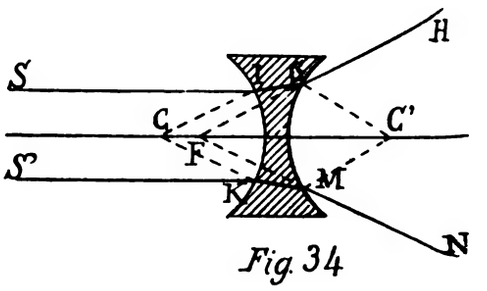


Fig. 34

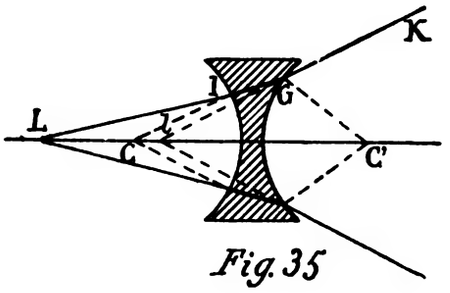


Fig. 35

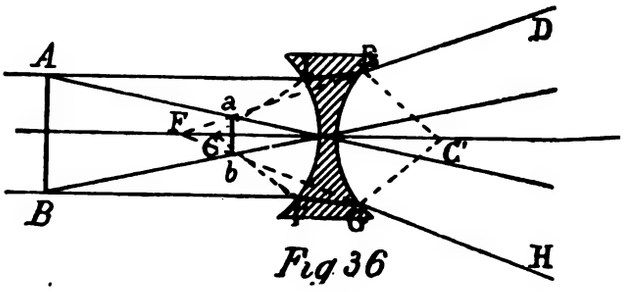


Fig 36

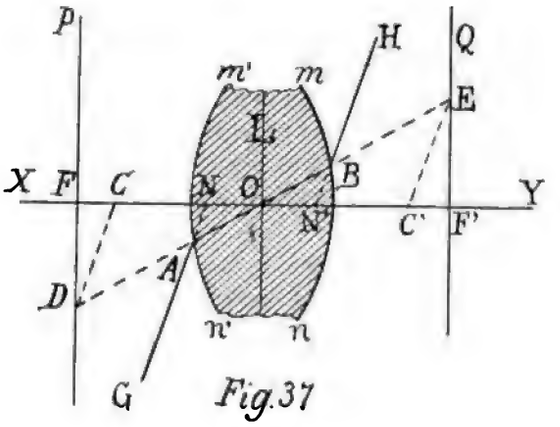


Fig. 37

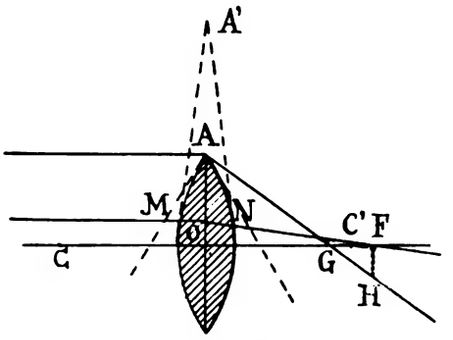


Fig 38

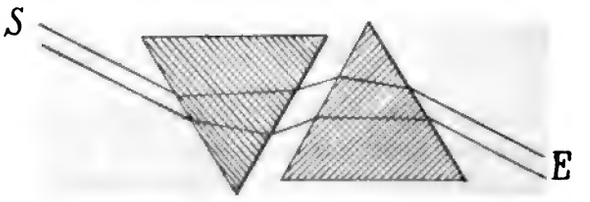


Fig 39

1.° Si en la precitada fórmula se cambia R por R'; esto es, si se invierte la lente, el valor de F no varía, demostrando que *existen dos focos principales*, uno delante y otro detrás de la lente á igual distancia de su centro óptico.

2.° Si los radios de curvatura de ambas caras son iguales; esto es, si R = R', como sucede muchas veces, resulta:

$$^1/_F = (n-1)\frac{2}{R} \quad \text{ó} \quad F = \frac{R}{2(n-1)} \qquad (2.^a)$$

y en el caso en que el vidrio sea de crown ordinario, cuyo índice es igual á 1'5o, resultará F = R; esto es, que los focos principales coincidirán sensiblemente con los centros de curvatura, como ya se habia dicho.

3.° Si R ó R' tiene un valor infinito, ó, lo que es igual, si una de las caras de la lente, es plana, se tendrá:

$$^1/_F = (n-1)\frac{1}{R} \quad \text{ó} \quad F = \frac{R}{n-1} \qquad (3.^a)$$

demostrando que las lentes *plano-convexas tienen la distancia focal doble de la de las bi-convexas* á igualdad de los radios de curvatura y de calidad del vidrio.

4.° En los *menisques convergentes* la distancia focal es mayor, cuadruplicándose la de las lentes bi-convexas, siempre que el radio de curvatura interior sea doble del de la exterior siendo este el de las dos caras de las bi-convexas.

5.° En las *lentes divergentes* las distancias focales son iguales á las antes consignadas con la diferencia de resultar sus valores negativos; de manera que los rayos emergen con la inclinación consiguiente á las rectas que unen el foco colocado en la región de donde viene la luz al punto de incidencia de los rayos paralelos y si de este foco parten los rayos luminosos, hacia el mismo lado paralelamente al eje.

Las distancias focales conjugadas ó sean las que del centro óptico de la lente separan el objeto y su imagen, D y d, se determinan en función de la focal principal, F, por la *ecuación de los focos conjugados*

$$^1/_D + ^1/_d = ^1/_F \quad \text{ó} \quad d = \frac{F}{1 - {}^F/_D} \qquad (4.^a)$$

para el caso de las *imágenes reales* y se convierte en

$$^1/_D - ^1/_d = ^1/_F \quad \text{ó} \quad d = D\,\frac{F}{F-D} \qquad (5.^a)$$

para el caso de las *imágenes virtuales* ó sea cuando en las lentes convergentes el objeto se encuentra entre el foco principal y la lente; cuyas fórmulas conviene tener presentes por ser su uso frecuente en las demostraciones.

Construcción de las imágenes reales. — Cuando el objeto se halla más distante de la lente que su foco anterior (Figura 32), basta determinar los focos conjugados de sus extremos, ó mejor de sus puntos característicos, para tener las condiciones de la imagen, como en la figura se hace para los puntos A y B, resultando la imagen *a b, real é invertida*, y basta, para verla, colocar en su plano una pantalla ó *poner el ojo en la prolongación de los rayos emergentes* á la distancia de la visión distinta para que se pinte aquélla en la retina; pero es de advertir y tenerlo muy en cuenta, que esta imagen aérea no se vé más que en la dirección de los rayos emergentes que la producen, condición esencialisima en los oculares de los anteojos, como verémos al ocuparnos de ellos.

Cuando el objeto se coloca en el foco anterior de la lente *no se forma la imagen*, porque los rayos luminosos de cada punto refractados no se encuentran, como se indica en la figura 33 para los puntos A y B.

Relación entre la magnitud del objeto y su imagen. — De la inspección de la figura 32 resulta que siendo los triángulos A B O y a b O isósceles y semejantes y O C y O c sus alturas ó sean las distancias (D y d) que respectivamente separan del centro óptico de la lente el objeto y su imagen, se tiene la proporción

$$\frac{A\,B}{a\,b} = \frac{D}{d}, \text{ de donde se deduce } \left\{ \begin{array}{l} a\,b = \frac{d}{D} \times A\,B \quad y \\ D = \frac{d}{a\,b} \times A\,B \end{array} \right\} \quad (6.^a)$$

y como la (4.ª) nos permite hallar el valor de *d*, cuando se conocen los de F y D, fácil es, para cada caso, determinar la magnitud de la imagen de un objeto dado, según las distancias á que se coloque, dato interesante en la apreciación de las condiciones en que podremos utilizar los anteojos, especialmente en la medición de las distancias.

De la ecuación (4.ª) se deduce que siendo F generalmente muy pequeña con relación á D, resulta que F/D lo será también y por consiguiente para distancias algo grandes, v. g., de 100 metros en adelante, el valor de *d* diferirá poco del de F, ó, lo que es lo mismo, que *el foco conjugado casi coincidirá con el principal de la lente.*

Conviene tener clara idea de estas diferencias y á tal efecto á continuación consignamos los valores resultantes para *d* en la ecuación (4.ª), siendo F = 35 centímetros, y sus diferencias á F y entre sí:

Para D = 30 metros;	d = 0'354 098 metros;	d - F = 0'004 098 metros;	d - d' = 1'009 mm.
40 »	» = 0'353 089 »	» = 0'003 089 »	» = 0'662 »
50 »	» = 0'352 467 »	» = 0'002 467 »	» = 0'413 »
60 »	» = 0'352 054 »	» = 0'002 054 »	» = 0'295 »
70 »	» = 0'351 759 »	» = 0'001 759 »	» = 0'221 »
80 »	» = 0'351 538 »	» = 0'001 538 »	» = 0'172 »
90 »	» = 0'351 366 »	» = 0'001 366 »	» = 0'137 »
100 »	» = 0'351 229 »	» = 0'001 229 »	» = 0'205 »
120 »	» = 0'351 024 »	» = 0'001 024 »	» = 0'147 »
140 »	» = 0'350 877 »	» = 0'000 877 »	» = 0'110 »
160 »	» = 0'350 767 »	» = 0'000 767 »	» = 0'080 »
180 »	» = 0'350 687 »	» = 0'000 687 »	» = 0'073 »
200 »	» = 0'350 614 »	» = 0'000 614 »	» = 0'206 »
300 »	» = 0'350 408 »	» = 0'000 408 »	» = 0'101 »
400 »	» = 0'350 307 »	» = 0'000 307 »	» = 0'062 »
500 »	» = 0'350 245 »	» = 0'000 245 »	

Obsérvase en esta tabla que si las diferencias d — F son muy pequeñas, lo son más aún las d - d', poniendo en evidencia la gran *dificultad de enfocar exactamente* la imagen de los objetos algo lejanos y por consiguiente la que presenta utilizar las buenas condiciones de los anteojos más potentes.

Aplicando estos valores en la ecuación (6.ª), para cada uno de A B se tendrá el correspondiente de su imagen *a b*.

Sea por ejemplo D = 100 metros; en las condiciones de la lente expresadas, d = 0'351 229 metros y si suponemos A B = 1 metro resultaría para su imagen,

$$a\,b = \frac{0'351\,229}{100} = 0'00351\ldots \text{ metros}$$

No es sin embargo esta la fórmula utilizada sino la siguiente, más general:

$$a\,b = \frac{A\,B \times F}{D - F} \quad (7.^a)$$

deducida de las (4.ª) y (6.ª) eliminando el valor variable de *d*, en la que la relación entre la imagen, a b, y el objeto, A B, es constante por contarse la distancia desde el foco principal anterior de la lente (D — F) utilizando los triángulos A F' B y A' F' B' y es indudable que si la lente no tuviera espesor esta relación sería completamente exacta; pero no lo es por la refracción que los rayos paralelos de sus extremos sufren al cruzarla.

Conocido el espesor de la lente y su índice de refracción pudiera calcularse la magnitud verdadera de la imagen utilizando la propiedad de los *puntos nodales;* pero no es esto necesario para nuestro objeto, ni menos ahora oportuno, pues no hemos dado á conocer éstos.

Aplicando la fórmula (7.ª) al ejemplo antes propuesto, resulta:

$$a\,b = \frac{1 \times 0'35}{100 - 0'35} = \frac{0'35}{99'65} = 0'00351\ldots \text{ como antes.}$$

Focos principales y conjugados virtuales de las lentes bi-cóncavas. — Cuando un haz luminoso divergente encuentra una lente bi-cóncava, esta le transforma en otro mas divergente todavía y se comprende que así suceda, porque pudiéndose asimilar tales lentes á una serie de prismas, cuyo vértice se halla hácia el eje principal, han de refractar los rayos luminosos separándolos de él y por consiguiente no se puede producir un foco real, sino otro virtual.

Si se considera en primer lugar el haz S I K S' de rayos paralelos al eje (Figura 34) el rayo S I se refractará en el punto I de incidencia, aproximándose á la normal C I y en el punto G se refracta de nuevo separándose de la normal C' G, de manera que se quiebra la recta dos veces en el mismo sentido alejándose del eje C C'.

Lo mismo sucede con el rayo S' K después de atravesar la lente, de suerte que el haz incidente después de la doble refracción se convierte en el haz divergente H G M N convergiendo todos sus rayos en F, *que es el foco principal virtual.*

Si se considera el punto luminoso L situado sobre el eje (Figura 35), análoga construcción da para haz emergente el que indica la figura y, para foco conjugado, el virtual *l*, entre el principal de la lente y la cara de ésta.

Para simplificar las construcciones se puede, como en las lentes convergentes, suponer despreciable su espesor y utilizar el plano principal de las lentes.

Construcción de las imágenes en las lentes cóncavas. — Sea cualquiera la situación de los objetos luminosos, *las lentes cóncavas,* como los espejos convexos, *solo producen imágenes virtuales.*

Sea A B (Figura 36) un objeto colocado delante de una lente bi-cóncava á una distancia cualquiera.

Si tiramos los ejes secundarios A o y B o y los rayos paralelos al eje principal, el A I se refractará en I y en E y emergiendo según E D solo su prolongación encontrará al eje principal en F y al secundario en a, que será la imagen virtual del punto A y del mismo modo resultará *b* la de B y por consiguiente a *b* será la del objeto A B *siempre virtual, recta y menor que el objeto;* cuya imagen solo puede verse colocando el ojo en la dirección del haz emergente y á la distancia oportuna.

Puntos nodales. — Gauss estudió la influencia del espesor de las lentes con motivo de la construcción de los instrumentos de Óptica y publicó su tratado en 1840, demostrando la necesidad de tenerla en cuenta.

M. Adolfo Martin dió después sobre la teoría de las lentes de Gauss una interpretación geométrica sencilla que permite obtener resultados prácticos y finalmente Listing llamó *puntos nodales* á los focos conjugados del centro óptico de una lente con relación á sus dos caras y que tienen la propiedad de que *á todo rayo incidente cuya prolongación pasa por uno de ellos corresponde otro emergente á él paralelo y que pasa por el 2.º punto nodal,* lo cual simplifica las construcciones, sin dejar de tener en cuenta el espesor de las lentes, como antes se hacia y

hemos utilizado. Para determinar sencillamente la *posición de los puntos nodales* se procede de la manera siguiente:

Sea L la lente (Figura 37), O el centro óptico, X Y el eje principal, C y C' los centros de las dos superficies esféricas, P y Q los planos focales principales, uno con referenca á la cara m n y el otro á la m' n'.

Sea A B uno de los rayos luminosos que atraviesan la lente pasando por el centro óptico.

Prolonguemos A B hasta su intersección con los planos focales en D y E y tiremos las rectas E C' y D C; G A paralela á D C será el rayo incidente, B H paralela á E C' será el rayo emergente y los puntos N y N', en que G A y B H encuentran al eje principal *son los puntos nodales*, demostrándose que las distancias C N y C' N' son constantes é independientes de la dirección de los rayos incidentes.

ABERRACIÓN DE ESFERICIDAD. — En las consideraciones y cálculos hasta ahora consignados se ha supuesto que todos los rayos luminosos incidentes en una lente y procedentes de un punto se reunen en otro ó sea en su foco conjugado, porque solo se han tenido en cuenta los rayos centrales ó próximos al eje principal; pero tal supuesto no se verifica para los rayos extremos y se comprende que así suceda, si, como antes hemos supuesto, se descomponen las caras esféricas de la lente en un número mayor ó menor de caras planas ó lo que es lo mismo la lente en prismas, porque, no teniendo aquéllas la misma inclinación relativamente al plano perpendicular al eje principal, la refringencia de tales prismas ha de aumentar del eje á los bordes y por consiguiente los rayos refractados no se encontrarán en un punto.

En la figura 38 se indica todo esto, puesto que el foco principal G determinado con el rayo paralelo periférico está más cerca de la lente que el F de los rayos centrales, que es el que hasta ahora se ha considerado y esto es lo que se llama *aberración de esfericidad en las lentes* y se produce para toda clase de rayos paralelos y divergentes, resultando que la imagen de un punto no es otro punto, sino un círculo, á cuyo radio F H se llama *aberración lateral* y á la distancia de los focos F y G *aberración longitudinal.*

Para evitarlo se cortan los bordes de las lentes, como se hace en los anteojos, reduciendo considerablemente su diámetro, ó se cubren los bordes con una pantalla ó esto se hace con la región central, al objeto de dejar pasar solamente los rayos centrales ó los periféricos y como los primeros son los más útiles y permiten disminuir las dimensiones de los anteojos, á aquel medio se acude reduciendo las lentes hasta que el ángulo que forman los radios tirados á sus bordes formen un ángulo á lo sumo de 11^c á 13^c, que es lo que la experiencia y el cálculo han demostrado como límite admisible y por eso le hemos admitido en nuestras consideraciones precedentes.

La experiencia y el cálculo han demostrado también que en las *lentes convexo-cóncavas*, según sea la distancia así es mayor ó menor la aberración y que hay un punto para el que esta no existe, demostrando que puede hacerse una combinación de lentes en que se obtenga este resultado y así se hace construyendo lentes ó combinaciones de ellas, llamadas por algunos *aplanáticas*, en que se combinan sus curvaturas de manera que se consiga aquel resultado.

Verdadera ó completamente aplanática no existe ninguna lente, pero se consigue el mínimum de aberración para una lente de índice medio igual á n cuando entre los radios de sus curvaturas se satisface á las condiciones de la siguiente ecuación:

$$\frac{R}{R'} = n\,\frac{1+2n}{4+n-2n^2} \qquad (8.^a)$$

Para una lente de crown, cuyo índice sea $^3/_2$, la relación es $R' = 6\,R$ y si se invirtiera esta lente su aberración sería más de tres veces mayor *demostrando el inconveniente gravísimo en tal concepto de invertir las lentes en los anteojos, cuando los radios de curvatura no son iguales en ambas caras.*

Descomposición de la luz. — Lentes acromáticas.— Hasta ahora hemos supuesto que la luz que atravesaba las lentes era homogénea; pero ya Newton demostró que no es esto cierto; que la *luz blanca* del Sol está formada de siete luces diferentes de distinta refrangibilidad. lo que motiva que al atravesar un rayo de Sol un prisma se descompone en siete diferentes colores, que son el *rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, indigo y violado,* cuyos índices de refracción varían para el flint-glas número 13 desde 1'6277 hasta 1'6710 y para el crown-glas número 9 desde 1'5258 hasta 1'5464, siendo á todo esto consiguiente que si se recoge en una pantalla el rayo de Sol refractado por un prisma, no se pinta en ella un punto luminoso sino una serie de fajas circulares de los colores expresados más ó menos bien determinadas y por consiguiente realmente se producen dos modificaciones en el rayo luminoso recogido y refractado, que son *la descomposición de la luz que le es propia y la dispersión.*

Hay colores simples ú homogéneos, en que esto no se verifica, como lo son cada uno de los siete indicados y otros que se llaman *complementarios,* porque de su reunión resulta la luz blanca; pero por interesantes que sean las teorías y experimentos que tales fenómenos hayan motivado, á nuestro objeto solo interesa hacer constar; que si interponiendo á los rayos por el Sol emitidos ó por los cuerpos reflejados un prisma ó una lente sencilla se produce la descomposición de su luz blanca y por consiguiente se obtienen *imágenes irisadas y mal contorneadas;* esta dispersión y descomposición de la luz se destruye en su mayor parte mediante la combinación de otro prisma ó de otra lente, que obre en sentido contrario al primero.

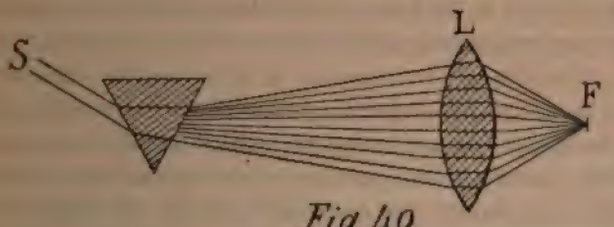


Fig. 40

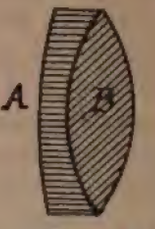


Fig 41

Así debe en efecto suceder; porque si el haz dispersado por el primer prisma de la figura 39 se recoge por el 2.° de iguales condiciones que el 1.°, pero colocado en sentido contrario, se obtiene un haz emergente E paralelo al incidente, como si éste hubiera atravesado una lámina de caras que lo fueren y si el haz espectral se recoge, (Figura 40), en una lente, colocando una pantalla en su foco se pinta en ella la imagen blanca del rayo solar, casi como si no hubiera habido dispersión.

Esta teoría condujo á buscar el medio de construir lentes que no produjeran el defecto indicado y aunque *Newton admitía que siendo la dispersión proporcional á la refracción no podía haber ésta sin aquélla y que por lo mismo el acromatismo era imposible,* sin embargo Hall construyó en 1733 anteojos acromáticos y no habiendo publicado su descubrimiento, en 1757 Dollond demostró que *uniendo dos lentes, una bi-convexa de crown-glas y la otra cóncavo-convexa de flint* (Figura 41) se obtenía una lente compuesta *sensiblemente acromática,* lo cual en verdad no contradice completamente la ley de Newton.

«Es imposible, dice Salmoiraghi (1) construir una lente completamente acromática; pero »se llega á conseguir que dos rayos paralelos entre sí y al eje, el uno muy próximo á éste y el »otro al borde de la lente, que la encuentre bajo un ángulo de incidencia igual á la semi-abertura de la 1.ª superficie esférica (cerca de 11°) se encontrarán en el mismo punto del eje con »error menor de 1/100.000 de la distancia focal principal de la lente compuesta.»

«Se considera el resultado como satisfactorio si aquello sucede lo mismo para los rayos »rojos que para los medios (éstos son los que corresponden al valor genérico del índice de re-

(1) «Istrumenti e metodi moderni», página 76.

»fracción utilizado en los cálculos que al efecto ha hecho). Todos los otros rayos inclinados al »eje, como los de los otros colores, no se acercan tanto, pero por esto no se altera mucho el »efecto y la imagen resulta suficientemente buena para la mayor parte de los casos prácticos.»

El resultado será mejor si, como antes hemos indicado, solo se admiten lentes de abertura de 11^c á 13^c, mitad de la supuesta por Salmoiraghi.

Este llama, con razón, *lente aplanática á la que está exenta de las aberraciones de cromatismo y de figura* y no á la que satisface á la última condición solamente, como otros lo hacen y con tanto mayor motivo cuanto que ambas causas influyen en los efectos observados, pues tienden á impedir que los rayos de cada punto coincidan después de refractados.

Absorción de la luz por los medios trasparentes. — Los que por tales admitimos, como el aire y el vidrio de que se construyen las lentes utilizadas en los instrumentos, no lo son completamente y absorben mayor ó menor cantidad de luz según es su composición.

Demuéstrase esto por el color que presenta la atmósfera, el agua del mar y los vidrios malos ó de mucho espesor; á nuestro objeto solo interesa hacer constar que la diafanidad del aire no solo depende del espesor de la capa que atraviesan los rayos luminosos que utilizamos, sino también de su temperatura y muy especialmente de su grado de humedad y por lo tanto siempre que sea posible debemos hacer las observaciones en los momentos en que se halle más seco y lo más lejos posible del suelo; pues la temperatura y la humedad de éste es lo que más pronto influye sobre las condiciones de la atmósfera con él en contacto.

Tambien debe tenerse muy presente la calidad de las lentes empleadas en los instrumentos y procurar conservarlas perfectamente limpias; pues de esto depende en gran parte la poca claridad de algunos anteojos y verémos mas adelante que á la absorción de la luz por las lentes, al parecer muy diáfanas, se debe que no sean tan claras las imágenes producidas por los anteojos analáticos y con retículo de cristal, como las que lo son por los simplemente astronómicos que le tienen de hilos finos; y es muy importante examinar con sumo cuidado la claridad de las imágenes cuando se adquiere un instrumento sin olvidar, por de contado, las demás condiciones que irémos señalando; pero por ahora no podemos ni debemos llamar la atención sobre otra cosa que acerca de la absorción de la luz por el aire y por las lentes, condición á que no se ha dado la debida importancia en la casi totalidad de los libros especiales.

CAPÍTULO IV

DEL OJO HUMANO FÍSICAMENTE CONSIDERADO

20 — Descripción.

Situado en la cabidad ósea llamada *órbita*, á la que está fuertemente asegurado mediante los músculos rectos, A, (Figura 42) y otros, que le permiten moverse libremente dentro de ciertos límites y defendido exteriormente por los párpados, las pestañas y las cejas, el *ojo* presenta, como se indica en la figura 42, una forma esferoidal algo aplastada, de curvatura más pronunciada en su parte anterior que en la posterior.

Compónese de varias membranas y sustancias ó medios, en los que la luz recibida de los objetos exteriores se refracta formando sus imágenes, siendo los principales de aquéllos la *córnea*, la *esclerótica*, la *coroides*, el *iris*, el *cristalino*, el *humor acuoso*, el *cuerpo vítreo* ó *hialoide*, la *retina* y el *nervio óptico*.

La *córnea*, B B, es una membrana laminar muy trasparente, situada en la parte anterior del globo del ojo, de la forma de un casquete esférico de 11 á 12 mm. de diámetro en la base, cortada en amplio bisel en sus bordes y tan fuertemente unida á la *esclerótica*, C C, que muchos anatómicos la han considerado como su continuación; es dura, más gruesa en la periferia que en el centro, en el que solo tiene 0'8 mm. y su radio de curvatura sensiblemente menor que el del resto del globo ocular, por lo que aparece más convexa que la parte visible de aquel y mas notoriamente en los miopes.

La *esclerótica*, C C, es una membrana fibrosa y resistente de color blanco, azulado en la niñez y amarillento en la vejez, que con la *córnea* constituye la pared exterior del globo del ojo. Su espesor no es uniforme, pues siendo delgada en la parte subyacente á los *músculos rectos*, A A, se engruesa en la anterior, merced á una expansión fibrosa consiguiente á la inserción de aquéllos aumentando más su espesor en la parte posterior. — Presenta la *esclerótica* dos aberturas; una anterior fuertemente biselada, en que se engasta la *córnea* y otra postero-inferior por donde penetra el *nervio óptico*, M, envuelto en la prolongación de aquélla.

La *coroides*, D D, que en la figura aparece como una línea gruesa y negra, es otra membrana vásculo-muscular adosada interiormente á la *esclerótica*, que, como ésta, tiene dos aberturas: la anterior es grande, circular y se une á los bordes de la correspondiente á la *esclerótica* y al contorno de la *córnea* y del *iris*, G G, sirviendo de base al *músculo ciliar*, F F, y la postero-inferior de 1'5 mm., que dá paso al nervio óptico.

En sus dos tercios posteriores está la *coroides* cubierta interiormente de una materia negra semejante al *pigmento* de la piel de los negros y cuyo objeto es absorber los rayos luminosos, que no deben cooperar á la formación de las imágenes.

En su tercio anterior es de color agrisado y siendo en él mayor el espesor de tal membrana dá origen á los *procesos ciliares*, que en forma de flor compuesta aparecen, E, rodeando al *cristalino*, J, al que van unidos juntamente con los *músculos ciliares*, F F, que le hacen cambiar sus condiciones físicas; en el límite interior de esta región se halla la *hora-serrata*.

El *iris*, G G, es un diafragma anular y opaco adherido por su borde externo á la *coroides* y libre y contractil en el interno; está colocado entre la *córnea* y el *cristalino* y en contacto con éste.

Variando su color entre el azul, verde, pardo y negro de distintos matices sirve para caracterizar á las personas.

Su abertura constituye la *pupila*, H, que en el hombre es circular y aparece siempre negra por verse por ella el color de la *coroides;* es muy variable su diámetro en el mismo individuo, pues aumenta ó disminuye en sentido inverso á la intensidad de la luz; ordinariamente es aquél de 3 á 5 mm.

La *contracción* y *dilatación de la pupila* se considera por muchos como involuntaria, pero la creemos simplemente instintiva sin dejar en muchas ocasiones de depender de la voluntad del indivíduo: la variación del diámetro de la pupila tiene mucha importancia en la formación y apreciación de las imágenes retinianas bajo los conceptos de la claridad, la forma y los colores característicos de los objetos visados, pues regula la cantidad de rayos luminosos que han de cooperar á la formación de aquéllas y anula la aberración de esfericidad, que pudiera sin ella producirse en el cristalino, evitando la refracción de los rayos incidentes en sus bordes.

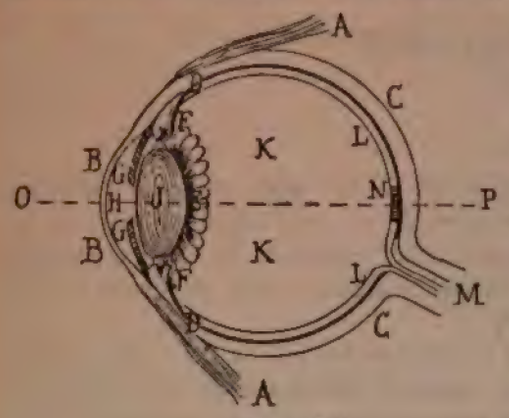


Fig. 42

El *cristalino*, J, es una lente bi-convexa muy trasparente y situada detrás del *iris*, formado por una membrana delgadísima, elástica, sin abertura alguna, de materia amorfa, que constituye su cápsula y de una masa semi-blanda y fibrosa, cuya consistencia es mucho menor en la parte exterior que en el núcleo y menor también en la anterior que en la posterior, adhiriéndose su conjunto por los bordes al músculo y procesos ciliares; presentando la cara anterior menos convexa que la posterior puede variar su poder refringente cambiando sus radios de curvatura merced á los movimientos que le imprimen aquéllos.

El *humor acuoso* es un líquido trasparente contenido en una sutil membrana que llena el espacio comprendido entre la cara posterior de la córnea y la anterior del iris, llamada *cámara anterior* y el pequeño, y por algunos negado, entre la cara posterior del iris y la anterior del cristalino, á que llaman *cámara posterior* los que esto admiten, si bien otros reservan este nombre para el espacio comprendido por la *cápsula hialoides* ó sea el que existe, K, entre la cara posterior del cristalino y la anterior de la retina.

El *cuerpo ó humor vítreo* ó *hialoides* es la masa trasparente que ocupa el lugar, K, que acabamos de indicar y en el que hay que distinguir la *membrana hialoides del humor vítreo* en ella contenido, que algunos comparan á la albúmina ó clara de huevo, mientras otros le dan una composición muy acuosa hasta el punto de suponerle con Bercelius formado, por cada 100 partes, de 98 de agua, 0'16 de albúmina, 1'42 de cloruro de sodio y 0'02 de una sustancia soluble en aquélla.

La *retina* y el *nervio óptico* son respectivamente una membrana, L, muy blanda, delgadísima especialmente en su límite anterior, en que desaparece insensiblemente, trasparente durante la vida y opalina después de la muerte, que se halla entre la *coroides* y la *hialoides*, pero sin adherencia con ninguna de ellas y está encargada de recibir las impresiones de la luz, que el *nervio óptico*, M, trasmite al cerebro.

La *retina* se extiende solamente hasta la *corona ciliar* formada por la huella de los procesos ciliares y no es igualmente sensible en toda su extensión, pues mientras parece nula en *el punctum cœcum* ó centro de la pupila del nervio óptico y en la depresión central ó *foramen cœcum de la mancha amarilla ó lutea*, N, en el resto de ésta es en donde presenta la mayor sensibilidad y como se encuentra en el eje, P O, del ojo, claro es que las imágenes que en ella se forman se han de percibir más claramente: la grande movilidad del ojo, que casi sin notarlo nosotros cambia rapidísimamente la dirección de su eje óptico, nos impide darnos claramente cuenta

de aquella condición; pero no es difícil apercibirse de ella fijando con cuidado la vista en un punto determinado, pues, aunque se forma en la retina la imagen de los inmediatos, son diferentes sus condiciones y tanto más borrosas cuanto más separadas estén de la del punto á que dirigimos el eje óptico ó en el que fijamos la vista, que á esto se reduce.

21 — Dimensiones, constantes ópticas y acomodación.

La magnitud del ojo varía poco en un mismo individuo en las distintas edades y entre los varios de la especie, y si esto parece contradecir á la observación diaria es porque la mayor ó menor abertura de los párpados, sus condiciones y las de las pestañas hacen aparecer los ojos de muy diferentes dimensiones.

No sucede lo mismo con el *radio de curvatura de la córnea* en distintos individuos y de aquí la clasificación general de ellos en de *vista normal*, *miopes* y *présbitas;* pero, por término medio, se admite para los hombres el radio de 7'858 mm. y 7'799 mm. para las mujeres.

Los de la cara del *cristalino*, y muy especialmente el de la anterior, varían constantemente en cada individuo según la distancia á que se encuentren los objetos visados para conseguir instintivamente que sus imágenes se pinten siempre en la retina y á esta modificación de tan interesante lente se llama justamente *acomodación*, porque se acomodan las condiciones del ojo á las necesidades del momento.

En vista de las precedentes indicaciones y en presencia de la figura 42 á que se refieren, compréndese fácilmente que *el ojo es una verdadera cámara oscura*, en que refractándose los rayos luminosos emitidos por los objetos sucesivamente en la córnea, el humor acuoso, el cristalino y el cuerpo vítreo, que atraviesan, van á formar imágenes mejor ó peor definidas en la retina, que es la *pantalla sensible* que las recibe y cuya sensación trasmite al cerebro mediante el nervio óptico, de que es una expansión; pero como las condiciones de tales medios no son constantes y precisas, sería imposible calcular sus distancias focales y la magnitud y condiciones de las imágenes retinianas si no se partiera de una base determinada; á tal efecto nuestro querido amigo y muy distinguido compañero el señor Castellarnau en su *excelente estudio sobre «La Imagen virtual»*, siguiendo á los más peritos en la materia, toma por base de sus cálculos las condiciones siguientes, que pueden servir como término medio de las del *ojo normal ó emetropo:*

Radio de la córnea	8	mm.
Id. de la cara anterior del cristalino	10	»
Id. de la cara posterior del id.	6	»
Distancia entre la córnea y la cara anterior del cristalino	3'6	»
Id. id. id. id. posterior id.	7'2	»
Espesor del cristalino	3'6	»
Indice de refracción medio de la córnea, humor acuoso y humor vítreo	1'3365	»
Indice total del cristalino	1'4371	»

Con estos datos deduce que «*las constantes para un ojo normal arreglado para ver á grandes distancias,* ó lo que es lo mismo, sin que se ejerza en él ningún efecto de acomodación, son las siguientes, contadas positivamente desde la córnea á la retina: (1)

» Distancias:

» Focal anterior, F	— 15'690	mm.
» Id. posterior, F'	+ 20'980	»
» entre el foco anterior, F, y el vértice de la córnea (2)	+ 13'920	»

(1) «La Imagen virtual», páginas 13 y 14.

(2) Esta distancia pone de manifiesto que las focales están contadas desde los planos principales.

»Distancias:

»entre el foco posterior, F', y la cara posterior del cristalino. .	—	15'919 mm.
»entre el plano principal anterior y el vértice de la córnea . .	—	1'770 »
»entre el plano principal posterior y la cara anterior del cristalino (1).	+	5'060 »
»entre los dos planos principales		0'370 »
»entre el punto nodal anterior y la cara posterior del cristalino.	+	0'140 »
»entre el id. id. posterior y la id. id. id. .	—	0'229 »
»entre los dos puntos nodales		0'370 »

»Teniendo en cuenta, dice el señor Castellarnau, que los dos planos principales están muy »próximos, é igualmente los puntos nodales, siempre que no sea precisa una grande exactitud »pueden unos y otros considerarse reunidos, y así se simplifican los cálculos y se hace mas »fácil el trazado de la marcha de los rayos. — Entonces el *punto nodal único debe considerarse* »*colocado en el vértice de la cara posterior del cristalino y el plano principal en la cámara ante-*»*rior del ojo á 1'950 mm. detrás de la córnea, ó sea á 1'650 mm. delante del cristalino.*»

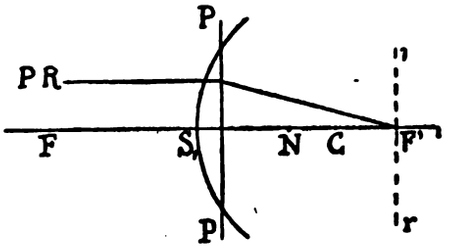


Fig. 43

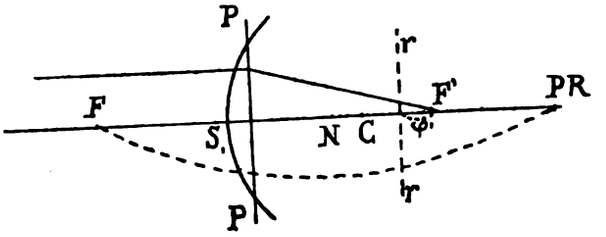


Fig. 44

Con estas condiciones, todos los rayos paralelos al eje óptico, esto es, á la recta P O, que une los centros de la córnea, pupila y cristalino, después de las refracciones que experimentan, se reunirán en el plano focal posterior ó sea en la retina y la imagen del objeto resultará bien delineada; pero si por hallarse á menor distancia que la que corresponde sensiblemente á aquella condición los rayos incidentes no fueran paralelos, el foco conjugado se formaría detrás de la retina presentándose la imagen indeterminada, porque cada punto se pintaría sobre ella como un círculo mas ó menos grande según fuera la distancia del objeto.

Para dar clara idea de esto, el señor Castellarnau calculó lo que sucedería colocando el objeto á diferentes distancias, resultando que cuando se hallara á la de

100	metros	la imagen	se formaría	á	0'0037	mm.	detrás de la retina.
50	»	»	»		0'0065	»	»	»
20	»	»	»		0'0164	»	»	»
1	»	»	»		0'3290	»	»	»
0'50	»	»	»		0'6580	»	»	»
0'20	»	»	»		1'6450	»	»	»

Compréndese fácilmente en presencia de estos resultados que un objeto colocado á 50 centímetros, por ejemplo, se verá tan mal delineado y tan confuso que apenas podríamos darnos cuenta de su forma; pero esto es consiguiente á que se ha supuesto en los cálculos que dieron tales resultados *que el ojo reunía ciertas condiciones físicas invariablemente* y no sucede así, porque instintivamente se cambian tales condiciones para que la imagen se forme siempre en la

(1) Esta distancia pone de manifiesto que las focales están contadas desde los planos principales.

retina mediante la necesaria *acomodación*, consistente, según Helmoltz, en la variación de curvatura de las caras del cristalino y muy especialmente en la anterior, cuyo radio cambia de 6 á 10 mm., correspondiendo al 1.°, según Imbert, la contracción máxima del músculo ciliar y el 2.° á la completa relajación del mismo músculo, que se efectua para los objetos muy lejanos, motivando esto el aplanamiento y aquello la convexidad máxima del cristalino y consiguientemente la variación focal necesaria; estas variaciones son, pues, proporcionadas á la mayor ó menor contractilidad del músculo ciliar y á la mayor ó menor fluidez del cristalino, puesto que la córnea y la retina permanecen invariables y aquellas condiciones han de cambiar con la edad, como así en efecto sucede motivando por esto la *presbicia*.

22 — Ametropias: hipermetropia y braquimetropia.

« Hasta aquí, dice el señor Castellarnau (1), hemos considerado un ojo normal ó *enmetropo* que es aquel, según ya queda dicho, en el que los haces de rayos paralelos, después de la refracción, convergen en un cono cuyo vértice está en la retina, sin que para ello tenga que intervenir acomodación alguna; mas como la *ametropia* es sumamente común, conviene examinar dos de sus principales formas, cuales son la *braquimetropia* y la *hipermetropia* (2), para comprender bien el efecto que en tales ojos producen los instrumentos ópticos. Veamos sus caracteres distintivos, y para ello supondrémos el ojo en estado de inercia, es decir, sin acomodación alguna.

La figura 43 representa esquemáticamente el ojo *enmetropo;* y para mayor sencillez supondremos reunidos en uno solo los dos planos principales, y también los dos puntos nodales.

La retina *rr* es el plano conjugado del infinito, que marca el *punctum remotisimum*, y por un esfuerzo de acomodación puede lograrse que lo sea también, según hemos visto, de un plano distante solamente de la córnea 15 ó 20 cm. Este será su *punctum proximum*, y la visión se extenderá desde 15 ó 20 cm. hasta el infinito. El mayor trabajo de acomodación puede medirse por una lente convergente que, colocada delante del ojo, sea capaz de dar una imagen virtual al infinito de un objeto que se halle en el *punctum proximum*, ó, lo que es lo mismo, que su foco coincida con este punto. Si el punto próximo está á 15 cm. del foco principal anterior del ojo, y la lente se supone colocada en el mismo foco, su distancia focal deberá ser de 15 cm. (3).

La inversa de la distancia focal $\left(\frac{1}{f}\right)$ de la lente, necesaria en cada caso, servirá de medida á la acomodación.

Puede suceder, efecto de varias causas, cuyo exámen no es de este lugar, que el foco principal posterior no coincida con la retina, sino que esté delante ó detrás de ella; esto es, que sea demasiado largo ó demasiado corto, dando lugar á las anomalías que se conocen con los nombres de *hipermetropia* y *braquimetropia*.

La figura 44 representa el esquema óptico de un ojo *hipermotropo*. Su foco posterior F' está detrás de la retina, y, por lo tanto, los haces de rayos paralelos en vez de reunirse en un punto sobre ella, la herirán en un *círculo de difusión* más ó menos grande según el grado de *hipermetropia*, y no habrá visión distinta. En estado de inercia de acomodación, ningún punto comprendido entre el infinito y el ojo podrá formar imagen sobre la retina, sino que, por el contrario, la imagen se separará tanto más de ella cuanto más próximo esté el objeto. No existe

---

(1) «La Imagen virtual», páginas 18-22. Expone nuestro amigo tan concreta y razonadamente esta materia interesante, que no nos atrevemos á estraciarle por temor de hacer confusos sus conceptos.

(2) De α, particula privativa; βραχύς, corto; ὑπέρ, más allá; y μέτρον, medida.

(3) Es preciso que la lente ocupe siempre una posición fija con respecto al ojo; y para determinar el grado de *ametropia* los oculistas la suponen colocada á 13 mm. delante de la córnea, que es próximamente el punto en donde se encuentra el foco anterior, y en el que los miopes y présbitas acostumbran á colocar los anteojos. (Imbert, loc. cit., p. 86.)

pues ningún *punto real* que pueda considerarse como *punctum remotum* y así debe suceder, puesto que siendo el punto remoto la imagen misma de la retina para el estado de inercia de acomodación, no es posible que sea esta imagen real por estar la retina dentro del foco. Su imagen será virtual, y situada detrás de ella, en *PR*. En la anomalía hipermetropa el *punctum remotum* es, pues, virtual y está situado detrás del foco. Su posición es fácil de determinar, pues basta introducir los valores de los focos anterior y posterior del ojo en la formula $F.F^{\cdot} = \varphi.\varphi^{\cdot}$, teniendo en cuenta que $\varphi^{\cdot}$, distancia entre el foco posterior y la retina, es negativa. Tomando las longitudes focales del ojo normal antes considerado, y suponiendo que la retina está 0·5 mm. delante del foco posterior, el *punctum remotisimum* se encuentra á 66o m. detrás de la retina. Resulta pues que *en un ojo hipermetropo no hay visión distinta para ninguna distancia si no interviene la acomodación;* pero con su auxilio puede haberla dentro de límites más ó menos extensos según sea el grado de la *ametropia*. Según hemos visto, la acomadación, por medio del aumento de curvatura de las caras del cristalino, disminuye las longitudes focales del ojo; y así se concibe fácilmente que por su influencia el punto $F^{\cdot}$ llegue á coincidir con la retina *rr*, y haya visión distinta para el infinito. A medida que el objeto se acerca al ojo, su imagen se forma sucesivamente más allá del plano focal, y por lo tanto se hace preciso que el esfuerzo de acomodación vaya siendo mayor, para que la imagen se pinte en la retina, y haya visión distinta; mas llegará un punto para el cual se necesitará el esfuerzo máximo de acomodación, y este punto será el *punctum proximum*. A menor distancia no será ya posible la visión distinta. El ojo *hipermetropo*, empleando la acomodación puede ver distintamente los objetos situados desde el infinito á su punto próximo (1).

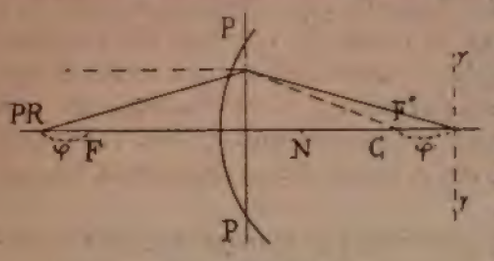


Fig. 45

La otra anomalía que debemos considerar es la *braquimetropia*, cuyo carácter distintivo es opuesto á la *hipermetropia*, y consiste en que el foco principal posterior $F^{\cdot}$ (figura 45) se encuentra situado antes de la retina, ó, lo que es lo mismo, es *demasiado corto*, así como en la anomalía anterior era *demasiado largo*.

Los haces de rayos paralelos, después de la refracción, se reunen en un punto situado antes de la retina, y no habrá por lo tanto visión distinta al infinito. Si interviene la acomodación será en sentido desfavorable, puesto que su efecto es de acortar la longitud focal, y, por lo tanto, hacer que la distancia entre la imagen y la retina sea mayor. Si un objeto se mueve desde el infinito hacia el ojo, llegará un momento en que ocupará un punto tal que será el conjugado de la retina, y su posición puede ser determinada por la fórmula $F.F^{\cdot} = \varphi.\varphi^{\cdot}$; este punto será el *remotum* puesto que para su visión distinta no hará falta acomodación alguna. Si el objeto continua acercándose, y á la vez la acomodación sigue ejerciendo su influjo de un modo creciente, habrá visión distinta para una serie de puntos que serán conjugados de la retina, como se deducen de la siguiente consideración.

Si en las fórmulas,

$$F.F^{\cdot} = \varphi.\varphi^{\cdot}; \quad \varphi = \frac{F.F^{\cdot}}{\varphi^{\cdot}},$$

F y $F^{\cdot}$ representan las longitudes focales de un ojo *braquimetropo* en estado de inercia, φ marcará la distancia del *punctum remotum* (figura 45). Supongamos ahora que la acomodación interviene: F y $F^{\cdot}$ disminuirán, convirtiéndose en F_1 y $F_1^{\cdot}$, y tendremos:

(1) Una vista normal lee perfectamente á 25 cm.; es decir, mantiene sin esfuerzo, por largo espacio de tiempo, el estado de acomodación correspondiente á esta distancia. En iguales condiciones, la *hipermetropia* necesita que esa distancia sea mayor, y la *braquimetropia* que sea menor.

$$F_1 F_1^* = \varphi_1 . \varphi_1^*; \quad \varphi_1 = \frac{F_1 F_1^*}{\varphi_1^*};$$

pero como $F_1 F_1^* < F. F^*$, y $\varphi_1^* > \varphi.^*$,

$$\varphi_1 = \frac{F_1 F_1^*}{\varphi_1^*} < \varphi = \frac{F. F^*}{\varphi^*};$$

lo que nos dice que la retina tendrá un plano conjugado á distancia φ_1, menor que φ y como la disminución de F F* y el aumento de φ^* se hace de un modo contínuo hasta llegar al esfuerzo máximo de acomodación, habrá una serie de puntos visibles, desde el punto remoto hasta el conjugado de la retina para la acomodación máxima, que señalará el *punctum proximum*. Las diferencias características de las dos *ametropias*, pueden resumirse del modo siguiente comparándola con la *enmetropia*.

BRAQUIMETROPIA	ENMETROPIA	HIPERMETROPIA
El foco posterior está delante de la retina.	El foco posterior coincide con la retina.	El foco posterior está detrás de la retina.
Punctum remotum real, más próximo que el infinito, y delante del ojo.	*Punctum remotum* delante del ojo, y en el infinito.	*Punctum remotum* virtual, más próximo que el infinito, y detrás de la retina.
Por medio de la acomodación hay visión distinta desde el *punctum remotum* al *proximum*. Nunca desde el infinito.	Por medio de la acomodación hay visión distinta desde el infinito al *punctum proximum*.	Por medio de la acomodación hay visión distinta desde el infinito al *punctum proximum*.
El *punctum proximum* á menor distancia que la normal.	El *punctum proximum* á distancia normal.	El *punctum proximum* á mayor distancia que la normal.

23 — Formación y magnitud relativa de la imagen retiniana y la aparente del objeto. — Distancia de la visión distinta.

Teniendo en cuenta la posibilidad de considerar confundidos los dos planos principales y los dos puntos nodales del ojo normal ó enmetropo y la situación que les corresponde según hemos dicho en la página 70, así como las condiciones características de los segundos, que también hemos apuntado en la página 63, es fácil de comprender que se puede muy bien representar esquemáticamente el ojo como se hace en la figura 46, en la que aparecen indicadas la córnea con parte de la esclerótica, el cristalino, c c, el punto nodal N, *centro óptico del ojo* y el plano de la retina, rr, y es claro que para determinar la imagen de un objeto, A B, bastará trazar por sus extremos las rectas A N y B N prolongándolas hasta encontrar el plano de la retina, en donde aquella quedará determinada por A' B'.

Es de advertir, para evitar dudas, que si bien la retina no es una superficie plana, sino esférica cóncava, puede aquello admitirse por la pequeñez suma de la imagen, que en la figura aparece naturalmente exagerada.

Ahora bien: de los triángulos A B N y A' B' N se deduce fácilmente, llamando O al objeto A B, *o* á su imagen A' B' y α al ángulo visual A N B, que

$$o = O' N \frac{O}{O N} \quad (1.^a)$$

y como $\frac{O}{O N} = 2 \text{ tang. } {}^1/_2 \alpha$ y O' N = 16 mm. próximamente, que designarémos, *como constante*, por C, resultará

$$o = 2 \text{ tang. } {}^1/_2 \alpha \times C \quad (2.^a)$$

Para otro objeto O_1, cuyo ángulo visual fuera α_1 se tendría

$$o_1 = 2 \text{ tang. } {}^1/_2\, \alpha_1 \times C$$

y dividiendo estas dos igualdades miembro á miembro resultará

$$\frac{o}{o_1} = \frac{\text{tang. } {}^1/_2\, \alpha}{\text{tang. } {}^1/_2\, \alpha_1} \qquad (3.^a)$$

lo que quiere decir que: *las magnitudes de las imágenes son proporcionales á la amplitud del ángulo visual*, y como para un mismo objeto depende este ángulo de su distancia al ojo, *la mayor imagen* de un objeto se conseguirá cuando este se halle en su *punctum proximum*.

Este no se encuentra á igual distancia para todos los ojos, pues, como se ha visto en el número anterior, si en los *normales* es aquella de 15 á 20 centímetros, en los *braquimetropos* es menor y mayor en los *hipermetropos*, ó sea respectivamente en los *miopes* y *présbitas* y de aquí resultaría, á igual valor de la constante C, que los segundos formarían una imagen mayor y los terceros menor que el ojo normal; lo cual es muy digno de tenerse en cuenta en la observación con instrumentos ópticos.

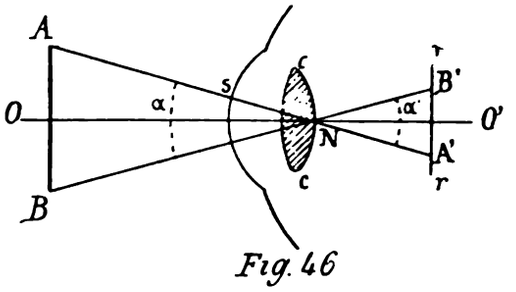


Fig. 46

Pero no es la distancia del *punctum proximum* ó de *máxima acomodación*, la que se debe considerar, sino otra, no muy diferente de ella, que se llama de VISIÓN PERFECTA Ó DISTINTA, en la que la acomodación puede ejercerse mucho tiempo sin fatiga.

No están conformes los autores al señalar la *distancia de la visión distinta* para los ojos normales ó enmetropos; Castellarnau la considera de 25 centímetros; Ganot de 25 á 30; 30 centímetros la fija Sanjurjo y 20 á 22 Salmoiraghi y es muy natural que así suceda, pues la variabilidad es característica en los sugetos utilizados en la observación; de todos modos se vé que fluctúan entre 20 y 30 centímetros y al fijar su término medio de 25, como el primero lo hace, parécenos lo más prudente.

No puede hacerse lo mismo relativamente á las *distancias de visión distinta* de los ojos braqui ó hipermetropos, porque su inconstancia y diferencias son mayores; pero de todos modos resulta cierto que en los primeros de estos las imágenes serán mayores y en los últimos menores que en los ojos normales para los objetos colocados á la distancia de su visión distinta.

La magnitud de los objetos la deducimos de la de su imagen retiniana y como esta es proporcional al ángulo visual, dependiente de la distancia á que del ojo se encuentran colocados, lo que desde luego percibimos es la *magnitud aparente* y no podemos formar juicio exacto de la real de los objetos sino colocándolos, con el que ha de servir de unidad, á igual distancia del ojo y también nos damos razón de la distancia por la magnitud aparente resultante para dos objetos iguales puestos á distintas distancias; cierto es que ambas apreciaciones las hacemos muchas veces con un solo objeto; pero es porque conservamos la idea de la magnitud aparente del que sirve de unidad á diferentes distancias, conocimiento que solo se adquiere con la repetida observación de tales hechos.

24 — ¿Porqué se vé una sola imagen directa siendo así que en los ojos se forman dos invertidas?

Las dudas que implica esta interrogación se han ocurrido á la generalidad de las gentes y han dado motivo á que los Físicos se hayan ocupado en resolverlas con distintas hipótesis y experimentos; pero, en nuestro concepto, no lo han conseguido de una manera satisfactoria todavía, si bien por experiencia propia nos parece que la hipótesis de Taylor y Wollaston es la que reune más probabilidades de acierto.

En efecto: suponían aquellos Físicos, según Ganot, que dos puntos homólogos de derecha y de izquierda sobre las dos retinas corresponden á un mismo hilo nervioso cerebral bifurcado en el cruzamiento de los dos nervios ópticos, deduciendo sin duda de esto la *sensación única*, y así parece probable que suceda, puesto que la *sensación es doble y confusa* cuando los dos ojos no reunen iguales condiciones físicas y en este caso la imagen de cada punto del objeto no se forma en puntos simétricos, ni con iguales condiciones en las dos retinas y de aquí la doble sensación.

Parécenos que los hechos que se refieren á objetos distintos y al relieve de otros, que también cita Ganot, no resuelven las dudas, porque lo que justifican es el complemento de la sensación por las imágenes de puntos diferentes, la de unos bien formada por un ojo y las de otros por el otro y así parece corroborarlo la interposición de las lentes en el esteroscopo de Brewster, pues que la refracción consigue la inmediata superposición exterior virtual de las partes del objeto y en este caso se debe ver mejor y sin esfuerzo ninguno cerebral, porque ya cada imagen retínica es completa.

Relativamente á la 2.ª duda, más general aún que la anterior, no sabemos que se hayan hecho trabajos especiales para desvanecerla; solo encontramos en la obra de Salmoiraghi *Istrumenti e metodi moderni di Geometria applicata*, página 80, que procura conseguirlo manifestando en resumen: que el juicio de la forma no le constituye la que tiene la imagen retiniana sino el objeto que la produce y *al que se refiere la sensación percibida;* pero como duda convencer al lector con esta consideración, atribuye aquello á los secretos de la vida, que realmente existen muchos inexplicables por mas que el hombre se afana por darse razón de ellos; y no más concluyentes son los razonamientos á este objeto dedicados por Sanjurjo, que esencialmente viene á decir lo mismo; esto es, que el juicio no se forma por la imagen retínica, sino por el objeto que la produce.

25 — Claridad de las imágenes retinianas y campo de visión del ojo.

Dependiente del grado de iluminación de los objetos que las producen, de las distancias de estos al centro óptico del ojo según el estado del aire ó medios por donde se trasmiten los rayos luminosos que contribuyen á su formación y de la cantidad de estos ó sea de la abertura pupilar, es imposible concretarlo por la variabilidad de tales causas y la dificultad de su medición dentro del ojo ó de su apreciación por la observación exterior.

No cabe duda que el grado de iluminación del objeto contribuye poderosamente á la claridad ó brillantez de su imagen; pero no debe olvidarse que como esta no es exclusiva en la retina, las de los objetos próximos pueden influir tanto en la sensación correspondiente que por ser la de estos mayor, aquella desaparece, como lo justifican los dos casos siguientes.

Si se mira una banderola ú otro objeto en la dirección del Sol ó donde este se refleje fuertemente sobre los objetos próximos, no se vé aquella, y lo mismo sucede cuando se proyecta sobre nubes blancas ó rojizas, á causa del deslumbramiento que en el ojo se produce unas veces, y otras porque la mayor brillantez de las imágenes de los objetos cercanos al que se quiere ver anula la de este y por consiguiente debe procurarse evitar estas contingencias desesperantes para el Topógrafo.

Tales efectos nos inducen á procurar que se coloquen las miras y banderolas que se quieran observar de suerte que estén bien iluminadas y se proyecten sobre fondo oscuro; nos dicen también que no conviene barnizarlas hasta el extremo de hacerlas brillantes, ya que cuantos mas rayos luminosos reflejen menos absorberán y emitirán en todas direcciones, que son de los que generalmente nos utilizamos y finalmente que no son indiferentes los colores con que aquellos utensilios se han de pintar.

En un momento y situación determinados no está, de ordinario, en nuestra mano aumentar ó disminuir el grado de iluminación de los objetos que deseamos observar, pero sí podemos conseguirlo ordenando convenientemente la marcha de los trabajos y sobre todo eligiendo las horas en que se han de realizar.

Si se hace abstracción de la luz absorbida por el aire, ó por el medio en que los rayos luminosos se trasmiten, *la claridad es independiente de la distancia*, porque estando la superficie de cada elemento del objeto y de su imagen en razón inversa del cuadrado de su distancia al centro óptico del ojo y decreciendo la intensidad de la luz en esta misma razón, no se altera la claridad; pero como tal supuesto no se verifica, sino que el aire, en que ordinariamente observamos los objetos, absorbe la luz y tanto mas cuanto mayor sea su estado higrométrico ó su impureza, *resulta que la claridad disminuye notable y realmente con la distancia de los objetos*, como es bien sabido.

Finalmente la *abertura pupilar* contribuye poderosamente á la claridad de las imágenes retinianas, porque estando formada la de cada elemento del objeto por el cono de rayos que por él emitidos se refractan en la córnea y entran por la pupila para converger en el punto correspondiente de la retina, claro es que cuanto mayor sea su número mayor será la claridad y de aquí resulta que *no conviene poner obstáculos á la pupila*, para que aproveche el mayor haz luminoso que sea posible; cierto es que ella se contrae reduciendo su area cuando la luz es excesiva y se dilata cuando es poca regulando la necesaria y conveniente en cuanto de ella depende, pero por eso mismo no se la debe dificultar esta función importantísima, *como lo hacen algunos constructores de anteojos reduciendo inconsideradamente el agujero ocular con perjuicio de la claridad*.

La *mínima* de esta que produce sensación es, según afirma Salmoiraghi (1), 1/300 de la de la Luna llena y la *máxima* la que produce impresión dolorosa en la retina; pero como esto es muy variable, no solo de individuo á individuo sino en cada uno según el estado de excitación de sus ojos, resulta indeterminado el límite superior y creemos que también el inferior, porque depende del grado de sensibilidad de la retina, que es muy diferente de individuo á individuo y variable en cada uno.

La abertura pupilar no solo influye poderosamente en la claridad, sino que determina el *campo de visión del ojo*, que alcanza á 133° ' 33 (120° sexagesimales); pero, como la retina no es igualmente sensible en todas sus partes, el *ángulo de la visión perfecta* se reduce á 10° ó 12° y aún para apreciar pequeños detalles hay que reducirle á la mitad, porque *es necesario que su imagen se forme en la mancha lutea* de aquella, cerca de su intersección con el eje óptico, sin cuya exquisita sensibilidad tales imágenes pasarían desapercibidas, no causarían sensación especialmente perceptible.

26 — Límite de la visión ó perspicacia de la vista según la forma y condiciones de los objetos visados. — Difracción é irradiación.

Para que un objeto se vea bien, esto es, para que su imagen retínica produzca una *sensación singular*, que nos permita distinguirle de los demás que le rodean, es preciso que reuna ciertas condiciones de magnitud y claridad variables seguramente en los individuos y en cada uno en cada edad ó estado, porque indudablemente depende de la sensibilidad de su retina y tambien de las condiciones actuales de las partes del ojo que contribuyen á la formación de la imagen: compréndese en su consecuencia que tampoco en este concepto puede decirse nada concreto; pero si conviene hacer constar algunas consideraciones deducidas de lo antes consignado y de otras causas influyentes en el fenómeno interesante de que nos ocupamos para que se vayan adquiriendo ideas que después se han de utilizar en la apreciación de las condiciones de los instrumentos que el Topógrafo ha de manejar.

Objeto de muchas experiencias y discusiones ha sido la *perspicacia de la vista* relativamente á lo que sucede mirando á dos ó más objetos iguales y separados á la distancia de su diámetro ó grueso, asunto de grandísima importancia para nuestro objeto; pero no deja de tenerla la apreciación de la perspicacia de la vista mirando á un solo objeto y no á una serie uniforme de

(1) «Istrumenti e metodi moderni», página 80.

ellos, no solo porque esto ocurre muy frecuentemente en los trabajos topográficos, sino también para evitar que se incurra en las equivocadas consecuencias que algunos Autores han deducido por no haberlo tenido en cuenta aplicando á este segundo caso los resultados experimentales del primero.

Obsérvase desde luego que la forma de los objetos influye mucho en la visión; una banderola de tres metros de largo y tres centímetros de diámetro, sobre la que llama la atención del ojo el paño agitado por el viento, se vé fácilmente á 1.000 metros, si se proyecta sobre un cielo despejado ó, si estando iluminada por el Sol, se proyecta sobre un fondo que haga contraste con sus colores blanco y rojo; pero no se verá un círculo del diámetro de tres centímetros á igual distancia y condiciones por un ojo regular ó normal, y sin embargo el *ángulo visual* correspondiente á la sección de la banderola y al círculo es el mismo y de 6'19" ó 19'10" (1) muy próximamente: un alambre de 4 mm. de grueso se vé á mas de 100 metros proyectado sobre fondo conveniente y no se verá un círculo de este diámetro; si está incandescente ó brillante se verá á la misma distancia otro de la mitad ó menos de su espesor y finalmente los finísimos trazos que ahora se hacen en los retículos de cristal y que tienen menos de 1/200 de mm., se ven perfectamente á la simple vista dando al cristal la inclinación conveniente para que reflejen la luz difusa del día y no se concibe que pudiera verse un punto de tal diámetro.

Mas aún: muchas veces el ojo no vé un objeto lejano, pero, si por un medio cualquiera se llama la atención sobre él, le percibe después claramente; tal vez sea esto debido á que en el 2.° caso dirigimos al objeto el eje óptico y su imagen se pinta en la parte mas sensible de la retina, en la mancha lutea, mientras que en el 1.° lo hacia en otra no tan sensible; para llamar la atención del observador es para lo que se colocan los paños en las banderolas, pues por su magnitud y movimiento son mas visibles.

No hay, pues, que confundir la perspicacia de la vista relativamente á un objeto largo con la de otro circular, esférico ó cuadrado, ni la de estos considerados aisladamente con la que corresponde á una serie de ellos separados en la magnitud de su diámetro, como algunos Autores lo han hecho pretendiendo determinar el diámetro ó grueso necesario en las señales por la fórmula deducida de la serie de trazos iguales separados tanto como es su espesor y aplicándola así mismo para demostrar la mayor ó menor apreciación de los nonius en las graduaciones de los limbos, porque si bien estos son series de trazos, están mas separados que su espesor y no forman una sola las líneas del nonius y las del limbo y esto hace inaplicable aquella fórmula, como veremos oportunamente.

Parécenos que tampoco el ilustre Salmoiraghi ha tenido bastante en cuenta las diferencias indicadas, pues, cuando mas, admite (2) como ángulo visual límite 40" (123") para lo que llama *perspicacia elemental* deduciéndole del hecho siguiente: un disco blanco colocado á la distancia de 5.000 veces su diámetro deja de verle, según él, la vista mas perspicaz; de manera que si aquel fuera de 3 centímetros esto ocurriría á 159 metros, lo cual consideramos poco aceptable en las condiciones de generalidad que se consignan y de ningún modo admisible refiriéndose á un objeto largo, como una banderola de tal grueso; por consiguiente el límite de 40" que señala no nos parece acertado; en el primer concepto tal vez pudiera serlo el de 20" que señala Santini y que Salmoiraghi considera error de imprenta, porque á 300 metros serán pocos los que distingan el disco de 3 centímetros, pero nos consta que hay algunos observadores que le verían á mayor distancia.

Limite di sensibilitá per separazione llama Salmoiraghi (3) al ángulo visual por debajo del que las visuales que le forman se confunden en una sola sensación y es lo que otros llaman *agudeza ó perspicacia de la vista* y también *poder óptico de separación ó resolución* sin tener bas-

(1) Considerando el aludido diámetro como arco del ángulo visual, en lo que no hay error sensible dada su pequeñez y gran radio, se determina fácilmente su valor por las fórmulas A y B del número 6, página 15.

(2) «Istrumenti e metodi moderni», página 87.

(3) Libro y página antes citados.

tante en cuenta las diferencias apuntadas, que inducen á considerar aquella bajo distintos conceptos para evitar los errores que dejamos indicados.

Dando por suficientes las precedentes consideraciones *sobre la perspicacia elemental*, como dice Salmoiraghi, veamos lo que pasa en la de *separación* y las causas que en ella pueden influir.

Si en lugar de un disco blanco se miran dos colocados á regular distancia, v. g., á 100 metros y con la separación, por ejemplo, de 10 centímetros, se ven perfectamente separados; pero si se van aproximando lo hacen sus imágenes y antes que aquellos se toquen lo hacen estas y se van superponiendo hasta que no se distingue singularmente cada una, no confundiéndose en una sola imagen circular sino formando otra mas ó menos elíptica que impide nos demos cuenta de los dos discos; pues bien, el ángulo que forman las rectas que desde el centro óptico del ojo van á los centros de los discos en el momento en que desaparece la sensación especial de cada uno, *es el ángulo límite de la perspicacia de la vista por separación.*

De las observaciones hechas sobre dos estrellas por Hook, sobre series de rayos paralelos con intérvalos iguales por Mayer y Weber, sobre hilos de araña por Wolkman y de las realizadas por Helmoltz dedujo este que en las observaciones celestes podía admitirse como ángulo límite 60″ (185'185") y en las terrestres 90″ (277'77") (1) y Salmoiraghi dedujo igualmente de las experiencias por él y otros realizadas que tal límite se elevaba á 120″ (370'37"), *cuando el diámetro de la pupila se reduce á 1 mm.*, esto es, mirando por un agujero de este diámetro, como á esto obligan muchos constructores inconscientes reduciendo á este diámetro el agujero ocular de los anteojos.

Estos resultados son de trascendentalísima importancia en la Topografía moderna, pues en su vista podrán deducirse las condiciones de las miras parlantes (2) que se hayan de utilizar en las observaciones para la medición de las distancias, base esencialísima de sus procedimientos y las condiciones que deben reunir los goniómetros que en aquellas han de emplearse.

Basándose Castellarnau en el ángulo límite de 90″ (277'77") y en la fórmula

$$O = 2 \text{ tang. } {}^1/_2\, \alpha \times N\, O' \quad (2.^a \text{ del número } 23)$$

que, como ya digimos, se deduce directa y sencillamente de la figura 46, determinó (3) las *dimensiones mínimas que han de tener los objetos para ser claramente visibles*, esto es, *cuanto han de distar unas de otras las rayas paralelas de una serie para que puedan verse distintamente á las diferentes distancias de la visión distinta de un ojo* ENMETROPO *y ligeramente* HIPERMETROPO *ó* BRAQUIMETROPO, suponiendo que la distancia de la visión distinta varíe entre 15 y 30 centímetros, habiendo hallado que *la separación de las rayas* debe ser para la distancia de la visión distinta

de 30 centímetros.	o'13	mm.
de 25 »	o'11	»
de 20 »	o'085	»
de 15 »	o'065	»

(1) Porro hace constar en su Taquimetría de 1858, página 27, que «la experiencia prueba que si dos trazos consecutivos, que limitan una porción de escala se presentan al ojo bajo un ángulo de $^1/_{30}$ de grado, se puede con algún ejercicio estimar las décimas del intérvalo con error de $^1/_{10}$, pero que no se estima mas de $^1/_8$ si se presentan bajo el ángulo de o'015 grados»; de manera que, según Porro, la *agudeza ó perspicacia de la vista* sería de 48'6″, esto es, casi el doble de la deducida por Helmoltz.

Estas diferencias dependen sobre todo de las de los objetos observados; pues Porro había hecho sus observaciones sobre series de líneas, cuyos intérvalos no eran iguales á su grueso y por consiguiente en ellos los efectos de la *difracción* eran ventajosos, no perjudiciales á la distinción de las imágenes, como sucedía en el supuesto admitido por Helmoltz y otros y esto corrobora lo que antes dejamos consignado.

(2) Al ocuparnos de las miras parlantes darémos á conocer las dificultades y limitaciones que imponen en tal concepto y las ventajas que ofrecen sobre las comunes las de Porro y especialmente las nuestras de dos planchas, que neutralizan casi completamente estos inconvenientes permitiendo medir distancias mucho mayores sin molestias y con seguridad.

(3) Obra antes citada, página 25.

lo que justifica la idea antes consignada de que los *braquimetropos* ó cortos de vista verán objetos menores que los de vista normal y éstos menores que los *hipermetropos* ó présbitas á la distancia respectiva de su visión distinta.

Las causas que indudablemente influyen en el *ángulo límite de la perspicacia de la vista por separación* son la *difracción* y la *irradiación*, que no nos atrevemos á considerar como una misma, aunque hay motivos para creerlo así.

Castellarnau hace de la 1.ª un estudio muy interesante en su citada obra «La imagen virtual», (página 30 á 41), que nuestro especial objeto no nos permite reproducir; pero sí lo haremos de algunas de sus conclusiones, porque nos interesa conocer su influencia en las condiciones de las imágenes retínicas.

Por la que en ellas tiene la difracción no son enteramente las que corresponden á las construcciones geométricas según las leyes antes consignadas, sino que por efecto de la onda esférica luminosa, en que se trasforman las incidentes, la imagen de cada punto del objeto no es otro punto sino una mancha central luminosa rodeada de anillos oscuros y brillantes alternativamente; de manera que, aún prescindiendo de estos, solo aquella ha de producir la unión de las imágenes de los puntos que debieran tenerlas separadas en la retina y por consiguiente *ha de desaparecer la sensación singular de cada punto* ó de cada objeto antes de que correspondiera la coincidencia de las imágenes geométricas determinadas; es decir en suma, que *ensanchadas por la difracción las imágenes retinianas se tocan ó confunden antes de lo que debería suceder*, resultando, según los cálculos de Castellarnau, comprobados los ángulos límites determinados por las experiencias antes indicadas.

De aquí resulta que en la observación de una serie de objetos iguales é igualmente separados desaparecerá la imagen de los intérvalos con las expansiones ó difusiones de las imágenes de los objetos, si son estos mas brillantes que aquellos ó al contrario, y precisamente debido á la misma causa se hará mas notable la sensación de la imagen de un objeto único y largo, porque la de su grueso resultará mayor de lo que geométricamente le correspondería ser; lo cual justifica las diferencias antes anotadas y demuestra así mismo la necesidad de disponer las miras de tal manera que los efectos de la difracción favorezcan mas bien que perjudiquen la apreciación de las pequeñas porciones de ellas para determinar con exactitud las distancias y desniveles, y de aquí también se deduce que tal fenómeno no se produzca perturbando la observación en las miras de dos planchas, porque la imagen es única y notablemente mayor que en las miras parlantes divididas en centímetros ó dobles centímetros pintados alternativamente de blanco y negro ó de blanco y rojo, ya que *la difracción no se produce ó sus efectos no se notan mas que en las imágenes muy pequeñas*, de donde resulta que el aumento que reciben mediante el telescopio ó el microscopio anula en gran parte aquellos, habiéndose demostrado que el diámetro de la mancha producida por la difracción está en razón inversa del aparato objetivo y por lo tanto de la abertura pupilar en el ojo.

«La IRRADIACIÓN, dice Ganot (1), es un fenómeno por el cual los objetos blancos ó de un »color muy vivo, vistos sobre un fondo oscuro, aparecen con dimensiones mayores que las que »les son propias. La inversa tiene lugar para un cuerpo negro sobre un fondo blanco.»

En efecto, así sucede y cualquiera puede observarlo con una luz; vista á 30 ó 40 metros no solo parece mayor de lo que debería ser según la distancia, sino que se notan mas ó menos rayos brillantes en distintas direcciones y mal conformado su contorno y á medida que se acerca á ella el observador desaparece la difusión y los rayos aislados delineándose mejor su contorno.

¿No podría considerarse esto como efecto de la difracción?, siendo á la menor distancia menor el diámetro de la pupila, no solo porque la imagen retiniana es naturalmente mayor sino porque lo es también la intensidad luminosa *¿no dá esto motivo á sospechar que los efectos de la difracción están, no en razón inversa del diámetro de la pupila, sino con el de la imagen?*

(1) Obra citada. página 735.

Lo que de todos modos es indudable, es que tales efectos no se observan en las imágenes retinianas grandes y sí tanto mas cuanto menores son y esto hace sospechar que en ellos tendrá alguna influencia una excitación especial de la retina y consiguientemente del nervio óptico, porque, que esta excitación existe lo saben bien cuantos han tenido que observar objetos pequeños ú otros á grandes distancias por el cansancio ó irritación nerviosa que han experimentado y con ella se notan efectos análogos á los antes indicados.

CAPÍTULO V

DEL ANTEOJO ASTRONÓMICO COLIMADOR

pag. 55

27 — Clasificación de los anteojos.

Mientras unos atribuyen la invención del telescopio á Roger Bacon en el siglo XIII y otros á J. B. Porta á fines del XVI, no pocos consideran al holandés J. Metius, constructor óptico, como verdadero inventor de tan interesante aparato; esto no obstante parece lo mas cierto que Galileo fué el primero que tuvo la dicha de dirigir, el que por sus manos construyó, hácia los astros descubriendo las montañas de la Luna, los satélites de Júpiter y las manchas del Sol, dejando un sistema de anteojos que aún lleva su nombre.

Refiere Salmoiraghi (1) que hallándose en Venecia Galileo un día del año 1609, oyó decir á un amigo suyo que un holandés había presentado al Conde Mauricio de Nassau un cierto aparato (occhiale) con el que se veían los objetos lejanos como si se hallaran muy cerca; de regreso á Padua, en donde residía, pensando Galileo en esta noticia aquella noche encontró la solución y al día siguiente temblando de impaciencia construyó un anteojo, consistente en un tubo de cartón y dos lentes á él pegadas con cera, comunicando á su amigo de Venecia el resultado que había obtenido; hizo después otro mas perfecto que presentó al Conde y á los principales venecianos, que le examinaron con admiración y entusiasmo, habiéndosele concedido con tal motivo para toda su vida la clase que desempeñaba en el Estudio de Padua y duplicación del sueldo que percibía y que, según él mismo refiere, era mas del triplo del que habían disfrutado sus antecesores.

El *anteojo galileano* se compone de una lente objetiva convergente y otra ocular divergente colocada entre aquella y su foco principal posterior, resultando una *imagen virtual directa y amplificada:* pero como no sirve para fijar direcciones y tiene pequeño campo y poca amplificación no ofrece interés á los Topógrafos.

No sucede lo mismo con el *anteojo Kepleriano* (2), consistente también en la combinación de dos lentes, pero convergentes; una que forma la imagen real del objeto, por lo que toma el nombre de *objetivo* y otra que permite verla amplificada, que se llama *ocular;* pues estas son las condiciones esenciales á que satisfacen los anteojos actuales, ya que formándose imagen real es posible hacer coincidir un punto ó una parte de ella con una ó varias señales colocadas en un diafragma anular llamado *retículo,* que fija la dirección en que se halla el objeto visado con relación á otros, ó mide una parte de su imagen, condiciones, la 1.ª indispensable en los anteojos colimadores y la 2.ª en los distanciómetros ó diastimométricos (3) tan utilizados en la Topografía moderna.

La supuesta *lente ocular* puede componerse de varias dispuestas de manera que inviertan

(1) «Istrumenti e metodi moderni», página 125.

(2) Juan Képler nació en Magstatt (Wurtemberg) en 1571 y murió en 1630; de manera que su perfeccionamiento del anteojo galileano debió tener lugar pocos años después de la invención de este.

(3) De estos nos ocuparémos al tratar de la medición indirecta de las distancias para no anticipar ideas propias de aquel lugar.

la imagen real objetiva haciendo que el ojo la vea directa y así se ha hecho y algunos pocos la utilizan todavía; pero como la interposición de tales lentes hace perder claridad y el examen de la imagen invertida no presenta obstáculo alguno en las observaciones topográficas, rara vez se aplica tal combinación en los modernos aparatos.

Resulta, pues, que los telescopios (1) ó anteojos se pueden dividir en dos clases principales:

1.° *Anteojos de imagen real invertida ó astronómicos* y

2.° *Anteojos de imagen directa ó terrestres.*

Los de la 2.ª clase se subdividen en:

a. Anteojos de imagen virtual ó galileanos y

b. Anteojos de imagen real.

Por las razones apuntadas no nos ocuparémos mas que de los del primer grupo, en el que están comprendidos los *colimadores* y *distanciómetros* ó *diastimométricos*, que son los que ahora se utilizan en los aparatos topográficos.

28 — Descripción general del anteojo astronómico colimador.

Compónese de tres partes principales; *el objetivo, el reticulo* y *el ocular:* el 1.° destinado á formar una imagen real del objeto en el *plano del reticulo*, este á fijar uno ó mas puntos de ella y el 3.° á que el observador vea claramente la imagen y el retículo, como si se hallaran á la distancia de la visión distinta, con la amplificación conveniente; y como la distancia á que la imagen se forma varía con la del objeto á la 1.ª lente y también en cada observador la de su visión distinta y por consiguiente la que debe separar el reticulo y el ocular, claro es que tales partes se han de montar de manera que pueda fácilmente variarse á voluntad, dentro de ciertos

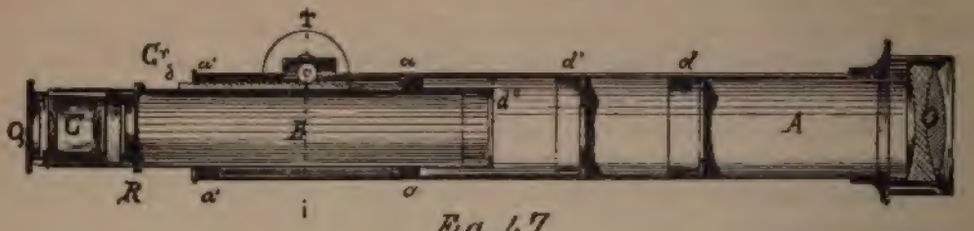


Fig. 47

límites, la distancia del objetivo al retículo y de estos al ocular sin que en tales movimientos deje de pasar el eje óptico del 1.° por la cruz filar del 2.° y que el del ocular coincida con aquel, cuando pase por ella, ó en otro caso, le sea paralelo.

La combinación mas generalmente utilizada es la que aparece indicada en la figura 47, según la que el anteojo se compone de tres tubos, A, B y C.

El primero, A, está en su extremo libre ensanchado por un anillo á él unido, en el que se enrosca la armadura de la lente objetiva, O.

Por el extremo opuesto penetra el tubo B, dentro del que se halla asegurado convenientemente un fuerte diafragma anular, R, sobre cuya cara exterior están extendidos los hilos del reticulo, cuya cruz sirve para fijar un punto de la imagen del objeto formada por el objetivo determinando el *eje colimador* ó sea en cada caso la dirección de la visual y

Finalmente en el extremo libre del tubo B se enchufa otro menor, C, conteniendo el ocular y cerrado en el extremo exterior por una plancha provista de un agujero, O_1, al que se aplica el ojo para mirar.

Para evitar la perturbación, que en la imagen producirían los reflejos de los rayos refrac-

(1) Resérvase este nombre ordinariamente á los especialmente construídos para las observaciones astronómicas, pero como la palabra *anteojos* tiene en castellano otra acepción muy diferente y aquella conviene á las condiciones del aparato de que nos ocupamos, pues sirve para *ver de lejos*, creemos oportuno reunirlas como sinónimas, cual se hace comunmente.

tados procedentes de todos los objetos, que se encuentran delante del objetivo y los directamente incidentes del Sol en la pared interior del tubo A, esta se pinta de negro mate y se colocan á distancias convenientes los diafragmas anulares d, d' y el d" en el extremo del tubo B haciendo sus aberturas centrales de diámetro decreciente en proporción á su distancia al objetivo, con lo que se consigue que en la formación de la imagen solo intervengan los rayos centrales de los diferentes puntos del objeto, que se quieren observar; pero como, de abusar de esta precaución, se disminuiría considerablemente la claridad de la imagen, deben establecerse tales diafragmas solo en cuanto sea necesario para la limpieza de la imagen y no como lo hacen algunos constructores que inutilizan de esta manera gran parte del objetivo.

Al mismo fin *sería muy conveniente generalizar el uso de los obturadores*, consistentes en ligeros tubos de 6 á 7 centímetros de largo, que se enchufan exteriormente al extremo del tubo A, ya que, si bien aminoran algo el campo inútil del anteojo, disminuyen en gran manera las perturbaciones indicadas permitiendo aumentar el diámetro hueco de los diafragmas d, d' y d" y con ello utilizar en la formación de la imagen mayor número de rayos de los emitidos por los puntos del objeto que se quieren ver y en nada perjudican la observación, pues fácilmente se quitan cuando conviene invertir el anteojo si entran á suave rozamiento, resultando que la imagen se presenta con ellos mas clara y bien definida.

El tubo B puede moverse dentro del A manteniéndose apoyado en las paredes cilíndricas de los anillos, que en la figura aparecen en *a* y *a'*, mediante la cremallera *Cr* y el piñón dentado del tornillo T. — La varilla de la cremallera encaja en los anillos *a* y *a'* impidiendo todo movimiento giratorio del tubo del retículo, B; el C se mueve á mano en lo necesario, pues que á tal efecto se enchufa á fuerte rozamiento (1).

Para dirigir una visual se separa el ocular del retículo hasta que este se vea claramente, y dirigiendo el anteojo al objeto se mueven estos tubos con el tornillo T hasta que la imagen de aquel aparezca *bien definida é inmóvil* sobre los hilos, aunque se muèva el ojo colocado en el agujero ocular, O_1; á tal efecto se hace y se observa la coincidencia de la cruz filar con un punto bien determinado de la imagen del objeto; pero como de ordinario no se coloca convenientemente el ocular respecto al retículo si no se mira un objeto muy lejano ó al firmamento, muchas veces es necesario rectificar la situación del ocular después de haber colocado el anteojo en tales direcciones y no pocas también hay que hacerlo por fatiga de la vista durante la serie de observaciones; de todos modos lo que se ha de procurar siempre es ver claramente los hilos del retículo y *sobre ellos limpia, bien definida é inmóvil la imagen del objeto* imprimiendo á los tubos los movimientos oportunos para conseguir exactamente la enfocación de las lentes objetiva y ocular con relación al retículo y al estado de la vista del observador; pues *de no hacerlo así se incurriría en graves errores especialmente en la medición indirecta de las distancias*, como verémos en su lugar.

Para que se pueda colocar el retículo en el plano de la imagen de los objetos muy lejanos, el tubo A tiene de longitud máxima casi la distancia focal principal del objetivo; como el B debe quedar sujeto al A por los anillos *a* y *a'*, ha de permitir al mismo tiempo al retículo colocarse á una distancia del objetivo igual á la mayor focal conjugada de los objetos próximos y del ocular á la que convenga á su amplificación y sistema y á las diferentes condiciones de la vista de los observadores habida en cuenta la necesaria para contener con seguridad el tubo ocular, su longitud se ha de componer de la suma de estas magnitudes como la figura 47 indica, y finalmente la del tubo C ha de ser tal que contenga les lentes que constituyen el ocular y que el diafragma que le cierra y en el que se halla el agujero á que se aplica el ojo, caiga un poco an-

(1) En algunos anteojos el tubo del objetivo se enchufa en el del retículo dándole el movimiento conveniente para la coincidencia del 2.° con la imagen mediante un tornillo y cremallera asegurados al 2.° tubo; de manera que en lugar de quedar inmóvil el objetivo es este el que se mueve y aquel permanece fijo.

Es fácil de comprender este mecanismo á la vista de tales anteojos, que se usan poco en los taquímetros, porque en ellos varía la distancia del objetivo al centro del aparato y consiguientemente la distancia calculada para el objeto, aunque en cantidad siempre despreciable.

tes del plano conjugado del objetivo respecto al ocular para que aquel coincida con la córnea y los rayos luminosos procedentes de la imagen real penetren por la pupila para formar la imagen retínica; de manera que conociendo las condiciones ópticas del objetivo y del ocular es fácil determinar aproximadamente las dimensiones de los tres tubos del anteojo.

Prescindiendo por el momento de las condiciones que deben reunir las diferentes partes de este para cumplir bien su destino, parécenos oportuno indicar la marcha que en él siguen los haces luminosos procedentes del objeto observado formando su imagen sobre el retículo y cruzando el ocular hasta llegar al ojo del observador, que puede así ver claramente aquella, *pues debe tenerse presente*, como ya antes hemos dicho, *que las imágenes aéreas, aunque luminosas, no se ven mas que desde la prolongación de los rayos que las forman* ó de los mismos refractados, es decir, que no emiten rayos luminosos en todas direcciones, como lo hacen los demás cuerpos luminosos.

Para mayor sencillez en la figura y facilidad en la explicación supondremos las lentes objetiva y ocular reducidas á sus planos principales y el del retículo colocado en el focal principal de ambas; de manera que en la figura 48, que al efecto utilizamos, la distancia p, conjugada de la del objeto al objetivo, sea sensiblemente igual á la focal principal de este; la q lo sea á la del ocular y δ, conjugada de $p + q$, próximamente igual á la 2.ª, lo que se verifica en las grandes amplificaciones, en que $p + q$ es muy grande relativamente á q.

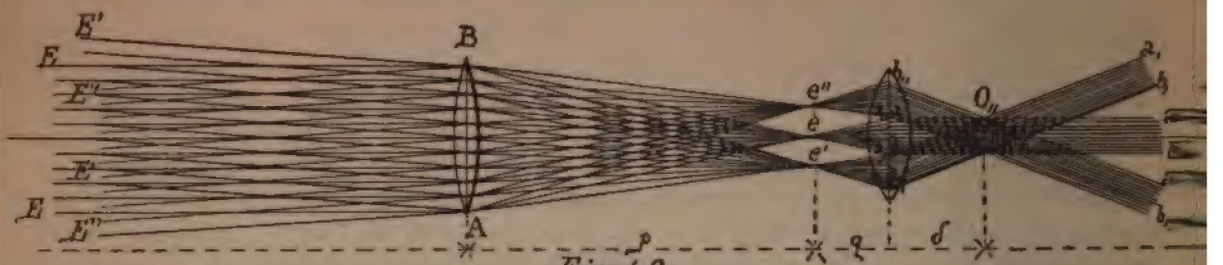


Fig. 48

Suponiendo dirigido el eje óptico del anteojo á un punto E señalado en una tabla colocada verticalmente á la distancia de 300 metros, v. g., y que en ella estén marcados otros dos E' y E'' equidistantes de E, cada uno emitirá rayos luminosos, de los que incidirán en el objetivo: del punto E los comprendidos en el haz cónico E A B E, que por su grande altura y pequeña base podemos considerar como un cilindro, esto es, los rayos E A y E B paralelos al eje principal del objetivo (1); del punto E' los comprendidos en el haz E' A B E' y del E'' los del haz E'' A B E''.

El primer haz luminoso después de su refracción en el objetivo convergerá en su plano focal principal pintando en *e* la imagen del punto ó elemento E y los rayos componentes de este cono luminoso, e A B, se prolongarán formando otro cono invertido, *e a b*, hasta el ocular, y como, en el supuesto admitido, proceden sus rayos del foco principal de este emergerán paralelamente al eje formando un haz cilíndrico de base igual á la del cono e a b.

Refractándose el cono ó casi cilintro E' A B E' formará en *e'* la imagen del punto E' y prolongándose sus rayos hasta encontrar al ocular en a_1 y b_1 se refractarán de nuevo emergiendo paralelamente al eje secundario *e' o'* y finalmente lo propio sucederá con el cono ó casi cilindro E'' A B E'', como en la figura claramente aparece; de suerte que todos los rayos luminosos emitidos por los puntos E, E' y E'' y refractados por el objetivo A B contribuyen á formar las imágenes respectivas *e*, *e'* y *e''*, *con tal que no encuentren en su camino diafragmas* que los intercepten; pues en este caso claro es que quedarán limitados á los que se hallaren comprendidos en los

(1) Para darse cuenta exacta de esto, basta tener presente que si el punto observado tiene un milímetro de ancho y 30 el *diámetro útil* del objetivo, la inclinación del *rayo mas separado* del eje de este será:

$$a'' = 206.265 \frac{0'015}{3^{cm}} = 10'313''$$

lo cual es despreciable y nos permite considerar como casi cilindro el cono luminoso.

conos que teniendo por vértice respectivamente los puntos *e*, *e'* y *e"* tengan por base el diámetro del hueco menor de tales diafragmas, de donde se deduce fácilmente que sería inútil que un anteojo tuviera grande objetivo si después con diafragmas interiores se cortara el paso á los rayos luminosos por él recogidos y refractados, como se observa en algunos aparatos.

Obsérvase también que en el plano O_n se cruzan todos los rayos que contribuyen á la formación de las imágenes parciales *con tal que incidan en el ocular;* pero como este ha de tener un diámetro limitado y dependiente de su distancia focal, *q*, que, según la experiencia acredita, debe estar comprendido entre 0'4, 0'8 de aquella, se comprende fácilmente que si la imagen *e" e e'* es algo grande, lo cual depende no solo de la magnitud de *E" E E'* y de su distancia al objetivo, sino también de la focal principal de este, muchos de los rayos que contribuyen á la formación de las imágenes *e'* y *e" pueden ser interceptados* en el plano del ocular y también se nota desde luego que si en lugar de un solo ocular fijo se colocaran tres ó uno que pudiera situarse fácilmente con relación á los conos *e'* y *e"* como el de la figura lo está relativamente al de *e*, salvo la inclinación de sus ejes, se recogerían todos los rayos luminosos de tales conos y se aprovecharía toda la luz que había contribuido á la formación de las imágenes parciales permitiendo reducir cuanto se quiera el valor de *q*, esto es, aumentar la amplificación sin perder claridad mas que en lo que corresponde á la distribución de la de las imágenes objetivas en las amplificadas que sirven de conjugadas á las retínicas, condiciones las dichas que justifican las *ventajas de los oculares argos y móviles.*

De todos modos se comprende fácilmente que en el plano O_n se forma un *disco luminoso*, imagen real del objetivo formada por el ocular, al que se llama *disco ocular* por ser el punto donde se coloca el ojo del observador y de cuyas condiciones dependen las del anteojo, como luego veremos.

El ojo recoge los rayos refractados por el ocular y como los del cono *e a b* inciden en la córnea paralelamente al eje óptico, formarán su imagen retínica en el foco mismo (1) y sensiblemente se conseguirá análogo resultado con la aplicación del ocular compuesto ó el móvil á los otros dos conos e' a, b, y e" a_n b_n demostrando también en este concepto sus ventajas sobre el ocular ordinario, porque mejor que con este aquellas irán á pintarse sucesivamente en la parte mas sensible de la *mancha lutea.*

29 — Del objetivo.

Basta recordar lo que hemos dicho en la página 65 para comprender que el objetivo de los anteojos no puede ser una lente sencilla, sino, en cuanto posible sea, aplanática, esto es, exenta de las aberraciones de esfericidad y cromatismo, por cuya razón se componen siempre al menos de dos lentes, una de crown y otra de flint, perfectamente centradas y torneadas, de manera que las caras en contacto lo estén en toda su superficie, que sus centros físicos y ópticos caigan en el eje del tubo y este se confunda con el óptico de la lente compuesta, pues de otro modo la imagen no reuniría las condiciones apetecidas.

Las lentes *convergentes* y *divergentes* componentes del objetivo no las colocan en el mismo orden todos los constructores; Salmoiraghi recomienda (2) que la convergente quede siempre al exterior y que las caras mas convexas sean las interiores en contacto, de donde se deduce que á su modo de ver son preferibles las lentes biconvexas de radios diferentes en sus caras, mientras que esto no se observa en el anteojo de los taquímetros de Trougthon, aunque también coloca la lente convergente al exterior, ni en los excelentes de Breíhaupt, en que la lente convergente se encuentra en el interior.

---

(1) Esto no puede realizarse completamente, porque siempre la imagen real se forma entre el ocular y su foco principal anterior; pero sí es indudable que recoge todos los rayos luminosos que contribuyen á su formación y, como la distancia de la imagen al foco referido es muy pequeña, puede admitirse el supuesto hecho para facilitar la explicación; de todos modos se comprende que será insignificante el esfuerzo de acomodación del ojo.

(2) «Istrumenti e metodi moderni», página 151.

Los dos últimos no sueldan con barniz las dos lentes, como el primero lo hace, así es que pueden desmontarse y medirse sus distintos espesores, lo cual no puede hacerse con las de Salmoiraghi, que considera muy ventajoso el uso del barniz aludido, porque, según dice, evita la pérdida de luz por las reflexiones consiguientes á la interposición de una capa de aire, por delgada que esta sea, entre las dos caras de las lentes; pero debemos consignar que no hemos podido apreciar esta ventaja y sí experimentado el inconveniente de que habiéndose agrietado el barniz se inutilizó el anteojo hasta que se hizo desaparecer aquel, después de lo cual quedó mas diáfano el objetivo.

Siempre debe cuidarse de no variar la colocación de las lentes en su armadura, cuando se desmontaren; pero este cuidado es mucho mas necesario cuando la convergente tiene sus caras de radios de curvatura diferentes, pues con la inversión desaparece la imagen.

Para evitar estos inconvenientes, Trougthon pone en la armadura un filete, en el que encaja una ranura abierta en el borde de cada lente sugetándolas después con un aro; de suerte que sus objetivos se pueden desmontar y montar muy fácilmente; pero para hacerlo con los de otros constructores debe observarse y señalarse con cuidado su colocación para evitar los inconvenientes indicados y tal cuidado no debe limitarse á determinar el orden de colocación de las lentes sino también á conseguir que cada parte de su superficie quede en la misma disposición en que la colocó el constructor, pues, no siendo matemáticamente esféricas, su conjunto no resultaría de otro modo de las mismas condiciones.

Siendo la función característica del objetivo formar la imagen real dotada de la mayor brillantez y limpieza posible y dependiendo la primera de estas condiciones del número de rayos luminosos que de los emitidos por el objeto visado puede recoger, ó lo que es lo mismo de su diámetro y la segunda de que se eviten las aberraciones de esfericidad y cromatismo, que en las lentes compuestas de un crown y un flint solo se consiguen cuando la distancia focal principal del objetivo está comprendida entre 8 y 15 veces la magnitud de su diámetro y debiendo por otra parte ser los anteojos utilizados en los instrumentos topográficos, y muy especialmente en los goniómetros, de no mucha longitud para que resulten de fácil transporte, háse procurado conseguir todas las ventajas y evitar estos inconvenientes mediante la combinación de mayor número de lentes, componiendo el objetivo de tres ó cuatro, por cuyo medio consiguieron Amici y Porro excelentes objetivos de 60 mm. de abertura y 400 de distancia focal, esto es, menos del septuplo, que acromatizaban perfectamente las imágenes y permitiendo una amplificación hasta de 80 diámetros sirvieron para construir anteojos con los que, según Porro (1) podía leerse la Gaceta de Francia á 100 metros de distancia, constituyendo el tipo máximo de los anteojos topográficos, pues que permitían levantar los planos con tolerancia al menos de 1/2000 que sería excesiva exactitud en la mayoría de los casos.

Estos excelentes objetivos estaban compuestos de dos lentes crown y dos flint de distintas clases y formaban dos lentes compuestas acromáticas colocadas á distancia calculada para producir el efecto deseado, constituyendo su conjunto los *objetivos bi-aplanáticos* del eximio Porro; pero sea porque resultaran muy caros ó porque no se considere necesaria tanta complicación, es lo cierto que en los taquímetros actuales no se usan mas que objetivos compuestos de dos lentes y los de tres, muy buenos también, solo los hemos visto en los antiguos niveles de Grawatt's, no en las modernas imitaciones de tan excelentes aparatos.

Fig 49

Fig 50

Para evitar en lo posible la aberración de esfericidad y el excesivo diámetro de los anteojos los constructores cortan los bordes de los casquetes esféricos de las lentes resultando las compuestas del objetivo gruesas en ellos en la forma que indican las figuras 49 y 50; en la 1.ª de las que representamos, en la escala de 1/1, la del Taquímetro de 5 pulgadas de Trougthon y en la 2.ª, en escala

(1) «La Tacheometrie», página 19.

natural, la de una de las Brújulas de Breihaupt, que son dos anteojos de muy buenas condiciones.

Nótese finalmente que penetrando en el ojo todos los rayos luminosos recogidos por la *superficie útil* (1) del objetivo, cuando todas las partes del anteojo están bien combinadas, esto equivale á ensanchar la pupila hasta la dimensión de aquella y como al propio tiempo impide que perturben la imagen retínica los rayos refractados procedentes de los muchos objetos existentes en el extenso campo del ojo, *se modifican convenientemente sus condiciones físicas por medio del anteojo.*

30 — Del retículo. — Distintas armaduras usadas y manera de centrarlas.

Al hacer la descripción general del anteojo hemos dicho que el retículo consiste en un fuerte diafragma anular asegurado al tubo B (Figura 47), que permite colocarle á una distancia conveniente del objetivo para que la imagen, que este forma de los objetos, se pinte clara y detalladamente en la cara posterior de aquel, en donde se halla colocada una señal que se puede hacer coincidir con un punto de la imagen para fijar la dirección en que están los objetos observados (2).

La señal aludida se obtiene ordinariamente con la intersección de dos hilos finísimos de araña ó de platino ó por dos trazos hechos en un cristal muy plano y diáfano y veremos, al ocuparnos de los *ejes del anteojo*, que, para que el retículo cumpla bien su cometido, es necesario que la *cruz filar se encuentre en el eje común de los tubos del objetivo y del retículo y que con él coincida el óptico de la lente objetiva.*

Los hilos ó trazos deben ser perpendiculares entre sí, no solo para que su intersección quede de este modo mejor determinada, sino porque disponiéndose el anteojo, en el aparato de que forme parte, de manera que uno de aquellos sea siempre vertical el otro será horizontal y estas condiciones facilitan las observaciones, que en los modernos sistemas no se concretan á determinar simplemente la dirección en que los objetos se hallan.

Para evitar que el *grueso amplificado* del hilo vertical cubra una parte notable de la imagen del objeto, algunos constructores sustituyen este hilo por dos paralelos y muy próximos, de manera que la imagen de la banderola ó de la mira se pinte entre ellos, en cuyo caso la imaginaria paralela intermedia sirve para hacer la puntería y otras veces le sustituyen por dos en forma de estrecha cruz de San Andrés; pero todas estas precauciones son generalmente inútiles ahora que se hacen hilos de un espesor hasta de o'002 mm. y se hacen trazos en cristal de o'001 y aún de o'0005 mm. y los de araña que se emplean son extremadamente finos; de manera que en nada perjudica su espesor la coincidencia con los puntos elegidos del objeto en su imagen.

Es de advertir sin embargo que algunos constructores dan excesiva importancia al espesor de los hilos y trazos haciéndolos tan extremadamente finos que dificultan mucho la observación fatigando la vista, mientras que otros descuidan tanto esto que los hilos de sus retículos aparecen sobre la imagen como gruesas rayas negras que la cubren en gran parte; *ambos extremos son viciosos* y al adquirir un instrumento se debe examinar con cuidado *el espesor aparente de los hilos, que debe resultar de las condiciones de una recta negra de uno ó dos décimos de mili-*

(1) No debe olvidarse, como lo hacen algunos Autores y muchos constructores de aparatos, que es siempre menor la superficie útil que la real del objetivo, como ya antes lo hemos indicado al hablar de la marcha de la luz en el anteojo y que es la primera que debe tenerse en cuenta al calcular la claridad y la amplificación ó sea *la potencia de los anteojos.*

(2) Para no anticipar ideas propias de la *medición indirecta de las distancias*, no describirémos en este capítulo *los retículos compuestos ó micrométricos* en ella utilizados, y de que nos ocuparémos en su lugar oportuno, si bien ahora haremos sobre ellos algunas indicaciones.

metro; pues esta se vé bien á la distancia de la visión distinta y no perjudica la observación en la coincidencia deseada (1).

Para que pueda colocarse la cruz filar en el eje geométrico de los tubos del anteojo y aquel coincida con el óptico de la lente objetiva, es necesario que siendo el plano principal de esta y el del retículo perpendiculares á aquel, como por construcción se consigue, pueda la cruz filar moverse en su plano en dos direcciones perpendiculares sin dejar por eso de quedar sugeta la armadura del retículo al tubo después de conseguida la centración apetecida.

A tal efecto utilizan los constructores diferentes artificios, que si el Topógrafo no necesita conocer en sus detalles sí en su esencia para saber dar á la cruz filar los indicados movimientos y corregir con ellos su posición ó sea la del *eje colimador* del anteojo, que no es lo mismo que el óptico con quien se ha de hacer coincidir.

Unos sujetan el diafragma anular del retículo al tubo que le contiene mediante cuatro tornillos, que, apoyándose por sus cabezas en la cara exterior del tubo, se enroscan en las tuercas abiertas en el diafragma y siendo los taladros del tubo alargados en el sentido de la circunferencia de su sección recta permiten á aquel moverse en los dos sentidos vertical y horizontal,

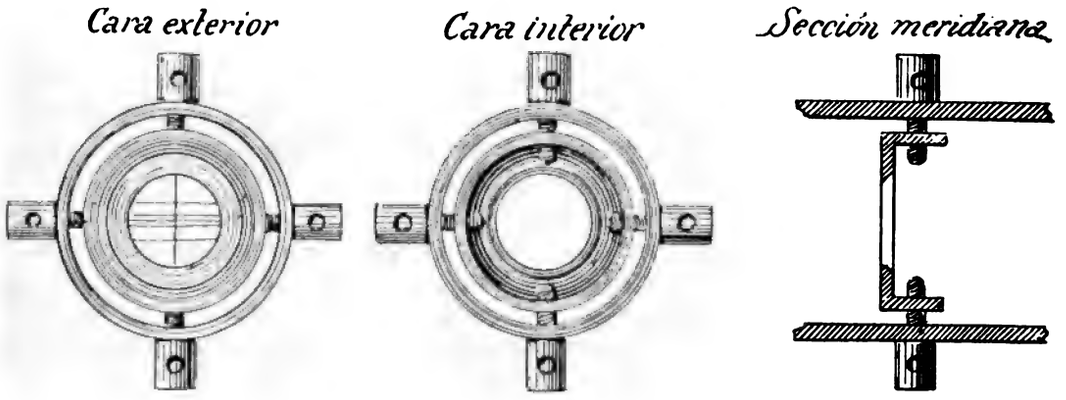


Fig. 51

cuando los cuatro tornillos no aprietan con sus cabezas en el tubo; de manera que si los verticales se enroscan hasta tocar á este, pero sin apretarle, y se enrosca el de la derecha hasta que él lo haga, continuando el mismo movimiento del tornillo este penetra en su tuerca de la armadura y la lleva hacia sí en tanto el tornillo opuesto no apriete con su cabeza la pared del tubo, á cuyo efecto se habrá previamente desenroscado y como los agujeros ó taladros de los tornillos verticales son alargados correrán en ellos no impidiendo aquel movimiento hasta que lleguen al límite correspondiente de su taladro respectivo ó se aprieten los dos al tubo del anteojo: análogamente se dará al diafragma reticular el movimiento de derecha á izquierda y de arriba á abajo ó al revés, de manera que fácilmente se puede conseguir la centración por este mecanismo generalmente utilizado por los constructores ingleses.

(1) Si llamamos *e* al espesor de los hilos, *d* á la distancia focal principal del objetivo y *t* á la tolerancia ó error admisible en segundos centesimales ó décimo milígrados para las direcciones que ha de fijar el anteojo, se calculará el primero por la fórmula

$$e = \frac{t''}{636.620''} \times d$$

de la que se deduce para un anteojo de amplificación de 20 diámetros, distancia focal de 35 centímetros y con la tolerancia de un milígrado

$$e = \frac{10'' \times 350 \text{ mm.}}{636.620} = 0'0055 \text{ mm.}$$

que con la amplificación supuesta aparecería en la imagen observada por el ojo del grueso de 0'1 mm. bien perceptible sobre fondo conveniente á la distancia de la visión distinta.

Cuando haciendo girar al anteojo sobre su eje de figura (1) se observa que es invariable la coincidencia de la cruz filar con el mismo punto de la imagen, esto es, cuando está centrada la primera, se aprietan con cuidado los cuatro tornillos mirando al mismo tiempo si se conserva dicha coincidencia para estar seguro de no haber alterado la posición del retículo en el tubo y así quedará asegurado en su posición conveniente.

A la simple inspección exterior del anteojo se conoce si el constructor ha utilizado este mecanismo, porque, en tal caso, las cuatro cabezas de los tornillos aprietan el tubo.

Como tipo de estas excelentes y sencillas armaduras de retículo podemos citar las usadas por Trougthon en sus taquímetros siendo la del de 4 pulgadas la representada en la figura 51, consistente en un fuerte anillo de 1'8 mm. de espesor, 9 de altura y bases de 22 mm. de diámetro, en el que se enroscan los tornillos de corrección: la base ó cara exterior está cerrada por un diafragma anular con círculo hueco central de 10 mm. de diámetro, en el que aparece la cruz filar y una corona anular de 4 mm. de altura, rebajada para pegar en ella el cristal que contiene los trazos ó la plancha anular que lleva los hilos, en la que están señalados dos diámetros perpendiculares para facilitar su colocación.

Los tornillos de corrección y sujeción se mueven mediante una aguja de acero, que al efecto se introduce en taladros abiertos en la cabeza de los tornillos; en otros aparatos esto se hace con un destornillador mediante ranuras abiertas en la cara superior de aquellos; pero si no se maneja con cuidado se sale de la ranura estropeándola y rayando el tubo del anteojo, por lo que es mas fácil y conveniente el uso de la aguja; otras veces los tornillos terminan en prisma y se mueven mediante *llaves* que se llaman de *cuadradillo* y en este caso se suelen resguardar aquellos con pequeños cilindros soldados al tubo del anteojo.

Otros constructores colocan los hilos, ó el cristal en que están grabados los trazos, en una sencilla corona anular metálica adosada á otra fija al tubo y los movimientos indicados se consiguen mediante el contacto de sus bordes con el extremo de los cuatro tornillos, como se indica en la figura 52; de manera que hay que desenroscar el tornillo colocado del lado hácia el que ha de correr la cruz filar y enroscar el opuesto tanto en el sentido vertical como en el horizontal apretándolos todos suavemente cuando se haya conseguido la centración.

No ofrecen estas armaduras tanta seguridad como las precedentes ni es con ellas tan sencilla la corrección, empleándolas los constructores franceses; á la simple inspección del anteojo se conoce que se ha utilizado este mecanismo, porque las cabezas de los tornillos no se apoyan en el tubo.

Otros constructores emplean, en lugar de cuatro tornillos, dos con resorte en la parte opuesta, como se indica en la figura 53 y claro es que enroscando ó desenroscando un tornillo se moverá la cruz en dirección contraria ó en la que se halla aquel; porque en el primer caso apretando el tornillo contra el diafragma el resorte cede y permite el movimiento hacia sí y desenroscando el tornillo se produce el movimiento hacia él por el impulso que al diafragma imprime el resorte.

Finalmente algunos constructores suprimen los tornillos del movimiento vertical determinando la centración en tal sentido por construcción; pero esto es solo admisible en los instrumentos ligeros, cuyo objeto principal es conseguir la proyección horizontal del terreno y no su relieve con la misma exactitud (2).

---

(1) Esta rotación no puede realizarse mas que en los anteojos colocados sobre collares ó si se dispone de una regla con estos y el anteojo está separado del aparato; cuando á él está unido, como sucede en casi todos los taquímetros, teodolitos, etc., la comprobación se hace de otro modo, como se explicará al hablar de sus comprobaciones y correcciones; pero nunca es tan sencilla y completa como en aquel caso.

(2) Salmoiraghi explica en su excelente libro tantas veces citado los dos primeros mecanismos y el mas seguro utilizado en el clepe gran modelo; pero como en aquellos introduce modificaciones, que, aunque útiles, no se encuentran en los instrumentos ordinarios del comercio y el último rara vez han de rectificarle los Topógrafos y en tal caso no les será difícil comprender la manera de hacerlo en presencia del instrumento, no siendo fácil hacerlo por sencillas figuras, prescindimos de consignarlos para no alargar mas esta descripción, recomendando especialmente que cada uno estudie con cuidado los aparatos que haya de utilizar y procure rectificarlos exactamente y asegurar bien la posición del retículo sin forzar demasiado los tornillos para evitar el desgaste de su rosca y la de la tuerca ó que el diafragma reticular se deteriore.

Los retículos á que hasta ahora nos hemos referido son los llamados *simples* ó *sencillos*, porque se limitan á fijar un punto, la cruz filar, utilizable para señalar la dirección en que los objetos se hallan; pero verémos al explicar las condiciones del *anteojo diastimométrico*, al presente tan generalizado, que además del hilo horizontal central se colocan otros á él paralelos y convenientemente separados para medir ciertas porciones de la imagen y por este medio calcular la distancia á que del observador se encuentran los objetos.

Cuando estos hilos son fijos ó cuando se utilizan trazos hechos en cristal, si bien son *retículos compuestos* ó *micrómetros* en nada alteran las condiciones de la armadura y su sistema de

Fig. 52

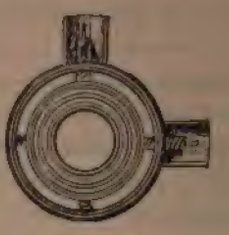


Fig. 53

centración; pero no sucede lo mismo cuando los hilos horizontales, que por su distancia al central han de formar el micrómetro deseado, son movibles, pues es necesario que esto se consiga sin que se altere la posición de la cruz filar y al efecto se colocan en dos planchas independientes, sujetas á la armadura por unas guías en que se deslizan mediante tornillos especiales sujetos por su cabeza á una parte saliente de aquella y que se enroscan en las planchas portadoras de los hilos movibles; de suerte que tales tornillos combinados con resortes á ellos opuestos sirven para colocar aquellos á la distancia conveniente del central y al mismo tiempo para mantenerlos fijos á esta distancia en la armadura.

En su movimiento tales hilos deben conservarse en el plano del central y paralelos á él y como por su medio se consigue muy fácilmente *la distancia micrométrica ó el ángulo diastimométrico* que mas conviene en cada caso y en nada se disminuye la claridad de la imagen propia de los anteojos astronómicos, lo que no sucede en los analáticos con retículo de cristal, porque este y la lente colectora disminuyen bastante aquella en ciertos casos, este sistema de retículos compuestos ó micrómetros reune condiciones muy apreciables, como demostrarémos mas detalladamente al ocuparnos de la medición indirecta de las distancias.

Retículo propiamente dicho, manera de pegarle á la armadura y de reponer los hilos.

Por temor á que rompiéndose los hilos del retículo durante los trabajos de una campaña ó en el transporte de los instrumentos hayan de paralizarse aquellos y por otras razones se vá ge-

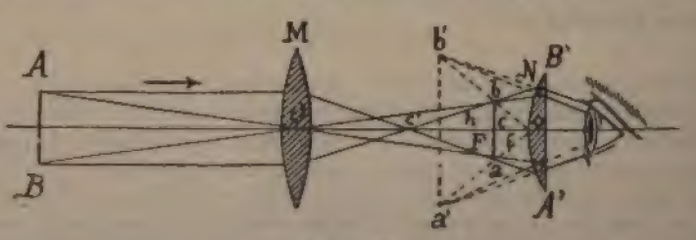


Fig 54

neralizando mucho el uso de los retículos de cristal; pero con tan poco acierto muchas veces que frecuentemente se piden tales cristales sin decir las condiciones del anteojo á que se quieren aplicar; si esto no ofrece en los retículos sencillos otro inconveniente que el de la pérdida

de luz por el grande espesor y poca diafanidad de algunos cristales, conduce á grandísimos errores cuando se trata de retículos compuestos, ya que estos solo convienen á los anteojos de las condiciones de aquellos para que fueron calculadas las distancias que separan sus trazos paralelos.

Si no es difícil calcular en cada caso estas distancias, sí lo es mucho colocarlos exactamente á ellas si no se dispone de las máquinas apropiadas y, como un pequeño error en aquellas los produce notables en los resultados, el Topógrafo no debe intentar hacer por sí esta delicadísima operación.

No sucede lo mismo en las armaduras dispuestas para hilos movibles, porque bastará poner estos paralelamente al central y esto se consigue fácilmente, ya que solo los hilos que reunen esta condición se ven al mismo tiempo inclinando aquella convenientemente para que brillen por la luz solar y tampoco será muy difícil colocar perpendiculares los hilos centrales, aunque aconsejamos que, á no ser en caso de extrema necesidad, se encomienden estas reparaciones ó modificaciones á un buen instrumentista, porque si quedan los centrales inclinados ó los otros no paralelos, estos defectos no se corrigen mas que tocando los hilos y esto es delicado y aquellos defectos perjudican mucho los resultados de las observaciones.

Los *hilos de platino* estirados por el sistema de Wollaston hoy se hacen delgadísimos; pero no son recomendables, porque carecen de la elasticidad suficiente para evitar los inconvenientes de la influencia de los bruscos cambios de temperatura y la rotura por golpes secos de las cajas de los aparatos; tampoco lo es el *filamento de seda*, porque á estas malas condiciones y la de ser demasiado grueso, reune la de ser higrométrico; de manera que una y otra clase de hilos se pueden romper fácilmente.

No ocurre nada de esto con el *hilo de araña*, que, si está bien elegido y colocado y se cuida de no tocarle, dura muchos años en excelente estado, como todos los Topógrafos han podido observar y Porro hizo constar (1) muy formalmente en 1858 con referencia á los por él puestos en 1825 en un teodolito, con el que había trabajado y viajado mucho; pues, aunque había sufrido grandes golpes, continuaban aquellos inalterables á causa de su elasticidad.

En el comercio se encuentran muy finos ya colocados en pequeños marcos, de que se pueden aprovechar los necesarios con mucha facilidad.

Para colocarlos se saca la armadura del retículo y de ella el diafragma anular de los hilos; se pega ligeramente con un poco de cera sobre un cilindro sujeto á una mesa colocada frente á una ventana ó abertura cualquiera y con la inclinación conveniente para que los hilos reflejen la luz y se le limpia con un trapo mojado en alcohol para quitarle la cera ó barniz anteriormente usado.

El lugar en que los hilos se han de colocar está señalado sobre el diafragma por trazos muy finos, cuando se trata de una simple reposición de hilos; pero si se quieren colocar otros, que el constructor no había puesto, hay que señalar su lugar con la mayor exactitud posible.

Después de haber limpiado la cara del diafragma donde está marcado el lugar de los hilos, se coloca con ayuda de una lente uno de estos con el compás mismo bien exactamente sobre los puntos señalados y se baja el compás para que el hilo quede bien extendido; en esta disposición se mantiene hasta que se pega al diafragma con una gotita de cola, de barniz ó de una mezcla de buena cera y bencina en la proporción de 2 partes de la 1.ª por una de la 2.ª ó al revés, según que el clima en que se haya de operar sea templado ó cálido, mediante un punzón de madera que la coloca sobre los extremos de la señal del diafragma sin taparla; se deja secar y después se corta el hilo con unas tijeras finas.

Del mismo modo se pondrán todos los hilos y como en dos posiciones perpendiculares en el sentido azimutal se verán perfectamente y solo en ellos, esto facilita la colocación de los hilos perpendiculares y paralelos.

Si repuesto el diafragma y este en la armadura, á la que se pega con el mismo barniz ó

(1) «Tacheometrie..... 1858», página 264.

cera, se notase la necesidad de variar la situación de un hilo, se volverá á sacar aquel y se moverá el hilo reblandeciendo el barniz ó cera con una gotita de alcohol.

El medio mejor de comprobar si los hilos horizontales de los retículos compuestos están convenientemente separados, así como si la cruz filar es rectangular y de las condiciones indicadas, es el que se describirá al tratar de las comprobaciones de los taquímetros: en caso necesario se tomará nota detallada de los defectos observados y se procurará corregirlos por tanteos.

Estas operaciones son muy delicadas y penosas y para realizarlas con provecho se necesita una destreza que tienen pocos y sin ella no se deben intentar siquiera.

Como en los retículos compuestos de hilos movibles solo hay que poner la cruz filar y paralelos entre sí los horizontales graduándose después la distancia por medio de los tornillos especiales, es mas fácil en ellos conseguir la completa exactitud del ángulo diastimométrico deseado y en tal concepto son también preferibles á los de hilos ó trazos fijos.

31 — Del ocular.—Negativo de Huighens y Campani, positivo de Ramsden, ortoscópico de Salmoiraghi sin ó con prisma ó espejo, argos de Porro y móvil.

Siendo su objeto hacer que el ojo vea claramente y amplificada la imagen real objetiva sobre el plano del retículo, es un verdadero microscopio simple con la condición empero de que sirviéndole de objeto una imagen diótrica esta no emite sobre aquel mas rayos luminosos que los que contribuyen á formarla y en su misma dirección, como se indica en la figura 48.

En ella hemos supuesto que la imagen se encontraba en el plano focal de la lente ocular, como se admite en la Optica práctica, y sin embargo esto no sucede exactamente, pues que siempre está entre la lente y su foco; por consiguiente los haces emergentes no serán realmente cilíndricos, sino cónicos divergentes, que la córnea y el cristalino hacen converger para formar en la retina una imagen recta con relación al objeto é invertida respecto á la objetiva y la sensación visiva será la misma que si esta procediera de la imagen virtual formada á la distancia de la visión distinta por la prolongación de los referidos haces luminosos, como se indica en la figura 54; de manera que se verá amplificada y recta con relación á la imagen real objetiva.

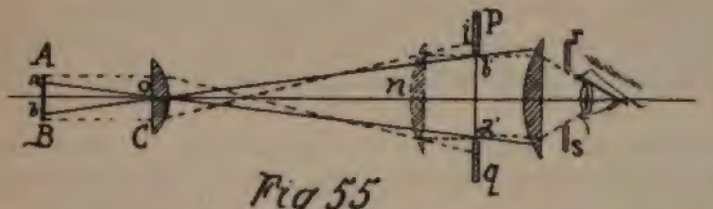


Fig 55

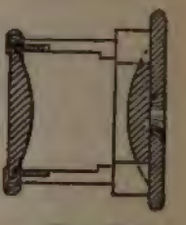


Fig. 56

No se componen los oculares de una lente sencilla, como en un principio se hizo, sino de dos ó tres (1) combinándolas de manera que, siendo bastante estrechos los haces emergentes, entren por la pupila todos ó la mayor parte de los que contribuyeron á la formación de la imagen real objetiva sin producir efectos cromáticos que perjudiquen sus contornos y coloración natural, como sucedería con una lente sencilla; antes al contrario, se procura combinar las lentes integrantes del ocular de manera que mejoren las condiciones de la imagen real objetiva.

Se construyen tres clases principales de oculares; de Huighens y Campani, de Ramsden y ortoscópicos.

El primero, que unos llaman de Huighens, otros de Campani (2) y muchos simplemente

(1) Los oculares de los anteojos terrestres, ó de imagen real directa, se componen de mayor número de lentes; pero ya estas forman otra imagen y por consiguiente no se pueden considerar como microscopios simples.

(2) En Mayo de 1896, leyó el distinguido Ingeniero D. N. Jadanza en la Academia de Ciencias de Turín una memoria demostrando que realmente corresponde al segundo la invención del ocular negativo de mejores condiciones, aunque Huighens le había compuesto, no tan perfecto, por el mismo tiempo, en 1655.

negativo, se compone, como se indica en la figura 55, de dos lentes plano-convexas con su convexidad vuelta hacia el objetivo y fijas en un tubo á una distancia constante, de tal manera dispuestas, respecto al objetivo, que la imagen real, por este formada, se halle entre los dos, por lo que el retículo, *p q*, allí se coloca, y por consiguiente la magnitud de la imagen es no solo variable con la distancia del objeto, si no también con la vista del observador, pues de esta depende la separación del retículo de la lente inmediata al ojo.

Realmente la primera lente, *n*, forma parte del aparato objetivo; pero, como ha de ser constante su distancia á la otra, se reunen ambas en el mismo tubo *porta-ocular*.

Se comprende desde luego que estas condiciones no hacen aplicables estos oculares á los anteojos modernos, no obstante de reunirlas excelentes bajo el concepto de la claridad y limpieza de la imagen; pero nos importa tener de ellos noticia, porque siendo los que se usaban cuando Porro perfeccionó la estadia de Green y demostró que era ésta inaceptable por la variabilidad de la magnitud de la imagen con la de la distancia de la visión distinta de cada observador, continúa por muchos Topógrafos achacándose este defecto á los anteojos modernos, en los que no se utiliza esta clase de oculares.

Además, la lente colectora de campo ó de Campani, *n*, dió lugar á que Porro inventara el *estereogonismo* y *analatismo central*, de que hablaremos oportunamente, y esto no deja de tener importancia en la historia de los modernos procedimientos.

Según Ganot, las condiciones de las lentes componentes de este ocular, son: que si *f* es la distancia focal principal de la lente más próxima al ojo, su distancia á la otra debe ser 2 *f*, y la focal principal de ésta debe ser 3 *f*.

Salmoiraghi llamando:

e la distancia focal de la lente ocular sencilla, que con un objetivo de distancia focal *p*, diera la amplificación M; esto es que $e = \frac{P}{M}$

b la distancia de la lente interior al retículo.

q y r las distancias focales principales de las lentes interior y exterior respectivamente.

d la distancia entre las dos lentes; y

δ la id. de la exterior al disco ocular,

deduce que las condiciones que debe reunir un ocular negativo para producir buen efecto deben ser las siguientes:

$$b = -e\,;\quad q = 2\,e\,;\quad r = {}^{2}/_{3}\,e\,;\quad d = {}^{4}/_{3}\,e\quad y\quad \delta = {}^{1}/_{3}\,e$$

Esta clase de oculares se emplea mucho en los microscopios; pero no en los anteojos colimadores.

El ocular positivo ó de Ramsden le dió á conocer este célebre constructor á la Sociedad Real de Londres á fines de 1783, y se compone también de dos lentes plano-convexas; pero sus convexidades se encuentran hácia dentro, figura 56, y la imagen real objetiva se forma delante de ellas.

Salmoiraghi dice (1): que para que un ocular de esta clase dé los mejores resultados, ha de reunir las condiciones siguientes, dando á las letras la misma significación expresada para los oculares negativos:

$$e = \frac{P}{M}\,;\ q = 2\,e\,;\quad r = o'6\,q\,;\quad d = o'4\,q\quad y\quad b = o'167\,q$$

mientras que el célebre Santini había deducido las condiciones siguientes:

$$e = \frac{P}{M}\,;\ q = r = {}^{3}/_{4}\,e;\ d = o'200\,q;\ b = o'44\,q\ y\ \delta = o'44\,q$$

y creemos conveniente consignar estas relaciones para que los Topógrafos tengan alguna idea

(1) «Istrumenti e metodi....», página 159.

de tales condiciones de esa parte tan interesante del anteojo; pero sobre todo no deben olvidar que *la abertura del ocular no debe ser mayor de* $^{3}/_{4}$ *á* $^{4}/_{5}$ *de su distancia focal*, según hace constar Salmoiraghi (1) y que el ángulo visual á los extremos de la imagen no debe pasar de 33'33^{c} (30°) y aún conviene reducirle á 26'66^{c} (24°), para que la imagen se presente con limpieza en opinión de Porro (2), porque de estas condiciones se deducen las ventajas de los oculares *argos* y *móvil* de que luego hablarémos.

Ocular ortoscópico.—Con los anteriormente descritos, si bien se obtiene un gran campo, la imagen no resulta bien definida á poco que se separe la visual del eje principal, y por consiguiente si esto no presenta dificultad alguna para *ver los objetos*, si tiene muchos inconvenientes cuando se quiere *medir su imagen*, como esto se ha de hacer en los nuevos anteojos topográficos,

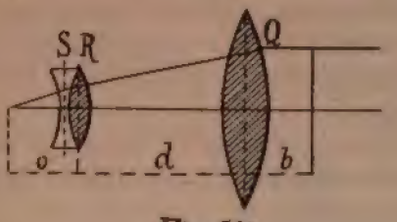


Fig.57

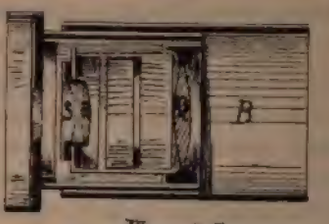


Fig.58

resultando aquel defecto capitalísimo si por la magnitud de la imagen real sujeta á aquella condición ó por ser muy grande la amplificación de la imagen virtual que el ojo inspecciona, la periferia de la parte medible se separa bastante del eje óptico del ocular fijo, porque esto no ocurre con el móvil, que es también más ventajoso en tal concepto.

Para evitar tales inconvenientes, propuso en 1849 el óptico Carlos Kellner de Wetzlar, un ocular, que llamó ortoscópico (de ortos=justo y scopo=ver), con el que á igualdad de la amplifi-

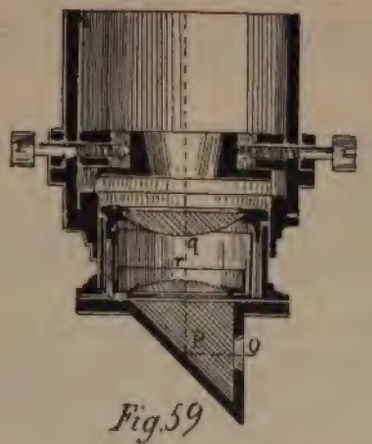


Fig.59

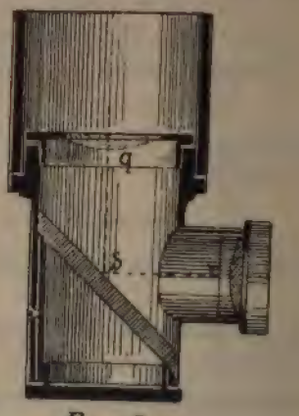


Fig 60

cación se veía una mayor extensión de la imagen mejor definida que con el de Ramsden; pero murió Kellner sin dejar noticia de las condiciones de construcción de su excelente ocular.

«Yo, dice Salmoiraghi (3), inducido por la necesidad de hacer revivir un ocular que, sin ser propiamente el de Kellner, posea sus buenas condiciones, estudié el argumento y consegui una combinación que se parece á la de Kellner, pero no es la de este, sino un Ramsden que resulta del 2.° grupo de fórmulas del párrafo precedente (4) con la modificación que la lente

(1) «Istrumenti e metodi...», página 134.

(2) «Tacheometrie..... 1850», id. 19.

(3) Obra citada, página 161.

(4) Las fórmulas á que se refiere, son los valores que hemos dicho prefiere él para q, r, d y b, al hablar del ocular de Ramsden, porque con ellos, sin variar el campo del anteojo, disminuye los contornos coloreados de la imagen en $^{1}/_{4}$.

del ojo, en lugar de ser sencilla, está compuesta de dos, una negativa y otra positiva, respectivamente de flint y de crown, como los objetivos acromáticos.»

«La lente negativa se ha introducido al objeto de anular las aberraciones longitudinales de refrangibilidad en el grupo de las tres lentes y para todos los ejes secundarios que corresponden á cada punto de la imagen formada por el objetivo, mantenidos estos, por la gran distancia á que se encuentra el objetivo, paralelos entre sí.»

Salmoiraghi representa su ocular tal como aparece en las figuras 57 y 58, explica sus condiciones ópticas para que los constructores puedan utilizarlas y hace constar que con él se consigue el mismo campo que con los mejores de Ramsden, *con la diferencia de que la imagen en toda su extensión es bella, bien definida, acromática en los bordes como en el centro*, y que la experiencia enseña que el campo útil de buena imagen es, á igualdad de amplificación, 1'7 veces mayor que el del mejor ocular de Ramsden. (1)

Ocular con prisma ó espejo.—Para evitar los inconvenientes que presentan las observaciones á objetos muy elevados ó muy bajos obligando á colocar el anteojo vertical ó casi vertical, imposibilitando ó dificultando mucho la aplicación del ojo, se emplea esta clase de oculares, que esencialmente no difieren de los antes descritos, si no que para evitar aquéllos inconvenientes unas veces se aplica al *disco ocular* un prisma de reflexión total (figura 59) *p*, que permite hacer la observación horizontalmente aplicando el ojo al punto o, como en la figura se indica; otras se coloca entre las dos lentes del ocular un espejo ó un prisma, S, produciendo el mismo resultado (figura 60), y otras, finalmente, el espejo ó el prisma se coloca delante del ocular y del reticulo, como se indica en la figura 61; los dos primeros medios pueden utilizarse en los anteojos de pequeña amplificación y tienen la ventaja de que basta tener un ocular de repuesto destinado á tales observaciones, empleándose otro común en los demás casos, y el tercero puede utilizarse para los anteojos de grande amplificación.

A los clepes gran modelo, al objeto indicado acompaña Salmoiraghi un ocular con prisma y antes se construian con las dos clases de oculares mediante un espejo con faja sin azogar, sirviendo el ocular con prisma de investigador, y el otro para afinar la puntería y completar la observación; combinación muy ingeniosa y útil, como todas las invenciones del eximio Porro.

Ocular múltiplo ó argos.—Teniendo *Reichembach* que observar con grande amplificación dos puntos del campo del anteojo bastante separados de su eje, que no podia ver con un solo ocular, tuvo la feliz ocurrencia (2) de aplicar dos de estos, uno enfrente de cada punto y así pudo realizar la observación por el eje óptico de cada ocular sin la menor dificultad.

(1) Con el nombre de ortoscópicos usa Breithaupt en sus clarísimos anteojos, un ocular compuesto de dos lentes bi-convexas, de corto radio de curvatura y lo mismo hace Trouthon en el ocular más fuerte de los tres que acompañan á sus taquímetros de 5 y 6 pulgadas.

Con esta combinación de lentes se reduce á la mitad la distancia focal que correspondería á las plano-convexas del mismo radio de curvatura, y por consiguiente á igualdad de convexidad se aumentará la amplificación sin perjudicar las condiciones de la imagen, consiguiendo, en nuestro concepto, un resultado análogo al obtenido por Kellner y Salmoiraghi; lo indudable es que con estos oculares y las buenas lentes utilizadas por Breithaupt sus anteojos resultan, aunque muy pequeños, de gran potencia.

(2) Esto consignan algunos Autores respetables, pero Porro dice en la página 98 de su libro «Applicacione della Celerimensura.....», quinta entrega publicada en Milán en 1870, lo siguiente:

«L'oculare multiplo cosi disposto é stato distinto coll'epíteto di oculare *argo* che ha non cento ma quatro buchi d'ochio.»

«Il primo cannochiale de questa foggia é stato construtto in Torino nel principio del 1824 (a), e furono sovr'esso instituite d'ordine del generale del Genio Marchese Boyt, sperienze ufficiale... etz.» y como por otra parte en el número 33 de su «Taquimetria de 1850, dice: que el *ocular argos* se le ocurrió á Negretti, sin duda hacia 1816, en que se ocupó mucho de esta materia, resulta por lo menos dudosa la justicia con que se atribuye á Reinchembach tal invención, como lo es también la del descubrimiento del analatismo natural.»

(a) «Verso la medesima epoca ó poco dopo si eseguirono a Monaco di Baviera, sotlo la direzione di Utehneider delle diottre da tavoletta diastimometriche, con due oculari ma senza analatismo, una di queste ne esiste alla Specola di Milano.»

Porro, por indicación de Negretti, aplicó este procedimiento á sus anteojos, en los que para medir la magnitud de las imágenes y de ella deducir la distancia tenía que observar puntos lejanos del eje del anteojo; pero en lugar de dos oculares puso tres pequeños, uno enfrente de cada grupo de hilos del retículo y como de estos formó cinco para tener de varios án-

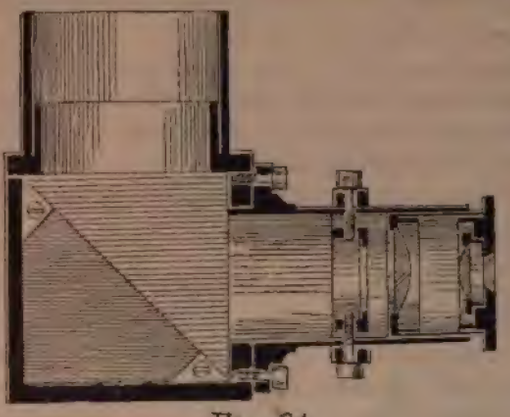


Fig. 61

gulos diastimométricos, y no disponía de bastante espacio para colocar cinco oculares, puso tres en una plancha móvil, que permitía colocarlos en la situación conveniente, según que se elija uno ú otro ángulo diastimométrico sin que durante la observación haya necesidad de tocar el anteojo.

Estos oculares son muy pequeños y por ellos se han de observar varios hilos á la vez, tres con el central y con los otros dos ó cuatro con cada uno, pues que el retículo del clepe gran modelo, tiene 16 horizontales que permiten utilizar en cada observación dos ángulos diastimométricos principales y varias comprobaciones, como veremos más adelante; de manera que si el ocular argos en parte evita el inconveniente, como Porro se propuso, no le anula, resultando que el disco ocular es en tales anteojos menor de lo que conviene; pero, de todos modos, la aplicación de este ocular hace posible el empleo del ángulo diastimométrico de dos centímetros por metro con grandes amplificaciones.

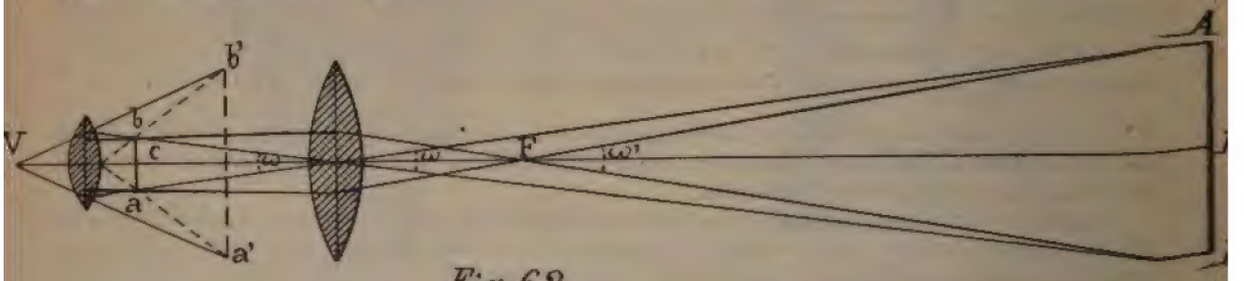


Fig. 62

Ocular móvil. — Consiste en uno sencillo de Ramsden fijo á una plancha adosada á la que cierra el tubo del retículo, en la que corre por fuertes guías mediante un piñón que se mueve con un tornillo de cabeza y se engrana en una cremallera fija á la plancha del tubo del retículo: con este sencillo mecanismo se va colocando el ocular enfrente de cada hilo de los que se quieren observar; de manera que pasando por él su eje óptico se hace el campo tan grande como sea necesario y se pueden utilizar las mayores amplificaciones sin ningún inconveniente; porque siempre todos los rayos luminosos que forman la imagen de cada punto son recogidos por el ocular en las mejores condiciones y aprovechados por el ojo, en cuya retina se pinta perfectamente la imagen del elemento de la real objetiva que se desea observar y consiguientemente su coincidencia con el correspondiente hilo del retículo.

Algunos Autores consideran pernicioso el empleo de este ocular, porque no permite hacer la observación completa sin moverle viendo todos los hilos á la vez, pudiendo, en su concepto, dar lugar á que el anteojo se mueva mas ó menos, que mientras se observa un hilo varíe de posición la mira y que la parte de imagen vista no sea realmente la que comprenden los hilos extremos y consiguientemente á esto dan la preferencia al ocular argos ó al ortoscópico.

No somos de la misma opinión, con tal que el ocular se pueda mover suave y fácilmente, como sucede en los taquímetros de Trougthon, Laguna y modernos de Salmoiraghi y siempre que se cuide de hacer exactamente la coincidencia del retículo con la imagen objetiva para *evitar completamente el error de paralage;* pues ni hay porque temer el movimiento del anteojo cuando se ha apretado su tornillo de presión convenientemente, como siempre debe hacerse, ni el brevísimo tiempo que se emplea en la lectura de la mira en cada hilo hace temible que se altere su posición, lo que además se notaría al volver el ocular al central; por otra parte con el argos tampoco se ven todos los hilos á la vez, sino sucesivamente y nunca por su eje óptico y esto es importantísimo y lo es también que la abertura del ocular pueda ser grande, como en el de Ramsden móvil y no en los varios del argos, ya que es indispensable ó por lo menos muy conveniente que todos los rayos que entran por el area útil del objetivo pasen por el ocular al ojo para que no disminuya la claridad de la imagen retínica, tanto mas necesaria cuanto mayor sea la amplificación y esto solo se consigue con el ocular móvil, que ahora utiliza también Salmoiraghi.

Pero debemos advertir que si el error de paralage es siempre de grande trascendencia en esta clase de observaciones, sea cualquiera el ocular que se utilice, es mas pernicioso con el móvil, porque el error puede ser de mucha consideración, ya que en ningún momento el ojo observa á la vez todos los hilos y al mirar los extremos puede cometerse el error máximo en cada uno; por esto no nos cansarémos de aconsejar que siempre se evite tan grave inconveniente haciendo coincidir con toda exactitud la imagen con el plano del retículo y disponer el ocular de modo que se vean ambos lo mas claramente posible moviéndole suavemente en el sentido que convenga hasta conseguirlo; y no basta hacer esto al principio del trabajo, como muchos acostumbran sin cuidarse después de esta corrección; pues es no pocas veces necesaria, porque la acomodación que el ocular procura varía con la fatiga de la vista del observador produciendo el paralage, que antes no existía.

32 — Formación y magnitud de las imágenes real y virtual. — Error de paralage.

Si en cuenta se tiene lo que hemos dicho en la página 61 sobre la construcción de las imágenes reales producidas por las lentes convergentes, en la página 62 sobre la relación entre la magnitud del objeto y la de su imagen, en la 84 sobre el camino que en el anteojo siguen los haces luminosos emitidos por el objeto observado y recogidos por el objetivo y en el n.° 31 relativamente á la acción genérica del ocular, fácilmente se comprenderá que para desarrollar el primero de los puntos de que ahora nos hemos de ocupar tendríamos que repetir conceptos ya consignados y para evitarlo y las molestias consiguientes nos limitarémos á las indicaciones y referencias necesarias.

En la figura 62 representamos la formación de las imágenes real objetiva y virtual suponiendo reducida á una lente sencilla el objetivo y el ocular y que refractados los rayos luminosos emergentes del 2.° por la córnea y el cristalino se reunan en el punto nodal ó centro óptico, V, del ojo formándose el ángulo visual $a'\ V\ b'$ y la imagen virtual $a'\ b'$ á la distancia de la visión distinta del observador.

La magnitud de la imagen real $a\ b$ ya digimos (página 62) que se determina por la fórmula $a\ b = \frac{A\ B \times F}{D - F}$, en lo cual no habia dificultad; pero no puede hacerse lo mismo desde luego relativamente á la imagen virtual $a'\ b'$, porque su magnitud depende de la amplificación del ocular y de la distancia de la visión distinta del observador, como se comprende á la simple

inspección de la figura, porque con la 1.ª varía la distancia del ocular á la imagen real y con la 2.ª la del centro óptico del ojo á la imagen virtual a' b' y es evidente que aumentando la amplificación, esto es, disminuyendo la 1.ª distancia aumentará la amplitud del ángulo a' V' b' y por consiguiente a' b', cuando permanezca constante la segunda distancia referida y disminuirá cuando sin cambiar la del centro óptico del ojo á la imagen real aumente la correspondiente á la virtual, y de esto no podemos formarnos cabal idea hasta que nos hayamos ocupado de la *amplificación del anteojo*.

El *error de paralage*, hemos dicho que se produce cuando el plano de la imagen real objetiva no coincide exactamente con el del retículo; esto es, cuando este no está bien enfocado, en cuyo caso parece que se mueve ó *baila la mira*, como comunmente se dice.

Para explicarle detalladamente deberíamos utilizar una figura, en que apareciera la marcha de los rayos luminosos que inciden en el ocular procedentes de la imagen real y del retículo; pero resultaría tan complicada y tan difícil la explicación que generalmente, aunque con menor propiedad, se utiliza la figura 63 y la explicación siguiente:

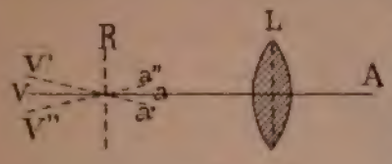


Fig. 63

Si a, imagen del punto A, se encuentra delante del plano del retículo, R, y V es el punto nodal del ojo, cuando este, el punto a y la cruz filar se hallan en la misma dirección, los dos últimos puntos parecen coincidentes; pero si se mueve el ojo se verá en las direcciones V' a' y V'' a'' debajo y sobre de la cruz filar y como esta la vemos fija, parece que el punto a y por consiguiente el A, baja y sube.

No es ésta, sin embargo, la verdadera explicación: lo que ocurre es que fijándonos en el punto de la imagen de la mira que cubre la cruz filar, cuando miramos desde V observamos la coincidencia con a, cuando desde V' con a' y cuando desde V'' con a''; es decir con puntos distintos de la mira y por eso parece que esta se mueve.

De aquí resulta claramente que si al observar los puntos de la imagen de la mira, con los que coinciden los hilos del retículo que dan el ángulo diastimométrico que utilizamos, cometemos un error a a' en cada uno, la parte de mira interceptada en su imagen será, ó puede ser muy diferente de la verdadera, y de aquí el grave error á que puede conducir la mala enfocación del retículo y por consiguiente la necesidad de hacerla bien, con todo cuidado y muy especialmente con el ocular móvil.

Algunas veces no puede el Topógrafo evitar el pernicioso y molestísimo error de paralage, por mucho cuidado que ponga en la enfocación, y esto depende: *en los anteojos que tienen el retículo de cristal*, que éste es grueso y los trazos están en la cara anterior, esto es la que mira al ocular, porque sufriendo en él refracción los rayos que forman la imagen, varía su posición relativa, según la dirección en que se miren por el ocular, como se comprende fácilmente en vista de lo que dejamos dicho en el número 18; cuando el cristal reticular es muy delgado, naturalmente disminuye bastante tal error, pero se hace notar en las grandes distancias por la pequeñez de la imagen de la mira; si con estos delgadísimos cristales, muy diáfanos y de caras paralelas, se hacen los trazos en la cara que mira al objetivo, enfocando bien el paralaje no puede existir mas que en los no aplanáticos, porque los trazos del retículo coincidirán con la imagen de los puntos correspondientes de la mira y la coincidencia existirá sea cualquiera la dirección en que se mire; *en los anteojos que tienen el retículo de hilos fijos*, no existirá el paralage si se enfoca bien, porque no hay ninguna refracción de los rayos luminosos constitutivos de la imagen y el plano de ésta coincidirá con el plano de aquéllos; no sucede lo mismo *en el retículo de hilos movibles*, porque para que con el movimiento de los extremos horizontales no se rompa el vertical se ponen un poco detrás, hacia el objetivo, y como el axial horizontal se coloca en el plano del vertical, no resulta en el de aquéllos y el paralage se produce en los extremos si se enfoca con la cruz filar y en el axial si con aquellos, que es lo que más conviene en tales casos; este paralage le puede evitar el constructor haciendo que el hilo medio horizontal quede un

poco detrás del vertical, á fin de que se halle en el mismo plano que los hilos movibles y si bien así se produce el paralage horizontal, este no tiene importancia ninguna en la medición de las distancias y poquísima, despreciable, en las direcciones.

El Topógrafo debe tener perfecto conocimiento de todo esto, para evitar que sus aparatos produzcan por necesidad el error de paralage, que en la medición indirecta de las distancias es perniciosísimo y desesperante, haciendo que se corrijan por los constructores los defectos indicados y procurar enfocar con sumo cuidado, á fin de no atribuir á descuidos del portamira los movimientos aparentes consiguientes al paralage, porque los mejores peones acaban por ponerla mal si se les trata con injusticia, atribuyéndoles movimientos que no hacen, mientras que hacen todo lo posible por tener la mira vertical, quieta y de frente al observador cuando se halaga su amor propio por el cuidado con que proceden.

33 — Ejes ópticos, geométricos y de colimación; comprobación de su coincidencia y su corrección. — Eje de rotación.

El eje principal de la lente objetiva, es el del cono luminoso e A B (figura 48) de rayos refractados de los incidentes del punto del objeto al que aquél se dirige y debe ser prolongación del del cono luminoso incidente E A B y de ambos el del tercer cono *e a b*, para que refractándose nuevamente en el ocular y después en la córnea y el cristalino vaya á formar en la retina la imagen del punto E, coincidiendo con el eje principal de la lente ocular y el óptico del ojo.

Todo esto es necesario para que el fenómeno se produzca con la conveniente regularidad.

El eje de los tres primeros conos luminosos citados, es el *óptico del objetivo*, el del cilindro formado por la refracción del tercero en el ocular en el supuesto admitido para la construcción de la figura y en realidad el del cono divergente, que formará aquel haz luminoso, es el *eje óptico del ocular*, y el del ojo sería el del nuevo cono luminoso que hacen convergente la córnea y el cristalino refractando nuevamente el que hizo divergente el ocular.

Hay, pues, dos ejes ópticos en el anteojo; el del objetivo y el del ocular, que deben coincidir ó en el movimiento del segundo conservarse paralelos, para que el fenómeno se produzca de una manera conveniente.

Pero el objetivo se compone de dos ó más lentes, y otro tanto sucede al ocular, y como á cada uno corresponde un eje óptico principal, se comprende fácilmente que para que aquella coincidencia se verifique, es necesario que las lentes parciales estén perfectamente torneadas, en justo contacto y bien centradas, que se mantengan siempre perpendiculares al eje óptico general resultante y que, cuando el ocular móvil se eleve, por ejemplo, hasta el punto e'' de la imagen, su eje óptico se conserve paralelo al del objetivo.

Además, siendo necesario el retículo para la colimación y variable su distancia al objetivo, según la del objeto y del ocular según su amplificación y la vista del observador, á cuyo fin, como ya hemos dicho, se coloca cada uno en tubo diferente, es evidente que los ejes geométricos de estos tubos deben coincidir exactamente y los planos del objetivo, del retículo y del ocular serles perpendiculares, debiendo además hallarse el centro óptico del objetivo, del ocular y la cruz filar en el común á todos; porque no sucediendo así no permanecería constante la coincidencia de la cruz filar con el mismo punto de la imagen en los movimientos del anteojo alrededor de su eje de figura ó en la enfocación del retículo con relación al objetivo y al ocular.

La recta, que une la cruz filar con el centro óptico del objetivo, es lo que se llama *eje de colimación*, porque es el que utilizamos para determinar las direcciones en que se encuentran los distintos objetos entre sí ó relativamente á las intersecciones de tres planos perpendiculares entre sí, dos verticales y horizontal el otro, que pasan por el punto de observación y sirven de referencia, como veremos más adelante.

Si los ejes geométricos de los tres tubos no coincidieran, sería imposible conservar inalterable el eje de colimación y resultaría defectuoso ó inútil el anteojo; lo propio sucedería si, con aquella coincidencia el plano del objetivo no le fuera perpendicular, porque la imagen del punto en que su eje óptico encuentra al objeto no se formaría en el eje del tubo, y el de colimación resultaría inclinado imposibilitando las comprobaciones; de todo lo que se deduce las muchas precauciones que el constructor debe tomar en la fabricación de los buenos anteojos y que el Topógrafo no debe descuidar de comprobarle con sumo cuidado antes de adquirirle; porque tales defectos no está en su mano corregirlos y con ellos se expone á cometer errores en sus trabajos.

Resulta de lo expuesto que *en el anteojo se deben considerar tres ejes: el óptico, el geométrico y el de colimación, y para que pueda funcionar con toda exactitud deben coincidir en uno solo.*

Cuando el anteojo se halla colocado por sus collares sobre montantes ó caballetes adecuados, como sucede en muchos niveles y en algunos teodolitos, la comprobación de esta interesante condición y la corrección del eje colimador, que es el único variable á voluntad del Topógrafo, es sumamente sencilla, pues basta dirigir la visual á un punto lejano y después de enfocar cuidadosamente el retículo relativamente al objetivo y al ocular, para que la imagen del objeto se vea clara, bien definida é inmóvil sobre aquel, se hace coincidir la cruz filar con un punto bien determinado de la imagen y haciendo girar con cuidado el anteojo sobre su eje de figura ó geométrico, se observa si en todas las posiciones se conserva la coincidencia; en caso afirmativo, la cruz filar está bien centrada y la coincidencia de los ejes se verifica; en caso negativo, se mueve la cruz filar mediante los tornillos de corrección de la armadura del retículo, hasta que se consiga, repitiendo la observación después de apretados los tornillos.

Para ver si el alargamiento del tubo del retículo se realiza por el eje geométrico del del objetivo, como debe suceder, se hace la misma comprobación utilizando un punto próximo de 4 á 6 ó 10 á 12 metros, y si la coincidencia subsiste demostrará que el anteojo reune en tal concepto las condiciones apetecibles; en caso contrario la diferencia resultante dirá la importancia del defecto y después de hacer la misma prueba con puntos distantes, 20, 30, 40... 80 metros, se resolverá si conviene ó no admitirle. (1)

Cuando los anteojos no están en los instrumentos sobre collares ó no puede hacérseles girar sobre su eje de figura, como sucede en la generalidad de los taquímetros, no es posible la antedicha comprobación y se recurre á otros medios que explicarémos al dar á conocer las de tales instrumentos.

Otro eje hay que considerar en el anteojo, y es el de *rotación;* pues debiendo describir en su movimiento de campana un plano vertical, es preciso que el eje de colimación sea perpendicular al de rotación, á fin de que, cuando éste sea horizontal, dicho plano sea vertical; si tales ejes no fueran perpendiculares, en su movimiento el de colimación describiría una superficie cónica, que no nos daría las proyecciones horizontal y vertical, que se trata de determinar en las operaciones topográficas.

De esta comprobación y su correspondiente corrección nos ocuparémos al hablar de las propias de cada clase de instrumentos.

---

(1) Al ocuparnos de los niveles de anteojo veremos (número 110) que, cuando el error en la desviación está en los límites de la buena construcción, es despreciable el que se produce en las alturas; pero de todos modos se aprecia este directamente con la comprobación indicada, pues es la mitad de la diferencia máxima de alturas de mira que se observa en la rotación del anteojo alrededor de su eje geométrico cuando está con collares sobre sostenes apropiados, llamados en Y, y desde luego se vé si es ó no despreciable, teniendo en cuenta que la desviación del eje de colimación es en cierto modo inversamente proporcional á las distancias y conviene tomar nota del correspondiente á cada una, empezando por la mínima enfocable.

Al hacer esta comprobación, se puede señalar en el anteojo la posición en que dá error, en altura, de más y de menos y en cual permanece en la horizontal produciendo desviación azimutal: pues, aunque rara vez sea necesario tener en cuenta estos errores, conviene poderlo hacer y tener exacto conocimiento de las condiciones de esta parte importantísima de los aparatos topográficos.

34 — Disco ocular; su importancia y manera de medir su diámetro con el dinámetro de Ramsden.

Ya hemos dicho que todos los rayos luminosos que contribuyen á la formación de la imagen se cruzan en el plano del punto O_u (figura 48), formando el *disco ocular*, verdadera imagen de la parte eficaz del objetivo, en tanto no se interponga la armadura ó diafragma que contiene al ocular, ó el que le cierra por el extremo exterior y en el que se halla el agujero á que se aplica el ojo.

De aquí se deducen dos importantes consecuencias.

Es la primera, que no pudiendo tener el ocular una abertura superior á o'8 de su distancia focal, ni pasar de 24° el ángulo bajo el que se vea la imagen y siendo muy pequeña aquélla distancia desde que la amplificación alcanza á 20 diámetros, con el ocular fijo ó los pequeños componentes del argos ha de disminuir mucho el diámetro del disco ocular y con él la claridad de la imagen y la perspicacia de la vista ó sea la potencia del anteojo, y como esto se evita con el ocular móvil, porque con él solo es necesario recojer en cada momento el haz luminoso que contribuye á la formación de la imagen de cada elemento del objeto y por mucha que sea la amplificación puede siempre recojer el haz completo, resulta grandísima ventaja aplicar esta clase de oculares.

La segunda consecuencia, que desde luego se desprende, es que el agujero á que se aplica el ojo debe tener de 3 á 6 mm. de diámetro para que la pupila utilize sin molestia todos los rayos luminosos que se cruzan en el disco ocular y conseguir la imagen retiniana con la máxima claridad; reducir el diámetro de tal agujero, como lo hacen algunos constructores, porque creen que sirve para hacer la puntería, ó porque suponen corregir así los defectos del anteojo, es dar muestra evidente de no conocer el organismo y funcionamiento de este aparato, porque lo que consiguen es disminuir notablemente la claridad.

Hemos dicho que *el disco ocular es la imagen del objetivo* formada por el ocular, y en efecto así sucede; porque el objetivo expuesto á la luz directa se convierte, en cierto modo, en verdadero cuerpo luminoso, del que el ocular forma una imagen real, ya que aquél se encuentra delante de su foco principal anterior á una distancia del centro óptico del ocular, que en este caso hace las veces de objetivo, fácilmente determinable por la ecuación de los focos conjugados.

Si en la figura 64 representamos por A B el diámetro eficaz ó útil del objetivo, por *C*, su centro óptico, por E F el ocular y O su centro óptico y por *a b* el diámetro del disco ocular, imagen real del objetivo, llamando F y f, las distancias focales principales del objetivo y del ocular, se tendrá:

$$\frac{1}{OC} + \frac{1}{Oo} = \frac{1}{f} \quad y \quad \frac{AB}{ab} = \frac{OC}{Oo}$$

Multiplicando la primera ecuación por O C resulta:

$$1 + \frac{OC}{Oo} = \frac{OC}{f} \quad \text{ó bien} \quad \frac{OC}{Oo} = \frac{OC-f}{f}$$

Pero OC es sensiblemente igual á F + f, por consiguiente sustituyendo resultará:

$$\frac{OC}{Oo} = \frac{F}{f} = \frac{AB}{ab}$$

Veremos luego que la amplificación es aproximadamente igual al cociente $\frac{F}{f}$; por consiguiente *se obtendrá sencillamente dividiendo el diámetro útil del objetivo, A B, por el disco ocular, a b.*

Este se hace perfectamente visible colocando en su plano una pantalla y observándola á l[illegible] distancia de la visión distinta y basta poner en ella una escala graduada para medir su mag[illegible]nitud.

Pero esto se consigue más fácil y exactamente con el *dinámetro de Ramsden*, sencillísim[illegible] aparato que rara vez se encuentra en las casas vendedoras de instrumentos, y debieran sin em[illegible]bargo tenerle todas á disposición de los compradores para hacer esta comprobación importan[illegible]tísima, pues del *diámetro del disco ocular, se deduce fácilmente la potencia de los anteojos.*

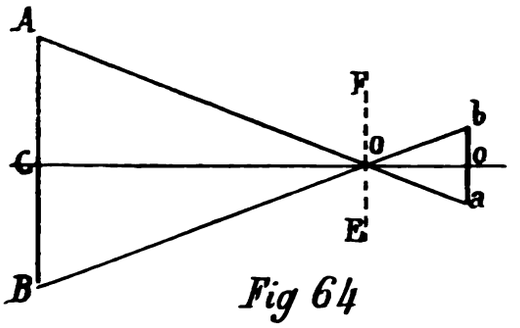


Fig 64

El *dinámetro de Ramsden*, que abierto representamos en escala natural en la figura 65 [illegible] 1), consiste en un tubo, A, de 22 mm., de diámetro y largo, en cuya base anterior existe un agujero de [illegible] milímetros, que se aplica al del ocular del anteojo; por el otro extremo se enchufa otro cilindro, B, de 18 y 15 milímetros, cuyo objeto, en unión del precedente, es poder colocar en el plano del disco ocular una escala dividida en décimos de milímetro, hecha sobre tal [illegible] ó plancha de cuerno, la que lleva el tubo C en su base anterior y cuyo cilindro se enchufa en el precedente así como en el C lo hace el D, en cuyo extremo posterior está fija una lente.

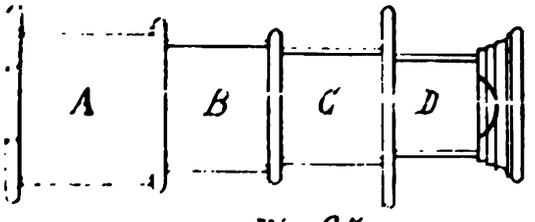


Fig 65

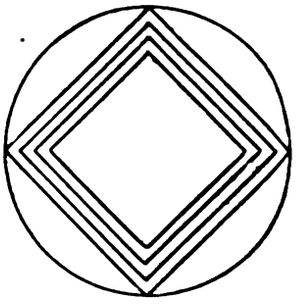


Fig 66

[illegible] que se vean claramente las divisiones de la escala del C y apli[illegible] ocular del anteojo, se enchufan los dos precedentes en el B, y [illegible] de verse claramente las divisiones de la escala, se detalle bien [illegible] se mide exactamente contando los milímetros y décimas de [illegible] efecto las rayas de los milímetros y medios mm. son [illegible]

[illegible] no basta para determinar la amplificación, porque al propio [illegible]

[illegible] primer tubo y la armadura de la lente ocupando pequeñísimo [illegible]

[illegible] de la plancha que tiene el agujero ocular, como sucede en los an[illegible] los tubos A y B y se aplica á aquél el tubo C, con lo cual se consigue la coincidencia del [illegible] con la escala micrométrica, como sucede en las nuevas y excelentes brújulas topográficas de Laguna.

tiempo debe medirse el diámetro del área útil del objetivo; esto puede hacerse con un compás de los destinados á medir espesores por rectas paralelas, pues se ven mejor que las puntas de los ordinarios, colocándole sobre el objetivo de manera que en el disco ocular aparezcan á el tangentes; pero como muchas veces no se dispone de estos compases y las puntas de los ordinarios no se ven bien, recomendamos como más seguro y sencillo el procedimiento siguiente:

Se corta un círculo de cartulina (una carta de baraja ó una tarjeta sirven bien) que cubra perfectamente la lente objetiva expuesta á la luz y en él se marcan los cuadrados indicados en la figura 66; se corta el interior y se aplica la cartulina al objetivo; si el diámetro del área útil de éste es mayor que el cuadrado de la diagonal cortado, se ven los vértices de éste en el disco ocular, que aparece perfectamente cuadrado; se corta hasta el 2.° interior y se repite la observación continuando del mismo modo hasta que empiecen á desaparecer los vértices del cuadrado cortado, en cuyo caso éste será el inscrito en la circunferencia del área útil del objetivo y su diagonal el diámetro que se busca.

Sea cualquiera el procedimiento que se siga, siempre han de ser dos personas las que realicen la operación, una que atienda al objetivo y otra que mantenga fijo y observe con el dinámetro; obrando con cuidado en pocos minutos se mide el diámetro útil del objetivo y el del disco ocular, y dividiendo el primero por el segundo se tiene la amplificación verdadera, que pocas veces está conforme con la consignada en los catálogos, porque los constructores la fijan utilizando supuestos admitidos en la Optica práctica, que no son enteramente exactos, ó mas bien exagerando las condiciones de sus anteojos.

La importancia del disco ocular no está sólo en que es base segura para determinar la amplificación, si no también en que de su diámetro depende la claridad del anteojo, de tal manera que, según luego veremos, la de dos anteojos es proporcional al área de sus discos ó al cuadrado de sus diámetros, y *la claridad* y *la amplificación constituyen la potencia del anteojo.*

Además, por experiencias especiales realizadas por Salmoiraghi y otros Ingenieros, ha deducido el primero que, si cuando el diámetro de tal disco no baja de 1'25 mm., puede admitirse para la perspicacia de la vista 90", ha de rebajarse á 120" si aquél está comprendido entre 0'7 y 1'0 mm., y que nunca debe descender de este límite el diámetro del disco ocular, y como esto sucede muchas veces con los anteojos ordinarios, en los que, además, el agujero del ojo es muy pequeño, no sirven para apreciar con exactitud pequeñas partes de mira y por eso no pueden aplicarse como diastímetros á distancias mayores de 50 metros, si no es utilizando las miras de dos planchas.

En los anteojos de las brújulas de Breihaupt, que se distinguen por su gran potencia, no obstante su pequeñez, el disco ocular aparece perfectamente claro, bien determinado y con diámetro de 1 mm.; en el del taquímetro de 5 pulgadas de Trougthon, el disco se presenta peor delineado y de 2'5, 2 y 0'8 mm., según que se empleen los oculares de mínima, media y grande amplificación; en el clepe gran modelo, el diámetro del disco no pasa de 0'7 mm., y el mediano de 1'7 mm., según nuestras notas, y conviene tener esto en cuenta para comprender las condiciones de cada anteojo, si bien no debe olvidarse nunca que la buena construcción y diafanidad de las lentes tiene grandísima influencia en las condiciones del anteojo, como de ello son buena prueba los, aunque pequeños, excelentes de Breihaupt.

35 — Amplificación del anteojo.

Se llama así la relación del diámetro aparente de la imagén virtual en él observada al diámetro también aparente del objeto visto directamente por el ojo, y como la magnitud de tales diámetros depende de la del ángulo visual, bajo el que se presentan al ojo, podemos sustituir éstos á aquéllos para facilitar la explicación.

Si suponemos que el objeto A B (figura 54) se encuentra á gran distancia del ojo colocado en o', es indudable que sin error sensible se podrá tomar como ángulo visual del objeto

el A O B, que forman en el objetivo los ejes secundarios de sus extremos (1) ó su igual, el *a O b* de susprolongaciones.

Aunque con error algo mayor, porque lo es también la relación entre la distancia del centro óptico del ocular al del ojo y la de la visión distinta de éste á que se forma la imagen virtual *a' b'*, se puede tomar, como Ganot (2) y otros Físicos lo hacen, el ángulo *a o b* por el a' o' b', que es el verdadero visual de la imagen.

Con tales supuestos se tendrá, según la definición de la amplificación,

$$A = \frac{a\ o\ b}{a\ O\ b} = \frac{a\ o\ c}{a\ O\ c}$$

la que, sustituyendo las tangentes á los arcos y teniendo en cuenta que tang. a o c $= \frac{a\ c}{o\ c}$ y tang. a O c $= \frac{a\ c}{O\ c}$, se convierte en la siguiente:

$$A = \frac{c\ O}{c\ o}\ ;$$

pero *c O* es sensiblemente igual, aunque siempre mayor que F y *c o* lo es también, aunque siempre menor que f, siendo F y f las distancias focales principales del objetivo y del ocular, luego resultará aproximadamente,

$$A = \frac{F}{f} \quad (3)$$

Este valor de la amplificación sería siempre inferior al verdadero, porque F, es algo menor que c O, y f algo mayor que *c o*, si el ángulo *a o b* fuera el visual de la imagen; pero como es mayor que el *a' o' b'*, que lo es realmente, el valor de A, resultará por el contrario algo mayor que la verdadera amplificación.

De la inspección de la figura resulta que la magnitud de *a' b'* depende de la distancia *o c*, cuando permanece constante la *o c'*, dependiente á su vez de la distancia de la visión distinta del observador, y de ésta cuando aquélla no varía; y como la magnitud de o c lo hace con *f* y con las condiciones de la vista del observador, y con éstas también la magnitud o c', resultará, como así lo afirman los Autores más competentes, que la amplificación variará con las condiciones de la vista del observador; pero si, como todos admiten y hemos consignado, la verdadera amplificación está determinada muy aproximadamente por la relación entre el diámetro útil del objetivo y el del disco ocular y éstos se pueden determinar con el dinámetro de Ramsden con independencia (?) de las condiciones de la vista, ¿no será aquélla la misma para todos? y ¿no sucederá lo propio admitiendo la fórmula antes deducida, pues que las distancias focales principales del objetivo y del ocular son también independientes de las condiciones de la vista del observador?

---

(1) Para formarse idea concreta de este error, supondremos que el objeto se halle á 400 metros del objetivo y de éste el centro óptico del ojo á 40 centímetros, siendo la magnitud del objeto 2 metros.

Con tales datos resultará:

el ángulo A O B $= \frac{2}{400} \times 206265'' = 1031'32''$

el ángulo A o' B $= \frac{2}{400'4} \times 206265'' = 1030'29''$

cuya diferencia de $1'03''$ es completamente despreciable.

(2) «Tratado de Física» 1884, página 693.

En la figura de Ganot, aparece el vértice del ángulo visual en el centro óptico del ocular, que en la 54 indicamos con o; pero no debe ser así, sino el del ojo, lo cual, aunque no tanto como en la figura aparece, influye en el ángulo visual de la imagen *a' o' b'*, que será algo menor que el que se acepta para la deducción de la fórmula: pero le admitimos para mayor sencillez en la demostración.

(3) Salmoiraghi deduce esta misma fórmula por razonamientos muy diferentes, pero también suponiendo que el ojo ocupe el sitio del ocular. «Instrumenti e metodi.....», página 61.

36 — Claridad de la imagen virtual en el anteojo.

El grado de iluminación ó claridad de la imagen real formada por el objetivo depende indudablemente de la intensidad fotométrica de los rayos emitidos por el objeto y del número de estos refractados por aquel que concurren á su formación; por consiguiente, á igualdad de la 1.ª condición, será proporcional al area útil del objetivo ó del cuadrado de su diámetro.

La investigación de la claridad no puede hacerse de una manera absoluta; pero sí, y esto bastará á nuestro objeto, en relación á la natural, esto es, á la que presentaría la imagen retínica del mismo objeto visto directamente por el ojo y como esta es proporcional al área útil de la pupila ó al cuadrado de su diámetro, si llamamos O al útil del objetivo, *p* al de la pupila y C á la *claridad de la imagen real objetiva,* resultará

$$C = \frac{O^2}{p^2};$$

pero la claridad que utilizamos en la sensación visiva no es esta y sí la que corresponde á la imagen virtual conjugada de la retínica y como la misma cantidad de luz se ha de extender en toda su superficie, si llamamos A la amplificación lineal y C′ la claridad de la imagen virtual se tendrá:

$$C' = \frac{O^2}{p^2 A^2}$$

resultando la *claridad directamente proporcional al cuadrado del diámetro útil del objetivo é inversamente al de la amplificación lineal,* á igualdad, se entiende, de la diafanidad de las lentes y de las condiciones de su construcción; de todo lo que se prescinde en los cálculos, pero que se debe tener muy en cuenta en la práctica, porque tienen ambas condiciones grandísima influencia en la claridad del anteojo.

Salmoiraghi deduce (1) de consideraciones, supuestos y cálculos, que no creemos oportuno consignar, que *el máximo de claridad que se puede obtener en un anteojo, abstracción hecha de la absorción de luz por el vidrio de las lentes, es la claridad natural y que esta se obtiene cuando la relación entre el diámetro (útil) de la lente que forma la imagen y el de la abertura pupilar es igual á la amplificación;* esto es, cuando $A = \frac{O}{p}$.

A primera vista no parece exacta esta consecuencia, porque dependiendo la amplificación de las condiciones del ocular y pudiéndose utilizar uno determinado de estos con objetivos de muy distintos diámetros, parece que puede llegar á ser $A < \frac{O}{p}$ y disminuyendo el valor de A y aumentando el de O que la claridad podría llegar á ser mayor que 1.

Sin embargo no sucede así como vamos á demostrar.

Hemos deducido en el número anterior para el valor de la amplificación, $A = \frac{F}{f}$ y en el número 34 hemos obtenido para la relación entre el diámetro útil del objetivo y el del disco ocular la misma relación, aunque algo superior á la verdadera; de manera que

$$A < \frac{A\,B}{a\,b} \quad \text{(Figura 64)}$$

si bien, como entonces digimos, se puede considerar sin error sensible

$$A = \frac{F}{f} = \frac{A\,B}{a\,b} = \frac{O}{a\,b};$$

(1) Obra citada, página 187.

pero a *b*, diámetro del disco ocular, puede ser $=, <$ ó $>$ que *p*, diámetro de la pupila.

En el primer caso resultaría

$$A = \frac{O}{a\,b} = \frac{O}{p}$$

y por lo tanto $C' = 1$.

En el 2.° caso

$$A > \frac{O}{p} \text{ y } C' < 1.$$

En el 3.°, siendo $a\,b > p$ la pupila no aprovecharía todos los rayos luminosos del disco ocular y el útil se reduciría á $a'\,b' = p$, que es el supuesto del primer caso; de donde se deduce ser cierta la ley expresada por Salmoiraghi, que utiliza otros razonamientos tal vez menos convincentes y sencillos que los consignados.

Sustituyendo en la fórmula $C' = \frac{O^2}{p^2 A^2}$ el valor hallado para la amplificación; esto es, $A = \frac{O}{a\,b}$ se tendrá

$$C' = \frac{a\,b^2}{p^2}$$

es decir que *la claridad es igual á la relación entre el área del disco ocular* y *la de la pupila* y por consiguiente, para un mismo observador *la claridad de dos anteojos es proporcional al área ó al cuadrado del diámetro de sus respectivos discos oculares* (1) y como de este diámetro depende también la amplificación, resulta que esta y la claridad y por consiguiente *la potencia de los anteojos depende del diámetro de su disco ocular*, como ya habíamos anticipado, resultando de grandísima importancia este dato, que tan fácilmente se puede conseguir con el dinámetro de Ramsden, cuyo empleo debiera generalizarse. (2)

37 — Campo del anteojo.

Es el espacio que se hace visible por su medio y muchos físicos le suponen limitado por los ejes secundarios que pasan por la periferia del ocular, esto es, por las rectas A A' y B B' (figura 54) suponiendo que A' B' sea el diámetro del ocular; pero, si bien los objetos comprendidos en el cono A O B se verían mediante el anteojo, se comprende fácilmente á la sola inspección de la figura 48 que aparecerían poco claros y mal definidos los que estuvieran fuera del cono E' O E" allí considerado, porque de los respectivos terceros conos luminosos no incidirían en el ocular más que la mitad, ya que los ejes secundarios aludidos serían los ejes de dichos conos y si estos van á la periferia del ocular, la mitad próximamente del cono luminoso no se aprovecharía, de suerte que en el campo de la imagen aparecería una zona anular confusa y mal determinada.

El campo del objetivo es muy grande; pero como sólo los rayos luminosos próximos al eje son los exentos de las aberraciones de esfericidad y cromatismo y por otra parte la imagen la hemos de observar mediante el ocular, el campo de éste es el que podemos utilizar en el anteojo y por eso á él nos referimos.

También de la inspección de la figura 48 se deduce fácilmente que no es indiferente la posición del ojo; pues si éste se coloca delante ó detrás del disco ocular no se utilizarán, dado el pequeño diámetro de la pupila, todos los rayos luminosos refractados por el ocular y para evi-

---

(1) Esta consecuencia no es absoluta, porque el diámetro de la pupila puede variar con el del disco ocular y con la claridad de la imagen dependiente de la amplificación, de suerte que tal vez sería más justo poner la condicional de *á igualdad de amplificación, la claridad de dos anteojos es proporcional al área de sus respectivos discos oculares.*

(2) A propuesta nuestra construye Laguna este sencillo aparato, que ya se halla de venta en su fábrica de Zaragoza y en los almacenes de Recarte-Hijo, Madrid; Carrera de San Gerónimo, 15.

tar este inconveniente, se coloca el agujero del diafragma que le cierra un poco antes del plano del disco, para que, aplicando á él el ojo, coincida aquél con la pupila.

Finalmente también se deduce sencillamente que con el ocular móvil se aumentará considerablemente el campo del anteojo y en parte esto también se consigue con el ocular múltiplo ó argos y de aquí sus grandes ventajas sobre los oculares sencillos y fijos.

La medida del ángulo del campo de un anteojo se determina muy fácilmente en función de las distancias focales del objetivo y del ocular y consiguientemente de la amplificación.

En efecto: los ejes secundarios O A' y O B' (figura 54) son los límites del campo y o A' la semi-abertura del ocular; hemos dicho que esta, según la experiencia demuestra, no debe pasar de 0'2 á 0'4 de su distancia focal; llamemos á este coeficiente $\alpha = \frac{o\,A'}{f}$ y observemos que O o = F + f próximamente.

En el triángulo A' O B' resulta:

$$\text{Campo} = 2 \text{ tang. } A'\,O\,o = \frac{2\,A'\,o}{O\,o} = \frac{2\,\alpha\,f}{F+f} = 2\,\alpha\,\frac{1}{\frac{F}{f}+1}$$

Pero la amplificación es $A = \frac{F}{f}$, según hemos visto, luego

$$\text{Campo} = \frac{2\,\alpha}{A+1}$$

Todo esto nos dice que *el campo de un anteojo* está determinado especialmente por el diámetro de las lentes oculares y que en las grandes amplificaciones *se puede considerar de una amplitud inversamente proporcional á ellas,* lo cual hace que se hayan de limitar mucho éstas en los oculares sencillos y fijos, no en los movibles y múltiplos.

Se puede determinar experimentalmente el campo del anteojo sencilla y exactamente para las condiciones de la vista del observador y para cada aparato, procediendo de la manera siguiente.

Puesto en estación el instrumento de que forma parte el anteojo, en un día claro y sereno, se coloca á la distancia de 50 ó 100 metros, por ejemplo, una mira dividida en centímetros, señalando sus medios con líneas de 2 mm. de ancho, y para facilitar la observación, además de colocarla bien vertical y de cara al observador, se hace coincidir el eje colimador del anteojo con una de las grandes divisiones de centenas ó decenas, v. g., con la división 150 ó 200.

Se observa y toma nota de las condiciones con que se presenta la mira en su imagen perfectamente clara y definida, hasta donde es todavía legible, aunque se presente más confusamente, y hasta donde, aunque se vean las divisiones, ya no se distinguen bien; esto se hace por arriba y por debajo del eje de colimación y dividiendo despues las magnitudes totales de cada aspecto del campo por la distancia á que la mira se encuentra, se obtiene la amplitud del campo en sus distintas condiciones.

Si el ocular es múltiplo, despues de haber hecho estas observaciones con el central, se repiten con los oculares extremos sin alterar la posición del anteojo y mediante el sencillo cálculo correspondiente, se deducirán las condiciones del campo utilizable.

Si el ocular es móvil, se harán las observaciones colocándole primero en el centro y después en los extremos de su recorrido y mediante análogos cálculos se determinará el campo útil correspondiente, que será mucho mayor que en los sencillos fijos y en los múltiplos.

Si se desea obtener directamente en segundos centesimales ó decimilígrados la amplitud del campo total, mediano y claro en cada caso, bastará dividir el número de metros y partes de metro de la mira por los de su distancia al anteojo y multiplicar el cociente por 636.620"; de suerte que si el campo útil resultara, por ejemplo, de 2'50 metros á la distancia de 100, el cálculo sería:

$$\text{Campo} = \frac{2'5}{100} \times 636.620'' = 15.915'5'' = 1'5915 \text{ grados cent.}$$

38 — Potencia del anteojo.

De acuerdo con las ideas sostenidas por Porro y Salmoiraghi llamamos *potencia del anteojo* al grado de penetración ó separación de cada uno, ó sea á *la perspicacia que por su medio alcanza la vista normal* y consiguientemente *sensibilidad de un anteojo* al ángulo que forman los ejes secundarios extremos del objeto mínimo visible según la distancia.

Expresarémos la sensibilidad normal en segundos para facilitar la comparación de la que corresponde á los anteojos de distintas condiciones y evitar la vaguedad con que muchos Topógrafos tratan de expresar tan importante condición final al decir que tienen *tal alcance, que con ellos se vé á tal distancia*, sin decir que es lo que se vé y cuya magnitud permitiría darse cuenta de la potencia ó, como otros dicen, de la bondad de cada anteojo.

Esta no depende sólo de las condiciones de su campo, amplificación y claridad teóricas, sino también de la limpieza de los contornos de la imagen virtual á que contribuyen mucho la diafanidad y perfecta construcción de las lentes componentes del objetivo y del ocular y de la buena combinación de las condiciones ópticas de estas dos partes esenciales del anteojo, como así se comprueba con algunos de pequeñas dimensiones, y entre ellos los de Breihaupt y Laguna, que llaman en tal concepto la atención, siendo digno de tenerse en cuenta que todas estas influencias se resumen en las condiciones del disco ocular; de tal manera que cuando éste se presenta bien definido, claro y de más de 1 mm. de diámetro, es considerable la sensibilidad del anteojo.

Ponemos este límite al diámetro del disco ocular, porque es el que hemos medido en los predichos anteojos con una notabilísima limpieza en su contorno y una sensibilidad muy recomendable; pero Salmoiraghi ha deducido de experiencias especiales que, cuando aquel diámetro es inferior á 1'25 mm., disminuye la perspicacia ó sea la sensibilidad de $\frac{90''}{A}$ á $\frac{120''}{A}$ designando por A la amplificación y dice (1) que mientras el diámetro del disco ocular no baje de aquél límite alterando la perspicacia, no varía la sensibilidad normal de un anteojo aunque se aumente la abertura del objetivo, con cuya afirmación no estamos conformes.

Es imposible determinar teóricamente la sensibilidad de cada anteojo por ser muchas las variables que en ella influyen y lo es también hacerlo por ningún medio de una manera absoluta, porque está íntimamente ligada con la perspicacia de la vista del observador y con las condiciones del aire en el momento de la observación; pero, si se elige un día despejado y persona de vista normal, es sencillísima aquella determinación experimentalmente y si hay posibilidad de observar á la vez todos los anteojos que se quieran comparar, el resultado será decisivo y puede servir de norma para todos, esto es, la sensibilidad que así se encuentre puede admitirse como la normal de cada anteojo.

Al efecto se pueden seguir distintos procedimientos.

Suponemos que para realizarlos se elija un día y hora en que el cielo esté bien despejado, el aire seco y quieto, que el terreno sea próximamente horizontal y no dominen en él los colores claros, que el Sol no reverbere y finalmente que la vista de los observadores sea la normal, porque conviene que sean dos ó tres para que se comprueben.

Primer procedimiento. — Puestos á la sombra en estación los instrumentos de que formen parte los anteojos que se quieran observar, se hará colocar una mira parlante ordinaria dividida, por ejemplo, en centímetros á la distancia de 50 metros, bien vertical y de frente al observador y se la mirará por cada uno de los anteojos, tomando nota precisa de cómo se ven los números, los centímetros y las rayas de dos milímetros con que se fijan sus mitades.

A esta distancia, por medianos que los anteojos sean, se verán todos los detalles indicados, aunque no con la misma claridad y limpieza de contornos.

Se colocará después la mira á 75 metros y se harán iguales observaciones, notándose ya me-

(1) «Istrumenti e metodi...», página 176.

nos claridad en las rayas de dobles mm. y en los números, que no se verán con los anteojos ordinarios de los antiguos instrumentos, ni con los de los Taquímetros de poco precio, escepto con el *parcelario* de Bastos y Laguna, que tiene un anteojo excelente; si, como es probable, con aquéllos anteojos menos potentes la serie de los centímetros aparece como una superficie grisácea, en que no se puede distinguir claramente la imagen de cada uno y consiguientemente ver con toda claridad con cual de ellos coinciden los hilos, ni leer los números, se hace retroceder la mira hasta que esto se consiga aunque con alguna dificultad y se toma nota de todo y de la distancia límite con referencia á cada uno de los referidos anteojos, que despues solo se observarán para mejor apreciar las ventajas de los demás.

Si con estos se ven bien todos los detalles indicados, se coloca la mira á 100 metros y se hacen análogas observaciones, anotando el resultado para cada anteojo y así se continuará colocando la mira sucesivamente á distancias determinadas de 125, 150, 175, 200 metros, etc., sin perjuicio de hacerlo á otros poco mayores ó menores al precisar para cada anteojo su límite de visibilidad; cuya condición ha de ser que se vean con suficiente claridad los números y los centímetros para que aquellos se puedan leer y con los segundos observar la coincidencia de los hilos; pero de tal modo que á 4 ó 5 metros más lejos ya desaparezcan las imágenes parciales y por consiguiente la posibilidad de hacer tal lectura y coincidencia; es decir que se ha de buscar la distancia límite en que eso pueda realizarse y con tal motivo debe darse descanso á la vista de los observadores, porque muchas veces por fatiga de ésta deja de verse á menor distancia de la que correspondería.

Segundo procedimiento.—Porro dice que, en su concepto, la mejor manera de comparar los anteojos es determinar á que distancia se ven con ellos los milímetros señalados en una escala de marfil ó que se pueda leer un impreso de carácter conocido; para conseguirlo es consiguiente que se ha de observar á diferentes distancias, empezando por una pequeña cuando se hayan de sujetar á la experimentación los anteojos ordinarios.

El resultado puede ser el mismo, pero creemos mas conveniente el primer procedimiento por cuanto que con él no es tan grande la influencia de la difracción y se obtienen datos directamente utilizables en la práctica, ya que se emplean las mismas miras que en ella se usan, porque dicho se está que el que no las tenga divididas en centímetros y sí en dobles centímetros, como sucede á muchos Topógrafos, puede valerse de ellas para la experimentación.

Tercer procedimiento. — Salmoiraghi admite el primero, pero considera preferible que se mida una distancia de 40 ó 50 metros y en ella se vayan colocando escalas de trazos que correspondan á la sensibilidad de 1″, 2″... 10″... y cuando dejen de percibirse se encontrará la sensibilidad normal del anteojo.

Al efecto, siendo *s* la sensibilidad buscada, a el ancho del trazo y separación entre ellos, 206.265 el número de segundos del radio y D la distancia en metros, la fórmula en el primer procedimiento sería

$$s = \frac{a}{D} \times 206.265$$

que para la aplicación del tercero se convertiría en

$$a = \frac{D.\ s}{206.265}$$

y haciendo *s* sucesivamente igual, v. g., á 2″, 3″, 4″... y D á 50 metros, daría para la sensibilidad

de 2″. . . . $a = \frac{100}{206.265} = 0'000485$ metros.

de 3″. . . . $a = \frac{150}{206.265} = 0'000727$ »

de 4″. . . . $a = \frac{200}{206.265} = 0'000970$ »

de 5″. . . . $a = \frac{250}{206.265} = 0'001212$ »

De manera que bastaría hacer rayados de espesor y con separación igual á los distintos valores de a y observarlos directamente para determinar la sensibilidad normal del anteojo; por que, según Salmoiraghi (1) «es un hecho que cuando el estado de la atmósfera permite á un anteojo sensible á 10″ ver los diez segundos á cualquier distancia, otro sensible á 2″ permitirá á la misma distancia ver los dos segundos» y más adelante añade: «la prueba enseñada pone en evidencia, por decirlo así, *la sensibilidad potencial del anteojo en sí mismo; su sensibilidad actual* varía haciéndolo el estado de la atmósfera y de tal manera que no es fácil determinarla.»

Este procedimiento tiene el grave inconveniente de que es dificilísimo graduar con bastante exactitud la mira que ha de servir para la experimentación si no se dispone de una buena máquina apropiada, mientras que no lo es medir la distancia como se hace en el primero, que se acomoda más á los hechos prácticos, que después se han de realizar.

---

(1) Obra citada..., página 175.

CAPÍTULO VI

DE LOS MICROSCOPIOS UTILIZADOS EN LOS APARATOS TOPOGRÁFICOS

39 — Clasificación.

Así como el anteojo ó telescopio mejora las condiciones ópticas del ojo permitiéndole ver claramente los objetos lejanos, el microscopio produce el mismo resultado relativamente á los muy pequeños y próximos.

A este efecto, unas veces sin llegar á formar imagen real del objeto origina una virtual recta y amplificada, que sirviendo de objeto á la retínica aumenta la sensibilidad de la visión y otras lo consigue mediante la formación de las imágenes real y virtual de aquel.

En el primer caso se llama al microscopio *simple* y en el segundo toma el nombre de *compuesto*.

Aunque el 1.° se puede componer de una ó de varias lentes de distintas condiciones y diferentemente combinadas, no exige para nuestro objeto subdivisión ninguna; no sucediendo lo mismo al 2.°, pues si unos no tienen otro fin que presentar al ojo una imagen amplificada del objeto, otros permiten al mismo tiempo realizar colimaciones y apreciaciones de coincidencia con partes determinadas de tales imágenes mediante hilos fijos, por lo que se llaman *microscopios colimadores* y otros de estos, utilizando el movimiento de ciertos hilos, convierten la apreciación ó estima en medición de estas colimaciones y consiguientemente de la magnitud de las porciones correspondientes de la imagen, lo que sirve para determinar mas exactamente las direcciones ó ciertos argumentos que conviene conocer.

Podemos, pues, clasificar los microscopios para nuestro objeto en la forma siguiente:

1.° *Microscopios simples* ó lentes de acomodación y

2.° *Microscopios compuestos* .

y estos últimos en las clases siguientes:

a) *Microscopios compuestos sin hilos* ó de simple visión.

b) *Microscopios compuestos con hilos* ó colimadores

y á su vez los últimos los dividirémos en:

I *Microscopios colimadores de hilos fijos* y

II *Microscopios colimadores de hilos móviles* con tornillo micrométrico.

De todas estas clases de microscopios nos ocuparémos; pero tan brevemente como nos sea posible, pues, si bien su uso se vá haciendo cada día mas general y frecuente en la Topografía, no podemos olvidar las muchas páginas que ya llevamos dedicadas á esta primera parte de nuestro libro.

40 — Microscopio simple.

Hemos dicho que su misión es dar origen á una imagen virtual recta y amplificada, que sirviendo de objeto á la retínica aumente la sensibilidad de la visión y es claro que á tal efecto podemos utilizar una sencilla lente convergente, ya que si, como se indica en la figura 67, se

coloca el objeto A B entre ella y su foco principal, F, de tal manera que los rayos emergentes recogidos y refractados por la córnea y el cristalino formen una imagen real en la retina, á cuyo efecto se ha de acercar el ojo á la lente y esta al objeto mas ó menos segun las condiciones de aquella y las de la vista del observador, este recibirá la impresión visiva como si el objeto fuera la imagen virtual A' B' formada á la distancia de su visión distinta y, siempre que su grado de iluminación lo permita, verá el ojo sobre A' B' detalles del objeto que á la simple vista no percibiría.

La *amplificación* conseguida es la relación que hay entre la magnitud de la imagen y la del objeto, esto es, $\frac{A'B'}{AB}$ en el concepto lineal y $\frac{A'B'^2}{AB^2}$ en el superficial; pues como las dos para ser vistas por el ojo se han de colocar á la distancia de su visión distinta, si se lleva la magni-

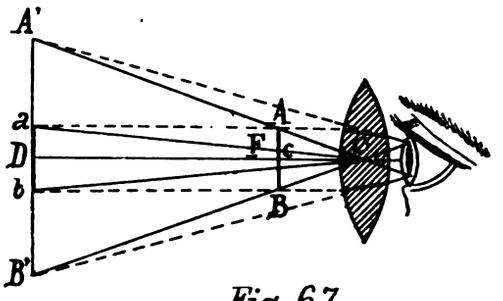


Fig. 67

tud A B á a *b* sobre A' B' y se trazan los ejes secundarios a *O* y *b O* aparecerán con las magnitudes correspondientes á los ángulos A O B y a O b con que los ojos las ven.

Pero de los triángulos semejantes A' O B' y A O B se deduce

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{O\,D}{O\,C} = \frac{p'}{p}$$

llamando p' á la distancia de la visión distinta del observador (1) y p la del objeto á la lente, y como según la ecuación de los focos conjugados

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{F} \quad \text{ó} \quad \frac{1}{p} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{F}$$

y de esta, multiplicando por p', resulta

$$\frac{p'}{p} = 1 + \frac{p'}{F} = \frac{F + p'}{F};$$

designando por A la amplificación, se tendrá:

$$A = \frac{p'}{p} = \frac{F + p'}{F} \quad (A)$$

Este valor de la amplificación de las lentes es indeterminado, porque depende de la distancia de la visión distinta de cada observador y, para hacer comparables sus condiciones, en la Optica práctica se supone que siempre sea la misma é igual á 250 mm., en cuyo supuesto para una lente de 10 mm. de distancia focal será:

(1) Aceptamos por su sencillez esta explicación que dá Ganot, aunque no es enteramente exacta, ya que la distancia de la visión distinta debe contarse desde el punto nodal del ojo ó sea desde el vértice posterior del cristalino.

$$A = \frac{10 + 250}{10} = 26$$

y para otra, que tenemos á la vista, de 50 mm. será:

$$A = \frac{50 + 250}{50} = 6$$

Para evitar la indeterminación indicada y obtener una *expresión mas racional del poder amplificante de las lentes,* Castellarnau, siguiendo las ideas del Doctor Abbe, hace (1) una detenida discusión de la ecuación fundamental teniendo en cuenta, no las condiciones del observador sino también la situación del ojo con relación al foco principal posterior de la lente y suponiendo que con él coincide el punto nodal de aquel y designando por *o* el semidiámetro del objeto y por α el ángulo visual, deduce la fórmula

$$A = \frac{\text{tangente } {}^1/_2\,\alpha}{o} = \frac{1}{F}$$

que conviene á todas las vistas y hace comparables todas las lentes bajo el concepto de su poder amplificante; porque de ella se deduce

$$\text{Tang. } {}^1/_2\,\alpha = \frac{o}{F} \quad (B)$$

y para otra lente de distancia focal F'

$$\text{Tang. } {}^1/_2\,\alpha' = \frac{o}{F'}$$

y consiguientemente

$$\frac{\text{Tang. } {}^1/_2\,\alpha}{\text{Tang. } {}^1/_2\,\alpha'} = \frac{F'}{F}$$

es decir, que los ángulos visuales ó lo que es lo mismo *la amplificación,* puesto que de ellos depende la magnitud de la imagen retiniana, *en dos lentes está en razón inversa de sus distancias focales.*

Mediante las dos fórmulas A y B se pueden resolver fácilmente y con bastante aproximación algunos problemas que se presentan al Topógrafo.

Supongamos, por ejemplo, que disponiendo de una lente de distancia focal F = 10 mm. se desée conocer la mínima separación de las líneas de un rayado, cuyo grueso sea igual á su separación, para que puedan ser vistas individualmente mediante tal lente ó sencillo microscopio.

De la fórmula B se deduce que

$$2 \times o = O = 2 \text{ tang. } {}^1/_2\,\alpha \times F$$

Pero hemos visto que en las condiciones propuestas el ángulo límite de la perspicacia de la vista es de 90", luego

$$O = 2 \text{ tang. } 45'' \times 10 = 0'00043633 \times 10 = 0'00436 \text{ mm.}$$

En efecto, según la fórmula A siendo F = 10 mm. la amplificación resultaría de 26 y en la imagen virtual se vería el rayado como si á la simple vista se presentara de

$$0'00436 \times 26 = 0'11336 \text{ mm.},$$

en cuyo caso el ojo distinguiría bien las rayas á la distancia de su visión distinta.

No sucedería lo mismo si solo se dispusiera de una lente de 50 mm. de distancia focal, que, según antes hemos visto, solo amplificaría 6 veces, porque las líneas aparecerían como á la simple vista las de 0'026 mm. y para que resultaran de las mismas condiciones que con la lente de 10 mm. sería preciso que tuvieran de espesor y separación

$$0'000436 \times 50 = 0'0218 \text{ mm.}$$

(1) «La imagen virtual», página 54 y siguientes.

que mediante la lente disponible se presentarían en la imagen virtual como á la simple vista de 0'13 mm. de espesor.

Verémos al hablar de la apreciación de los ángulos mediante los nonius, que algunos constructores y muchos Topógrafos no tienen en cuenta estas diferencias al suponer que consiguen aquella en un límite imposible según las condiciones de los limbos y de los microscopios simples que utilizan, los que rara vez alcanzan mayor amplificación de 4 á 6 diámetros, asegurando Salmoiraghi (1) que no conviene que excedan de 8 para evitar que teniendo que aplicar el ojo muy cerca de los limbos se oscurezca la graduación, se ensucie con el aliento y se tropiece con la cabeza en el instrumento; pero teniendo en cuenta que á un microscopio de 25 mm. de distancia focal le corresponde la amplificación de 11 diámetros y que combinado en algunos casos con un prisma permitiría hacer la observación sin dificultad, sería de desear que, mientras no se generalice el uso de los pequeños microscopios compuestos, se utilizaran estos medios; porque es sensible que por emplearse en buenos instrumentos sencillos microscopios de poca am-

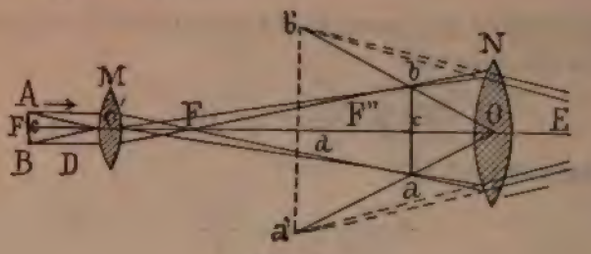


Fig. 68

plificación no puedan medirse los ángulos con la facilidad y exactitud que sería de desear en determinadas observaciones, siendo así que las condiciones de las demás partes del instrumento lo permitirían.

Si con los microscopios de una sola lente se pretendiera conseguir grandes amplificaciones habría que disminuir mucho su radio de curvatura para que lo hiciera la distancia focal; pero esto produciría *aberraciones de refrangibilidad y cromatismo*, que darían imágenes inadmisibles; para evitarlo, aún en los casos de pequeñas amplificaciones, se pueden emplear lentes acromáticas como las explicadas al hablar de los objetivos de los anteojos; pero ordinariamente se emplean dos lentes plano-convexas en la misma forma explicada para el ocular de Ramsden, que colocadas en un sencillo aro ó cilindro de poca altura que les sirve de armadura, se conocen en el comercio con el nombre de *doublets de Wollaston*.

41 — Microscopio compuesto de simple ó mera visión.

Hemos dicho que el microscopio compuesto cumple su objeto mediante la formación de una imagen real y otra virtual, que sirve de conjugada á la retínica, y como esto mismo sucede en el anteojo, es consiguiente que se ha de componer de las mismas partes que este; es decir, de un objetivo que produzca la imagen real y de un ocular que lo haga de la virtual; pero, si el ocular puede ser de iguales condiciones en ambos aparatos, no sucede lo mismo respecto al objetivo, ya que mientras el anteojo ha de formar la imagen de un objeto grande y lejano, en el microscopio lo ha de hacer de otro pequeño y muy próximo y conseguir el fin propuesto en el menor espacio posible.

Al efecto el objetivo M, como se indica en la figura 68, tiene pequeña distancia focal para que, aunque se aproxime el objeto A B, este quede fuera de ella y la imagen real a *b* resulte mayor que él, pues amplificada nuevamente mediante el ocular, N, se conseguirá una imagen virtual, a' *b'*, mucho mayor.

(1) Obra citada, página 195.

La marcha de los rayos luminosos emitidos por el objeto se comprende fácilmente á la simple inspección de la figura recordando lo que hemos dicho sobre las imágenes reales y virtuales formadas por las lentes convergentes.

Estas, según digimos al tratar del anteojo, no pueden ser sencillas por las aberraciones de esfericidad y cromatismo que producirían en la imagen; con tanto mayor motivo cuanto que el radio de curvatura del objetivo es muy pequeño en los microscopios, por lo cual se emplean lentes aplanáticas compuestas de dos ó tres y al mismo efecto se hace su diámetro ó abertura muy reducido, en lo que no hay inconveniente, porque siéndolo el objeto que se ha de observar y la distancia entre ambos, no es necesario que sea grande para que el campo objetivo baste á la observación.

El ocular puede ser de las clases explicadas (número 31) teniendo mucha aplicación el de Huighens por sus buenas condiciones en los aparatos de que ahora nos ocupamos.

La *amplificación* en los microscopios compuestos es igual al producto de la que corresponde al objetivo multiplicada por la propia del ocular, porque siendo la 1.ª $\frac{a\,b}{A\,B}$ y la 2.ª $\frac{a'\,b'}{a\,b}$ cuyo producto es $\frac{a'\,b'}{A\,B}$, esta es la amplificación total del microscopio.

La del ocular se deduce de la fórmula $A = \frac{F + p,}{F}$ correspondiente al microscopio simple y la del objetivo de la manera siguiente:

En los triángulos A O' B y a O' b (Figura 68)

$$\frac{A\,B}{a\,b} = \frac{C\,O'}{c\,O'}$$

pero C O' = D y c O' = d y siendo f la distancia focal del objetivo están ligados por la ecuación de los focos conjugados, de la que, como ya digimos (página 61) resulta:

$$d = \frac{f}{1 - \frac{f}{D}}$$

Por consiguiente conociendo las distancias focales F y f del ocular y del objetivo, la de la visión distinta del observador y aquella á que se coloca el objeto se determinará fácilmente la amplificación del objetivo y la del ocular y su producto será la total del microscopio.

Siendo esta generalmente muy grande se comprende que si el objeto no está muy iluminado, la imagen virtual observada por el ojo aparecería oscura y para evitar este inconveniente se le ilumina mediante reflectores inferiores ó superiores, segun que aquel sea trasparente ú opaco, encargados de concentrar sobre el punto observado la luz difusa del día ó la de lámparas especiales, cuando la observación se hace de noche.

Bastando á nuestro objeto las ideas consignadas, creemos oportuno facilitar su comprensión mediante la sección principal del microscopio que representamos en la figura 69; en ella aparecen los ejes secundarios, que son los geométricos de los conos luminosos de cada punto del objeto, determinantes de la imagen M' N' y la conjugada M" N" del objeto M N colocado en la plataforma A, sujeta al sostén S del microscopio, que se puede acercar ó separar de aquél mediante el piñón del tornillo R y la cremallera D, sirviendo el espejo E de reflector.

El ocular, compuesto de las lentes P y Q, es de los llamados negativos de Huighens y la imagen se forma en el plano M' N', en que se coloca un diafragma que limita la imagen del objeto á la parte más limpia y bien delineada.

En los microscopios de mera visión, á que ahora nos referimos, no importa que la imagen real se forme un poco delante ó detrás del diafragma M' N' y en su consecuencia las distancias

entre el objetivo y las lentes oculares se hacen invariables y lo único que cambia es la distancia del microscopio al objeto mediante el tornillo R para enfocarle según las condiciones de la vista del observador.

42 — Microscopio compuesto-colimador de hilos fijos.

Difiere del precedente sólo en que para cumplir su objeto se ha de colocar en el plano de la imagen un índice, generalmente consistente en uno ó dos finísimos hilos paralelos y muy próximos que comprenden y fijan un punto de la imagen, lo mismo enteramente que con el retículo del anteojo nos proponemos conseguir y al efecto se han de disponer las lentes integrantes del ocular de manera que cada observador pueda arreglar á su vista la exterior ó más próxima al ojo para ver claramente los hilos del retículo y consiguientemente la imagen real mediante la virtual.

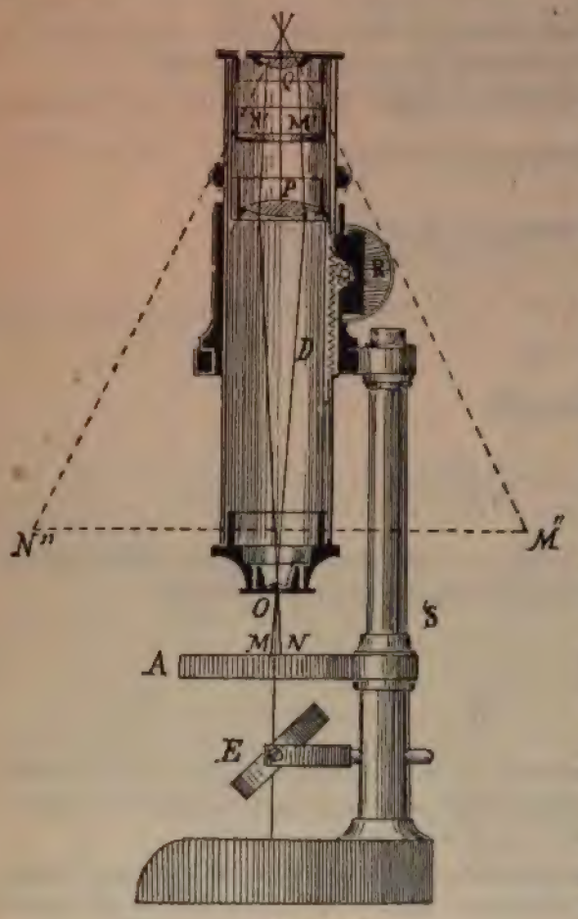


Fig 69

La primera de éstas se ha de formar sobre el plano de los hilos para evitar el error de paralage; pero como se puede modificar la distancia del objetivo al objeto mediante el tornillo R (figura 69) y con ello lo hace en mayor escala la de la imagen real, aquélla coincidencia se puede conseguir rápida y exactamente; así es que en cuanto se ha arreglado el ocular ó la lente exterior de manera que el observador vea claramente los hilos, se mueve todo el microscopio acercándole ó alejándole del objeto para que la imagen real se forme en el plano del retículo, en cuyo caso no habrá error de paralage y ambos serán vistos claramente mediante su imagen virtual.

Los hilos empleados suelen ser uno, tres ó cinco que dan una, tres ó cinco colimaciones, no solo al objeto de comprobar las lecturas, si no para aumentar la apreciación por estima, como dirémos al hablar de la de los limbos por este medio comparándole con el de los nonius; por el momento debemos sólo hacer constar que al efecto y como aparece en la figura 70, que representa lo que por el microscopio se vé de los limbos del clepe gran modelo, los hilos se han de disponer de manera que en aquél aparezcan paralelos ó coincidentes con los trazos que constituyen la graduación que se desea observar y así mismo que pueden sustituirse por finos trazos hechos en delgadas y muy diáfanas láminas de cristal.

De lo dicho resulta, que para que el microscopio colimador pueda funcionar exactamente es por lo menos preciso que el objetivo, la lente de Campani (P en la figura 69) y el retículo N' M' se hallen en un tubo y en otro la lente Q, cuando el ocular utilizado sea del sistema Huighens y en el segundo el ocular completo si fuere del sistema de Ramsden y parécenos que para conseguir siempre la misma amplificación y hacer innecesario el movimiento del microscopio, porque es constante la distancia del objetivo al objeto en los instrumentos topográficos podría hacerse que la lente colectora P tuviera una distancia focal igual á su separación del

centro óptico del objetivo, en cuyo caso emergiendo los rayos en ella incidentes paralelamente al eje óptico del microscopio no se alteraría la magnitud de la imagen, podría colocarse fijo al tubo objetivo el diafragma del retículo ó grabarse este en la cara plana de la lente y graduándose la distancia del ocular según la vista del observador los rayos en él incidentes emergirían siempre y para todos con la misma inclinación; es decir que creemos sería conveniente aplicar al microscopio la modificación primera introducida por el eximio Porro en los anteojos astronómicos para conseguir los estereogónicos, de que nos ocuparémos al hablar de la estadía.

Para terminar debemos llamar la atención de nuestros lectores sobre la figura 70 fiel reproducción de lo que al observador aparece mirando un limbo del clepe por sus microscopios colimadores, pues desde luego se hará cargo del uso á que se destinan.

Como se vé en ella, los grados del limbo están numerados y cada uno dividido en diez partes, por consiguiente el hilo a, que es el *indicador directo* de la graduación, nos dice desde luego que la observada es muy próximamente de 25°5o ᶜ.

Los hilos *b* y *b'*, así como los *c* y *c'*, deben ser respectivamente simétricos con respecto al *a*, de manera que la semi-suma de sus lecturas respectivas será igual á la del central; esto es, $\frac{b+b'}{2} = \frac{c+c'}{2} = a$, y como en la estima que se hace de la fracción de la última división unas veces se aprecia con exceso y otras con defecto, resulta que el término medio de las tres se aproximará mucho á la verdad y además se tendrán tres lecturas de la graduación buscada, lo que no sólo dá ó puede dar mayor aproximación sino medios de comprobación de mucha importancia en determinadas operaciones; oportunamente nos ocuparémos de esto bastando á nuestro actual objeto las indicaciones consignadas para hacer ver la *utilidad de los microscopios colimadores.*

43 — Microscopios compuestos-colimadores de hilos móviles con tornillo micrométrico.

Si el retículo se compone de un hilo ó de dos paralelos y suficientemente próximos para que entre ellos aparezca claramente la imagen de uno de los trazos, por ejemplo, del limbo que queremos observar y se colocan en una pieza que pueda moverse conservando aquéllos su primera dirección, es claro que si el movimiento se produce por el engranaje en ella de un tornillo sujeto á la armadura del retículo y al tubo que la contiene y el paso de rosca ó sea la distancia, que con una vuelta exacta del tornillo recorre la pieza de los hilos, es igual á la separación de las imágenes de dos trazos consecutivos de la graduación observada mediante el microscopio y al tornillo vá unido un tambor dividido en partes iguales, la graduación de éste nos permitirá apreciar porciones de la vuelta del tornillo, ó lo que es lo mismo, porciones de la distancia recorrida por los hilos.

Para que mejor se comprenda esta explicación representamos en la figura 71 cómo se presenta á la vista del observador mirando por el microscopio un limbo dividido en décimas de grado, en el que están numeradas las unidades; obsérvase que el índice ó retículo está constituído por dos hilos paralelos que deben comprender en su medio la imagen de los trazos para coincidir con ellos, es decir que la verdadera línea indicadora es la media imaginaria de los hilos.

A la derecha se representa el tornillo micrométrico, cuyo paso de rosca es tal que con una vuelta completa y exacta la línea indicadora se traslada de un trazo al inmediato y como el tambor unido á él está dividido en 10 partes iguales numeradas y cada una de estas subdivididas en 5, resulta que se pueden medir las fracciones de los decígrados marcados en el limbo por cincuentavas partes.

En la exterior del tambor se encuentra un pequeño índice, *i*, dispuesto de manera que cuando coincide con el *cero* de aquél, como se indica en la figura, la línea indicada del retículo se encuentra en el eje óptico del microscopio ó distante de él un número exacto de pasos de rosca y para que siempre sea aquél y se eviten los errores consiguientes á que unas veces se

cuente desde el eje y otras desde otros puntos, lo que haria que la diferencia de las graduaciones observadas en dos ó más direcciones y por consiguiente en sus ángulos se cometieran errores representados por la última división del limbo multiplicada por el número de vueltas que separase las dos posiciones del tambor, se hace una señal, *t*, que aparece en el campo del microscopio y permite llevar siempre los hilos á su punto de partida, al plano del eje óptico; esto, que es muy importante, porque de no hacerlo así se expone el Topógrafo á equivocaciones de uno ó más decígrados buscando apreciar los milígrados, conviene tenerlo muy presente y la mejor manera de evitar tan importantes errores es, después de la lectura del tambor, llevar el retículo á su primera posición según el índice del campo microscópico y ver si coinciden el exterior y el cero del tambor, con lo cual se comprueba al mismo tiempo la observación.

Supongamos que se haya leído 270 ᶜ directamente y que mirando por el microscopio aparezcan los hilos en la situación representada por la figura 71; es decir que el hilo imaginario in-

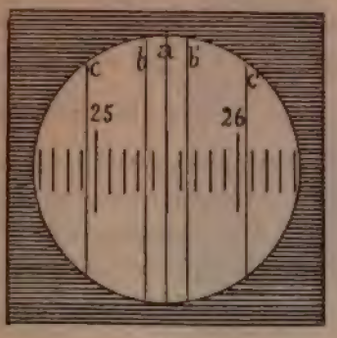


Fig. 70

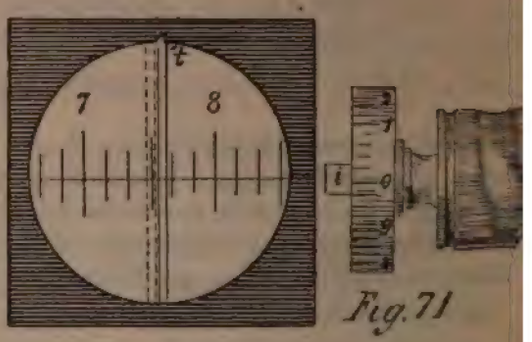


Fig. 71

dicador se halle entre los grados 7 y 8 y poco antes del 6.° decígrado; es consiguiente que la graduación buscada se halla entre 277'50 ᶜ y 277'60 ᶜ; muévase el tambor, cuyo índice, *i*, debía coincidir con el *cero*, hasta que la línea imaginaria coincida con el trazo de la 5.ª división, esto es hasta que este aparezca en medio de los hilos, como en la figura se indica con líneas interrumpidas, y supongamos que en el tambor el índice, *i*, señale un punto entre las divisiones 5.ª y 6.ª y en parte ó muy próximo al tercer trazo; resultará para la graduación buscada

270'00
7'00
0'50
0'05
0'006

277'556 ᶜ

Esto parece á primera vista muy complicado; pero no lo es realmente, porque el observador empieza por leer 270... y 7, con 50 y... 5 con $3 \times 2 = 6$, que apunta rápidamente el que lleva el registro; las centenas y decenas se leen desde luego á la simple vista y aplicando el ojo al microscopio se observan y leen con rapidez las unidades y décimas 7 y 50; muévese el tornillo para hacer la coincidencia explicada y se vé directamente en el tambor 5 y 3, que se multiplica por 2 puesto que cada división numerada, que son centígrados, la hemos supuesto dividida en 5 partes ó dobles milígrados y como las últimas divisiones del tambor son bastante grandes para que rápida y exactamente se pueda apreciar la mitad, se dan directamente los centígrados y milígrados.

Dedúcese de lo expuesto que si las condiciones del limbo y del microscopio lo permiten, por este medio se pueden leer rápida y exactamente las graduaciones; pero también que es necesario no descuidarse de observar los índices, *t* é *i*, para evitar equivocaciones perniciosas.

Podría suceder que el paso de rosca ó que la distancia que en una vuelta completa del tor-

nillo recorren los hilos del retículo no coincidiera exactamente con la imagen de la última graduación del limbo y así mismo que cuando los hilos se encuentren simétricos al plano del eje óptico del microscopio ó coincidiendo con él la línea imaginaria indicadora, no lo hiciera exactamente el índice exterior, i, con el cero del tambor; la corrección de éste se hace fácilmente, porque estando sujeto por simple presión al tornillo, basta sujetar éste con una mano y mover aquél con la otra hasta conseguir la coincidencia deseada; pero para corregir el primer defecto es necesario conocer las condiciones de los microscopios utilizados, pues así será más fácil de comprender la corrección y al mismo tiempo se tendrán ideas más claras y precisas de estos aparatos.

La figura 72, que como otras tomamos de la importante obra de Salmoiraghi tantas veces citada, representa en escala natural un microscopio de esta clase muy usado en los teodolitos de grande precisión.

En C se encuentra la sección de la parte observada del limbo; O es el objetivo; P y Q las lentes integrantes del ocular de Huyghens y entre ellas se encuentra la pieza *m*, en cuya cara anterior viene á pintarse la imagen hallándose en ella los hilos ó trazos del retículo.

El microscopio propiamente dicho está formado por los dos tubos A y B, que mantienen el ocular, el retículo y el objetivo á las distancias oportunas.

Al extremo del tubo B está unido otro, D, mediante un anillo que se aprieta con el tornillo V_5 compuesto de dos partes; la superior fija y la inferior giratoria, sobre aquélla lleva en su interior una placa, S, perforada en el centro é inclinada 50° respecto al eje del microscopio y al plano del limbo, cuya placa plateada ó barnizada de blanco sirve de espejo reflector de la luz difusa del día sobre el plano del limbo y para conseguir mejor este resultado es giratorio el tubo que la contiene.

Como de la posición relativa de los tubos A y B y de todo el microscopio respecto al limbo depende la amplificación y el buen funcionamiento del aparato, el constructor le arregla y rectifica sujetándole después mediante los anillos y tornillos V_3 y V_4 al brazo ó sostén N, que se supone formar parte de la alidada.

La circunferencia *t e* es la del tambor del tornillo micrométrico, que no se vé en la figura y sirve para dar movimiento á la pieza *m* portadora de los hilos.

Conocidas las condiciones de los microscopios usados es fácil de comprender la corrección que conviene hacer cuando el paso de rosca del tornillo micrométrico no coincide con la imagen de la última división del limbo observado.

Veamos primero como se comprueba esto.

Hágase coincidir el índice exterior, i, con el *cero* del tambor y muévase la alidada que lleva el microscopio hasta que uno de los trazos del limbo coincida exactamente con la línea imaginaria indicadora de aquél, esto es, hasta que se encuentre exactamente en medio de los dos hilos paralelos y apriétese la alidada en esta posición.

Muévase el tornillo micrométrico hasta que la línea indicadora coincida exactamente con el trazo inmediato; si el índice exterior, *i*, coincide nuevamente con el cero, el aparato se verifica y después de corroborarlo haciendo la coincidencia con 3 ó 4 trazos de uno y otro lado del cero se vuelve á su primera posición.

Si la coincidencia no se verifica, se observarán y anotarán los resultados que se obtengan haciendo la coincidencia en el 1.°, 2.° y 3.° trazo de cada lado para ver si el error es uniforme y poderle calcular mejor; supongamos que resulte por exceso; esto es, que el paso de rosca sea superior á la magnitud de la imagen de la última división del limbo: esto nos dice que se ha de aumentar ésta y por consiguiente la amplificación y como esta depende de la relación entre las distancias del objeto y la imagen al objetivo, bastará que aflojando el tornillo V_4 bajemos un poco (0'3 á 0'5 ó 1 mm.) el tubo B; abriendo el anillo superior mediante el tornillo V_3 subiremos todo el microscopio cogiéndole por el tubo A y, mirando si se consigue la coincidencia al propio tiempo que la clara visión, se repite la operación hasta que se obtenga la corrección deseada.

Si la magnitud de la imagen de la última división del limbo resultara mayor que el paso de rosca del tornillo, se procedería en sentido contrario, es decir que se subiría el tubo B y después se bajaría el microscopio cogiéndole por el A.

Cuando se haya conseguido la corrección se enroscarán fuertemente los tornilos V_3 y V_4 para conservar las condiciones deseadas del microscopio.

Cuando nos ocupemos de la medida de los ángulos compararémos las ventajas é inconvenientes que presentan los nonius, los microscopios colimadores de hilos fijos y móviles y asimismo al tratar de la medición indirecta de las distancias darémos á conocer las condiciones de los *anteojos estereogónico* y *analático central;* por el momento consideramos mas que suficiente lo antes consignado.

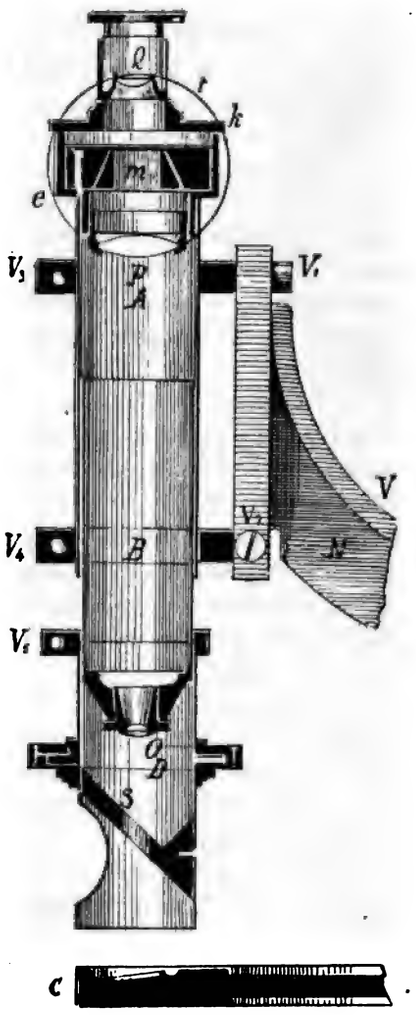


Fig. 72

SEGUNDA PARTE

NOCIONES PRELIMINARES Y DISTINTAS MANERAS DE DETERMINAR EL VALOR DE LOS ÁNGULOS Y DE LAS DISTANCIAS, DATOS FUNDAMENTALES DEL PROBLEMA TOPOGRÁFICO

44 — Objeto y división.

Consignadas en la PRIMERA PARTE aquellas nociones y principios de otras ciencias que mas se necesita tener presentes para comprender con facilidad las condiciones de algunas partes esenciales de los aparatos y las teorías y prácticas de la TOPOGRAFÍA MODERNA, creemos oportuno empezar nuestro especial trabajo definiendo esta ciencia clara y concretamente, así como lo que debe entenderse por Taquimetría, con la que muchos la confunden y la diferencia esencial entre aquella, la Topografía antigua y la Geodesia, llamar la atención sobre la importancia de la primera y sobre algunas nociones preliminares que desembaracen de estorbos el campo que después hemos de recorrer y finalmente exponer con la necesaria latitud las diferentes maneras de medir el valor de los ángulos y de las distancias, que son en resumen los datos fundamentales del problema topográfico.

Al efecto dividirémos esta *parte* de nuestro libro en tres capítulos en que respectivamente nos ocuparémos de las *nociones preliminares, de la medición de los ángulos* y *de la de las distancias*.

CAPÍTULO I

NOCIONES PRELIMINARES

45 — Definición de la Topografía moderna y medios generales que utiliza.

La *Topografía moderna* tiene por objeto expresar numérica ó gráficamente (1) los acciden- n-
tes de una parte de la Tierra dando á conocer sencillamente la forma, situación relativa y d li-
mensiones de aquellos.

Al efecto utiliza la proyección horizontal de los puntos y líneas característicos de tal es
accidentes sobre un plano (2) y su distancia á una superficie de nivel.

Esta puede ser la esférica determinada por las aguas del mar (3), suponiéndola extendida á
toda la esfera terrestre y mas comunmente otra con ella concéntrica, y el *plano de proyecci ón*
el tangente á la indicada superficie en el punto medio ó mas céntrico del terreno, que se des ea
representar.

46 — Diferencia entre la Topografía moderna y la Taquimetría.

Ambas tienen el mismo objeto y utilizan iguales medios generales é idénticos aparatos y
procedimientos en planos completos de limitada extensión; pero, en nuestro concepto, la pr i-
mera debe comprender la exposición metódica de lo esencial de todos los sistemas y aparat os
antiguos y modernos comparándolos para demostrar sus ventajas é inconvenientes, según i os
casos, á fin de que el Topógrafo utilice en cada uno lo mejor en todos conceptos y por cons i-
guiente sin ageno auxilio pueda abarcar todo su extenso campo de acción; mientras que la
Taquimetría se reduce, según el parecer de la generalidad de los topógrafos, á emplear *con un*
aparato especial un procedimiento general, (4) que si bien permite desde cada estación determ i-

(1) En consideración á las prácticas admitidas consignamos la disyuntiva, o, en lugar de la copulativa, que realmente correspondería; porque siendo facilísimo calcular las tres coordenadas de todos los puntos que d el *plano numérico* con la precisión apetecible y facilitando estas la solución de todos los problemas que se pued ocurrir y el *graficismo* siempre erróneo, debe considerarse el *plano numérico* como resultado característico trabajo topográfico por los modernos sistemas y el *plano gráfico* como medio auxiliar que hable á los sentido simpliñque las combinaciones que con el trabajo deseáramos realizar.

(2) Aunque esto no es matemáticamente exacto, porque desde que el plano que se trata de conseguir co prende dos ó mas estaciones lo que realmente se obtiene es la agrupación metódica de la proyección horizontal los puntos de cada una *sobre su plano especial de proyección*, admitimos aquel supuesto, porque, facilitando la i teligencia de la definición, no induce á errores de concepto dignos de tenerse en cuenta.

(3) Como en el número 11 hemos ya dicho, aunque la Tierra no es esférica, puede considerarse como para todos los trabajos topográficos sin error sensible, ya que la sección elíptica terrestre y la circular de la esfe inscrita tangencialmente en el punto que se considera, no se separan á la distancia de 10.000 metros del punto d contacto mas de $^1/_{33}$ de milímetro según Breton de Champs (*Traité de nivellement*, página 7) y esto no tiene importancia alguna ni en las nivelaciones de precisión; otras opiniones imperan actualmente, pero no tienen grande importancia para el Topógrafo.

(4) Según veremos mas adelante, esta definición no está conforme con las prácticas usuales, porque las distancias se miden indirectamente por diferentes medios y son muy variados los aparatos que se utilizan á tal efecto.

con rapidez y ordinariamente con suficiente precisión los datos necesarios para calcular la situación relativa de todos los puntos que están á su alcance y por sencillas combinaciones los de las distintas estaciones, no puede extenderse, sin el auxilio de las triangulaciones, á todo el campo topográfico y estas no le corresponden de derecho (1), ni tampoco realizar nivelaciones de precisión por visuales horizontales, sin ensanchar los límites que determina la definición.

Esto también sucede al utilizar, como se hace en la determinación de detalles poco importantes, los procedimientos sencillos de la antigua Topografía (los de medición y perpendiculares) por no faltar á *su objeto característico de operar con rapidez*.

No se crea sin embargo que con sus procedimientos propios, *de poligonación y radiación*, la Taquimetría no pueda realizar por sí sola grandes planos; pues se hacen ahora con tanta seguridad y exactitud las poligonaciones, que, como verémos, sin el auxilio de las triangulaciones, no hay dificultad en extender su acción á 4 ó 5.000 hectáreas en muchos casos.

En este libro nos ocuparémos, no exclusivamente de la Taquimetría, como muchos desearan, sino de la verdadera Topografía moderna, pero reduciendo la exposición de los aparatos y sistemas de la antigua y su crítica comparada con los modernos á lo estrictamente necesario para que con lo que digamos se pueda conseguir sencilla y cumplidamente su objeto en el extenso campo que la corresponde sin tener que apelar á los tratados especiales que de la antigua Topografía se ocupan, ni dar á este libro una extensión innecesaria é inoportuna.

47 — Diferencia originaria entre la Topografía moderna, la antigua y la Geodesia.

La diferencia originaria entre la moderna y la antigua Topografía *consiste en que en la primera se miden las distancias con suma rapidez y suficiente exactitud por medio del anteojo* al par que los ángulos azimutales y verticales; pues con tales datos se calculan sencillamente las tres coordenadas de cada punto característico de los accidentes del terreno, cuyo conjunto constituye su plano numérico, del que rápida y exactamente se obtiene el gráfico completo; en su consecuencia no hay que escatimar el número de líneas medibles pudiéndose reducir, ordinariamente, sus procedimientos á los generales de poligonación y radiación, aunque utiliza como auxiliares todos los demás de la antigua Topografía, ni tampoco separar los trabajos propios de la proyección horizontal de los del relieve del terreno, mientras que nada de esto sucedía en la antigua Topografía; *porque midiéndose en ella las distancias por medios directos*, que motivan grandes molestias, gastos y errores, se procuró aminorarlos inventando distintos procedimientos para reducir en lo posible el número de líneas medibles, según las condiciones del terreno; se separaron los trabajos propios de la planimetría de los de la nivelación dedicándoles procedimientos y aparatos especiales y al mismo fin se concretaron ordinariamente á determinar el plano gráfico para evitar las complicaciones que con tales datos el numérico motiva.

La diferencia entre la Topografía y la Geodesia consiste en que aquella obtiene la proyección horizontal sobre un plano, como hemos dicho, y la segunda utiliza al mismo efecto la superficie de los mares en el supuesto antes indicado al objeto de determinar la situación relativa de puntos muy distantes de la Tierra y la forma y dimensiones de esta y es consiguiente que ha de necesitar procedimientos mucho mas complicados y difíciles que los que bastan á las necesidades de la Topografía.

(1) Nuestro querido amigo el distinguido Ingeniero é inteligentísimo Topógrafo D. José Orlandi, evitó en parte tal inconveniente en su excelente libro *Tacheometria, corso pratico di Topografia numerica* dedicando las partes III y IV de aquel á explicar las triangulaciones topográficas y á la determinación de las posiciones geográficas; pero al concretar los instrumentos á los taquímetros y los procedimientos á los modernos ó taquimétricos, no satisfizo á todas las necesidades del Topógrafo, que sin el conocimiento de todos los sistemas y de ciertos aparatos de la antigua Topografía mas ó menos modificados, no podría muchas veces operar con conciencia de lo que hace, ni aún comprender los modernos derivados de ellos; por lo que tan excelente libro es y será muy útil para los que tengan ya tales conocimientos, pero no para los que carezcan de ellos y de aquí que en las Escuelas se estudie la Topografía antigua como se hacía hace ya 50 años y después se amplíe con el estudio de la Taquimetría sin relacionarlas bastante, lo cual consideramos inconveniente.

Dedúcese también de aquí que esta determina las dimensiones verdaderas de los accidentes del terreno y que no hace lo propio la Geodesia, pues las reduce á las de su proyección sobre la superficie de los mares y esta condición importantísima no se tiene bastantemente en cuenta muchas veces.

48 — Extensión del campo topográfico.

De la definición de la Topografía se deduce fácilmente la extensión del campo topográfico y consiguientemente su importancia; pues no debe comprender mas que la porción de la Tierra desarrollable sobre un plano, de tal manera que no resulte sensiblemente apreciable la diferencia entre la distancia medida entre dos puntos extremos de aquella porción de la Tierra y la magnitud de su proyección sobre el plano tangente en su centro; esto es, entre el arco de círculo máximo que en la aludida superficie esférica une los puntos considerados y su proyección sobre el plano tangente, la que también lo será á aquel.

Para determinar la extensión del campo topográfico (1) bastará comparar la longitud del arco de 1ᶜ, 1'50ᶜ, 2ᶜ... grados centesimales del meridiano medio terrestre con el duplo de la tangente de la mitad de cada uno de dichos arcos, que es respectivamente su proyección y las superficies de los casquetes esféricos correspondientes á tales arcos con las de los círculos que tienen por radio la longitud de la mitad de dichos arcos de meridiano y los de la tangente respectiva; pues las diferencias resultantes pondrán en evidencia si es ó no admisible el sistema de proyección utilizado por la Topografía en la extensión de cada uno de dichos casquetes esféricos.

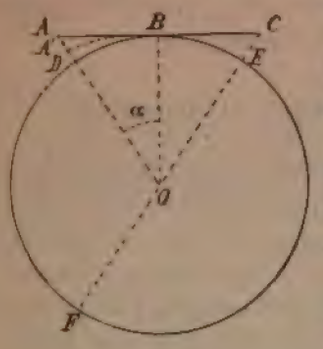


Fig.ª 73

Para hacer los sencillos cálculos que nos han de conducir al objeto propuesto necesitamos tomar como base la longitud del radio medio de la Tierra y del grado centesimal del meridiano suponiéndola esférica y como no están enteramente conformes sobre las dimensiones de la Tierra los mas eminentes Geodestas Astrónomos, según aparece en el número 13, aceptando el término medio de las que figuran en la página 42 admitimos para

Cuadrante medio del meridiano 10.001.366 metros; del que resulta para
un grado centesimal del meridiano 100.013'66 metros (2) y para el
radio medio de la Tierra 6.367.067'35 metros.

---

(1) Es evidente que nos referimos á la porción de la Tierra que puede representarse en un solo plano; pues si se supone la esfera terrestre inscrita en un poliedro regular cada una de cuyas caras no comprenda mayor área que la deducida para el *campo topográfico*, podría representarse parcialmente por sus procedimientos *toda la superficie de la Tierra*, y así en efecto se hace; pero no podría por ellos determinarse su forma verdadera ni sus principales dimensiones con la exactitud necesaria, que solo se consigue por los procedimientos que enseña la Geodesia.

Como además la *Topografía* no reduce la proyección que obtiene á la que correspondería á la superficie esférica ó elipsoidal determinada por la del mar extendida en la forma antes expresada, condición solo necesaria las investigaciones de caracter general, propias de la Geodesia, se llama á aquellas *proyecciones poliédricas* contraposición á las *esféricas ó elipsoidales*, que la última determina *modificando las verdaderas dimensiones* de accidentes generales que mide y representa.

(2) Como conviene algunas veces recordar la longitud del arco del meridiano medio creemos oportuno consignar que la del de

1ᶜ grado	centesimal es de.	100.013'66 metros.
1 centígrado	» »	1.001'366 »
1 miligrado	» »	100'0136 »
1° grado	sexagesimal »	111.126'20 »
1' minuto	» »	1.852'105 »
1" segundo	» »	30'868 »

Con estos datos y representando por el círculo O (Figura 73) una sección meridiana de la Tierra y por el arco D B E el que corresponde sucesivamente á un grado, grado y medio y dos grados centesimales, A C será su proyección sobre el plano tangente á la esfera en el punto medio B, centro del respectivo casquete esférico engendrado por la revolución de cada uno de tales arcos, que á su vez deberían estar proyectados sobre el plano en el correspondiente círculo descrito con el diámetro A C.

Ahora bien: del triángulo A B O se deduce que

$$A\,B = \frac{O\,B \times \text{tang. } A\,O\,B}{R.} \text{ ó Log. } A\,B = \text{Log. } O\,B + \text{Log. tang. } A\,O\,B - 10$$

y como O B es el radio de la Tierra, A O B tiene por medida la mitad del arco que se considera y R es el radio de las tablas, sustituyendo los valores indicados para cada caso, resultará:

Para el arco de un grado centesimal

Log. O B = Log. 6.367.067'35 . . . . . = 6'8039394
Log. tang. A O B = Log. tang. o'5o grados. . . = 7'8950988
Log. A B. . . . . = 4'6990382 = Log. de 50,007'85 ms.

de donde resulta:

2 A B = A C = ... 100.015'70 ms.
El arco de meridiano de un grado vale . . . . . 100.013'66 »
Luego la diferencia en favor de la tang. A C es de . . 2'04 ms.

Para el arco de uno y medio grados centesimales

Log. O B = Log. 6.367,067'35 . . . . . = 6'8039394
Log. tang. A' O B' = Log. tang. o'75 grados . . = 8'0712012
Log. A' B'. . . . . = 4'8751406 = Log. 75.013'71. ms.

De aquí resulta:

2 A' B' = A' C' . . . . . = 150,027'42 ms.
El arco de meridiano de 1'5o grados vale. . . . . = 150,020'49 »
La diferencia en favor de la tangente A' C' es de. . . 6'93 ms.

Para el arco de dos grados centesimales

Log. O B = Log. 6.367,067'35 . . . . . = 6'8039394
Log. tang. A" O B" = Log. tang. de 1 grado . . = 8'1961556
Log. A" B". . . . . = 5'0000950 = Log. 100'021'88 ms.

De donde resulta:

2 A" B" = A" C" . . . . . = 200.043'76 ms.
El arco de meridiano de 2 grados vale. . . . . = 200.027'32 »
La diferencia en favor de la tang. A" C" es de. . . . 16'44 ms.

La *primera diferencia* de 2'04 metros entre el arco y la tangente, representa un error de 1 metro por cada 50.000.

La *segunda* de 6'93 metros representa un error de 46 centímetros por cada 10.000 metros ó sea menos de 1 por 20.000.

La *tercera* de 16'44 metros corresponde á otro de 82 centímetros por cada 10.000 metros ó sea menos de 1 por 12.000.

Y como estos errores no alcanzan al límite mínimo de los admitidos en las mejores opera-

ciones topográficas y en la casi totalidad de los usos de la vida, es consiguiente que, *en tal cepto*, el CAMPO TOPOGRÁFICO podría extenderse á mas de dos grados centesimales del merid de la Tierra ó sea á mas de 200 kilómetros (1).

Veamos ahora si la diferencia entre el área de los casquetes esféricos de uno, de uno y dio y dos grados de la superficie terrestre, *que es la que se pretende medir*, la de los círculos zados con los diámetros de la longitud desarrollada de los arcos respectivos, *que es la que s termina con la construcción del plano*, y la correspondiente á los círculos trazados con diám de la longitud del duplo de la tangente de la mitad de los arcos respectivos, *que es la qu rresponde á la verdadera proyección plana*, presenta obstáculos á la admisión, como *camp pográfico*, del terreno correspondiente á los indicados casquetes esféricos terrestres.

Llamando 2 α al ángulo en el centro correspondiente al arco que se considera en cada R al radio de la Tierra, D B (Figura 73) al arco mitad, cuya longitud es el radio del círcu que se desarrolla el plano correspondiente, y A B la tangente, radio á su vez del círcu que debería proyectarse, se tienen las fórmulas siguientes:

$$\text{Area del casquete esférico} = 4\,\pi\,R^2\,\text{Sen.}^2\,\frac{\alpha}{2}$$

Area del círculo trazado con la longitud del arco $= \pi$ D B^2.
» » » » con la tangente. . . . $= \pi$ A B^2.

Sustituyendo en estas fórmulas sucesivamente los valores correspondientes á los ar tangentes antes calculados, se tiene para cada caso los resultados siguientes:

---

(1) Estos razonamientos, que, solo al objeto de dar ideas claras y concretas de la grande extensión del c topográfico, ya consignamos en nuestra Revista «La Topografía Moderna y el Catastro» (vol. I, página 52 guientes) los ha desarrollado amplia y elegantemente el Teniente Coronel é inteligentísimo Topógrafo D. Jo Elola en sus «Estudios topográficos de Análisis planimétrico» (vol. I, páginas 30 á 38) tomando por tipo de d cia medible la de un arco de 5′ ó sean 9.260'52 metros, que él reconoce exagerada, llegando á deducir (págir el siguiente estado de los errores lineales consiguientes á la esfericidad de la Tierra, de cuyos interesantes da desprende que con tolerancia de $^1/_{19000}$ se puede extender el campo topográfico á mas de 222 kilómetros y p misma tolerancia mas extenso resultaría aún si se tomara como tipo de distancia la correspondiente á 3 milíg ó 300'04 metros, que es el límite ordinario señalado para las medidas indirectamente.

AMPLITUD TOTAL		x.	$x\ tg.\ 5'$.	$sen.\ (x \times 5')$	$x\,tg.\ 5' - sen.\ (x \times 5')$	$\frac{1}{n}$
Minutos	Kilómetros					
20′ =	37	2	0,00290888	0,00290887	0,00000001	1/290.000
40′ =	74	4	0,00581776	0,00581776	0,00000003	1/154.000
1° =	111	6	0,00872665	0,00872654	0,00000011	1/79.000
1°,20′ =	148	8	0,0116355	0,0116353	0,0000002	1/58.000
1°,40′ =	185	10	0,0145444	0,0145439	0,0000005	1/29.000
2° =	222	12	0,0174533	0,0174524	0,0000009	1/19.000
2°,20′ =	257	14	0,0203621	0,0203607	0,0000014	1/14.500
2°,40′ =	296	16	0,023271	0,01023269	0,000002	1/11.500
3° =	333	18	0,026179	0,026176	0,000003	1/8.600

Para el arco de un grado centesimal

Area del casquete esférico

Log. 4 . . . . . = 0'6020600
Log. π = Log. 3'14159265. . . . . = 0'4971499
2 Log. R = 2 Log. 6.367.067'35. . . . . = 13'6078788
} 14'7070887

2 Log. Sen. $\frac{\alpha}{2}$ = 2 Log. Sen. 0'25^c . . . . . = 15'1881176

Log. 785.608'73 hectáreas . . . . . = 9'8952063 (1)

Area del círculo trazado con la longitud del arco D B.

Log. π = Log. 3'14159265. . . . . = 0'4971499
2 Log. D B = 2 Log. 50.006'83 . . . . . = 9'3980586

Log. 785.612'72 hectáreas . . . . . = 9'8952085 (1)

Area del círculo trazado con la tangente A B.

Log. π Log. 3'14159265 . . . . . = 0'4971499
2 Log. A B = 2 Log. 50,007'85 . . . . . = 9'3980764

Log. 785.644'91 hectáreas . . . . . = 9'8952263 (1)

Comparando estos resultados se tiene:

Area del casquete, que es la verdadera . . . . . = 785.608'73 hect.
Area del círculo en que se desarrolla el plano. . . = 785.612'72 »

Diferencia en mas para el 2.°. . . . . 3'99 »

Esta diferencia representa un error por exceso de 0'508 hectáreas por cada 100.000, que es completamente despreciable.

Area del casquete esférico, que es la verdadera . . 785.608'73 hect.
Area del círculo, en que se *debería* proyectar . . . 785.644'91 »

Diferencia en mas para el 2.°. . . . . 36'18 »

que representa un error de 0'46 por cada 10.000 hectáreas entre la superficie del casquete y la del plano, *en que debería proyectarse*, si las distancias no se midieran horizontalmente sino en el plano tangente, *que no es lo mismo*, aunque esté muy extendida esta creencia equivocada.

De las diferencias precedentes resulta para la que existe entre el área, en que se desarrolla el plano y la en que debería proyectarse 32'18 hectáreas, cuyo error corresponde á 0'46 por cada 10.000 hectáreas, que, como los precedentes, es completamente despreciable, siéndolo, sin embargo, mucho mas el primero, que es el que mas nos importa, pues es el que corresponde á la superficie que se obtiene en lugar de la verdadera.

De todos modos esto nos indica que, en el concepto de la superficie, no hay inconveniente ninguno en extender el *campo topográfico* á 800.000 hectáreas en números redondos.

---

(1) Para convertir los metros cuadrados resultantes en hectáreas, se disminuyen 4 unidades á la característica, que, como es sabido, equivale á dividir el resultado por 10.000 metros cuadrados que la hectárea tiene; además se suprimen 20 unidades á la característica por el valor negativo de los radios de las Tablas.

Para el arco de 1'50 grados centesimales

Area del casquete esférico.

Log. 4 + Log. π + 2 Log. R. . . . . = 14'7070887

2 Log. Sen. $\frac{\alpha}{2}$ = 2 Log. Sen. 0'375 grados. . . . . = 15'5402201

Log. 1.767.293'90 hectáreas. . . . . = 10'2473088

Area del círculo trazado con la longitud del arco D' B'.

Log. π = Log. 3'14159265. . . . . = 0'4971499
2 Log. D' B' = 2 Log. 75.010'25. . . . . = 9'7502412

Log. 1.767.628'86 hectáreas. . . . . = 10'2473911

Area del círculo trazado con la tangente A' B'.

Log. π . . . . . = 0'4971499
2 Log. A' B' = 2 Log. 75.013'17. . . . . = 9'7502812

Log. 1.767.791'84 hectáreas . . . . . = 10'2474311

Comparando estos resultados se tiene:

Area del casquete de 1'50 grados, *que es la verdadera* . . = 1.767.293'90 hect.
Area del círculo en que se desarrolla el plano. . . . . = 1.767.628'86 »

Diferencia en mas para el 2.° . . . . . 334'86 »

que representa un error por exceso de 1'89 por cada 10.000 hectáreas.

Area del casquete referido . . . . . 1.767.293'90 hect.
Area del círculo de la tangente A' B'. . . . . 1.767.791'84 »

Diferencia en mas para el 2.° . . . . . 497'94 »

que representa la de 2'82 en cada 10.000 hectáreas entre la superficie del casquete esférico, *es la verdadera*, y la plana, *en que debería proyectarse*, que no es en la que se proyecta realmente, por medirse las distancias horizontalmente y no en el plano tangente general.

Comparando las áreas de los círculos trazados con la longitud del arco y de la tangente la diferencia es naturalmente menor, pero tiene poca importancia para nuestro objeto, pues que mas para él interesa es la primera diferencia.

De todos modos resulta que aún extendiendo el *campo topográfico* á 1.800,000 hectáreno se comete error sensible que rechazar puedan la casi totalidad de las aplicaciones de la Topografía á los usos de la vida, y como nunca á tal extensión se extienden en la práctica, cremos innecesario molestar mas la atención de nuestros lectores con estos cálculos; pues demostrada queda la grandísima extensión en que la Topografía con sus sencillos procedimientos puede desarrollarse sin inconveniente y sin motivar en tal concepto errores dignos de tener en cuenta (1).

Como los cálculos y consideraciones precedentes solo tienen por objeto dar ideas claras concretas sobre la *vasta extensión del campo topográfico* y por ende sobre la importancia grande de la Topografía, hemos utilizado el radio medio de la Tierra haciendo caso omiso de la *altit*

(1) Por igual procedimiento, pero naturalmente utilizando los datos lineales que antes ha deducido, el señor Elola en su libro citado (páginas 40 y 41) llega á los siguientes resultados.

En la superficie de 969.866 hectáreas se comete el error de 27 ó $^1/_{35931}$
En la » 3.879.572 » » » 102 ó $^1/_{38000}$
En la » 8.728.530 » » » 510 ó $^1/_{17000}$

Que comprueban nuestras afirmaciones.

media del lugar de aplicación, que debería tenerse en cuenta para calcular los errores, que, en los conceptos indicados, se cometen desarrollando sobre un plano la superficie de una parte de la Tierra, y tampoco era oportuno que al efecto tuviéramos en cuenta que esta no es propiamente esférica, aunque ya hemos justificado esta omisión.

Siquiera nunca se haya utilizado en la práctica para las aplicaciones topográficas de todo su campo de operaciones, conviene hacer constar que *este no alcanza á menos de dos millones de hectáreas*, cantidad que sin duda sorprenderá á muchos que no se habían tomado la molestia de fijar su atención sobre este particular importantísimo.

Para que se comprenda también que no ofrecerá tampoco inconveniente alguno la representación topográfica de las zonas mas largas de 200 kilómetros, que se utilizan en el estudio de los trazados de vías de comunicación y otros análogos, nos bastará considerar que si se representa la esfera terrestre por otra de *un metro de radio*, aún suponiendo que la zona de estudio alcance 1.500 metros de ancho, que rara vez llega á tener, en dicha esfera estaría representada por una cinta de *0'235 de milímetro*, esto es, por una delgadísima línea, que coincidiría perfectamente con la superficie de la esfera y sería desarrollable sin error sensible.

Pero si todo esto así sucede, *no ocurre lo mismo relativamente á la orientación* y consiguientemente al paralelismo de los ejes coordenados con los meridianos terrestres por ser éstos concurrentes en los polos, y muy especialmente esto ocurre cuando la dirección del eje de la zona se separa de la que corresponde al meridiano del punto de origen; de suerte que si se deseara tener la orientación verdadera en cada punto y poner en consonancia las coordenadas calculadas sobre los ejes rectilíneos ortogonales, que sirven de origen y base en los cálculos topográficos, con las geográficas, habría que variar aquellos, lo cual es mùy sencillo, como verémos mas adelante; pero esto de todos modos no empece á la exactitud del plano, ni siquiera á la determinación exacta de la situación geográfica de sus puntos.

49 — ¿Por qué para determinar las alturas de los puntos del terreno se han de comparar á una superficie de nivel y no al plano de proyección?

Si el plano tangente á la Tierra, representado en la figura 73 por la recta A C, sirve para la proyección de los accidentes del terreno, como se ha demostrado en el número anterior, no sucede lo mismo para la determinación de las alturas relativas de sus puntos y líneas característicos, porque los puntos A y C no son de nivel con el B, ya que los que reunen esta condición son los D y E y todos los demás de la superficie de la esfera, y por esta razón se llaman de *nivel aparente* los puntos del plano tangente y de *nivel verdadero* los del casquete esférico sobre aquel proyectados; pero como pudiera creerse que por la considerable magnitud del radio de la Tierra la diferencia entre las dos clases de niveles puede también ser despreciable en el campo topográfico para la proyección horizontal admitido, vamos á determinar el valor de C E = A D, diferencia de nivel de los puntos de la circunferencia, en que se proyecta el límite del casquete esférico, con el B, punto común á éste y al plano de proyección en el caso de que el arco D B E sea solamente de *un grado centesimal*.

De la misma figura 73 resulta, según un conocido teorema de la Geometría elemental, que:

$$B C^2 = C F \times C E = (2 R + C E)\ C E = 2 R \times C E + C E^2$$

que es una ecuación completa de segundo grado, y de ella se deduce que:

$$C E = -R \pm \sqrt{R^2 + B C^2}$$

Sustituyendo el valor del radio medio de la Tierra, R = 6.367.067'31 metros, y por B C 50.007'85 metros antes hallado para la tangente del arco de 0'50 grados, resulta

$$C E = 196'38 \text{ metros.}$$

Esta diferencia de nivel en 50 kilómetros es demasiado considerable para que pueda admitirse como *superficie de comparación para las alturas relativas* el plano tangente, y de aquí procede que

en Topografía se utilice para la proyección horizontal un plano y para la comparación de las alturas una superficie esférica, lo que en nada complica sus procedimientos, ya que las distancias y los desniveles se miden en pequeñas porciones horizontales que se confunden con aquella superficie.

Casi siempre, hablando de las alturas relativas de los puntos característicos del terreno, se las supone obtenidas sobre *un plano general horizontal de comparación,* y esta locución impropia hace formar un idea falsa de lo mismo que se practica; pues las alturas se calculan sobre ó debajo de una superficie de nivel y por consiguiente esférica y no sobre un plano, de suerte que no debe emplearse aquella locución, y á lo mas es admisible relativamente á pequeñas superficies, porque entonces se confunden la esférica con el plano tangente.

Si siempre que se deseara conocer la diferencia entre el nivel aparente y el verdadero se hubiera de resolver la indicada ecuación de 2.° grado, se haría esto sumamente molesto y para evitarlo se admite una fórmula mas sencilla y suficientemente aproximada.

Como en la ecuación $C E = \frac{B C^2}{2 R + C E}$, que se deduce de la 1.ª anterior, por ser el valor de C E muy pequeño relativamente á 2 R se le puede suprimir en el denominador sin alterar sensiblemente el valor del 2.° miembro, se admite y utiliza la fórmula

$$C E = \frac{B C^2}{2 R} = \frac{1}{2 R} \times B C^2 = 0'000\ 000\ 078\ 5 \times B C^2$$

con la cual se simplifican los cálculos extraordinariamente.

La diferencia entre este valor de C E y el de la 1.ª fórmula está representada por

$$\frac{B C^2}{2 R} - \frac{B C^2}{C F} = \frac{B C^2 (C F - 2 R)}{2 R \times C F} = \frac{B C^2}{C F} \times \frac{C E}{2 R} = C E \times \frac{C E}{2 R}$$

Pero, aún suponiendo que la distancia entre los dos puntos considerados sea de 50 kilómetros, lo que nunca ocurre y muchísimo menos puede suceder en los trabajos topográficos, el valor de C E es menor que 200 metros, como hemos visto, y el de 2 R es mayor de 12.000.000 metros, luego el factor $\frac{C E}{2 R}$ será menor de 1/60.000; por consiguiente la diferencia en este caso indudablemente exagerado, no llegaría á 3 mm. y como disminuiría con la distancia, se comprende que es despreciable y puede sin inconveniente alguno admitirse la fórmula simplificada.

50 — Ideas generales sobre la diferencia entre el nivel aparente y el verdadero y la influencia de la refracción de la luz en el aire.

Para que se tenga noción bastante sobre la importancia que en las nivelaciones ordinarias puede tener la causa de error, de que en el número precedente nos hemos ocupado, creemos oportuno consignar á continuación *las diferencias del nivel aparente sobre el verdadero* distintas distancias, calculadas mediante la fórmula allí determinada, las que, en todo caso, *deben restar* de las diferencias de nivel.

A	100	metros	de distancia	corresponde	0'78 mm.
	150	»	»	»	1'75 »
	200	»	»	»	3'14 »
	250	»	»	»	4'87 »
	300	»	»	»	7'06 »
	350	»	»	»	9'55 »
	400	»	»	»	12'48 »
	450	»	»	»	15'79 »
	500	»	»	»	19'50 »
	1000	»	»	»	78'50 »
	2000	»	»	»	314'00 »

Estas diferencias están calculadas en el supuesto de que las visuales sean rectas; pero esto no sucede, porque, como ya digimos en el número 17, *la refracción de la luz en el aire* hace que sean curvas generalmente con su concavidad hacia la Tierra, como se indica en la figura 73, de manera que los objetos visados aparecen mas altos de lo que realmente están y por consiguiente esto produce un error en sentido contrario del precedente; es decir, que no siendo A el verdadero punto visado sino A', el error que se comete en los dos conceptos expresados es D A — A' A = D A', indicando esto que el de refracción es negativo en la entidad del error ó positivo en la altura que se busca.

No siendo homogénea toda la masa del aire de la atmósfera en todos los momentos, *no puede ser constante el error de refracción; varía en efecto con la inclinación de la visual, con la presión, la temperatura, el estado higrométrico* y *la distancia;* en las observaciones astronómico-geodésicas se tienen en cuenta, en lo posible, estas influencias mediante fórmulas y Tablas calculadas; pero todo esto es innecesario en la casi totalidad de los trabajos topográficos y muy especialmente en los taquimétricos á causa de la pequeñez de las distancias entre los puntos de observación y los observados; por otra parte casi se anulan estos dos errores haciendo la observación de cada dos puntos desde otro de ellos equidistante ó aceptando el término medio de los resultados obtenidos con la observación recíproca y cuando no fuera nada de esto posible, ni se conociera el error de refracción media del lugar determinado por los trabajos geodésicos ú otros especiales hechos al efecto (1), se acepta como coeficiente aproximado para este último error, en las condiciones medias de nuestros climas, o'16 del correspondiente al del nivel aparente sobre el verdadero reuniendo las dos correcciones en la fórmula siguiente:

$$e = 0'000\ 000\ 066 \times D^2$$

en la que D es la distancia horizontal, que separa los dos puntos y e el error total que se ha de restar á la altura calculada directamente.

Aplicando esta fórmula á las distancias más frecuentes resulta que en los dos conceptos de nivel aparente y refracción del aire, se comete el error á la distancia de

100	metros	de o'66	mm.
150	»	1'48	»
200	»	2'64	»
250	»	4'12	»
300	»	5'94	»
350	»	8'08	»
400	»	10'56	»
450	»	13'36	»
500	»	16'50	mm.

Esto basta para dar idea cierta de su importancia y como tal corrección es á lo sumo necesaria en las triangulaciones y en las nivelaciones de precisión, para cuando de ellas nos ocupemos aplazamos el dar á conocer los medios más eficaces para determinar y corregir estos errores siendo lo dicho mas que suficiente al objeto final de estos preliminares.

51 — Escala del plano. — Breve noticia de las que ahora se utilizan.

No siendo posible hacer la representación gráfica ó plano de los accidentes del terreno en su verdadera magnitud se utiliza para aquel la semejanza de las figuras, con lo que, conociendo la relación entre las líneas homólogas se consigue el objeto de expresar la forma, situación re-

(1) Haciendo simultáneamente la observación de los ángulos zenitales entre dos puntos, cuya distancia horizontal se conoce, es muy fácil determinar el error de refracción en aquel momento y repitiendo estos trabajos en distintos lugares y tiempos, se llega á conocer la refracción media para cada región; pero solo con la precisión que permite *la sensibilidad de los niveles* y *la apreciación verdadera del limbo vertical de los aparatos utilizados*, lo que no se tiene muchas veces bastantemente en cuenta.

lativa y dimensiones de aquéllos: esta relación es la *escala* del plano y en cada uno se consigna sencillamente con las fracciones de $^1/_{200}$, $^1/_{2500}$, $^1/_{5000}$, etc., en que expresando el numerador una dimensión lineal cualquiera del plano, el denominador lo hace del número de veces que de ella corresponden en el terreno á los mismos puntos.

Las complicadas escalas de *trasversales*, que exigían el uso del compás para la medición de las distancias sobre el plano motivando muchas molestias y errores, se han sustituído con notorias ventajas por las *escalas lineales finamente grabadas* en el canto de dobles ó triples decímetros, que no describimos por ser muy conocidas, y que evitan los inconvenientes que aquel procedimiento ofrecía.

En el comercio se encuentran de varias maderas y metales, de marfil, ebonita y de cautchouc, y asímismo planas con una ó dos escalas y prismático-triangulares con seis, y como las hay con todas las escalas comunmente usadas desde $^1/_{50}$ hasta $^1/_{10000}$, fácilmente puede cada uno adquirir las que más le convengan.

Entre las planas son preferibles las de marfil, ebonita y cautchouc; y de las prismáticas las hay de boj y de peral de excelentes condiciones á precios módicos.

La que tenemos á la vista cuesta 6'50 pesetas (1) y reune las condiciones siguientes:

De boj, muy bien alisada, de 32 centímetros de largo y de 21 el lado del triángulo de la base; las caras acanaladas con semicilindros huecos de 8 milímetros de diámetro, cerca de cuyas aristas están perfectamente grabados los números y de ellos solo se pueden leer los de la escala que se utiliza.

La graduación de las escalas, muy fina y muy clara, termina en las aristas del prisma, á cada una de las que concurren dos; por su forma y dimensiones de la cara del mismo, se conservan las escalas perfectamente rectas y se adaptan bien á la superficie del plano; para evitar deterioros en las graduaciones y numeraciones se guardan en un estuche de cartulina forrado de papel chagrin.

Las escalas contenidas en ella son: una de

$^1/_{100}$	con la división mínima de	1	mm.	que representa	0'1	m.
$^1/_{2500}$	»	»	0'4	»	»	1'0 »
$^1/_{200}$	»	»	0'5	»	»	0'1 »
$^1/_{100}$	»	»	0'5	»	»	0'05 »
$^1/_{400}$	»	»	0'5	»	»	0'2 »
$^1/_{5000}$	»	»	0'4	»	»	2'0 »

Hay escalas con distintas combinaciones y además con las expresadas se tienen fácilmente las de $^1/_{25}$, $^1/_{40}$, $^1/_{50}$, $^1/_{250}$, $^1/_{500}$, $^1/_{1000}$, $^1/_{2000}$, etc., etc., resultando sumamente cómodos estos sencillos utensilios; pues exigiendo cada clase de servicios determinadas escalas para los diferentes planos en cada uno utilizados, se pueden tener reunidas todas las necesarias en cada clase de servicio en un solo prisma.

52 — Planos completos ó topográficos, geométricos, simplemente perimetrales y pozonas.

Se llama *plano completo* ó *topográfico* al que dá á conocer exactamente la situación relativa y dimensiones de todos los accidentes del terreno mediante la proyección horizontal y las alturas de sus puntos característicos; si esto se hace con la expresión metódica de las tres coordenadas ortogonales de cada uno relativamente á un origen común y á una superficie de nivel, se

(1) En casa de Recarte Hijo, Carrera de San Jerónimo, 15 y Echegaray, 8, Madrid, se encuentran, entre otras muchas clases las siguientes:

De 32 centímetros de peral, con escalas de $^1/_{5000}$, $^1/_{2500}$, $^1/_{250}$, $^1/_{1000}$, $^1/_{2000}$ y $^1/_{400}$ á 4'50 pesetas.

De 32 centímetros, imitación de boj, con escalas de $^1/_{100}$, $^1/_{500}$, $^1/_{250}$, $^1/_{400}$ y $^1/_{200}$ á 3'50 pesetas.

De 42 centímetros de peral, con escalas de $^1/_{200}$, $^1/_{400}$, $^1/_{1000}$, $^1/_{250}$, $^1/_{500}$ y $^1/_{2500}$ á 8'50 pesetas.

llama *plano numérico* y *gráfico* cuando tales condiciones se determinan mediante el dibujo geométrico de la primera y de los perímetros de las secciones que en el terreno producirían planos horizontales equidistantes, que se llaman curvas de nivel, ó bien el relieve simplemente mediante la consignación de las cotas de altura escritas en los puntos característicos, en cuyo caso se le llama *plano acotado* para distinguirle del otro que se denomina *plano por curvas de nivel.*

Plano geométrico es el que se reduce á expresar las condiciones de la proyección horizontal determinada por procedimientos simplemente geométricos.

Plano perimetral es el que se limita á determinar el perímetro del terreno y por zonas, cuando expresa la proyección horizontal ó esta y el relieve de todos los accidentes de la limítrofe del terreno, que se quiere representar, comprendiendo parte de él y parte de los confinantes, á fin de dar á conocer sencillamente sus límites y confines de una manera precisa y clara.

Por no tener en cuenta muchos las diferentes condiciones de estas clases de planos no comprenden las ventajas de los modernos procedimientos sobre los antiguos, ni la diferencia entre el graficismo basado exclusivamente en los procedimientos simplemente geométricos, especialmente cuando son resultado de la combinación de ángulos y distancias, del que se consigue mediante las coordenadas ortogonales, que sirve de complemento y auxiliar del plano numérico, ni dan toda la importancia que en éstos tienen las comprobaciones numéricas á que se prestan y sujetan siempre, contentándose con las falaces del graficismo; y son de tanta importancia y trascendencia las indicadas diferencias, que merecen fijar sobre ellas toda la atención, á cuyo efecto harémos oportunamente las indicaciones convenientes.

53 — ¿Qué se entiende por trabajos de campo ó levantamiento del plano y qué por trabajos de gabinete?

De las indicaciones precedentes se deduce que en las prácticas topográficas se han de considerar dos clases de operaciones: unas que tienen por objeto *medir los datos ó argumentos* que constituyen los TRABAJOS DE CAMPO Ó LEVANTAMIENTO DEL PLANO, y otras que deducen de aquéllos los elementos necesarios comprobándolos y realizan la representación gráfica y numérica buscadas; operaciones que se comprenden con la denominación de TRABAJOS DE GABINETE Ó comprobación y corrección de datos y CONSTRUCCIÓN Y DIBUJADO DEL PLANO.

Como de él se deducen fácilmente la superficie de sus partes y los perfiles ó secciones verticales entre puntos determinados, pueden estas operaciones comprenderse, y así se hace muchas veces, en los trabajos de gabinete referidos; la primera en los planos de fincas de todo género, y los segundos en los de estudios de trazado de vías de comunicación, canales y otros semejantes, pues con el resultado de tales operaciones se ilustra convenientemente el plano.

54 — En la Topografía moderna es innecesaria la división en Planimetría y Nivelación.

Por los procedimientos de la antigua Topografía se determinan generalmente con separación la proyección horizontal y el relieve del terreno y de aquí vino que se la dividiera en dos partes principales, PLANIMETRÍA y NIVELACIÓN Ó ALTIMETRÍA, en cada una de las cuales se ocupa separadamente de los *trabajos de campo y de los de gabinete;* esta división era tanto mas necesaria cuanto que los procedimientos, utensilios y aparatos en cada una de aquellas operaciones utilizadas eran generalmente diferentes; con los modernos es completamente innecesaria, porque los dos objetos se cumplen á la vez; pero como para satisfacer el complejo objeto de la *Topografía moderna* hemos de darlos á conocer todos, sin establecer aquella innecesaria clasificación, nos ocuparémos de unos y otros con la conveniente separación y explicarémos los *niveles* ahora utilizados y la manera de realizar las *nivelaciones de precisión*, sin olvidar los *perfeccionados clisímetros* y sus posibles aplicaciones en trabajos especiales.

55 — Es siempre necesario medir los datos y argumentos en los planos verticales proyectantes y en los horizontales de proyección, de cuyas condiciones se infieren las de las operaciones elementales y las esenciales de los aparatos, que se han de utilizar.

Sean cualesquiera los procedimientos que se utilicen, siempre será necesario, para resolver el problema topográfico, determinar la dirección y magnitud de las rectas que unen entre sí las proyecciones horizontales de los puntos característicos del terreno, así como su altura sobre una misma superficie de nivel, ya determinando la distancia vertical entre las que pasen por los puntos que se consideren, ya deduciéndola de la horizontal que separa sus proyecciones y de los ángulos verticales que las rectas que los unen dos á dos formen con aquellas superficies ó con los planos tangentes á las mismas en los puntos de observación ó con las verticales de los mismos, y por consiguiente resultará siempre necesario medir los datos ó argumentos de cálculo en los planos verticales proyectantes y en los horizontales de proyección; de lo que se deduce lógica y sencillamente á que pueden reducirse las operaciones elementales necesarias y las condiciones esenciales de los instrumentos que se han de utilizar.

En efecto en cuanto á lo primero, *á las operaciones elementales necesarias*, sin dificultad se comprende que se reducirán á dos; *una* la medición de los ángulos horizontales que fijan la situación de los planos proyectantes y los de inclinación en ellos de aquellas líneas sobre ó debajo del horizontal de proyección y *otra* la magnitud de tales líneas (distancia inclinada) ó la de su proyección y la de las verticales proyectantes (1) de sus extremos, con cuyos elementos se consigue la proyección horizontal y la altura relativa de todos los puntos y líneas características del terreno ó sea su completa representación ó su plano topográfico.

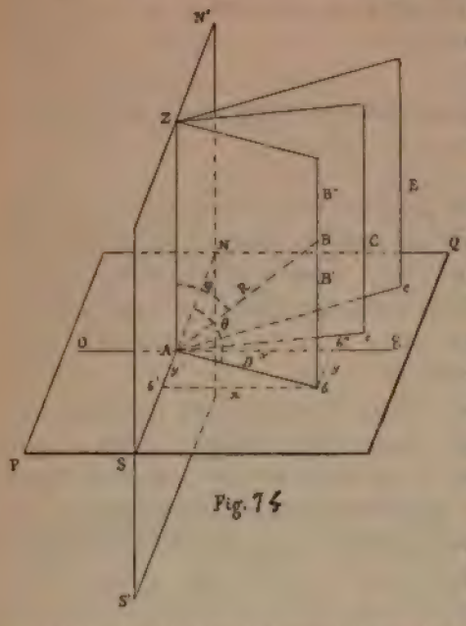


Fig. 74

Los *ángulos* que se han de medir son por consiguiente de dos clases: horizontales (azimutes (?)) y verticales (de ascensión, depresión ó zenitales) y las *distancias* también horizontales y verticales ó las inclinadas, de las que las otras se deducen mediante la 2.ª clase de ángulos.

Para comprender sencillamente todo esto, basta suponer en un punto cualquiera A (figura 74) de la superficie de la Tierra un plano horizontal P Q, que será el de proyección, y otro vertical N' S', que pase por el Norte (2) y será el meridiano de aquel punto; su intersección con el plano horizontal nos

(1) Aunque las alturas se deben contar, no sobre el plano especial de proyección, sino sobre la superficie de nivel de comparación, puede admitirse aquel supuesto *en cada estación* sin error sensible, porque las distancias son casi siempre menores de 300 metros, á que corresponde una diferencia de 6 mm., que, cuando no se anule por las combinaciones del procedimiento, es despreciable, ya que á mayor error puede conducir la sensibilidad de los niveles utilizables y utilizados en los aparatos topográficos y en todo caso puede hacerse la corrección de la diferencia del nivel aparente y de refracción mediante la fórmula consignada en el número 50.

Tampoco es cierto que las verticales proyectantes sean paralelas, como en los cálculos se supone, sino que á la distancia de 300 metros les corresponde una inclinación de 3 miligrados; pero como este error no tiene importancia alguna en los resultados, ni por otra parte es posible apreciarle con la sensibilidad de los niveles indicados, tampoco hay para que dudar de los resultados porque no se cumpla matemáticamente la supuesta condición de perfecto paralelismo; sin embargo el buen Topógrafo debe conocer estos pequeños errores para corregirlos, cuando convenga y sea posible, ó para no hacerse ilusiones perniciosas en otros casos.

(2) Aunque no sea indispensable la comparación con el meridiano hacemos este supuesto por ser el mas conveniente y muy generalizado.

señalará la *meridiana* N S sirviéndonos esta línea de lado común para determinar los ángulos horizontales, que con aquél ó entre sí forman los demás planos proyectantes y las líneas en ellos comprendidas, que pasen por el punto A y por cualquiera otro del terreno.

En efecto; para determinar el plano vertical proyectante de otro punto B nos bastará conocer el ángulo horizontal (azimut) N A *b*, y para determinar la dirección de B el ángulo B A *b* ó su complementario B A Z y el punto B quedará completamente determinado de posición si además conocemos la distancia A B (radio vector) ó mejor las A *b* y *b* B, pues que no sería fácil representar en el plano las líneas inclinadas determinantes de todos los puntos característicos, mientras que sí lo será mediante la línea A *b* y la magnitud numérica ó cota *b* B y sus homólogas para los demás puntos.

Fácilmente se deduce de estas breves consideraciones que podemos prescindir de los planos proyectantes concretándonos á consignar en el de proyección sus trazas, ó mejor dicho los puntos que las determinan y las cotas ó alturas á que sobre ó debajo de él se encuentran los diferentes puntos para dejarlos perfectamente determinados y también se deduce de ellas que si de las cotas se prescinde la situación de los puntos del terreno queda indeterminada, porque cada uno de los que en el plano se hacen constar es proyección de todos los de la misma vertical, cuya situación relativa á los demás es muy diferente, como se indica con los puntos B′ y B″, y por esta razón no tienen, ni pueden tener, el mismo valor los planos incompletos, llamados *simplemente geométricos*, que los *planos acotados* ó completos como ya hemos dicho en el número 52, de los que sencillamente se deducen las curvas de nivel, que ponen mas fácilmente en evidencia el relieve del terreno.

Resulta, pues, que para determinar la situación de un punto B relativamente á otro A, basta conocer el ángulo N A *b* (azimut), á que se acostumbra designar con la letra griega θ, el B A *b* ó mejor aún el B A Z, que A B forma con la vertical de A, que se llama *cenital* y se designa con la letra φ y la distancia A B (radio vector); á cuyos tres elementos se llaman *coordenadas polares*, si bien se sustituye la distancia A B por su proyección A *b* y la altura *b* B incluyendo algunos la A *b* en aquellas, aunque impropiamente.

Del mismo modo podría determinarse la situación de otros puntos C, E..., pero se comprende fácilmente que si con tales datos quisiéramos determinar la situación relativa de C para con B ó con E no podríamos conseguirlo analíticamente sin grandes y enojosos cálculos; y como deduciendo de las *coordenadas polares* y las *mixtas* las *ortogonales*, se reducen aquellos á sencillas sumas, no solo para puntos determinados desde la misma estación, sino para los que lo hayan sido de estaciones muy distintas, pero relacionadas entre sí, resultan grandísimas ventajas de esta transformación sencillísima, de que nos ocuparémos oportunamente.

Relativamente á las *condiciones esenciales de los instrumentos* también se comprende que han de ser tales que nos permitan obtener fácilmente el plano horizontal y los verticales proyectantes y en ellos la magnitud de los ángulos y los argumentos necesarios para determinar las distancias, cuando estas se midan indirectamente, como ahora se hace, precisando siempre las rectas de unión de los puntos característicos ú otros con ellos sencillamente relacionados, para conseguir con el menor trabajo y la precisión en cada caso necesaria la magnitud de los ángulos y la de las distancias, de cuyas condiciones esenciales dependen las de construcción de cada clase de aparatos, como verémos mas adelante.

56 — Puntos característicos ó de detalle y auxiliares; su señalamiento en el terreno y designación en los registros, cróquis y planos.

Muy repetidas veces hemos aludido á los *puntos característicos* de los accidentes del terreno y como nuestros lectores ya comprenderán á cuáles hacíamos referencia y no tendrán en ello gran dificultad los principiantes, pues teniendo por objeto conseguir la proyección horizontal y la vertical por alturas de los objetos y accidentes del terreno, es natural compararlos á los cuerpos geométricos mas ó menos regulares, en que tales puntos serían los vértices y las líneas

las aristas mas ó menos rectas, y ya saben como las curvas se determinan por puntos, no nos detendrémos á explicarlos mas extensamente.

Tampoco es necesario entrar en detalles para demostrar su importancia relativa, porque, mejor que nada lo dirá en cada caso el objeto que al levantar un plano se propone; pero si debemos consignar, que por no ser igual la importancia de todos los puntos considerados, deben determinarse con mas cuidado y precauciones los que mas caractericen el objeto del trabajo.

Otros hay que en tal concepto ninguna tienen, y sin embargo son los que mayores precauciones exigen en su determinación; éstos son los *auxiliares*, como los vértices de la triangulación, los de las bases de comprobación y operaciones, cuyo objeto es solo facilitar y asegurar el éxito de los trabajos mediante adecuadas combinaciones de comprobación y corrección de errores, y por esto exige cuidados especiales su elección por mas que sea nula su importancia en otros conceptos, ya que casi siempre ni puntos característicos pueden llamarse, porque no se encuentran en los vértices ni en las aristas de los poliedros irregulares que constituyen los accidentes del terreno.

Sin embargo, como en su situación se fundan las comprobaciones del trabajo y á ellos se refieren las del replanteo de las obras proyectadas, son los que se fijan en el terreno de una manera mas segura y permanente.

Los *vértices de las triangulaciones*, cuando se encuentran sobre roca firme, pueden señalarse con una cruz tallada ó un agujero de 3 á 4 centímetros de diámetro y 15 á 20 de profundidad, en el que se pueda asegurar una banderola cuando convenga; si no hubiera roca firme podría sustituirse con un hito empotrado en tierra sobre un tubo de arcilla cocida colocado verticalmente á 50 ó 60 centímetros de profundidad, de modo que su eje se encuentre en la vertical del vértice, para evitar que se pierda la situación de este con la desaparición ó traslación fraudulenta del hito.

Los *vértices de las bases de comprobación* pueden fijarse como los precedentes, cuando se trata de planos de importancia, como estudios de trazados de vías de comunicación, canales, planos parcelarios, etc., etc., y en otros casos mediante fuertes estacas de 8 centímetros de escuadría y un metro de largo, que se clavarán fuertemente en tierra abriendo en la cara superior un taladro para colocar una banderola en las comprobaciones y replanteos de las obras proyectadas.

En ambos casos se deberá grabar á cincel ó pintar al óleo en una cara lateral el *número romano* con que se designa el punto, utilizando para los primeros *pintura azul* y *roja* para los segundos y referirlos á tres puntos fijos y á menos de 20 metros de distancia para hallar su situación en caso necesario, que suele ser muy frecuente.

Para señalar los *puntos comunes de estación* bastarán estacas de 4 centímetros de diámetro y 35 de largo, ó bien tablillas de 15 milímetros de espesor por el mismo largo y ancho, en cuya cara visible se pintará la *letra mayúscula*, con que en los registros se las designe, refiriéndolas también por la distancia á tres puntos próximos y fáciles de hallar.

Algunos autores opinan que no se deben señalar los *puntos vistos*, *llamados ordinariamente de detalle*, aunque indudablemente son los característicos; la experiencia, sin embargo, nos aconseja lo contrario, porque es preciso durante los trabajos de levantamiento y construcción del plano estar seguros de hallarlos con facilidad, y aún esto será conveniente muchas veces en las operaciones de replanteo de las obras proyectadas; á tales efectos y para no entorpecer los trabajos ni motivar innecesariamente gastos, creemos oportuno proponer que se señalen tales puntos con *lechada de cal*, con la que se indica bien su situación y la de los vértices anteriores señalando los de referencia; este procedimiento nos ha dado excelentes resultados en la práctica, no sólo porque facilita mucho la busca de los puntos, sino también porque permite corregir los defectos de la colocación de las miras, cuando no puede vigilarse de cerca á los peones poco celosos; además recorriendo con el cróquis los puntos visados se enriquece aquel fácilmente de datos muy interesantes con poquísimo trabajo, y en la marcha de las operaciones sin molestia ni pérdida de tiempo se pueden realizar comprobaciones importantes visando puntos anteriores desde estaciones muy diferentes.

un extremo para hincarlas en el suelo y abiertas en el otro para poner un papel que las haga más visibles ó bien en cilindros de madera de 1'20 á 1'50 metros de largo por 1'5 á 3 centímetros de diámetro pintados de blanco y rojo en porciones de 20 centímetros, con regatón de hierro en un extremo para clavarlos en tierra y en el otro nada ó una plancha de hojalata también pintada para hacerlos mas visibles; los primeros se utilizan en terrenos despejados y para pequeñas distancias y los segundos en los cubiertos de estorbos y para distancias hasta de 200 ó 300 metros.

Las *banderolas* consisten en cilindros de madera de 2 á 3 metros de largo y 3 centímetros de grueso, pintadas de blanco y rojo por fajas de 20 centímetros con regatón de hierro en un extremo para clavarlas en el terreno y un paño de lana blanco y rojo en el otro para que sean visibles á largas distancias y entre los árboles y arbustos.

Estos estorbos hacen algunas veces necesario el empleo de banderolas especiales de 5 y 6 metros de altura; pero, como es muy molesto su transporte, se las sustituye uniendo dos de á 3, á cuyo efecto terminan unas con rosca y otras con tuerca abierta en una pieza de metal atornillada en su extremo superior, lo que permite utilizarlas juntas ó separadas.

Fig.75

57 — Miras ordinarias de corredera y parlantes.

Las miras no tienen solo por objeto, como las banderolas y los jalones, materializar por mas ó menos tiempo (con ellas pocos minutos) la vertical del punto en que se colocan, sino que por estar graduadas permiten conocer directamente la altura, á que sobre el terreno se halla un punto cualquiera de ellas, pudiéndose así determinar la diferencia de nivel entre dos del terreno por la comparación de la altura á que de cada uno las encuentra un mismo plano horizontal y así mismo facilitan un argumento necesario para calcular la distancia entre dos puntos, permitiendo conocer la porción de la vertical comprendida entre dos visuales obligadas por condiciones especiales del reticulo del anteojo (1).

Fig.76

Estos especiales oficios de las miras y la necesidad que tendremos de hacer frecuentemente referencia á ellas antes de que podamos dar detallada noticia de las que ahora se utilizan en las nivelaciones y en el levantamiento de los planos por los procedimientos taquimétricos, nos inducen á dar una idea general de ellas en estos preliminares.

Se dividen en dos clases principales:

Una, en que, determinándose la altura de mira ó punto donde se encuentra la visual que se la dirige mediante una plancha de apropiadas condiciones, no puede leerla el observador por estar el asta de la mira dividida ó graduada con delgadas líneas y se ha de encargar de tal lectura el que la sostiene y se llaman *miras de corredera ó de plancha*, y

Otra, en que es esto innecesario, porque la graduación se hace mediante gruesas rayas ó masas de distintos colores, que permiten al observador leer directamente la altura de mira y se denominan *miras parlantes*.

De ambas clases se han utilizado y utilizan de muy distintas formas y condiciones; de algunas especiales nos ocuparémos oportunamente; pero por el momento bastará á nuestro objeto que indiquemos las condiciones de las mas comunes.

---

(1) Nos expresamos así ajustándonos al lenguaje ordinariamente utilizado; pero realmente no es la verdadera expresión del hecho; lo que sucede es que por medio del ocular vemos con que partes de la imagen de la mira, formada por el objetivo en el plano del retículo, coinciden los hilos de que este se compone.

Miras de corredera ó de plancha. — La mas sencilla de estas consiste, como se indica en la figura 75, en un cilindro de madera de fibra recta, de 2 ó 3 centímetros de diámetro y 2 metros de altura, terminado en su extremo inferior por un pequeño disco de hierro, que sirve para apoyarla en el suelo sin que se desgaste, cuyo cilindro está dividido en metros, decímetros y centímetros con las indicaciones oportunas, y en una plancha cuadrada, generalmente de 2 decímetros de lado, con los vértices redondeados, dividida por delante en cuatro partes (1), dos pintadas de rojo y dos de blanco para que se vea claramente á grandes distancias la *línea media ó de fé*, que forma el límite de los contrapuestos colores y por detrás está atornillada á un manguito de metal que la permite correr á lo largo del cilindro de madera sin bascular y sujetarla á la altura que convenga mediante un tornillo de presión.

Para que en cada caso pueda leerse con exactitud la altura á que se halla la *línea de fé de la mira*, que es con la que se hace coincidir el hilo horizontal del anteojo, en el manguito posterior se corresponde con ella el cero de un centímetro dividido en milímetros grabado en la entalladura del mismo y así en la graduación del asta ó cilindro de la mira se leen los metros, decímetros y centímetros y en la pequeña escala del manguito los milímetros de la altura, á que sobre el terreno se encuentra la *línea de fé* de la plancha, que es la observada.

Se comprende fácilmente que el cilindro de madera puede sustituirse con un prisma ó cuadradillo de 3 á 4 centímetros de escuadría, que con mayor sencillez y resistencia dá mas facilidad para la graduación y esto se hace muchas veces construyéndolos de 2'5 á 3 metros de largo.

Pero como todo esto ofrece dificultades en la conservación de su rectitud, en la lectura de las alturas y en los transportes, es mas común otra mira de plancha y cuadradillo, que permite casi duplicar á voluntad su longitud, como se indica en la figura 76.

Al efecto el cuadradillo ó asta prismática se compone de dos piezas de madera dura ensambladas en la forma que indica la sección recta representada en la figura 77, que las mantiene perfectamente unidas sin impedir por eso que la pieza a llevando en su extremo superior la plancha, la levante hasta que el inferior llegue cerca del superior de la pieza *b*, que permanece fija; de manera que por este medio casi se duplica á voluntad la altura de la misma evitando los inconvenientes indicados y permitiendo utilizarla en terrenos muy accidentados.

A tal efecto la parte móvil, a, lleva en su extremo inferior una abrazadera metálica con tornillo de presión, que permite sujetarla á la otra, *b*, quedando las dos coincidentes en toda su longitud, cuando la plancha no ha de alcanzar tanta altura como la 2.ª tiene y en este caso aflojando el tornillo de la plancha puede esta recorrer el cuerpo de la mira hasta tocar con la abrazadera inferior.

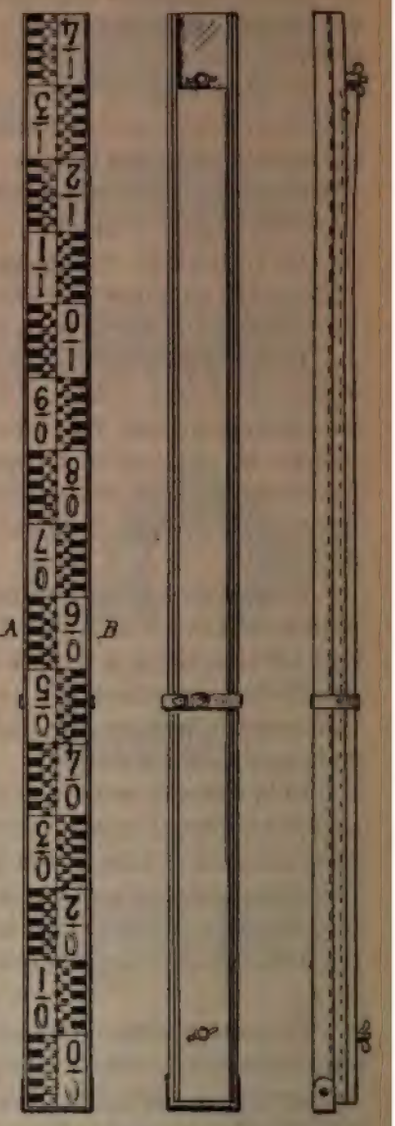
Por el contrario cuando la plancha ha de subir mas de lo que la permite la parte fija de la mira, se sujeta al extremo superior de la móvil con su tornillo y aflojando el de la abrazadera inferior se la hace subir con toda la parte móvil del cuadradillo sujetándola á la altura conveniente con el tornillo de presión de esta, como se indica en la figura 76.

En tal caso la altura se lee con el cero del centímetro dividido en milímetros, que lleva la abrazadera inferior en la graduación lateral, cuyo punto de partida es la altura de la línea de fé

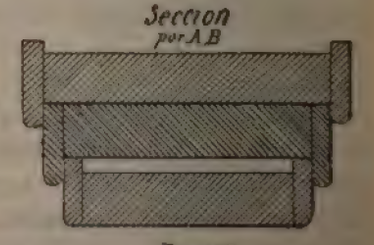
(1) Estas generalmente son cuadradas de un decímetro de lado, como indica la figura; pero otras veces se reducen á dos por la línea mediana horizontal pintándose media plancha de rojo y la otra media de blanco; otras veces sobre fondo blanco se pintan dos ángulos rojos en el sentido de las diagonales con fajas de 2 á 3 centímetros de manera que tengan el vértice común en el centro de la plancha; otras se pinta una corona circular dejando un círculo blanco de 3 á 4 centímetros y otras se utilizan otras figuras al objeto siempre de determinar bien el centro de la plancha y que con su línea mediana se vea la coincidencia del hilo axial horizontal del retículo; pero, no obstante los inconvenientes que en este concepto encuentran algunos, el medio utilizado en la figura es el mas generalizado.

Fig. 80

Fig. 81



Esc 1:10



Esc 1:2

Fig. 82

indicativos de los metros de rojo escarlata y de negro los de los decímetros, invertidos para que en el anteojo aparezcan en su posición natural.

Los medios decímetros se señalan con un rombo alargado en el sentido horizontal y los medios centímetros con una raya de 2 mm., como todo se detalla en la figura 79 en escala natural para que pueda servir de modelo. Los números, siguiendo á Bourdaloué, los escribimos en sentido perpendicular al eje de la mira, porque así se indica el sentido en que aumentan y se evitan muchas equivocaciones en la contada de los centímetros y milímetros.

Con esta mira se leen inmediatamente, sin exponerse á equivocaciones, los metros y decímetros, se cuentan los centímetros y se aprecian, si la distancia lo permite, los milímetros, mucho mejor que con todas las otras formas propuestas.

Para que la mira no se deteriore rozando con el suelo, se atornilla á su extremo inferior una planchuela de hierro; para que no lo hagan unas con otras en los transportes se ponen en sus costados dos tablillas de madera dura que rebasen de la tabla 5 mm. y finalmente para que los porta-miras no ensucien con las manos la graduación y se pueda conservar vertical aún en los días de viento fuerte, á la altura de 1'5 metros se atornillan dos mangos rectos, por los que la coge el porta-mira y en caso necesario en ellos apoya una sencilla horquilla, que le sirve de puntal para mantenerla vertical sin molestia mucho tiempo.

Estas miras se hacen también de 3 y 4 metros de altura, pero para que no se cimbréen con el viento algunos las refuerzan clavando en la cara posterior un listón de buena madera.

La graduación indicada se vé bien, con buenos anteojos, en las distancias menores de 150 metros; pero no en las mayores y para estas se pueden utilizar otras divididas en dobles metros, decímetros y centímetros, señalando el centro de estos con rectángulos de 4 mm. y para que se distingan también claramente los números conviene hacerlas mas anchas y estos de mayores dimensiones y en sentido perpendicular al eje de la mira.

Estas miras, cuando tienen la altura de 3 y 4 metros, son de muy difícil transporte y para evitar este inconveniente se hacen *de dos tablas* iguales unidas con visagras por sus extremos para doblarlas por su mitad y para que se mantengan una sobre otra bien derechas se sujetan con un largo pasador de hierro ó de madera ó bien se doblan en forma de navaja de afeitar, á cuyo efecto la unión no se hace por sus extremos.

Su graduación puede ser la misma que en las precedentes.

Para facilitar mas el transporte se hacen también de tres piezas, las dos inferiores formando caja de madera dura y la tercera una tablilla que se mete en la segunda y esta con aquella en la inferior presentando el todo, cuando está cerrado, la forma indicada en la figura 80 y cuando abierta la de la figura 81.

La unión de las piezas se hace mediante resortes y topes dispuestos de manera que teniendo la inferior 1'6 metros exactos, la 2.ª y 3.ª 1'4, á contar desde la última división de la precedente, el total de la mira alcanza á 4'40 metros de altura desde la base inferior de la contera ó plancha metálica con que termina, resultando muy cómoda para el trasporte.

Pero como el ancho de la caja inferior es solo de 75 milímetros, la 2.ª no puede tener mas de 50 y la 3.ª de 30 y con esta condición la graduación y los números en ellas han de ser tan pequeños que no pueden leerse á mas de 100 metros, lo cual es un grave inconveniente.

Estas miras, que se llaman inglesas, resultan además muy caras y de fácil deterioro.

Consideramos preferibles las de tres tablas con costeras que representamos en la figura 82, dispuestas de manera que la superior se repliega y encaja sobre la 2.ª y las dos juntas sobre la inferior sujetándose por medio de tornillos con tuerca de oregetas á las costeras; pero convendría que haciendo estas de metal se diera á la inferior la anchura de 10 á 12 centímetros, á fin de que las tres tuvieran la necesaria para que la graduación y sus números alcanzaran las dimensiones convenientes para que pudieran verse bien hasta desde 300 metros.

Estas miras, propias de la antigua casa de Rosell de esta ciudad, permiten además hacer

dos graduaciones; una al centímetro en una cara y de dos centímetros en la opuesta, lo cual es necesario para utilizar la misma mira en todas las distancias especialmente en la medición de estas por medio del anteojo; pero generalmente solo se hace la centimétrica (1).

58 — Alineaciones.

En el levantamiento de los planos por los procedimientos modernos no es necesario señalar mas puntos ni en otra forma que la indicada en el número 56, porque se determinan los necesarios desde cada estación y se relacionan todos entre sí con seguridad y precisión sin necesidad de señalar largas alineaciones ó sea la intersección con la superficie del terreno de extensos planos verticales; y si bien conviene marcar los vértices de la base de comprobación, en el sistema de poligonación con comprobaciones sucesivas, con banderolas, siendo puntos aislados no tienen el carácter de las alineaciones.

No sucede lo mismo en el replanteo de ciertas obras y en el levantamiento de los planos por los antiguos procedimientos, en que aquellas son frecuentemente necesarias para facilitar las mediciones directas y servir de base en los trabajos de detalle, pues en uno y otro caso es preciso señalar de una manera visible la traza de los planos ó superficies prismáticas ó cilíndricas verticales proyectantes, á fin de obrar con seguridad.

Por esta razón en esas dos clases de trabajos se emplean muchos jalones ó banderolas de diferentes longitudes, según las condiciones del terreno.

Las *alineaciones curbas* se determinan por puntos con sujeción á reglas que no son de este lugar; las *rectas* dan lugar á distintos problemas fáciles de resolver; pero de que no podemos en absoluto prescindir para evitar dificultades á los principiantes.

Siendo el objeto de la alineación determinar sobre el terreno su intersección con el plano vertical que pasa por dos puntos, es claro que los jalones ó banderolas, que al efecto se utilicen, han de fijarse verticalmente en aquel, á la vista en los poco accidentados y por comparación con una aplomada en las grandes pendientes, porque si es muy natural y corriente el sentimiento de la verticalidad en aquellas se perturba, aunque no es difícil adquirirle con un poco de práctica.

Cuando entre dos banderolas así plantadas á 500 ó 600 metros de distancia, v. g., se desée intercalar otra ó varias, el alineador se ha de separar de la que tiene cerca de sí 2 ó 3 metros, para que, dirigiendo la visual tangencialmente á ella, restablezca un plano vertical y haciendo que ese pase también por el mismo lado de la banderola lejana, á cuyo efecto ha de moverse en el sentido conveniente, el plano visual será el proyectante de los dos puntos ó mejor uno á él muy próximo y paralelo; conseguido esto, hará que el peón encargado de fijar los nuevos puntos coloque las banderolas, de manera que el referido plano les sea tangente por el mismo lado y para convencerse de ello, verá si tal sucede mirando por el opuesto de la banderola próxima, que debe también coincidir con el de la extrema é intermedias.

De la misma manera se colocan las que se quieran en la prolongación de la alineación señalada y si hubiera de hacerse por la parte donde el operador se encuentra, éste, situándose cer-

---

(1) La graduación de esta mira solo difiere de la representada en las figuras 78 y 79, en que en estas solo se señalan los medios centímetros con raya de 2 mm. dejando á la apreciación los milímetros restantes, mientras que en la de casa de Biosca y Compañía (antigua de Rosell) se dividen de 2 en 2 mm. en dos fajas distintas los de los centímetros negros y blancos y esto no solo disminuye la longitud de esta en perjuicio de su mejor visualidad, sino que confunde al observador en la contada de los milímetros, porque estas rayas tan próximas á distancia mayor de 100 metros se presentan como una superficie grisácea, que no permite la contada, mientras que la graduación de las figuras 78 y 79 se vé mejor y facilita la apreciación. Los señores Biosca y Compañía harán estas modificaciones y la del sentido en que están escritos los números en las nuevas láminas de cartulina que se proponen hacer.

Venden estas excelentes miras con madera de caoba y bien comprobadas á 35 pesetas.

ca del punto que se quiera señalar, colocará su ojo en el plano antes indicado y hará que se coloque la nueva banderola de manera que, mirando tangencialmente por sus dos lados, queden las demás comprendidas entre los dos planos verticales que, por su medio, describen las visuales.

La tendencia que tienen muchos principiantes á colocar el ojo junto á la banderola, que les sirve de guía, se debe combatir, porque procediendo de esta manera, la visual no describe bien el plano vertical y lo mismo debe hacerse con la costumbre de mirar á los ejes de las banderolas ó á las aristas de opuestos lados; colocándose á la distancia de 2 ó 3 metros y dirigiendo la mirada por el mismo lado de las banderolas se determinan fácilmente y con seguridad los dos planos verticales que han de comprender todas las que marcan la alineación y como colocándose convenientemente respecto á la banderola que sirve de guía, la visual generatriz del plano vertical sube y baja bastante, rara vez se encontrará dificultad en la resolución de este problema.

Otro puede ocurrir con alguna frecuencia y es tener que intercalar un punto en la alineación de otros dos lejanos á los que no se puede ó no se quiere ir á tal objeto y para conseguir el deseado se utilizan dos banderolas que se colocan á 100 ó 200 metros próximamente en la alineación; mirando el de la izquierda, v. g., al otro y al punto lejano de su lado le hará colocar en alineación; el de la derecha procederá del mismo modo respecto al de la izquierda, éste rectificará la posición del otro y así continuará, hasta que los cuatro puntos estén en alineación.

Esta manera de intercalar puntos ofrece alguna dificultad cuando entre los extremos de la alineación se levanta ó baja el terreno notablemente, impidiendo ver las banderolas extremas y en tal caso se señalan otros varios auxiliares, cuidando de elegirlos de manera que el plano que determinan se pueda hacer coincidir con el general de la alineación por partes hasta llegar á los puntos en que se quiera marcarla sobre el terreno y del mismo modo se ha de proceder en la prolongación hácia uno ú otro lado, cuando el terreno presente levantamientos ó depresiones notables, si bien generalmente será más fácil la operación en este caso, porque se vé mejor el plano general de la alineación.

Creemos oportuno consignar que estas dificultades no se presentan con los planos numéricos completos, que se consiguen por los procedimientos modernos, porque las alineaciones de los proyectos que sobre ellos se trazan se determinan en relación á puntos próximos conocidos de posición y señalados en el terreno y las pequeñísimas diferencias que puedan resultar en la alineación, no producen error sensible y se corrijen fácilmente en la ejecución de las obras, que es casi el único caso en que puede presentarse la necesidad de establecer las alineaciones con los modernos procedimientos topográficos.

Finalmente, cuando se desée determinar la intersección de dos alineaciones desde un extremo de cada una, se colocará un peón provisto de una banderola en la parte donde se presume que se ha de hallar el punto buscado; entonces cada uno de los alineadores le hará moverse hasta que sucesivamente se coloque en su alineación y así, por tanteos, en poco rato se encontrará el punto buscado.

Cuando las alineaciones no exceden de 500 ó 600 metros y el terreno no es muy escabroso, estos problemas se resuelven á la simple vista rápidamente y con suficiente precisión; en otro caso hay que apelar al uso de aparatos provistos de buenos anteojos, no sólo porque estos permiten ver las banderolas más lejanas, sino porque con los limbos se pueden utilizar otros procedimientos, pero en las intercalaciones exigen más tiempo por ser necesario ponerlos en estación en varios puntos para conseguirlas (1).

(1) Las alineaciones tienen grandísima importancia y exigen muchas precauciones en la apertura de los túneles y en toda clase de obras subterráneas de alguna extensión; no podemos ocuparnos en este lugar de tan delicadas operaciones, que exigen aparatos y conocimientos que daremos á conocer; algo sobre aquellas dirémos al tratar del *replanteo de las obras proyectadas*.

59 — Necesidad de ajustarse en la expresión de las cantidades á un sistema sencillo, natural y seguro y de conocer el alfabeto griego por el mucho uso que de él hacen algunos ilustrados Autores.

Muchas veces al estudiar libros y memorias hemos tenido no poca dificultad en comprender las cantidades, que en ellos aparecían, por no separar la parte entera de la decimal de una manera uniforme y conveniente, cual es una coma invertida en su parte superior, v. gr.; 13.475'654, que algunos escriben 13475,654, y otros 13.475654 ó 13.475.654, todo lo que deja en la duda y por lo menos distrae la atención; para evitar estos inconvenientes, que habrán sin duda notado también nuestros lectores, *no podemos menos de aconsejar á los Topógrafos que cuiden mucho de designar las cantidades en la primera y sencilla forma consignada, y de no emplear en la expresión de la superficie de los predios más de cuatro cifras decimales á lo sumo, siendo hectáreas los enteros, refiriéndose á planos de terrenos de gran valor y levantados con mucha precaución y cuidado; dos cifras relativamente á los generales de fincas rústicas y seis en los de solares de edificios;* porque es altamente ridículo expresar *hasta los centímetros cuadrados,* como se lee en algunos documentos, relativamente á campos y montes extensos, cuándo del examen de sus planos se deduce que ni el número de hectáreas es fidedigno, y de todos modos no es posible dar de ellos con alguna seguridad á lo sumo más que las áreas; aquella exageración indica claramente que el que la hace desconoce la posible aproximación con que los planos se levantan y construyen ó con la que se pueden medir tales predios é implica una ignorancia que induce á sospechar de la exactitud de sus aseveraciones.

Lo mismo ocurre en la expresión de la magnitud de las líneas y desniveles, pues con mucho aplomo consignan hasta los milímetros de grandes distancias medidas con la cadena ó con una cuerda, ó niveladas con el nivel de agua ú otro malo y descorregido, sin parar mientes en que los errores naturales é imprescindibles con tales instrumentos han de ser y son muchísimo mayores.

El buen Topógrafo no debe atestiguar más que lo posible y de que tenga seguridad por las comprobaciones racionales que haya practicado.

Finalmente como muchos Autores hacen un desmesurado uso del alfabeto griego que distrae y fatiga á los que de él no tienen exacto conocimiento, aunque procurarémos evitarlo en las explicaciones de este libro, creemos oportuno consignar en estos *preliminares* dicho alfabeto para evitar en lo posible tales molestias é inconvenientes.

ALFABETO GRIEGO

A α	A *a*	alpha	αλφα	N ν	N *n*	nu	νῦ
B β	B *b*	beta	βῆτα	Ξ ξ	X *x* (*cs* ó *gs*)	xi	ξῖ
Γ γ	G *g*	gamma	γάμμα	O ο	O *o* breve	omicron	ὄμικρόν
Δ δ	D *d*	delta	δελτα	Π π	P *p*	pi	πῖ
E ε	E *e* breve	épsilon	ἔψιλόν	P ρ	R *r, rh*	rho	ῥῶ
Z ζ	Z *z*	zeta	ζῆτα	Σ σ ς	S *s*	sigma	σιγμα
H η	E *e* larga	eta	ῆτα	T τ	T *t*	tau	ταῦ
Θ θ	Th, *th,* ó *z*	theta	θῆτα	Υ υ	U *u*	upsilon	ὖψιλόν
I ι	I *i,* vocal	iota	ἰῶτα	Φ φ	F *f, ph*	phi	φῖ
K κ	K *k*	kappa	κάππα	X χ	J *j, ch, q*	chi	χῖ
Λ λ	L *l*	lambda	λάμβδα	Ψ ψ	Ps, *ps*	psi	ψῖ
M μ	M *m*	mu	μῦ	Ω ω	O *o,* larga	omega	ὦμεγα

CAPÍTULO II

MEDICIÓN DE LOS ÁNGULOS

60 — Objeto y división.

Al ocuparnos en el Capítulo I de la *Primera parte* de las diferentes medidas de los ángulos dimos á conocer (número 7) la manera de determinar su valor por la cuerda de sus arcos en el terreno y en los planos y la de construirlos y replantearlos, cuyo medio sencillísimo puede tener apreciable aplicación en ciertos casos.

También en algunos se pueden medir los ángulos por sus tangentes ó mediante la determinación directa ó conocimiento previo de las abscisas y ordenadas de los puntos, como verémos en la aplicación de algunas teorías modernas, que nos permiten evitar los funestos errores del graficismo.

Pero la medida más natural y generalmente utilizada es la de los arcos, ya se considere dividida la circunferencia en 360° ó en 400^c; y como la división centesimal es la de uso casi exclusivo en la Topografía moderna por las muchas ventajas que sobre la sexagésimal ofrece (número 4) y de todos modos es fácil (número 5) pasar de una á otra, á la centesimal nos atendrémos dando en el presente capítulo á conocer las *condiciones esenciales:*

1.° *De los limbos ó círculos graduados* que para la medición directa de los ángulos se utilizan en los aparatos modernos;

2.° *de los nonius ó vernier;*

3.° *de los diferentes medios de observar la graduación de limbos y nonius y precisión que con cada uno se puede conseguir* según el diámetro y otras condiciones de los primeros;

4.° *de la regla de Bessel,* que permite anular fácilmente los errores instrumentales;

5.° *de la repetición y reiteración* utilizadas para conseguir con mayor seguridad y precisión el valor de los ángulos y finalmente

6.° *de los medios utilizados para transportar al papel los ángulos medidos en el terreno ó de medir en el t.° los que forman las líneas en él trazadas.*

61 — Condiciones esenciales de los limbos ó círculos graduados.

Para que más fácilmente se comprendan estas, es necesario indicar las de los aparatos en que se utilizan, que por ello toman el nombre de *goniómetros* ó medidores de ángulos, mientras que se llaman *goniógrafos* cuando se concretan á trazarlos.

Dos círculos graduados ó *limbos,* de los que *uno* puede colocarse horizontalmente y girando sobre un eje situado en el centro dar á su diámetro 0^c-200^c la dirección que se crea más conveniente y en ella asegurarle y *otro,* perpendicular al plano de aquel, que puede tomar la dirección de todos los planos proyectantes de que hablamos en el número 55 é indicamos en la figura 74, mediante el movimiento de un mecanismo más ó menos complejo llamado *alidada,* de que aquel depende y que permitiendo determinar dichos planos proyectantes pone en movimiento en cada uno de tales limbos un diámetro que indica en la graduación respectiva el es-

pacio recorrido por el plano visual horizontalmente desde una posición determinada, que sirv
de origen de estos ángulos, hasta la que corresponde á cada uno de los puntos que con el d
estación se quiere relacionar y en el plano vertical el ángulo que con la horizontal ó con la ve
tical del centro de su limbo forma la visual que se considera, *tal es substancialmente el organis
mo de los goniómetros*, (1), que permite medir los ángulos horizontales y verticales necesari
para determinar la situación de un punto cualquiera relativamente al en que se halla el obse
vador.

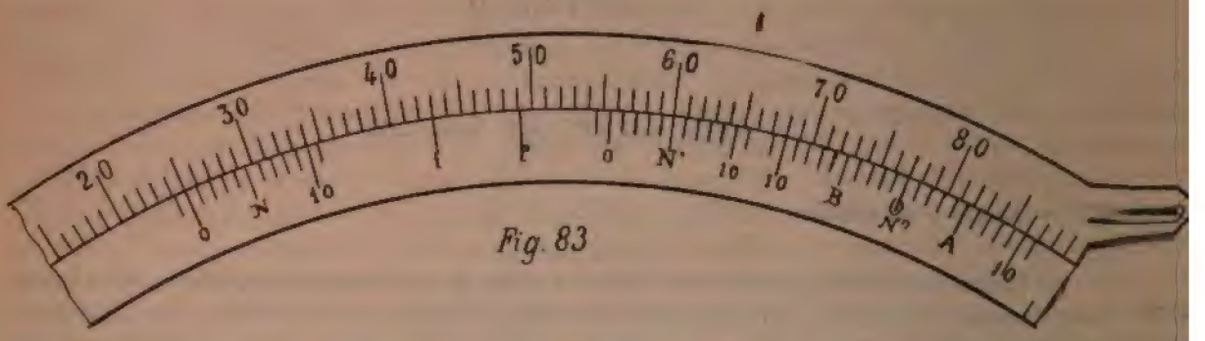


Fig. 83

Varían grandemente los medios utilizados para fijar el limbo horizontal al trípode, que
conveniente altura le sostiene y la manera de darle tal condición y en ella asegurarle; la
conseguir la verticalidad del otro, cuando aquella condición se ha alcanzado; la de dar el op
tuno movimiento á este segundo limbo y á los diámetros indicadores; varían las condicion
de estos índices, la manera de apreciar en ellos la graduación señalada, y finalmente la de
servar los puntos lejanos, por todo lo que es grandísimo el número de goniómetros diferen
en la Topografía utilizados; pero, esencialmente, todos se reducen á lo antes indicado, que bas
al especial objeto, que ahora nos proponemos.

Aunque muchas de las condiciones de los limbos son comunes á los que sirven para me
los ángulos horizontales y los que á la medición de los verticales se dedican, nos ocuparémos
paradamente de cada una de estas clases empezando por los primeros.

Limbos horizontales. — Si la graduación de los círculos se concretara á señalar con pun
en la circunferencia las partes iguales en que se la quiera y pueda dividir, resultaría sumam
te embarazosa y confusa la lectura de la correspondiente al punto señalado por el índice; pa
evitar tan grave inconveniente y facilitar la observación, se señalan las distintas clases de u
dades con líneas trazadas en el sentido de los radios y de diferente longitud numerando las
cenas de grados como aparece en la figura 83, en que, hallándose dividida la circunferencia
grados centesimales, están estos señalados mediante líneas de 3 milímetros, con otras mayo
cada 5 y con otras más largas y numeradas las decenas y como esta numeración va de 0° á 40
inmediatamente se lee la graduación que el índice señala en cada caso, y por consiguiente
ángulo que forman los planos verticales en que se hallan las visuales dirigidas, cuando el ind
coincidía con el 0° y cuando lo hace en otra parte cualquiera del limbo; en su consecuencia
suponemos que el índice ocupa sucesivamente las posiciones *i* e *i'*, en el primer caso señal
un ángulo de 43° y en el segundo otro de 49° más una fracción, que luego verémos como
aprecia.

Si en el limbo constaran fracciones de grado (mitad, ó cuarto, que son las que más gen
ralmente se hacen) se distinguen claramente mediante líneas más cortas que las de los grad
y fácilmente se cuentan las fracciones pasadas por el índice.

Todo esto implica la necesidad de destinar á la graduación de los limbos y á los índic

(1) Se exceptuan los de reflexión que dan los ángulos en el plano de los objetos, según verémos en su lugar oportuno.

compuestos ó nonius, de que después nos ocuparémos, superficies en corona circular que presentan más ó menos claramente á la vista la buscada coincidencia del índice con la graduación, pues no recogen ni reflejan los rayos luminosos del mismo modo si tienen distintas inclinaciones relativamente al eje óptico del ojo ó de la lente ó microscopio con que se haga la observación.

Ordinariamente las graduaciones de los limbos y de los nonius se trazan en superficies planas, cónicas ó cilíndricas y algunas veces en una de éstas los limbos y en otra los nonius.

Hácense al presente *limbos y nonius* en platillos planos perfectamente centrados y en que las líneas de su respectiva graduación, cuando están en coincidencia los puntos de contacto, forman una sola recta; pero como es imposible poner el ojo normalmente al plano en que tales graduaciones se encuentran, la inclinación con que se miran, ya sea á la simple vista, ya mediante lente ó microscopio, hace que no aparezca recta la imagen y muchas veces ofrece inconvenientes la apreciación de la coincidencia, observándose con los movimientos del ojo oscilaciones aparentes entre la imagen del limbo y la del nonius, siendo causa de algún error en la apreciación y de que la gran mayoría de los Topógrafos experimentados prefieran á los limbos planos los cónicos.

Esta preferencia está bien justificada; pero creemos oportuno hacer constar que, consiguientemente á la perfecta centración de los platillos del limbo y nonius que presentan las dos graduaciones en un mismo plano, á la delicadeza de las líneas y á las excelentes condiciones de los microscopios utilizados por Laguna, no hemos observado en sus taquímetros los indicados inconvenientes, haciéndonos desistir en cierto modo de la opinión cerrada que antes teníamos relativamente á los limbos planos y que nos había inducido á aconsejarle los pusiera cónicos en sus excelentes aparatos.

Los *limbos cónicos*, como quiera que presentan la superficie graduada normalmente al eje óptico del ojo ó del microscopio con que se miran, no ofrecen los inconvenientes apuntados, permitiendo observar la coincidencia con comodidad y precisión especialmente en los de diámetro mayor de 100 mm., porque en los que le tienen muy pequeño la diferente iluminación de las generatrices del cono dificulta bastante la apreciación de la coincidencia buscada.

Este inconveniente se nota más en los *limbos cilíndricos*, que se emplean en pocos aparatos, aunque en nuestro concepto por su medio se facilitaría la construcción y siendo de diámetro mayor de 10 centímetros podrían prestar buenos servicios.

Los constructores italianos, franceses y españoles utilizan generalmente los limbos planos, los cónicos los ingleses y los cilíndricos se encuentran más comunmente entre los alemanes.

Cuando se combinan los limbos planos ó cónicos con los nonius cónicos ó cilíndricos, como sucede con frecuencia en los aparatos de poco precio, resulta tan diferente el grado de iluminación que muchas veces es muy difícil encontrar la coincidencia y al mismo resultado da lugar la imagen en forma de línea quebrada que producen las líneas desigualmente inclinadas del limbo y nonius, observándose además una oscilación en la imagen que molesta mucho y hace errónea la observación; á estos inconvenientes contribuye notablemente el movimiento de la mano con que se sostiene la lente sencilla, con que en tales aparatos se acostumbra á observar las graduaciones, pues con ellas hasta en los limbos cónicos se perciben oscilaciones en la imagen de la graduación del limbo y nonius por las distintas inclinaciones y separaciones que involuntariamente se dan á tales lentes.

Si, como antes se hacía con frecuencia y ahora rara vez, tales índices ó nonius se hallan en una regla que gira sobre el platillo del limbo, á los inconvenientes apuntados se añade otro funestísimo consiguiente al polvo que entre ambas piezas se interpone motivando fuertes rozamientos, que desconciertan completamente el aparato inutilizándole en poco tiempo y haciendo molestísima la observación en cuanto se interpone alguna partícula de polvo, lo que sucede muy en breve cuando se realizan los trabajos en ó muy cerca de las carreteras; por esta razón no deben adquirirse tales aparatos, que desesperan al Topógrafo y dan siempre malos resultados.

Para ver bien la coincidencia entre el índice, sencillo ó compuesto, con la graduación se

necesita mucha luz, pero no viva y centelleante sino difusa como se produce mediante reflectores de cristal esmerilado de papel ó de celuloide blanco que al efecto se utilizan en los buenos aparatos; los vivos reflejos dañan la vista y dificultan mucho la observación.

La calidad de los limbos no sólo depende de la superficie en que se halle su graduación y la del nonius, sino también de las condiciones del metal, en que las líneas se trazan; porque para que éstas resulten limpias, delgadas y visibles, es preciso que sea duro, compacto y bien pulimentado; de otro modo el grueso de la línea importa ya una buena parte del ángulo y no se puede medir éste con grande precisión especialmente en los limbos de pequeño diámetro.

En el latón, de que se construyen los aparatos baratos, que en el comercio se encuentran, las líneas de la graduación alcanzan á cerca de 0'2 mm., en la plata y platino 0'05 mm., pero en el metal blanco utilizado en los limbos de los clepes y en el buen cristal pueden trazarse líneas de menos de 0'05 mm. (1) y es consiguiente que, mientras se disponga de microscopios bastante poderosos para observar las graduaciones, tanto mejor se hará cuanto más finas y bien definidas sean las líneas, en el supuesto, se comprende, que la graduación esté bien hecha.

Otra condición de la calidad de los limbos está naturalmente en la exacta centración de la alidada, porque sin esto el ángulo que se mide no es el verdadero; al presente se hacen bien estos ajustes y en tal concepto y en el de la duración de esta condición algunos consideran preferibles los limbos planos á los demás; pero, si bien no hemos podido comprobarlo, parécenos que los cónicos y cilíndricos bien construidos y con ejes de metal duro no han de dar peores resultados; con el desgaste en los primeros bajará el platillo de los nonius dificultando algo la lectura, este defecto será mayor en los segundos y resultará nulo en los terceros sino se produce descentración.

La numeración en la graduación es continua de 0^c á 400^c; pero no es siempre en el mismo sentido; pues mientras en unos aparatos va en el de N á E, S y O, esto es, de izquierda á derecha ó en el sentido en que marchan las agujas de los relojes, en otros va de N á O, S y E, lo cual se ha de tener muy en cuenta y anotarlo en los registros, pues tiene grandísima trascendencia en el cálculo de coordenadas como ya digimos (número 8) y se incurriría en gravísimos errores, sino teniendo en cuenta el sentido en que va numerada la graduación del aparato se tomara uno por otro; aquella advertencia es tanto más necesaria cuanto que el cálculo de coordenadas se hace muchas veces por persona que no ha intervenido en los trabajos de campo, ni tiene á la vista los cróquis entonces hechos.

Limbos verticales.—No se hacen cónicos, porque sería muy molesta la observación; alguna vez se utilizan los cilíndricos en forma de llanta de rueda; pero por su posición exige movimientos molestos al observador y producen reflejos inconvenientes; si bien, evitando estos, permiten mejor que ningún otro apreciar las coincidencias; los planos son los generalmente utilizados, porque á la sencillez de la construcción reunen todas las demás ventajas, ya que en ellos puede mirarse la graduación normalmente estando el observador en su posición natural, después de haber observado el limbo horizontal.

Algunas veces se encuentra la pieza de los índices ó nonius en el mismo plano que la graduación del limbo facilitando la lectura; pero, como esto complica la construcción, es lo más general que aquellos se encuentren en un plano ligeramente inclinado produciendo los inconvenientes antes indicados, si bien muy atenuados, porque al efecto se hacen sumamente delgados disminuyendo en lo posible la inclinación.

---

(1) Salmoiraghi.—*Istrumenti e metodi moderni*, pág. 188.

Debe tenerse en cuenta que, como los limbos están ordinariamente á la intemperie, se oxidan y empañan pronto haciéndose invisibles las líneas de la graduación y para evitarlo se marcan más de lo que sería necesario si se conservara el pulimento; en los clepes no sucede así por estar los limbos herméticamente encerrados en una caja; de este modo los supuestos gruesos podrían reducirse bastante más, y ya se hace en los limbos graduados sobre plata en los buenos aparatos, que se cubren, excepto en la parte de los nonius, con cuya precaución se conservan bien pulimentados.

Exigen, como los horizontales, reflectores que al propio tiempo sirven de pantalla á los rayos luminosos muy inclinados, tan molestos en la observación que algunas veces impiden hacerla si no se interrumpen con la mano, cuando no existen los indicados reflectores-pantallas.

Ordinariamente la pieza de los índices ó nonius permanece fija, aunque con el movimiento de corrección necesario, y otras es el platillo del limbo el que se encuentra en este caso; pero esto es indiferente con tal que las dos piezas estén perfectamente centradas, que los índices opuestos ocupen los extremos de un diámetro, para que los ángulos que acusen difieran exactamente en 200ᶜ á fin de tener inmediata comprobación y que cuando la visual sea horizontal coincidan exactamente con el diámetro 100ᶜ -300ᶜ , si el limbo está dispuesto para medir los zenitales, ó 0ᶜ -200ᶜ si para medir los de inclinación, pues esta posición es la de referencia.

La numeración de la graduación es muy variada; en los antiguos aparatos iba en sentido contrario á partir de la horizontal y, en limbos enteros, de cada extremo del diámetro 0°— 0° se numeraba hácia arriba y hácia abajo de 0° á 90°, de manera que era preciso tener en cuenta si la visual era ascendente ó descendente, distinguiendo los ángulos correspondientes respectivamente con los signos + y — , lo cual exponía á muchas é importantes equivocaciones; además, como esto obligaba á colocar dobles nonius, era muy fácil tomar uno por otro dando lugar á errores funestísimos, pues, aunque tenían el cero común, la apreciación es muy distinta, como luego veremos; así que cuando no se equivocaban los ángulos de ascensión suponiéndolos de depresión, v. gr., ó quedando en la duda por olvido del signo, se cometían errores apreciando las fracciones de grado con distinto nonius del que correspondía á cada caso.

Aunque hablamos en pretérito ocurre también al presente, no sólo porque se emplean todavía muchos aparatos del antiguo sistema, sino porque algunos constructores por exigencia de ciertos Topógrafos siguen aquellas prácticas perniciosas, que complican la construcción y los trabajos motivando inútiles molestias y errores.

62 — Del nonius ó vernier.

Para apreciar el valor de los ángulos con la necesaria precisión mediante el sencillo índice que hasta ahora hemos considerado y no apelando al sistema de la estima, de que nos ocuparémos después, seríanos preciso llevar la subdivisión de la circunferencia á un límite de muy difícil si no de imposible realización; porque aquella exigiría diámetros excesivamente grandes para que las líneas no se confundieran.

En efecto; para conseguir la apreciación de 1 centígrado, á que se aspira muy frecuentemente, sería necesario dividir la circunferencia en 400 × 100 = 40.000 partes iguales, que, aunque hubiera máquinas divisoras disponibles, exigirían, para que las líneas que las determinan no se confundieran, una circunferencia al menos de 8.000 mm., ó sea un disco de 2.545 mm. de diámetro y se comprende que este sería de imposible manejo en los trabajos topográficos.

Si en cuenta se tiene que según antes hemos dicho la línea en el latón abierta con el buril alcanza cerca de 0'2 mm. y en la plata cerca de 0'05 mm. y que hemos supuesto la separación de tales trazos de 0'2 mm. que á la simple vista no se distinguirían ó se haría con mucha dificultad, se comprende que no hemos exagerado las dimensiones necesarias.

Cierto es que en el duro metal blanco utilizado en los limbos de los clepes y en el buen cristal, el grueso de tales líneas no pasa de 0'005 mm. y que con poderosos microscopios puede aumentarse la perspicacia de la vista cuanto se quiera; pero no es esto lo común en los aparatos topográficos, y aquel supuesto puede servirnos para nuestro objeto sin inmiscuir, con las ventajas que produce el uso del *nonius ó vernier*, las que son consiguientes al de las lentes de acomodación ó á los microscopios compuestos y consideramos oportuna esta separación.

Si suponemos un cierto limbo dividido en grados y medios grados y que cada uno de estos comprenda 0'70 mm., serían estos, sin gran dificultad, perceptibles á la simple vista; con este supuesto, la circunferencia tendría 560 mm., y su diámetro 178'2 mm.; pues bien, mediante el

nonius se podrá apreciar en él 1' mejor que con la división directa, reduciendo á menos de $^1/_{10}$ el diámetro del disco necesario en ella, como vamos á ver.

Sin meternos á discutir si el invento de este sencillo é ingenioso mecanismo corresponde al portugués *Pedro Núñez*, que en el libro que publicó en Lisboa en 1542 titulado *De crepúsculis* ya utilizó varias escalas paralelas ó círculos concéntricos á tal objeto, ó á *Pedro Vernier*, que en otro publicado en Bruselas en 1631 con el título de *La construction, l'usage et les propietés du quadrant nouveau de Mathematique*, ya le describió mas detalladamente, vamos á consignar con toda sencillez en qué consiste el *nonius ó vernier circular*, ya que su teoría en nada difiere del recto aplicado á la mayor apreciación de esta clase de líneas.

Si, como aparece en la porción N de la figura 83, tomamos el arco de *nueve* grados del limbo y le dividimos en *diez* partes iguales, es claro que cada una de estas valdrá $^9/_{10}$ de grado y por lo tanto su diferencia con la última graduación del limbo será $^{10}/_{10} - {}^9/_{10} = {}^1/_{10}$ de grado en este caso; por consiguiente, si suponemos el índice en la línea señalada cero coincidiendo con el grado 25 del limbo, como aparece en la figura, la primera línea siguiente del nonius no coincidirá con el grado 26, sino que se encontrará $^1/_{10}$ de grado antes que ella; la segunda señalará un punto que distará del grado 27, $^2/_{10}$; la tercera del 28, $^3/_{10}$ y así sucesivamente hasta que la décima coincidirá con el grado 34; esto es, nueve mas que los señalados por el índice, pues que el arco de 0 á 10 del nonius es igual al de 9 del limbo.

Resulta por lo tanto que, mediante la comparacion de estas dos graduaciones, podrémos apreciar el décimo de grado sin realizar la subdivisión del mismo, y por consiguiente sin los inconvenientes apuntados y mejorando considerablemente las condiciones de visíbilidad ó la perspicacia de la vista.

En efecto: hemos supuesto que el grado comprendía 1'4 milímetros; si se hubiera de realizar su división en diez partes mediante líneas trazadas con el buril se confundirían completamente en el latón y casi lo harían en la plata, y á la simple vista sería de todo punto imposible distinguirlas, porque en este caso produciría todo su efecto la *difracción;* no sucede lo mismo en el caso del nonius indicado, porque en la retina se pintan las dos imágenes, del limbo y del nonius, con separación, y nos es dado compararlas y apreciar la coincidencia de las líneas que se hallen en este caso sirviéndonos el mismo grueso de ellas para determinar mejor su separación; de suerte que apreciamos espacios mucho menores de los que mediante ellas pudieran determinarse, como ya se deduce de las consideraciones consignadas en el número 26.

Ahora bien: si el mismo nonius N le suponemos trasladado á la posición N', observamos que la línea 0, ó sea el índice, no coincide con ningún grado del limbo, puesto que se halla entre los 55 y 56, pero examinando las líneas del nonius llegamos á observar que la quinta coincide con el grado 60 y esto nos dice que la separación del índice, línea 0, es de 5 décimas de grado, y por consiguiente el ángulo acusado en este caso valdrá 55° y $^5/_{10}$ ó 50'; de manera que la lectura de su graduación se compone de dos partes: de una señalada directamente por el índice y de la fracción indicada por el nonius.

Si el limbo estuviera dividido en fracciones de grado, v. gr. en medios grados y con el arco de 49 de estas fracciones (24 $^1/_2$ grados) hiciéramos un nonius de 50 partes iguales, cada una de ellas valdría $^{49}/_{50}$ de medio grado y su diferencia con las últimas divisiones del limbo $^1/_{50}$ de medio grado ó sea 1' y por consiguiente bastaría añadir á los grados señalados por el índice los minutos que expresara el nonius en el caso en que aquel se encontrara antes de la línea indicativa del medio grado, ó comprendiendo este si la había pasado, para tener el valor del ángulo.

Supongamos el caso mas complicado en que el limbo esté dividido en grados sexagesimales (1) y cada uno de estos en seis partes, cada una de ellas valdrá 10'; si el arco de 59 de estas

(1) Tomamos este caso de los antiguos teodolitos, porque en los modernos no se encuentra la complicación que deseamos referir, ya que cuando en los segundos de gran diámetro se divide directamente el grado en cuatro partes se reduce el nonius á 25, pues nunca se aspira á conseguir mayor apreciación que el centígrado por medio de los nonius, utilizando en otro caso los microscopios compuestos de hilos móviles con tornillo micrométrico, que dan mas sencillamente mejores resultados en tales casos.

fracciones le dividimos en 60 partes y con ellas formamos un nonius, la diferencia de cada una de sus partes con las últimas del limbo será $^1/_{60}$ de 10′ ó sean 10″ y esta será la *apreciación teórica del nonius:* si suponemos ahora que el índice, ó línea 0, se encuentra entre los grados 45 y 46 dejando hacia el 45 tres fracciones, esto nos dirá que el ángulo vale 45° 30′, si aquel coincide con la tercera subdivisión del grado del limbo; pero si pasara de ella habría que apreciar la parte que señala entre la tercera y cuarta mediante el nonius, y suponiendo que sea la línea 44 de este la que coincide con otra de las menores del limbo, habría que añadir al valor antes indicado el de esta fracción, que sería de $44 \times 10'' = 440'' = 7' 20''$, de manera que el valor acusado por el índice sería 45° 37′ 20″.

Otro caso se encuentra algunas veces en la práctica y es el siguiente: supongamos dividido el limbo en medios grados y que con 24 de estas divisiones se forma un nonius de 25 partes iguales; claro es que cada una valdrá $^{24}/_{25}$ de 30′ y la diferencia entre las porciones del nonius y últimas del limbo $^1/_{25}$ de 30′ ó 2′, que es su apreciación teórica; pero como la última división del limbo vale 30′, para mayor sencillez en la anotación, en el nonius se numeran como decenas los grupos de 5 unidades, esto es, se escribe 0 — 10 — 20 — 30 — 40 y 50 en lugar de 0 — 5 — 10 — 15 — 20 y 25 y se leen los que corresponden á la línea coincidente contando de 2 en 2 las unidades, de suerte que si aquella es la 3.ª después del 20 se lee la porción de 26′, que se añadirá á los grados y medio grado, en su caso, señalados por el índice ó línea 0.

Como la apreciación de los nonius es muchas veces nominal y no real y la sencillez en ellos facilita mucho la observación, Porro, que todo lo tenía en cuenta, que procuraba siempre que se consignara la verdad y que sabía que en muchos casos es inútil apreciar el centígrado, acomodaba los nonius á las condiciones del aparato haciendo que apareciese la verdadera apreciación y así construía nonius sencillísimos, en que sólo figuraban 10 ó 20 divisiones, consignando la real de 0ᵍ10ᶜ ó 0ᵍ05ᶜ : Salmoiraghi con muy buen acuerdo sigue esta regla de conducta separándose de la corruptela admitida por otros constructores, que aplican nonius de supuesta apreciación del centígrado lo mismo en limbos de 5 centímetros que en los de 15, cuya inconveniencia pondrémos después mas en evidencia.

En la figura 83 hemos colocado á la izquierda de la línea 0, ó índice del nonius, y á la derecha de la 10.ª una división mas, como se hace en la generalidad de los aparatos y algunos Topógrafos no conocen su objeto, porque los Autores no lo dicen; pues bien, aquel no es otro que facilitar la comprobación de la coincidencia de tales líneas del nonius con las correspondientes del limbo; pues es claro que cuando el índice coincide con una división de este la línea de la izquierda y la 1.ª del nonius se separarán igualmente de las correspondientes del limbo con la diferencia de su posición relativa, pues mientras la línea de la izquierda ó suplementaria se encontrará á la derecha (en el caso representado en la figura) la 1.ª del nonius se hallará á la izquierda de las líneas respectivas del limbo y la comparación de estas separaciones sirve perfectamente para apreciar si es ó no es exacta la coincidencia del índice.

Este mismo procedimiento se utiliza para comprobar la de cualquiera otra línea del nonius, porque la que le precede y la que le sigue permitirán la misma observación y cuando por no existir ó no verse bien la coincidencia de una línea determinada (lo que sucede con mucha frecuencia en los limbos de pequeño diámetro ó en los de metal blando) aparecen casi coincidentes dos ó tres líneas del nonius se toma el término medio, con lo cual en los bien graduados se aumenta la apreciación.

Aunque con esta descripción habrémos molestado á nuestros lectores mucho mas que si nos hubiéramos concretado á consignar las fórmulas literales de relación entre las partes del nonius y las del limbo, lo hemos hecho porque la experiencia nos tiene demostrado que así los principiantes se forman concepto mas cabal de lo que son, para qué sirven y cómo se han de utilizar los nonius, á los que muchos Topógrafos miran con antipatía por no haberse hecho cargo de su sencillez extrema y grande utilidad, cuando reunen las condiciones que de los constructores se deben exigir y, no admitiendo algunas preocupaciones imperantes, se distingue la apreciación teórica, inútil y molesta, de la real, que ha de estar naturalmente en relación

con la clase de metal, con la limpieza de la graduación, el diámetro del limbo y medios de observarle, todo lo que se ha de tener muy en cuenta al adquirir un aparato ó al encargarse de él para operar; pero como á otros les convendrá mas tener á la vista tales fórmulas, las consignarémos sin mas comentarios.

Llamando l la longitud del arco de la última división del limbo, l' la del nonius y n el número de partes de este, resulta de lo expuesto que

$$n\,l' = (n-1)\,l$$

de donde

$$l' = \frac{n-1}{n}\,l = l - \frac{1}{n}\,l$$

y

$$l - l' = \frac{1}{n}\,l$$

que es la apreciación del nonius; por consiguiente si se designa por N la graduación señalada directamente por el índice ó línea o del nonius y suponemos coincidente la línea del mismo que ocupa el lugar n', el valor total de la graduación señalada estará representado por

$$N + n'\left(\frac{1}{n}\,l\right)$$

que aplicada á la 2.ª posición del nonius en la figura 83 se traduce, como antes hemos dicho, en

$$55^c + 5 \times \frac{1}{10} = 55^c50$$

Finalmente hemos de hacernos cargo de los *dobles nonius* á que hicimos referencia al hablar de los limbos verticales de los aparatos del antiguo sistema y que representamos en la porción N'' de la figura 83.

Obsérvase desde luego que el índice es común y la numeración de las partes de cada nonius está en sentido contrario, como es natural, pues está cada uno destinado á una parte distinta del limbo.

Como el señalado A es el que corresponde al sentido de la graduación del limbo de la figura, acusará bien la fracción que con él se trata de apreciar; pero si á tal efecto se utilizara el B, como muchas veces se hace equivocadamente en tales aparatos, el error es indudable, porque cuando coincida su 1.ª división, el índice señalaría no 77 grados y $^1/_{10}$ sino 76 y $^9/_{10}$; cuando lo haga la 2.ª no 77 y $^2/_{10}$ sino 76 y $^8/_{10}$ y así sucesivamente; si el índice pasara en $^1/_{10}$, $^2/_{10}$... al grado 77, no coincidirían las divisiones 1.ª y 2.ª... sino las 9.ª y 8.ª... esto es, sus complementarias á 10, número total de las divisiones del nonius; de manera que se comprende con esto las equivocaciones funestas á que pueden dar lugar estos dobles nonius y la necesidad de señalarlos con signos ó letras para evitarlas, aunque lo mejor, cuando sea posible, es emplear aparatos que den con sencillos nonius los ángulos zenitales, que hacen innecesarias tantas precauciones y cuidado en la observación y simplifican las anotaciones.

63 — De los diferentes medios de observar la graduación de los limbos y nonius y de la precisión que con cada uno se puede conseguir según el diámetro y otras condiciones de los mismos.

El primero y mas general de los medios de observación es *el ojo mismo del Topógrafo*, porque siempre ha de intervenir en ella dispóngase ó no de otros medios, y esto hace que no pueda darse precisa solución á este problema, porque la variabilidad en la sensibilidad visiva no solo existe de individuo á individuo y cambia con las condiciones del objeto y las en que este se encuentra, sino también con las menos determinables en que se halla el ojo del observador en cada momento, como ya digimos al ocuparnos del límite de la perspicacia de la vista

(número 26) llamando la atención sobre la influencia que en ella tiene el aislamiento y la longitud de los objetos observados.

Algo parecido á esto resulta mirando las graduaciones de un limbo y su nonius comparándolas con una serie de puntos de diámetro igual al espesor de las líneas de aquellas é igualmente separados que ellas; pero no siéndonos fácil consignar el límite experimentalmente deducido y considerando mas prudente quedar por debajo de la verdad que exagerarla, admitirémos como *límite de la perspicacia de la vista en la observación de limbos y nonius el ángulo de 40"* que Salmoiraghi con Santini señala para la que llama elemental.

En este supuesto y el de ser la *distancia de la visión distinta media de 250 mm.* resultaría como límite de la longitud del arco visible 0'0485 mm. (1) ó 0'05 mm. próximamente, y bastaría con este valor de l^m calcular según las fórmulas A y B (número 6) el número de " ó ' para determinados radios de limbo ó estos para determinadas apreciaciones, para que conociéramos la posible en el primer caso ó el radio necesario en el 2.°.

Así por ejemplo; en el caso citado en la página 151 (número 62), el radio era de 89'1 mm.; por consiguiente $\frac{l}{r} = \frac{0'05}{89'1} = 0'000561$ que multiplicado por 636.620" nos da 357'14"; es decir, que no se apreciaría en él 1', como habíamos supuesto, sino sólo 3'57' y por consiguiente para alcanzar aquella apreciación á la vista sería necesario cuadruplicar el diámetro del limbo elevándole á 712'8 mm. con el inconveniente gravísimo de que se fatigaría mucho la vista en poco rato.

Por esta razón y para evitar el inconveniente de tener que utilizar limbos tan grandes, que harían los aparatos muy pesados y embarazosos, sólo se emplea la observación directa con el ojo cuando se contenta con una apreciación de 10', pues es claro que, aunque se reduzca el diámetro del limbo á la mitad del supuesto, acomodando el nonius á esta apreciación, ya se podrá percibir la coincidencia de las dos graduaciones del limbo y nonius sin gran dificultad y esto, si no da los ángulos con tanta precisión, sí se consigue con mayor rapidez, aunque á decir verdad poco entorpece la observación mirar con buenos microscopios simples ó lentes de acomodación.

Por estas razones se utilizan los *microscopios* en todos los buenos aparatos, aunque reduciéndolos á su mayor sencillez para evitar complicaciones y gastos.

Es muy general el uso de las *sencillas lentes* fijas en los aparatos ó sueltas que se han de sostener con la mano; ya hemos dicho que esto segundo ofrece el grave inconveniente de que con el movimiento que esto motiva en ellas haciendo que se inclinen mas ó menos los rayos luminosos, que proceden del limbo y nonius, y la desigual distancia á que por la misma causa se colocan durante la observación, hacen esta muy molesta y tardía, siendo por consiguiente preferible que estén fijos al aparato.

Como para que dieran grande amplificación sería necesario utilizarlas de pequeño radio de curvatura y ponerlas muy cerca de las graduaciones obscureciéndolas, empañándolas con el aliento y tocando con la cabeza en las demás partes del aparato, generalmente se utilizan de una amplificación que no puede pasar de 7 ú 8 diámetros según Salmoiraghi (2), permitiendo disminuir el del limbo en la misma proporción ó aumentar en ella la apreciación.

Algunos constructores las ponen sencillamente con una armadura en anillo unido á un sostén articulado, otros las colocan en un tubo cilíndrico que se mete en aquel para poderla enfocar dándolas apariencias de microscopio verdadero, y otros utilizan estos formados de dos lentes sencillas, que permiten conseguir mayor amplificación, distinguiéndose en este concepto

(1) Esto se deduce sencillamente de la fórmula de la página 15 (número 6); pues siendo $a'' = 40''$ y $r = 250$ milímetros, resulta en ella,

$$l = \frac{40''}{206265''} \times 250 \text{ mm.} = 0'0485 \text{ mm. ó } 0'05 \text{ mm. próximamente.}$$

(2) Véase «Istrumenti e metodi...» página 195.

los empleados en los taquímetros de Laguna; pero, de todos modos, nunca hemos visto en l instrumentos topográficos, excepción hecha de los clepes y algunos teodolitos especiales, m croscopios de amplificación mayor de 8 diámetros y generalmente no pasa de 4 ó 5, según l imperfectas experiencias que con ellos hemos podido realizar.

Admitamos esta última amplificación, por ser la mas general en los buenos aparatos, veamos cuál puede ser, en los supuestos admitidos, la apreciación verdadera en los limbos los cuatro diámetros utilizados ordinariamente por los constructores ingleses y de que difiere poco los de otras naciones; pues comparando tal apreciación con la teórica, que resulta de l nonius, se verá, primero la manera de determinar aquella en cada caso, y segundo las preoc paciones funestas de que hemos hablado en diferentes ocasiones.

Los diámetros de los limbos de las aparatos ingleses mas generalmente usados son de 3, 4, 5 y 6 pulgadas, respectivamente equivalentes, los de

3	pulgadas	á	76'2	mm.	correspondiendo á	1° 0'5987	mm.
4	»		101'6	»	»	1° 0'7983	mm.
5	»		127'0	»	»	1° 0'9979	mm.
6	»		152'4	»	»	1° 1'1974	mm.

Hemos dicho que la magnitud de arco visible á la distancia de la visión distinta, en el puesto de ser esta de 25 centímetros y la perspicacia de la vista de 40", era de 0'0485 mm.; por consiguiente, siendo la amplificación del microscopio de 5, alcanzará el limite de

$$\frac{0'0485}{5} = 0'0097 \text{ mm.}$$

á cuya magnitud de arco corresponden en el limbo de

3	pulgadas	162"
4	»	122"
5	»	97"
6	»	81"

De aquí se deduce que en los dos primeros limbos no se podrá apreciar el *centígrado*, siendo inútil que se complique el nonius para señalar esta apreciación y que si se consigue en los dos últimos, con dificultad en el de 5 pulgadas y fácilmente en el de 6, y así en efecto resulta de la observación directa, para la cual basta hacer la coincidencia del cero del nonius con una división del limbo con todo cuidado y se observará en el de 3 pulgadas que parecen coincidir 4 ó 5 divisiones, 3 en el de 4 pulgadas, en el de 5, fijando mucho la atención, ya se nota la verdadera coincidencia y la pequeña separación de las líneas anterior y siguiente y en el de 6 pulgadas esto se vé con mas claridad.

Dedúcese de aquí también que si en los primeros se hiciera un nonius de apreciación de 2 centígrados la observación sería mas cómoda, mas rápida y tan exacta como con el de supuesta ó teórica apreciación de 1 centígrado, y por esta razón los Topógrafos han de pedir aquella condición que los constructores se apresurarían á aceptar por serles mas fácil su satisfacción.

Aún los resultados á que hemos llegado no siempre se consiguen en la práctica á causa de las malas condiciones del metal, de la poca delicadeza con que se han hecho las graduaciones, y de que las lentes ó microscopios simples no alcanzan la supuesta amplificación ó de que el observador tiene la vista defectuosa ó fatigada, porque no debe olvidarse que los consideramos como límites y por consiguiente se debe procurar siempre dejar mas amplio margen para hacer la observación con desembarazo y sin fatiga reclamando aparatos apropiados para las operaciones delicadas y no preocupándose por conseguir la apreciación al centígrado hasta para los mas insignificantes detalles ó puntos próximos, cuando en realidad es inútil tanta precisión en los ángulos, tenida en cuenta la que en las distancias se consigue y la que exige el trabajo que se hace.

Fácilmente se deduce de lo antes consignado que aumentando la amplificación del microscopio se puede aumentar la apreciación ó disminuir el diámetro de los limbos; fundándose en este principio y teniendo en cuenta que para utilizar los potentes anteojos necesarios para apreciar con grande precisión las distancias sin dar á los aparatos dimensiones y formas inconvenientes era preciso colocarlos fuera del centro reduciendo todo lo posible el diámetro de los limbos y con ello el error consiguiente á la excentricidad del anteojo, el ilustre Porro proyectó sus renombrados clepes venciendo muchas dificultades, porque naturalmente las ofrecía la delicadísima graduación de limbos de tan pequeño diámetro, la conservación de líneas tan delgadas y la mucho mayor de numerar todos los grados, para que apareciendo en el pequeño campo del microscopio al menos dos de estos números se hiciera la contada sin dificultad evitando las equivocaciones; pero salió victorioso en sus intentos dotando á la Topografía de esos especiales aparatos, que han sido objeto de viva discusión, porque mientras unos los consideran como el summum de la perfección, otros los tienen por muy inferiores á los de anteojo centrado y con limbos de mayor diámetro.

Hasta ahora hemos considerado la apreciación de los ángulos según la *indicación directa* del índice sencillo ó del nonius, ya se observen á la vista, ya mediante una lente ó microscopio simple y conviene que algo digamos de *la estima*.

Esta consiste en *apreciar* la parte de arco pasado por el índice después de la última división del limbo con relación á la porción de aquel entre dos de estas comprendida y como esto con alguna práctica se consigue con mas rapidez que contando las líneas del nonius, según algunos con mas exactitud, y sobre todo puede simplificar la construcción de los aparatos, va ganando la opinión en contra de los nonius, especialmente en los de grande apreciación con el uso de los microscopios compuestos y limbos muy finamente graduados, que hacen innecesario el empleo de los grandes nonius de uso bastante molesto.

Para hacer comprender sencillamente esta manera de apreciar los ángulos hemos de considerar los tres casos siguientes: 1.°, en que la estima se haga á la simple vista; 2.°, en que se utilice una lente de acomodación ó microscopio simple y 3.° cuando se emplée el compuesto con varios hilos fijos.

En el primer caso, como la perspicacia de la vista no recibe auxilio alguno, la graduación del limbo ha de ser sencilla para evitar la confusión de las líneas y la apreciación queda limitada ordinariamente á distinguir, por ejemplo, en un limbo en que el grado sea de 1 mm., como sucede en los de 5 pulgadas inglesas, el medio del tercio á lo sumo; lo cual implica la posibilidad de un error de $^1/_3 - ^1/_6 = ^1/_6$ ó sean 17'.

A primera vista parece esto inaceptable en todos casos; pero, si en cuenta se tiene lo que hemos dicho al ocuparnos de las *Tablas de las cuerdas* (número 7), fácilmente se comprenderá que no necesitan más los que se contenten con los planos simplemente gráficos; pues no utilizan mayor apreciación, aunque hayan medido los ángulos con aparatos de la verdadera de 1'.

En el segundo caso ya la perspicacia de la vista mejorada permite la división del mismo limbo en medios grados y distinguir en ellos el tercio del cuarto; por consiguiente la apreciación puede ser de $^1/_3 - ^1/_4$ ó $^1/_{12}$ de 50' y no es difícil alcanzar la aproximación de 4' con las ordinarias lentes de acomodación y con los microscopios de dos combinadas se puede llegar á apreciar 2', pues permiten la subdivisión del grado en cuartos, con tal empero que el metal por su dureza y pulimento lo permita y la construcción sea cuidadosa.

Si se comparan los resultados de estos dos casos con los que se pueden conseguir respectivamente con nonius de 10 y 25 partes, parécenos que estos ofrecen más seguridad en la apreciación y menor exfuerzo y son por consiguiente ordinariamente preferibles al sistema de la estima, que tampoco los aventaja en rapidez.

En el tercer caso ya es más dudosa la preferencia, porque, como la grande amplificación de los microscopios compuestos permite una mayor subdivisión del grado del limbo y la multiplicidad de hilos fijos simétricamente colocados relativamente al central la inmediata comprobación y la repetición de las lecturas, da esto mayor seguridad y apreciación que con los no-

nius, siquiera estos sean suficientes en todos los trabajos topográficos y ofrezcan la ventaja no despreciable, según veremos al explicar el *sistema de poligonación con comprobaciones sucesivas*, de permitir conservar la orientación directamente con el limbo, lo que no es fácil por medio de la estima sin acudir á tanteos enojosos.

Para que mejor se comprendan las buenas condiciones del caso á que nos referimos consignarémos los medios ingeniosos y singulares al efecto utilizados por el eximio Porro en sus clepes.

Los limbos están finamente grabados sobre discos de bronce blanco especial, muy duro y bien pulimentado, herméticamente encerrados en cajas de metal y tienen de diámetro 58 milímetros el del gran modelo, el del mediano 40 y 32 mm. el menor, estando en los tres numerados los grados de 0^c á 399^c, en los dos primeros subdividido en 10 partes y en 5 en el tercero.

El horizontal del primer modelo se observa por dos microscopios compuestos de amplificación de 38 diámetros mediante 5 hilos fijos; el 2.° por uno de amplificación de 28 diámetros con 3 hilos y el 3.° con otro de amplificación de 17 diámetros y 3 hilos, que al propio tiempo sirve para observar la graduación del limbo vertical.

En las figuras 84, 85, y 86 se presentan la forma y dimensiones de la imagen de la parte de limbo que aparece en los microscopios y de ellas fácilmente se deduce que no es exagerada la

Fig. 84

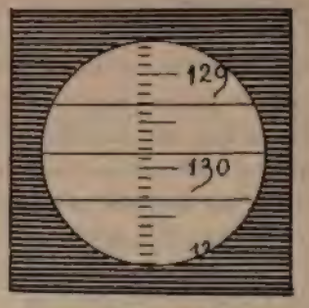


Fig. 85

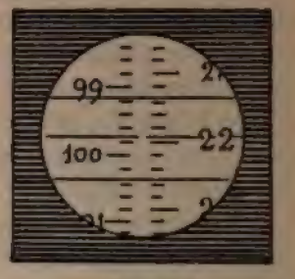


Fig. 86

apreciación posible de 5, 10 y 20 miligrados que les asigna (1) el ilustre Salmoiraghi ó mejor dicho que se propuso conseguir al calcular la amplificación de los microscopios necesaria para obtenerlo; porque basta observar la magnitud del décimo de grado en los dos primeros modelos y la del quinto en el tercero para comprender que muy bien se pueden distinguir la cuarta de la quinta parte de ella en el mayor y la tercera de la cuarta en los otros dos, cuya apreciación ha de aumentar, según el cálculo de probabilidades, observando con 3 ó 5 hilos en aquel y con los tres de los otros dos.

Salmoiraghi utiliza en la demostración una sencilla fórmula deducida al efecto; no creemos oportuno consignarla y discutirla por no alargar demasiado este número complicándole; pero sí debemos hacer constar que la apreciación por él consignada ha sido comprobada en experiencias muy delicadas y concienzudas en la Escuela Politécnica de Milán (2).

Finalmente hay otro medio de apreciar la medida de los ángulos con grande exactitud, en que no se emplean los nonius ni la estima y es el que utiliza los microscopios compuestos con hilos móviles y tornillo micrométrico; no se aplica este medio á los aparatos topográficos por no exigir sus trabajos tanta exactitud, ni por consiguiente goniómetros tan delicados y costosos; pero sí se utilizan en las grandes triangulaciones geodésicas consiguiendo la apreciación de 1" ($0^c000309$) y hasta la teórica de 0'1", como sucede en el gran teodolito de Starke y Kammerer y es claro que en tales aplicaciones no puede competir el nonius con el microscopio compuesto, que ha permitido realizar trabajos antes imposibles con la exactitud apetecida.

(1) Les Tachéomètres.—Les Cleps. 1888. Pag. 13.
(2) Id. Id. id. Nota de las págs. 14-17.

64 — Regla de Bessel (1).

El Topógrafo debe cuidar de tener sus aparatos en el estado más perfecto que permitan sus condiciones de construcción y á tal efecto ha de comprobarlos y corregirlos con alguna frecuencia y siempre después de su transporte en caballerías y carruajes de cualquier género que sean, porque con las sacudidas bruscas, que durante ellos reciben, se descorrigen fácilmente; de no obrar así se expone á conseguir malos resultados de las operaciones más cuidadosas y concienzudas.

Pero las comprobaciones y correcciones de los goniómetros en general, y de los teodolitos ó taquímetros especialmente, es trabajo molesto y enojoso y muchos Topógrafos no le realizan nunca ó pocas veces, ó porque no dan importancia á sus incorrecciones, ó porque no se acuerdan en el campo de la manera de comprobarlas y anularlas en lo posible ó porque no se quieren tomar tantas molestias, y esto es tan antiguo y general, que teniéndolo en cuenta el ilustre Porro se propuso é hizo sus aparatos incorregibles, es decir, que después de bien corregidos en su fábrica se aseguraban perfectamente para evitar tales molestias, ó lo que es peor que se trabajara con instrumentos descorregidos: esta idea es felicísima y si el objeto se consiguiera completamente y todos los constructores fueran tan inteligentes y concienzudos como él, debiera realizarse siempre; pero como no sucede así y de algunas fábricas salen muchos aparatos no sólo descorregidos sino muchas veces tan defectuosos que es imposible ponerlos en el estado conveniente para ser utilizados con seguridad, de aquí que la opinión general entre los Topógrafos sea que deben ser corregibles, para que cada uno lo haga oportunamente.

Pero esto no se consigue fácil y completamente, y si bien al empezar un trabajo y en los casos al principio indicados se deben comprobar y corregir, conviene aplicar la regla de Bessel cuando se desée tener completa *seguridad en los resultados*, anulando los pequeños errores residuos que casi siempre dan los goniómetros más utilizados, y *mayor precisión* de la que realmente corresponde á sus graduaciones y nonius ó microscopios.

Por de contado que ni con la regla de Bessel, ni con ningún otro procedimiento se pueden conseguir resultados seguros y precisos cuando se opera con malos aparatos de ajustes desconcertados, de rozamientos que arrastran las piezas que deben permanecer perfectamente inmóviles y de tornillos que no rigen ó lo hacen mal; estos aparatos no sirven más que para desesperar al Topógrafo concienzudo ó comprometer la honra profesional de los que se atienen al conocido *poco más ó menos* y lo mejor que con aquéllos se puede hacer es tirarlos: no nos cansarémos de recomendar el uso de los buenos aparatos, lo cual no quiere decir que se hayan de emplear para las pequeñas operaciones los más complicados y de gran precio, sino los buenos de cada clase y procedentes de las fábricas acreditadas, abandonando esos de pacotilla que en el comercio se encuentran, muy bonitos, pero defectuosísimos, que al fin y á la postre resultan muy caros, porque no sirven más que para causar molestias sin cuento al Topógrafo y para desacreditarle.

No nos importa gran cosa saber si fué el ilustre Geodesta Bessel el autor verdadero de la regla ó procedimiento que lleva su nombre ó si fué simplemente el que la sintetizó y divulgó; lo interesante es conocerla y aplicarla siempre que sea necesario con conciencia de los resultados que con ella se consiguen; y á tal efecto sencillamente de todo esto nos vamos á ocupar, y como ahora los teodolitos y taquímetros tienen generalmente dos nonius ó microscopios para la observación de cada limbo, en este supuesto vamos á razonar, aunque la regla sea aplicable con la consiguiente variación á los aparatos que no tengan más que uno de aquéllos.

Puesto en estación el instrumento, bien asegurado al trípode, y conseguida la verticalidad de su eje general mediante los tornillos del juego y el ó los niveles al efecto destinados y hecha

---

(1) Aunque para comprender fácilmente lo que decimos sobre la Regla de Bessel, la repetición y reiteración sea preciso conocer los aparatos con que se utilizan, las incluímos en este Capítulo para reunir en él cuanto se refiere á la medición de los ángulos.

la coincidencia del cero del nonius A (1) del limbo azimutal con la graduación correspondiente en cada caso, se dirigirá la visual al punto anterior ó de partida mediante el movimiento general, anotándose las lecturas de los nonius azimutales A y B y las de los zenitales I y II; esto hecho se invierte el anteojo dirigiendo la visual al mismo punto y se anotan las lecturas de los mismos nonius, se toma el término medio de las lecturas hechas con los nonius ó microscopios A y B (por de contado haciendo caso omiso de los 200 grados que sobre la inicial del A señala el opuesto B en la 1.ª observación y el A sobre el B en la 2.ª), y la media será la dirección buscada; se procede del mismo modo con las lecturas zenitales y se consigue el ángulo zenital de la visual; después se dirige la visual al punto siguiente, se hacen las mismas observaciones y anotaciones y comparada la media general primera con la segunda se obtiene con seguridad y precisión el ángulo que forman las dos visuales en el sentido de la graduación del limbo, ó el *azimut de la 2.ª con relación al de la 1.ª cuya media se corrige en lo necesario del verdadero*, si es conocido; y las medias de las lecturas de los nonius verticales sirven para determinar las alturas de los puntos observados con relación al de estación, pues que cada una da el ángulo zenital (ó el de inclinación si el instrumento está para éstos preparado) de la respectiva visual.

De lo dicho resulta que el anteojo quedaría invertido al terminar las observaciones al primer punto y así podría utilizarse para visar el 2.º con lo que después de la inversión en éste quedaría en su posición natural; pero cuando se desée proceder con completa seguridad y conseguir mayor precisión, es lo mejor repetir para cada punto la inversión; es decir, visar tres veces cada punto, porque volviendo los nonius á su primera posición se comprueba ésta y se mejora la lectura de la graduación; no es lo comun proceder así; pero es muy recomendable y cuesta muy poco realizar la observación, que en conjunto no exigirá más de 1^m ó 2^m á un operador un poco práctico; el único inconveniente que presenta es que se ocupan varias líneas del registro para la determinación de cada punto, cuando se quieren hacer constar las lecturas íntegras, pero esto no es necesario, porque basta consignar para cada nonius la graduación inicial y las pequeñas diferencias resultantes en las distintas observaciones.

Creemos oportuno consignar un ejemplo de las dos distintas anotaciones, para que se comprenda mejor nuestra idea y pueda aplicarla el que la encontrara oportuna.

1.ª observación.	A = 95'32^c	I = 115'47^c
	B = 295'33^c	II = 315'48^c
2.ª id.	A = 295'35^c	I = 315'49^c
	B = 95'34^c	II = 115'46^c
3.ª id.	A = 95'33^c	I = 115'46^c
	B = 295'32^c	II = 315'47^c

$$\text{Medias generales} \begin{cases} A = 95'3\dfrac{2+\cdot 3+\cdot 5+\cdot 4+\cdot 3+\cdot 2}{6} = 95'332 \\ I = 115'4\dfrac{7+\cdot 8+\cdot 9+\cdot 6+\cdot 6+\cdot 2}{6} = 115'472 \end{cases}$$

Se observará en primer lugar que hemos supuesto una pequeña diferencia entre las lecturas de los nonius opuestos y otra en las que corresponden á cada uno en la inversión, cuyas diferencias serían debidas al error en la apreciación, en la posición relativa de los índices y de centración del eje de giro.

En las medias generales utilizamos, para abreviar, el segundo sistema de anotación, que puede dar lugar á equivocaciones, porque cuando las *décimas* de grado fueran diferentes se pue-

(1) Para evitar equivocaciones y complicaciones en la observación y apuntamiento de sus resultados en los registros, en los buenos aparatos se señalan con A y B los nonius del limbo azimutal y con I y II los del zenital, como veremos para cada uno al hacer su descripción.

drían consignar en lugar del punto, que indica su igualdad, y al hallar la media se tendría en cuenta su diferencia con la lectura inicial ó bien empezar por la menor.

Las medias podrían obtenerse tal vez más fácilmente que sumando las *centésimas de grado*, en que están las diferencias, sumando algebraicamente su diferencia á la inicial y dividiendo por el número de ellas añadir ó restar el cociente de la graduación inicial; por ejemplo, para la dirección azimutal, resultaría, $A = 95^c32 + \frac{1+3+2+1}{6} = 95^c32 + 1^c2 = 95^c332^c$, lo cual es mucho más largo de referir que de hacer, pues no exige que se escriba nada haciéndose de memoria la suma y división primeras y la variación consiguiente del valor inicial de A, que es el que se ha de utilizar.

Si esta graduación no concordara con el azimut verdadero, ó antes deducido para la misma dirección, al de ésta se sumaría la diferencia de los valores medios obtenidos para ella y la siguiente y se obtendría su azimut, que del mismo modo podría irse transmitiendo de estación á estación, pudiéndose corregir, cuando convenga, mecánicamente la posición del instrumento para conseguir directamente comprobaciones muy aproximadas en las triangulaciones.

Desde luego se comprende que con este procedimiento se conseguirá *mucha mayor precisión en la lectura de la graduación correspondiente á cada dirección*, y por consiguiente el valor de los ángulos entre ellas ó de los azimutes, porque realmente se hace 4 ó 6 veces según que se haga de una ú otra manera de las explicadas la observación; pero su verdadero mérito no está en eso precisamente; *sino en que por su medio se anulan todos los errores consiguientes á las incorrecciones del aparato*, son á saber:

1.° Que los ceros de los nonius no se hallen en los extremos de un diámetro;

2.° La excentricidad de la alidada con relación á los dos limbos azimutal y zenital;

3.° Que el diámetro 100^c 300^c del 2.° no coincida con los ceros de sus nonius cuando la visual sea horizontal;

4.° Que la línea de colimación, generalmente llamada eje óptico del anteojo, no sea perpendicular al eje de rotación del mismo y que éste no sea horizontal y

5.° Finalmente la excentricidad del anteojo en los aparatos que así le tengan.

Para comprender bien todo esto basta tener presente la manera de rectificar esta clase de aparatos, que no es oportuno consignar ahora, ya que de ello nos ocuparémos al describir los goniómetros principales, pues coinciden perfectamente con los medios utilizados en la regla de Bessel; de suerte que ésta permitiría conseguir excelentes resultados aun operando con aparatos descorregidos, pero de buenos ajustes y suaves movimientos: sin embargo la prudencia aconseja dejar sus efectos para anular los pequeños errores inevitables y emplear siempre aparatos bien corregidos y aseguradas sus distintas partes; las diferencias notables que en la inversión dan los que no se encuentren en este caso, dejan siempre en la duda, que es expuesta y penosa, y si la incorrección llega al extremo de no dar seguridad y regularidad en los movimientos, el resultado es el que hemos antes dicho producen los instrumentos de mala construcción: con medianos aparatos puede conseguir buenos resultados un hábil operador, pero con los buenos, es decir, los de ajustes y movimientos precisos, bien comprobados y corregidos, los conseguirá siempre mejores, en menos tiempo y con más seguridad; no hay, por consiguiente, que descuidar la comprobación y corrección descansando en los buenos resultados de la regla de Bessel.

65 — Repetición y reiteración.

Si la regla de Bessel, tal como la hemos explicado, es suficiente para conseguir excelentísimas poligonaciones y aun triangulaciones topográficas del grado inferior (1), no basta á satisfacer

(1) El Instituto Geográfico y Estadístico no emplea otro medio para todas las de esta clase, según se previene en el art. 24 de sus Instrucciones de 1878 (modelos 6 y 7), y si bien utiliza en ellas teodolitos de Brunner de *apreciación teórica de 10"*, como esto se hace mediante nonius largos, no creemos que consiga la precisión necesaria en las de 1.° y 2.° orden.

las necesidades de las de primer orden, ni aún las del segundo, y por de contado nunca á las geodésicas en ninguno de sus tres órdenes; por esta razón se apeló á la *repetición de los ángulos*, que al presente se ha sustituído por la *reiteración*, quizá sin bastante fundamento en muchos casos.

Consiste la REPETICIÓN *en lo siguiente:*

Puesto en estación el aparato en el vértice B' de un ángulo A' B' C', y haciendo (para mayor comodidad, no por necesidad) coincidir tan exactamente como sea posible el cero del nonius A con el del limbo azimutal, se asegura bien á éste la alidada, y aflojando el tornillo de presión correspondiente se mueven limbo y alidada hasta que la visual pase por el punto A' (1), apretando aquel tornillo cuando esté cerca de él y afinando la coincidencia con el de aproximación; conseguida aquella se observa si el nonius A coincide con el cero del limbo, en caso de que no suceda se afina la coincidencia con el tornillo correspondiente de la alidada y la puntería con el del limbo, y se toma nota de aquella graduación de partida y de la que señala el nonius opuesto B, asegurando bien el tornillo del limbo; aflójase entonces el tornillo de presión de la alidada y con mucho cuidado se mueve esta hasta que la visual pase por el punto C', afinando la puntería con el tornillo de aproximación despues de haber apretado el de presión y, aunque no es necesario y solo se hace por precaución, se leen las graduaciones señaladas por los nonius A y B (2), que expresarán con la precisión ordinaria del instrumento el valor del ángulo, si el platillo horizontal permanece bien nivelado, lo que se ha de procurar y observar, corrigiéndolo en caso necesario; esto conseguido, aflójase el tornillo de presión del limbo y se hace girar este y la alidada juntos con mucho cuidado hasta que la visual pase nuevamente por el punto A', conservando los nonius A y B la misma posición que antes del movimiento y la burbuja del nivel centrada, lo que conviene comprobar; se sujeta perfectamente el limbo y aflojando el tornillo de presión de la alidada se hace girar esta con cuidado hasta que la visual pase otra vez por el punto C', afinando la puntería como antes se ha dicho, y asegurando la posición de la alidada apretando suavemente el tornillo de presión correspondiente.

Como al hacer esta segunda observación del ángulo se partió de una posición del nonius A, que ya marcaba muy aproximadamente su valor, claro es que, al visar por segunda vez el punto C', señalará una graduación dupla de aquel; se toma nota de ella y de la correspondiente al nonius opuesto B y aflojando el tornillo de presión del limbo, este y la alidada unidos se hacen girar con cuidado hasta que la visual pase por el punto A' para repetir la operación anterior, con lo cual se hará correr el nonius A un arco igual á los precedentes, señalando en la graduación del limbo la correspondiente al triplo valor del ángulo y así se continua obteniendo el cuádruplo, el quintuplo, etc.

Supongamos que esto se considere suficiente; entonces la alidada estará visando al punto C; se lee con mucho cuidado la graduación que en el limbo señalan respectivamente los nonius A y B, se restan de ellas las que marcaban en la primera posición visando á A', cuidando de tener en cuenta si alguno de ellos ha pasado de los 400 grados, que naturalmente se han de aumentar á aquella graduación tantas veces como tal paso haya ocurrido, y las diferencias resultarán próximamente iguales entre sí y al quíntuplo del ángulo, cuyo valor se conseguirá dividiendo aquellas diferencias ó la de las medias por cinco, puesto que suponemos que este número de veces ha pasado la alidada sobre el limbo desde A' á C' y este valor del ángulo comprobado por los resultados de los dos nonius se acercará mas al verdadero que cada uno de los que dan las

(1) Suponemos que la graduación del limbo crece en el sentido de A' á C', que en unos aparatos va de izquierda á derecha y en otros de derecha á izquierda, cuya condición se debe anotar en las observaciones generales del registro y tener en cuenta al elegir el orden de los puntos que se han de observar sucesivamente.

(2) La anotación de estas graduaciones y las siguientes no se debe hacer en el registro sino separadamente; en aquel solo se deben consignar las de partida, las finales despues de las repeticiones directas, cuyo número se ha de expresar, las de la inversión del anteojo y las últimas, á fin de que en el registro no aparezcan mas que los números correspondientes á la lectura de los dos nonius en la posición inicial en A', la final primero en C', la inicial en este despues de la inversión del anteojo y la final en A' despues del mismo número de repeticiones.

diferencias de las graduaciones anotadas, *porque se reduce el error* (1) *en la lectura, que es el mayor que se comete, cuando el aparato es de buenas condiciones.*

Pero para anular todos los demás, mediante las ventajas que ofrece la regla de Bessel, no debe terminar con lo dicho la observación, sino que *despues de invertir el anteojo* en la última posición y afinando la puntería mediante el tornillo de la alidada, si por estar algo descorregido el aparato no coincidiera la visual con el punto C', se repiten todas las operaciones indicadas en sentido contrario, es decir, moviendo la alidada de C' á A' y alidada y limbo unidos de A' á C', y tomando nota de las graduaciones que señalen los nonius A y B se observará que las nuevas del A coincidirán sensiblemente con las precedentes de B, y al contrario, salvo la diferencia observada en la inversión del anteojo y la consiguiente al error de lectura, si la operación está bien hecha, y despues de las segundas cinco repeticiones se llegará á la primera posición señalando el nonius B próximamente cero y el A 200 grados ó unas graduaciones que de estas difieran la diferencia observada en la inversión; si así sucede, se puede tener seguridad de haber hecho bien la operación, y dividiendo por cinco la diferencia entre la graduación señalada después de la inversión del anteojo visando á C' y la que respectivamente marquen los nonius A y B visando á A' en la última posición, se tendrá en su media otro valor del ángulo con mucha precisión y muy poco diferente de la primera media antes obtenida; se toma la semisuma de estas dos medias ó, mejor dicho, de las cuatro que se obtienen comparando los resultados ofrecidos por los dos nonius, y el final será mejor que si se hubieran hecho veinte repeticiones, porque á las ventajas de este procedimiento se habrán añadido las de la regla de Bessel y de la lectura con los dos nonius opuestos.

Como hemos indicado, no es indispensable elegir para *punto de partida el cero del limbo*, pero es conveniente para facilitar las operaciones y sobre todo para hacer la coincidencia exacta con el del nonius, pues ambos sirven de punto de partida al constructor y es aquella mas fácil de conseguir.

Los errores que se pueden cometer consisten:

1.° En el consiguiente al juego de los ejes de la alidada y del limbo, y como este último ordinariamente es mayor que el primero, cuando se destina un teodolito ó taquímetro á esta clase de observaciones debe cuidar el constructor de afinar mucho los ajustes para evitarle en lo posible y el operador en hacer los giros suavemente sin bruscas sacudidas: procediendo así el error quedará casi completamente anulado.

2.° En el de lectura, que es muy pequeño, porque la primera coincidencia se hace muy exactamente procediendo con las precauciones indicadas y el de la última, que es la que realmente se hace en las condiciones de los nonius, queda dividido por la raiz cuadrada del número de repeticiones, y

3.° El de puntería, que es mucho menor de lo que suponen algunos ilustrados Autores fundándose en la agudeza de la vista determinada por Helmoltz, porque, como tantas veces hemos dicho, no es á este caso aplicable aquel ángulo de la perspicacia de la vista, y ya sea una banderola de 4 centímetros de diámetro, ya un poste de 8 el que se mire, se está en la seguridad de visar su eje con menos error de 2 centímetros á 5 ó 6 kilómetros, y á esta diferencia corresponde, á tal distancia, un ángulo completamente despreciable.

Los demás errores resíduos instrumentales quedan corregidos con la aplicación de la regla de Bessel, suponiendo que el aparato sea de esmerada construcción y esté bien corregido al emprender una delicada triangulación topográfica; de manera que bien puede decirse que con estos aparatos y procediendo como queda dicho, *mediante la repetición se pueden medir los ángulos con toda la precisión deseada y necesaria en tan delicadas operaciones.*

Aunque hemos prescindido de hacer referencia á la lectura de los nonius del limbo vertical, conviene sin embargo hacerla en cada observación, porque, como se varía la inclinación

(1) Suponiendo que sea igual en valor absoluto en cada medida el final probable será $\frac{e}{\sqrt{5}}$

del anteojo visando alternativamente á cada punto, con la media de las lecturas de cada nonius en cada una de aquellas y la semisuma de las dos medias generales, se aumenta la precisión y se corrige el defecto de posición de los ceros de los nonius, comprendiendo en ellas las del anteojo invertido, y por otra parte, en cada grupo de repeticiones las lecturas de cada ángulo zenital ó de inclinación indicarán si la nivelación del platillo horizontal se ha ó no descorregido, aunque esto se verá mas fácilmente observando los niveles, si son de la sensibilidad necesaria en tales aparatos: de todos modos conviene mejorar por este medio la determinación de los ángulos verticales, anotando los resultados de las lecturas en registro especial para no complicar el de las observaciones azimutales, pues este no exige tantas anotaciones como aquellos, ya que la mayoría de ellas son sólo de precaución y se deben hacer en papel separado.

De la explicación anterior se deducen fácilmente las condiciones generales de los registros que conviene utilizar.

Veamos en qué consiste y qué resultados se consiguen con la REITERACIÓN.

Esta se reduce á medir cada ángulo diferentes veces con distinta parte del limbo, y como en cada vértice se reunen ordinariamente varios ángulos, que comprenden toda la circunferencia, y los aparatos están provistos de dos nonius ó dos microscopios opuestos, no se hace la observación de cada uno independientemente, *como en la repetición*, sino sucesivamente en cada posición del aparato, de suerte que utilizando al propio tiempo la regla de Bessel, se procederá del modo siguiente:

Supongamos colocado en la estación B′ el aparato comprobado, corregido y bien nivelado y que en ella concurran los lados B′ A′, B′ C′, B′ D′, B′ E′ y B′ F′ de otros tantos triángulos, creciendo la graduación del limbo en el mismo sentido de izquierda á derecha, en que están situados los puntos A′, C′, D′...

Hecha con el mayor cuidado la coincidencia del nonius A con el o del limbo y comprobada con el nonius opuesto B, se apretará la alidada y aflojando el tornillo de presión del limbo, este con aquella se moverán hasta que la visual se acerque al primer punto A′, afinando la coincidencia con el tornillo de aproximación correspondiente: se comprueba la coincidencia del o del nonius A con el del limbo, y en caso necesario se realiza con mucho cuidado mediante el tornillo de aproximación de la alidada y con el del limbo la de la visual con el punto A′, anotando la graduación correspondiente de cada nonius A y B enfrente del punto A′ y lo mismo se hará con las graduaciones de los nonius verticales I y II; ordinariamente no se trata de estos en la descripción de esta clase de observaciones, pero como se pueden y deben hacer simultáneamente para tener los ángulos zenitales ó de inclinación al mismo tiempo que los azimutales, no vemos inconveniente en comprenderlos, cuidando al efecto de hacer coincidir exactamente la cruz filar con una señal hecha en la banderola ó poste con que se determine cada punto, á cuyo efecto es lo mejor fijar una ó dos esferas de 10 á 15 centímetros de diámetro á alturas conocidas en las banderolas ó postes determinantes de cada punto; pero para evitar complicaciones en los registros, se acostumbra á consignar los datos y resultados en dos distintos, uno dedicado á los ángulos azimutales y otro á los zenitales.

En la observación de partida, como en todas las demás, se debe cuidar de conservar bien centrada la burbuja de los niveles ó de tomar nota de las divisiones de uno y otro lado que ocupan para hacer después la corrección, aunque aquello es lo mas sencillo.

Hechas las coincidencias y anotaciones referidas y bien asegurado el limbo horizontal se afloja el tornillo de la alidada, se la hace girar suavemente hasta que la visual pase por ó muy cerca del punto siguiente C′, haciendo la coincidencia mediante los tornillos de aproximación de la alidada para hacer que el plano colimador pase por el punto C′ y con el del movimiento vertical del anteojo para que la cruz filar coincida con el centro de la esfera elegida y visible (1)

(1) En cada banderola se pondrán al menos dos esferas para que siempre pueda verse una y naturalmente se tomará nota de la que sea en cada caso para después tener en cuenta su altura al calcular la relativa de los puntos.

y leyendo con todo cuidado las graduaciones señaladas por los cuatro nonius A, B, I y II se anotarán ordenadamente en frente del punto C' en cada registro.

Claro es que la diferencia entre las graduaciones iniciales ó sean las que los nonius A y B señalaban para el punto A' y las que respectivamente marcan para el punto C', darán dos valores del ángulo A' B' C' ó uno mas seguro y exacto la diferencia entre la media de los dos primeros (descontados 200^c de la graduación señalada por el B) y la media de los dos segundos (hecha la precitada modificación); pero esta determinación del valor del ángulo A' B' C' no se hace por el momento sino que se precisan las direcciones B' A', B' C'..., dejando aquello para el final, como luego verémos.

Con las mismas precauciones se dirigen las visuales á los puntos D', E', F' anotando ordenadamente las graduaciones leídas en los cuatro nonius, terminando así la *vuelta de horizonte* ó *strato* como le llaman los italianos.

Creemos, sin embargo, oportuno aconsejar, de acuerdo con algunos Autores, que, siguiendo el giro de la alidada se vise nuevamente el punto de partida A' y se lean con todo cuidado las graduaciones de los nonius A, B, I y II, porque si resultan iguales ó muy poco diferentes de las primeramente anotadas dará una comprobación importante.

Cuando no se utiliza la regla de Bessel se repite la operación, tomando como graduación de partida, no el o del limbo, sino otra de decenas como la 40^c ó 50^c para conseguir otra vuelta de horizonte ó strato en lugares distintos del limbo (1); luego otra con la graduación inicial 80^c, después otra con la de 120^c, después otra con la de 160^c, por cuyo medio se hace que en cada ángulo figure, mediante los dos nonius, todo el limbo, á fin de tener en cuenta las incorrecciones por excentricidad del eje de la alidada y las desigualdades de la graduación, ya que mediante el término médio de lo que señalen los dos nonius se anula el error consiguiente al defecto de su posición en los extremos de un diámetro.

Con estos datos reducidos á la media de las graduaciones iniciales ó primeras de cada punto, como luego verémos, se puede hallar con mucha exactitud el valor de cada ángulo A' B' C', C' B' D', D' B' E', etc. por las diferencias respectivas y los zenitales de cada punto por las medias de los valores señalados por los nonius I y II para cada uno.

Los ERRORES *que se cometen por este procedimiento* son indudablemente los mismos que hemos indicado para el de la *repetición*, con la notable diferencia que en este los de lectura se reducían á la inicial y la final, mientras que en el de *reiteración* hay uno *inicial* y otro final para cada valor parcial del ángulo primero, y en los sucesivos dos errores de esta clase en cada uno de tales valores, y los distinguimos porque no es el mismo el que se comete en una coincidencia con una graduación de decenas y el cero del nonius A, que en una lectura de nonius, en que muchas veces no hay exacta coincidencia de líneas, sino apreciación, que no es lo mismo, y si bien en el giro de limbo y alidada, ó en el de esta sola *se supone* que puede haber desviación de aquel, parécenos que no sucederá con los aparatos que hoy se construyen, porque los tornillos de presión aseguran bien las piezas y los ajustes se hacen de tal modo que son inapreciables los rozamientos; de todo lo que se deduce, que *en nuestro concepto se puede conseguir* MAYOR EXACTITUD CON LA REPETICIÓN QUE CON LA REITERACIÓN, sin que sea fácil precisar los *errores probables* con uno y otro procedimiento con bastante seguridad, no obstante las fórmulas aceptadas y de que despues nos ocuparémos.

Utilizando la regla de Bessel, como siempre consideramos oportuno, terminada la primera vuelta de horizonte ó strato, sea en el último punto, sea en el primero, como es mas seguro, se

(1) Para determinar la separación de la graduación que debe servir de punto de partida de las sucesivas vueltas de horizonte, se divide la semicircunferencia (200^c ó 180°) por el número de reiteraciones que se consideren necesarias, según la apreciación verdadera de los nonius ó microscopios y la necesaria en cada caso; si suponemos que se hayan calculado como necesarias 5 reiteraciones, como $^{200}/_{5} = 40$, las iniciales, con que se hará coincidir el nonius A al visar el punto A', serán sucesivamente 0^c, 40^c, 80^c, 120^c, 160^c y de esta manera, contando con el nonius opuesto B, cada ángulo se medirá en todas las regiones del limbo, que es el objeto de la reiteración además de repetir la medida de cada uno.

invierte el anteojo, se anotan las diferencias que esto produce en las indicaciones de los nonius y se hacen los giros en sentido inverso, tomando nota de lo que aquellos digan para cada punto, y la diferencia de las medias de cada uno darán nuevos valores de los ángulos que, comparados con los anteriores harán ver la precisión conseguida, que aumentará con el término medio de todos los valores que se obtengan en las distintas vueltas de horizonte.

Procediendo así será algo mayor el trabajo de observación, pero se anularán los errores residuos instrumentales, consiguiendo grande precisión, si el aparato es de buenas condiciones, porque (lo hemos de repetir aunque nos hagamos molestos), sin ellas, con los aparatos de mala construcción todas las combinaciones son inútiles para conseguir la deseada seguridad y exactitud: con los buenos, lo mismo las repeticiones que las reiteraciones, si se utiliza la regla de Bessel, se pueden reducir á la mitad, si bien en las triangulaciones conviene medir los ángulos con la mayor exactitud posible y la economía de tiempo en tal reducción es poca y no debe utilizarse para conseguir la situación de los vértices con toda precisión.

En las poligonales basta, por el contrario, observar con cuidado y utilizar la regla de Bessel repetida, como hemos antes aconsejado; pues con ello y buenos taquímetros se tiene mas de lo que se necesita, especialmente siguiendo el sistema de comprobaciones sucesivas, que á su tiempo explicarémos.

Como quiera que con los movimientos del observador para leer los nonius en las distintas direcciones indicadas puede moverse mas ó menos el terreno, en que el aparato se apoya, comunicando á este el movimiento y descorrigiendo su nivelación que, como es sabido, influye en los ángulos azimutales y zenitales, conviene que sean dos los lectores de las graduaciones para hacer innecesarios tales movimientos, cuando se desée conseguir grande precisión; pero antes deben ensayarse en la lectura para hacerla de la misma manera, pues generalmente no la consiguen enteramente igual dos observadores cualesquiera por las diferencias de la vista ó del modo de mirar: algunos tal vez consideren infundada esta observación, pero, si hacen la prueba, verán que no lo es.

El distinguido Ingeniero Sr. Salmoiraghi se ocupa con mucho acierto de comparar los sistemas de repetición y reiteración en las páginas 431 á 435 de su excelente libro *Istrumenti e metodi moderni*, y para terminar el estudio que venimos haciendo y confirmar nuestras anteriores afirmaciones, copiarémos las fórmulas que consigna en la página 434 sobre el error que con cada uno se puede cometer en la medición de los ángulos; dice así:

«Se demuestra (en el cálculo de probabilidades) que si llamamos α y β los errores medios »de una puntería y de una lectura, el error medio de un ángulo obtenido con la lectura extre»ma por medio de n repeticiones, es, llamándole ε:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{2\alpha^2 + \frac{2}{n}\beta^2}{n}}$$

»mientras que el error medio ε' del mismo ángulo obtenido con n medidas independientes rei»teradas es:

$$\varepsilon' = \pm \sqrt{\frac{2\alpha^2 + 2\beta^2}{n}} .»$$

De estas fórmulas se deduce fácilmente que el 2.° es mayor que el 1.°; sin embargo, Salmoiraghi, teniendo en cuenta que con los microscopios compuestos se disminuye mucho el error de lectura (β) y que generalmente el ajuste del limbo y alidada con el eje general del instrumento no es tan exacto como el de aquellas dos piezas entre sí, salvo el caso en que se consiga la misma afinación en aquel ajuste, que es el en que hemos razonado, no da preferencia á uno sobre el otro de los dos sistemas, inclinándose en todo caso al de la reiteración; pero hace constar con razón que los resultados dependen de las condiciones especiales de construcción de los aparatos y no poco de las de los observadores, y por eso no es de extrañar que apreciadísimos Geodestas opinen diferentemente sobre este particular, fundándose en los resultados

por cada uno obtenidos; de manera que podemos afirmar en conclusión que los dos sistemas son buenos, si se utilizan buenos instrumentos y se hacen con cuidado y habilidad las observaciones no olvidando ninguna de las precauciones indicadas, especialmente cuando se trata de triangulaciones de grande precisión.

66 — Medios utilizados para trasportar al papel los ángulos medidos en el terreno ó de medir en aquel los que forman las líneas en él trazadas.—Trasportadores.

Uno de los medios aludidos consiste en la aplicación de las *Tablas de las cuerdas*, de que ya nos ocupamos con suficientes detalles en el número 7.

Otro es, como ya en el mismo capítulo digimos, las *coordenadas planiméfricas* especialmente utilizables en los planos numéricos para la construcción de sus gráficos ó para deducir de ellas los ángulos que forman las rectas que unen dos á dos los puntos, cuyas coordenadas se

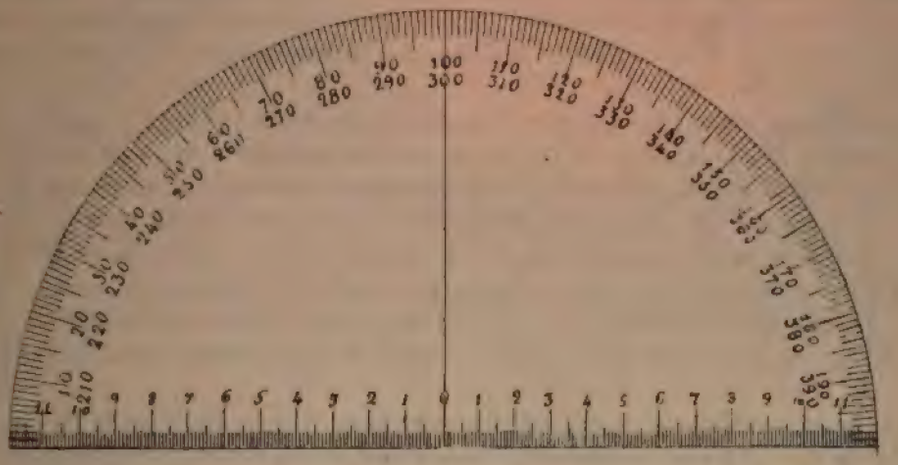


Fig. 87

conocen ó pueden fácilmente determinarse; pero, para evitar complicaciones y repeticiones, de esto nos ocuparémos especialmente al tratar de los trabajos de gabinete en los sistemas modernos.

El tercer medio, que es el mas comunmente utilizado, porque la generalidad de los Topógrafos no dando la merecida importancia á la precisión que solo puede conseguirse mediante los sencillos cálculos que permiten los planos numéricos, se contentan con los resultados del graficismo, consiste en realizar este mediante el uso de círculos ó semi-círculos graduados con ó sin alidadas y nonius; llamados *trasportadores*.

Estos se construyen de latón, metal blanco y aluminio, de talco, asta y celuloide y también de cartulina en formas variadísimas; de algunas especiales de estas, nos ocuparémos al describir los trabajos de gabinete con los procedimientos modernos; ahora, para cumplir mas fácilmente nuestro objeto, nos concretarémos á consignar algunas consideraciones generales sobre los tipos de semicírculo y círculo hueco de cartulina de grandes dimensiones, que pueden tener bastante aplicación, y el de metal de círculo entero con alidada y dos nonius de Troughton, que equivocadamente muchos Topógrafos consideran de grande precisión (1).

El primer tipo centesimal, está representado en la escala de $^1/_4$ en la figura 87 y como solo cuesta fio céntimos de peseta no importa que no sea de mucha duración; se adapta bien al papel y no le ensucia, ventajas que tienen los de cartulina sobre los de metal.

(1) Véase la nota del número 7, página 21.

Como en la figura aparece, consiste en un semicírculo de 12 centímetros de radio con el arco dividido en grados y medios grados centesimales y sus decenas numeradas de 0ᶜ á 200ᶜ y de 200ᶜ á 400ᶜ, á fin de aplicarle fácilmente á todos los ángulos de 0ᶜ á 400ᶜ.

Dividido el diámetro en milímetros en dos sentidos opuestos á partir del centro sirve de escala para fijar las distancias y á este efecto y para evitar complicaciones se escriben las decenas de metros, que correspondan á la escala del plano, cuando esta no sea la de $^1/_{1000}$; pues en este caso basta considerar como decenas los números impresos en cada centímetro.

Para poder clavar un fino alfiler de acero en el centro asegurándole al punto conveniente del papel del plano y hacerle servir de eje al trasportador, se deja en su centro por la parte

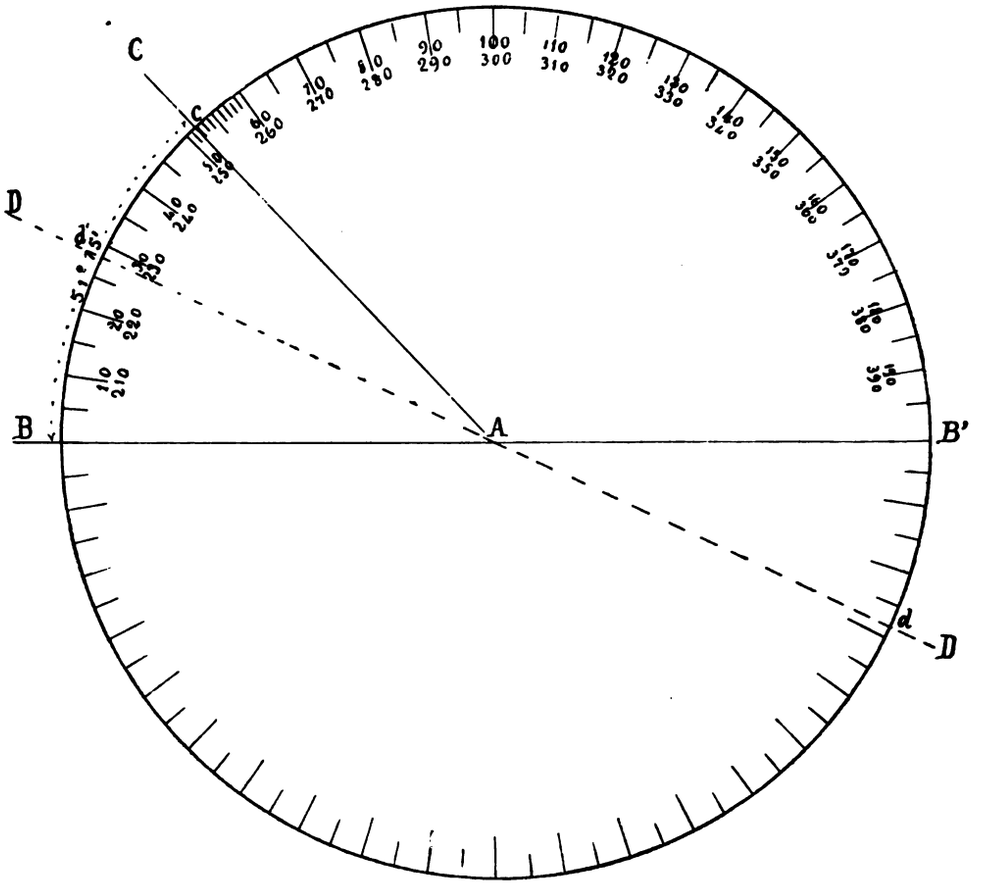


Fig. 88

opuesta un semicírculo de uno ó dos milímetros de radio; pero, como esto tiene el inconveniente de que en los giros puede inclinarse el alfiler descentrando aquel con el ensanchamiento del agujero producido, muchos prefieren clavar el alfiler al papel del plano y adosar á él el trasportador suelto cuidando de que su centro toque el alfiler, y para que el diámetro de aquel corresponda al eje de este se perfora semi-circularmente con el mismo alfiler el centro del trasportador.

Hay que fijarse bien en la dirección en que en el terreno se miden los ángulos azimutales ó rumbos y en la que los señale el trasportador, según que con este se determinen señalando por la graduación ó con el diámetro graduado haciendo coincidir aquella con la meridiana, que es como los taquimetristas los utilizan para fijar directamente y sin trazar líneas la situación de los puntos por rumbo y distancia, porque el resultado es muy distinto, como lo es cuando la dirección en que está numerada la graduación del limbo del goniómetro y la del trasportador

no se corresponden y para aclarar estos conceptos hemos de hacer la aplicación á algunos casos, necesarios para dar á conocer el uso y manejo de esta clase de trasportadores.

Primer caso. — Supongamos que en el punto A de la recta A B (Figura 88) queremos trazar un ángulo de 51'75^c.

Para mayor comodidad, no porque sea indispensable en este caso, clavarémos en el punto A un fino alfiler de acero y aplicarémos á él el centro del trasportador haciendo que al propio tiempo coincida con la línea A B (en caso necesario prolongada en ambos sentidos) el radio ó el diámetro graduado del trasportador y con un lápiz bien afilado señalarémos el punto *c* entre los grados 51'50^c y 52^c del arco graduado; es claro que uniendo el punto c al A tendrémos el ángulo pedido.

Segundo caso. — Si el ángulo fuera mayor de 200^c, como el B A D (superior), que suponémos de 228'75^c, podríamos colocar el trasportador por debajo de la recta B A y en esta posición, como en la figura se indica, marcaríamos el punto *d* á los 28'75^c y uniéndole con el punto A tendrémos el ángulo pedido; pero no hay necesidad de cambiar la posición primera del trasportador, sino que en ella se contarán 28'75^c ó 228'75^c de la numeración interior y uniendo el punto d' con el A, su prolongación A D, que es la única que se traza, nos dá el ángulo pedido.

Tercer caso. — Cuando en un punto se han de trazar con referencia á una misma línea muchos ángulos menores y mayores de 200^c, se fija el trasportador en la primera posición indicada y se señalan los puntos correspondientes á la graduación de cada uno con una rayita en el sentido de su radio, si son menores de 200^c y con dos sucesivas si mayores, escribiendo en su dirección la letra con que se designen los puntos en el registro y en el cróquis y despues de comprobar el señalamiento hecho, *lo que no debe omitirse nunca, porque con poquísima molestia se evitan equivocaciones perniciosas*, se levanta el trasportador y se trazan las líneas de los puntos señalados al de estación si tienen una rayita y en su prolongación si tienen dos.

Esto mismo se puede hacer en la construcción de los planos levantados con la brújula, no solo relativamente á los rumbos determinados desde una estación, sino á los que lo fueron desde dos ó mas; pues cuidando de escribir en la dirección de las rayitas referidas la letra de la estación y la del punto, en esta forma: A — c, A — d, B — f... bastará correr los radios correspondientes del trasportador paralelamente á sí mismos mediante las escuadras hasta llegar á la estación oportuna para tener las visuales arrumbadas convenientemente con mas facilidad, rapidez y exactitud que si en cada estación se colocara el trasportador, como hemos tenido ocasión de comprobar en muchos planos de este género levantados con las brújulas antiguas.

En estos casos hemos trazado varias meridianas y en ellas elegido los centros necesarios para que los trasportes de los rumbos no pasaran de 20 á 30 centímetros y así con facilidad y exactitud hemos conseguido el objeto deseado, á lo cual contribuye la precaución de clavar con chinches el trasportador después de centrarle y orientarle con mucho cuidado; porque de esta manera se evita la acumulación de errores por los que en tales conceptos se pueden cometer en cada estación, cuando los rumbos se determinan en cada una separadamente.

Cuarto caso. — Para resolver el problema inverso de los dos primeros casos basta cuidar de prolongar, si fuere necesario, los lados de los ángulos hasta que sean mayores que el radio del trasportador y en el segundo su prolongación por el lado opuesto de la estación y colocando el trasportador en la misma posición que para trazar los ángulos, se leen los grados y partes de grado con que coinciden tales líneas, cuidando de hacerlo con la numeración exterior los de los ángulos menores de 200^c y con la interior los superiores apreciando las partes de medio grado á la vista.

Lo mismo puede hacerse para todos los ángulos concurrentes en una estación y aún los de varias, si en este caso se trasladan á puntos determinados de las meridianas distribuídas en toda la extensión del plano.

Quinto caso. — Cuando conocido el rumbo y distancia de cada punto á la estación se desea fijar su posición en el plano directamente sin trazar líneas, como los taquimetristas lo hacen, se procede de la manera siguiente:

Supongamos que se quiere determinar la posición de un punto a, (Figura 89) que visto desde la estación A dista de ella 104 metros con un rumbo ó azimut de 70ᶜ medido en el sentido de N á O, S y E.

Trazada la meridiana N S de la estación y en esta clavado un fino alfiler de acero, á él se aplica el centro del trasportador haciéndole girar hasta que la meridiana por la parte del N coincida con los 70ᶜ, en cuyo caso el diámetro de aquel tendrá la dirección del rumbo dado y señalando el punto a, que según la escala del diámetro se encuentra á 104 metros del centro ó

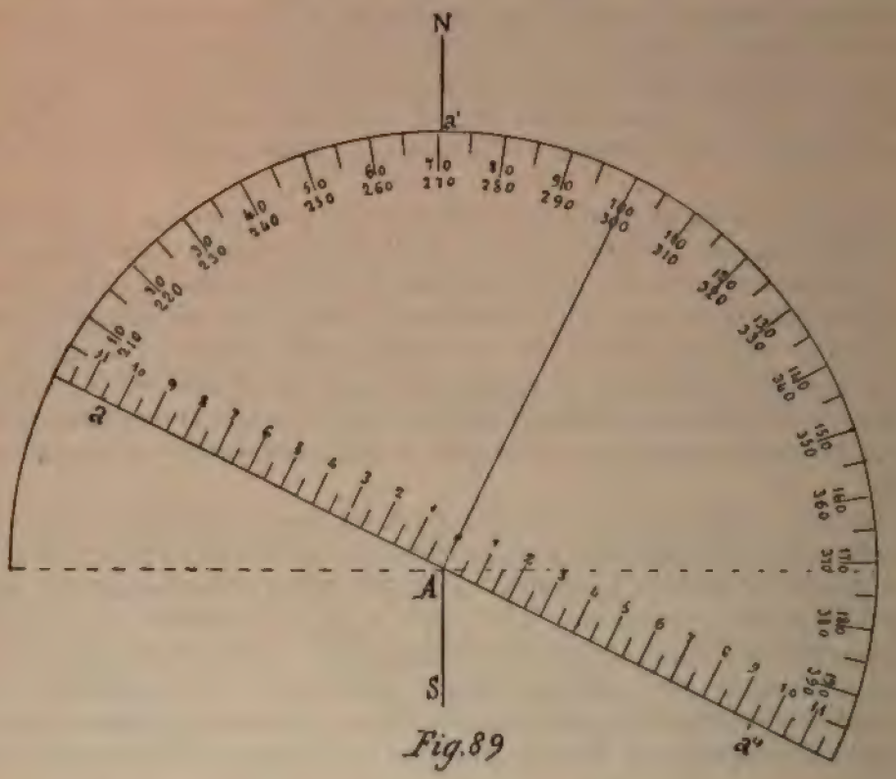


Fig. 89

estación A, se tendrá el punto pedido, á cuyo lado se escribe la letra con que se designe; y del mismo modo se fijarán todos los puntos desde aquella vistos y cuyos rumbos sean menores de 200ᶜ.

Para los mayores se hará la coincidencia de la meridiana con la graduación correspondiente al rumbo dado, pero leyéndolo con la numeración interior y el punto se señalará utilizando el radio graduado de la derecha; de manera que si el rumbo fuera de 270ᶜ y la distancia de 95 metros la posición del punto sería la de a'' en la misma figura.

Obsérvase, como en los limbos de muchas brújulas, que aunque la numeración de su graduación aumenta en el sentido de N á E, S y O los rumbos se determinan y señalan en sentido inverso consiguientemente á que, como en ellas, el limbo gira y el índice, meridiana ó aguja, permanecen fijos, lo cual, como ya antes digimos, debe tenerse muy en cuenta, porque con unos aparatos se miden en un sentido y con otros en el contrario y el trasportador debe acomodarse al limbo y ambos á la dirección en que se quiera que aumenten las coordenadas planimétricas, como ya digimos (número 8); pero como siempre es molesto cambiar los rumbos consignados en los registros, lo mejor es adquirir los instrumentos que den aquellos en el sentido mas conveniente, que en nuestro concepto es el de N á E, S y O y cuando los trasportadores

no se acomodaren á ello, como sucede con el modelo de la figura, cambiar la numeración ó adquirir los que la tienen en esa forma, ya que tan poco cuestan.

Por la misma razón también puede cada uno acomodar la graduación del diámetro á la escala que mas le convenga, lo cual es sencillísimo y evita equivocaciones y molestias.

El segundo tipo de trasportadores es el hueco de círculo entero de gran diámetro, también de cartulina, que con su alidada graduada (1) y series de números, que permiten utilizarla directamente con todas las escalas apetecibles, se representa en la figura 90 en la de $^1/_4$ de la natural.

Como está recortado de la lámina general de nuestro *Círculo logarítmico* y *doble trasportador*, contiene en la corona exterior las escalas de senos[a] y de partes iguales utilizables en el 1.°; en la 2.ª el *trasportador centesimal* y en la 3.ª el sexagesimal relacionados para la conversión directa y sin cálculo alguno de un sistema á otro con la precisión suficiente para el graficismo.

El diámetro útil del trasportador centesimal es de 36'5 centímetros, el del sexagesimal de 33'7 y el hueco utilizable de 31 centímetros, teniendo por consiguiente el grado centesimal 2'87 mm. y 2'94 el sexagesimal y en ambos están marcados los medios grados.

Como las coronas son alternativamente blancas y de color no puede confundirse un trasportador con otro; pero en todo caso se puede recortar el interior para dejar solo el centesimal utilizando mayor hueco.

Las grandes dimensiones de estos trasportadores y la magnitud de los números, con que se distinguen las decenas en dos direcciones contrarias, permiten hacer apreciaciones superiores á lo necesario en el graficismo sin molestia para la vista y construir los planos con extraordinaria rapidez.

En la figura 90 se representan los dos trasportadores, la alidada de boj y las tiras de cartulina con las series de números, que la convierten en todas las escalas apetecibles y que pueden ser dobles del centro á los extremos del diámetro con longitud de 20 centímetros ó sencillas de un extremo á otro de la regla alidada y por consiguiente de 40 centímetros, condición que simplifica mucho la construcción de los planos de grande escala.

Este trasportador está especialmente destinado á las necesidades de los taquimetristas; veamos como se utiliza.

Lo primero que debe hacerse es sujetar á la parte superior de la regla alidada la serie de números que corresponda á la escala del plano y como en cada tira de cartulina van dos, se debe cuidar de ponerla del lado de la graduación que la corresponda fijándose en el valor en metros consiguiente de la última división de esta, que será el medio ó $^1/_2$ de mm.: la tira de papel se sujeta á la regla con los tres tornillos con cabeza que se hallan en su centro y extremos.

En cada estación se trazan la meridiana y su perpendicular de 16 centímetros al menos por cada lado y haciendo coincidir por sencillos tanteos las graduaciones 0° y 180° con la primera y 90° y 270° con la segunda ó sean los dos diámetros perpendiculares del trasportador interior con tales ejes, se tiene la seguridad de tenerle orientado y centrado en la estación, despues de lo cual se asegura en esta posición con cuatro chinches clavados en los puntos señalados con pequeños círculos negros y esto hecho se clava en aquella el centro de la regla alidada con un fino alfiler de acero por la parte de la escala correspondiente, á cuyo efecto en los dos opuestos hay pegada una pequeña tira de cartulina ó de tela, con lo cual la regla puede girar libremente alrededor de la estación en todas direcciones y en ella señalarse las distancias procedentes hasta una longitud efectiva de 155 mm.

La doble numeración de las decenas de cada trasportador permite trazar los rumbos ó azimutes, ya se cuenten en la dirección de N á E, S y O, ya en la contraria y debe tenerse presente

(1) Son dos las graduaciones finamente abiertas en sus chaflanes; una teniendo marcados los centímetros, medios centímetros, milímetros y medios milímetros se acomoda á las escalas $^1/_{100}$, $^1/_{200}$, $^1/_{1000}$, $^1/_{2000}$, y $^1/_{10000}$ y la otra que tiene marcados los centímetros, dobles milímetros y $^1/_5$ de milímetro es apropiada para las escalas de $^1/_{50}$, $^1/_{100}$, $^1/_{500}$, $^1/_{1000}$ y $^1/_{5000}$ y una y otra se pueden aplicar á otras análogas mayores ó menores.

en la que, según el goniómetro utilizado, se hayan medido en el terreno y si los grados se centesimales ó sexagesimales, porque para todos los casos puede utilizarse este doble trasportador sin producir equivocaciones por poco cuidado que se tenga.

Ahora bien; como la numeración de los grados vá de 0ᶜ á 400ᶜ, basta para la construcción del plano que uno lea en el registro el rumbo y la distancia correspondientes á cada punto que otro, colocando el canto de la regla en la graduación pertinente del trasportador, señale con un punto de lápiz la distancia acusada por la regla alidada para tener su posición escribiendo á su lado la letra con que se le designe en el registro y en el cróquis, lo que se consigue con una

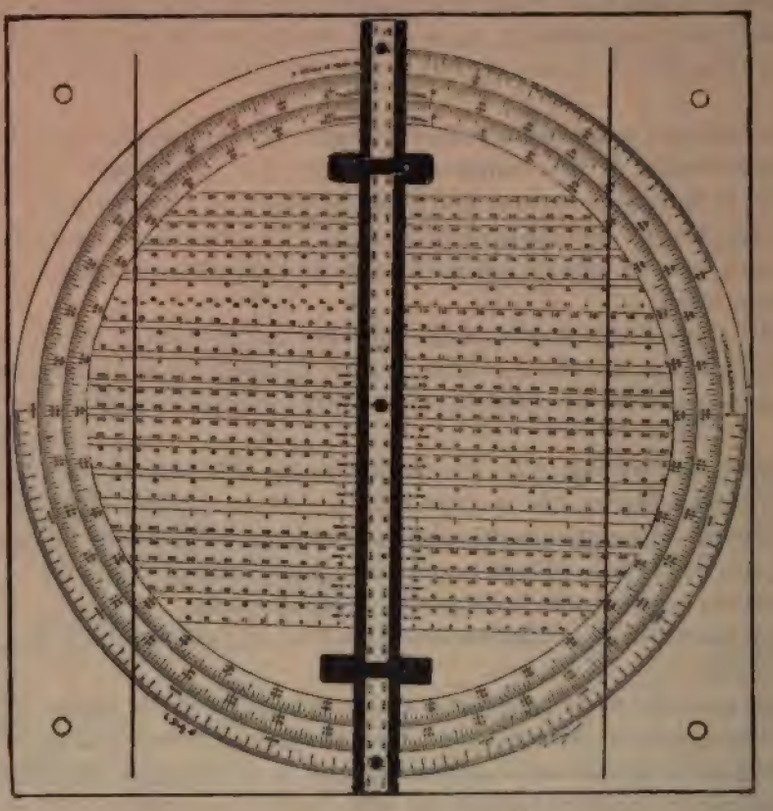


Fig. 90

rapidez y seguridad extraordinaria, porque la apreciación del rumbo mediante el canto de la regla alidada y la de la distancia son extremadamente rápidas y mas que bastantes á los planos gráficos.

Si operando con la alidada así dispuesta no pudiera fijarse la situación de algunos puntos porque su distancia á la estación fuera mayor, según la escala, que los 155 mm., bastaría trazar una rayita por el canto de la regla de los 140 á los 150 mm. y escribir sobre ella la letra correspondiente al punto y la distancia en metros y después de levantar el trasportador por haber concluído los puntos determinados desde aquella estación, se fijaría la posición de aquellos puntos con la misma regla alidada suponiendo el cero de la escala en el extremo, que se haría con el punto de la estación y su canto con la rayita antes trazada.

Si por las condiciones de la escala la mayoría ó muchos puntos se hallaran en aquel caso se fijaría á la regla alidada una serie de números de los de escala única y á la estación el extremo de aquella, con lo que se contaría con un radio de 40 centímetros y para los puntos que debieran hallarse bajo la cartulina del trasportador se procedería como queda dicho, si bien la rayita podría trazarse fuera de él para dar mayor seguridad al rumbo.

Si desde cada estación se han determinado muchos puntos, se fija su posición con tanta seguridad y rapidez dejando el plano limpio que no puede exigirse mas.

No son igualmente recomendables estos trasportadores para el caso en que desde cada estación se determinen pocos puntos, aunque se puede utilizar el medio ya indicado de señalar en algunos centros todos los rumbos y despues correrlos paralelamente á si mismos y fijar con la distancia la posición de cada punto, ni tampoco para medir los ángulos de los planos, porque su gran diámetro obliga á trazar largas líneas, además de los ejes coordenados de cada estación; pero también puede en este caso resolverse la dificultad trasportando á determinados centros todos los que se quieran medir mediante las escuadras y en aquellos trazar la meridiana y su perpendicular, porque centrando y orientando con ellas el trasportador en él se vé rápidamente la medida de cada uno cuidando de escribir las indicaciones de estación y punto á menos de 15 centímetros del centro para que no las cubra el trasportador.

Finalmente el *tercer tipo de trasportadores* le representamos en la figura 91, próximamente en la escala de $^1/_5$, en la forma primeramente adoptada por Trougthon, que despues se modificó suprimiendo los dientes de la corona del limbo, l, y combinando con el tornillo de pre-

Fig. 91

sión, t, que sujeta la alidada, otro de coincidencia para hacer mas fácilmente la de los dos nonius opuestos, n y n', con la graduación correspondiente.

El centro del limbo de la alidada está determinado por la intersección de dos rayas muy finas trazadas en un circulito de talco ó de cristal.

Unas piezas de acero, *a* y *a'*, que pueden doblarse sobre la alidada mediante ejes que se apoyan en los cilindros fijos, c, y que pueden recibir un pequeño movimiento lateral para la corrección, terminan por puntas de acero armadas en los tornillos, v, y sirven para determinar la prolongación del diámetro que pasa por los ceros de los dos nonius.

La corona del limbo lleva cuatro chaflanes interiores, en los que están señalados los puntos, r, correspondientes á las graduaciones de 0°, 90°, 180° y 270° al objeto de hacer fácilmente la coincidencia del diámetro 0° — 180° con el primer lado de cada ángulo y, para evitar el movimiento del trasportador, en la cara inferior de esta corona hay cuatro pequeñas puntas, que sirven para sujetarle al papel, cuando está centrado y en coincidencia el diámetro y línea indicados.

El limbo y los nonius son enteramente iguales á los de los goniómetros, porque se suponia antes, y aún lo creen algunos Topógrafos, conseguir con estos trasportadores trazar los ángulos sobre el papel con la misma exactitud que con aquellos se median en el terreno, así es que los hay que aprecian teóricamente hasta 10", aunque ordinariamente se concretan á 1' (1) y en el centesimal de Kern al centígrado.

(1) En casa de Recarte Hijo, (Madrid, Carrera de San Jerónimo, 15,) se vende gran variedad de modelos á los precios de 150 á 250 pesetas.

La condición esencial de estos trasportadores es que, estando bien centrada la alidada, las puntas de los tornillos, v, se encuentren en la prolongación del diámetro que pasa por los ceros de los nonius, n y n'; esto se comprueba fácilmente trazando varias rectas concurrentes en un punto y haciendo coincidir con él el centro del aparato y con una de aquellas los índices interiores de la corona del limbo correspondientes á 0° y 180°, en cuya posición se asegura bien el trasportador, se observa si las puntas de los tornillos, v, caen sobre la misma recta, moviéndolos convenientemente con los tornillos de corrección, c, en caso necesario, hasta que se verifique y después se hace la prueba en las demas rectas concurrentes.

Si las puntas, v, coinciden con ellas respectivamente y los nonius señalan graduaciones que difieran exactamente en 180°, el aparato es de buenas condiciones; en caso contrario hay que desecharle, porque el error es consiguiente á defectos en la graduación ó en la centración de la alidada y no puede corregirlas el Topógrafo, que ha de hacer la prueba con mucho cuidado, porque muchas veces son los errores debidos á la inexacta centración del aparato ó á pequeños movimientos que recibe al hacer girar la alidada.

El manejo de estos trasportadores no ofrece dificultades notables; pero sí exige bastante cuidado para evitar descentraciones inconvenientes y desgarros del papel con las puntas de la

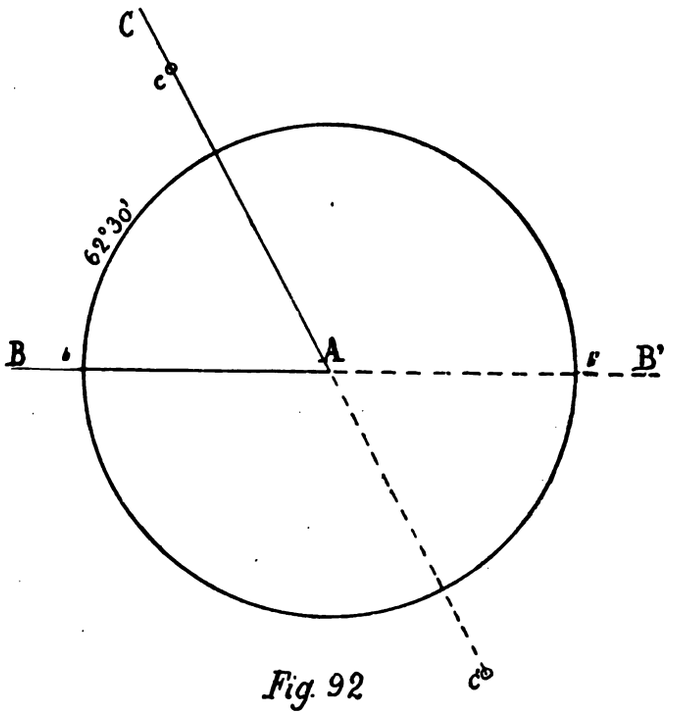


Fig. 92

cara inferior, á cuyo efecto se ha de mantener suspendido hasta que su centro se halle exactamente sobre el punto en que se ha de construir el ángulo ó el vértice del que se haya de medir y los índices 0° y 180° en coincidencia con la línea que ha de servir de base para operar y esto no es tan sencillo como algunos Topógrafos suponen, porque exigen molestos tanteos, que se terminan muchas veces por admitir aproximaciones incompatibles con la exactitud que se desea.

Supongamos que en el punto A (Figura 92) tengamos que construir un ángulo, B A C, de 62° 30'.

Prolongando la recta B A lo necesario para que en ambos sentidos sea mayor en cada uno que el diámetro del trasportador, se centra este sobre A de manera que el índice 0° coincida con el punto b de A B y el de 180° con su prolongación en b', y comprobando con las puntas

de los tornillos, v, estando en coincidencia los ceros de los nonius con el diámetro 0° — 180° del limbo; cuando esto se ha conseguido se aprieta bien el trasportador para impedirle todo movimiento; con el tornillo t se mueve la alidada hasta que el nonius *n* señale 62° 30′ comprobándose con el opuesto, que marcará 242° 30′ y hallándose en esta posición se aprietan ligeramente las puntas, v, marcando dos puntos opuestos; pero, como no se ven fácilmente, es preciso hacerlos distinguibles mediante unos circulitos de lápiz, c y c′, que tengan aproximadamente por centro los puntos señalados; despues haciendo coincidir el canto de una regla con los puntos c, A y c′, que deben estar en la misma recta, se traza la C A, que con la A B formará el ángulo deseado.

Si por el contrario se quisiera medir el ángulo B A C que forman dos líneas trazadas en el plano, después de prolongarlas suficientemente para que sean, por ambos lados del punto A, mayores que el radio A c′, se centrará el aparato y se hará coincidir el diámetro 0° — 180° con la 1.ª mediante los índices interiores de la corona, comprobando con las puntas de los tornillos v despues de hacer coincidir los ceros de los nonius con las graduaciones del limbo 0° y 180° y esto hecho y asegurado el trasportador se moverá la alidada hasta que las puntas v se encuentren en la línea C A y su prolongación leyéndose el valor del ángulo con el nonius *n* y comprobándole con el n′.

Se comprende fácilmente los inconvenientes que presentará el movimiento de la alidada por el engranage del piñón del tornillo t con los dientes del limbo y el señalamiento de los puntos con los extremos de las piezas móviles *a*, y por esto se ha sustituido lo 1.° quitando tales engranages y sujetando la alidada con un juego de tornillos de presión y coincidencia y lo 2.° por una prolongación recta de la alidada en uno ó los dos sentidos, por cuyo canto se marca una pequeña raya que sirve para trazar el lado buscado en el primer caso ó para hacerle coincidir con el otro lado del ángulo en el 2.°.

Si en cuenta se tienen las operaciones y coincidencias que se han de realizar, generalmente á la simple vista, para trazar ó medir un ángulo, es fácil de comprender que la supuesta apreciación, aunque solo sea de 1′, *es completamente ilusoria* y por lo tanto la inutilidad del empleo de esta clase de trasportadores; pero, para que sobre esto no quede duda alguna, no estará de mas que consignemos algunas consideraciones.

Aunque el trasportador alcance el diámetro de 20 centímetros, que son los mayores que en el comercio se encuentran, 1′ de su circunferencia valdrá, segun la fórmula A del número 6,

$$l^m = \frac{60''}{206265''}\ 100^{mm} = 0'029\ \text{mm}.$$

que ni con el nonius será apreciable á la simple vista; pero no está en esto la verdadera dificultad sino en que como las coincidencias se han de hacer con puntos ó líneas de lápiz y el grueso de estas no baja de 0'2 mm. y además se ha de marcar del mismo modo la posición del centro de la alidada, resulta completamente ineficaz la apreciación con nonius y consiguientemente el uso de tales trasportadores, por cuyo medio no se aprecian realmente mas de 5′ á 7′ operando con mucho cuidado y muy buena vista y esto se consigue también con los de los dos primeros tipos mucho mas fácilmente, como así lo reconocen los Topógrafos mas experimentados y escrupulosos, por lo que ya ninguno de estos utiliza los trasportadores de metal con nonius, que solo algunos inexpertos suponen de grande apreciación y en los planos catastrales está prohibido el uso de tales aparatos.

CAPÍTULO III

MEDICIÓN DE LAS DISTANCIAS

67 — Clasificación de la materia.

Es tanta la importancia que en el levantamiento de los planos tiene la medición de las distancias y tan grandes son los obstáculos, molestias y gastos que motiva la directamente realizada, que sin exageración puede decirse que constituye:

1.° Una de las causas y miras principales que se han tenido en cuenta al establecer los distintos procedimientos ó sistemas topográficos;

2.° La diferencia originaria entre la antigua y la moderna Topografía;

3.° La que separa la regular ó de precisión de la irregular;

4.° La característica de las condiciones generales de las triangulaciones, poligonaciones y parcelaciones; y

5.° Finalmente, en cierto modo también la que distingue la Planimetría de la Altimetría ó Nivelación, porque esta no tiene otro objeto que medir las distancias verticales, que de superficies especiales de nivel se separan los puntos característicos del terreno, cuya proyección horizontal determina la primera.

Para evitar, en lo posible, la complicación y confusión que resultarían de comprender en este capítulo todos los diferentes aspectos de la medición de las distancias, nos abstendrémos de ocuparnos en él de las especiales condiciones con que se ha de realizar la de las bases de las triangulaciones, en las nivelaciones por visuales horizontales y en la Topografía irregular, de que en otros trataremos y sólo lo harémos en este de los medios utilizados y resultados que se pueden conseguir en las *mediciones ordinarias* ó mas frecuentes de la Topografía regular, esto es, en las poligonaciones y parcelaciones, clasificándolos en dos grupos principales.

En el *primero* comprenderémos los utensilios y medios empleados en la *medición directa* de las distancias, que caracteriza los procedimientos de la antigua Topografía y en el *segundo* los propios de la *medición indirecta,* que sirve de base á la moderna, indicando para cada uno la manera de realizarla y las ventajas é inconvenientes que presenta según las condiciones del terreno y el objeto que se pretende conseguir en cada caso, terminando con un breve resumen que ponga en evidencia las características condiciones de cada sistema de medición de las distancias para que despues nos sirva de fundamento en la apreciación de los procedimientos generales topográficos y para combatir funestos prejuicios é improcedentes preocupaciones.

En su consecuencia dividirémos este capítulo en tres artículos, en que respectivamente nos ocuparémos de la *medición directa,* de la *medición indirecta* y del *resumen y conclusiones.*

ARTÍCULO PRIMERO

MEDICIÓN DIRECTA DE LAS DISTANCIAS

68 — Condiciones é inconvenientes generales comunes á todos los medios en ella utilizados.

Las distancias que de esta manera se miden son exclusivamente las horizontales que separan los diferentes puntos del terreno y por consiguiente horizontalmente se han de medir; solo cuando aquel presenta grandes pendientes uniformes se acostumbra hacerlo en su propia inclinación midiendo el ángulo que la corresponde para deducir despues, mediante un sencillo cálculo trigonométrico, la distancia horizontal que se busca; pero, como rara vez se encuentra tal regularidad en el terreno, pocas veces se aplica este procedimiento, por lo que prescindirémos de él en estas consideraciones generales y con tanto mayor motivo cuanto que la casi totalidad de las condiciones é inconvenientes que vamos á señalar le corresponden también y aún muchas veces los segundos son mayores en las mediciones en pendiente á causa de las frecuentísimas modificaciones consiguientes á las ondulaciones del terreno.

Esto advertido para evitar dudas, creemos oportuno consignar que, sea cualquiera el utensilio que en la medición directa se emplée, como quiera que para conseguir el resultado que se busca es indispensable colocarle en la alineación y horizontalmente para que la suma de las distancias parciales, que por su medio se miden, sea igual á la que separa los puntos de que se trata en cada caso, dedúcense como condiciones necesarias é inconvenientes generales los siguientes:

1.° Que mediante jalones, banderolas ú otros medios análogos se determine clara y detalladamente la alineación, de tal suerte que en cualquier punto de ella sea fácil colocar en su plano vertical el utensilio empleado en la medición, y consiguientemente á esto, en los terrenos fuertemente ondulados es de todo punto preciso determinar completamente la traza del plano proyectante con la superficie del terreno, esto es, detallar suficientemente la alineación, cuidando al efecto que los jalones ó banderolas se claven en el suelo verticalmente y á corta distancia unos de otros para evitar que, colocándose el utensilio fuera de aquel plano, se mida una línea quebrada en lugar de la recta que determina la distancia.

Si el terreno no es muy escabroso ó cubierto de matas, rocas salientes ú otros obstáculos, no es difícil de cumplir esta condición; pero ella exige en muchos casos tiempo y cuidado especiales, que es preciso anotar en la cuenta de la medición directa.

2.° La otra condición, con que se ha de proceder, es en muchos casos mas difícil de cumplir; porque la horizontalidad del utensilio es necesaria, y no es fácil conseguirlo en terrenos de gran pendiente general, ni en los abundantes en rocas, matorrales ú otros obstáculos, aunque al efecto se disminuya mucho la longitud del utensilio y se empléen largos bastones ó jalones especiales para colocarle sobre aquellos obstáculos; ya porque la horizontalidad de las líneas es mas difícil de apreciar á la vista que la verticalidad, muy especialmente por los sencillos peones encargados de la medición, ya también porque el pandeo es imposible de evitar sin grandes esfuerzos, que producen otros inconvenientes graves, y no hay que olvidar que *si son pocos los puntos inaccesibles ó de difícil acceso, son muchas las líneas que se hallan en este caso y relativamente pocas las que hay que medir en terreno llano y limpio de estorbos.*

Estas dificultades y su vencimiento producen también pérdidas de tiempo, muchas precauciones y errores de difícil apreciación por mas que algunos mas idealistas que prácticos Topógrafos hayan determinado con datos supuestos fórmulas completamente inútiles, porque los verdaderos no se conocen en cada caso, ni por otra parte dejarían de hacerse por tales medios onerosísimas las mediciones.

3.° Es también preciso que el principio de una posición del utensilio de medición coincida con el término de la precedente para conseguir con su suma la proyección horizontal que se busca; y si esto en terreno llano y limpio es cosa fácil, no lo es en donde abunden los obstáculos ó la inclinación del terreno obligue á materializar la vertical; porque ya se dejen caer las agujas con que los puntos se señalan, ya se haga esto mediante largos jalones que sirven para levantar las cintas ó cadena, ya se utilicen otros medios, rara vez se consigue completamente lo que se desea y si siempre que se cometan errores en la medición, que solo en parte se evitan con una exquisita vigilancia, pocas veces posible, y de todos modos motiva esto grandes pérdidas de tiempo.

4.° Finalmente, el extravío de las agujas, tan frecuente en terrenos escabrosos ó cubiertos de rocas ó piedras sueltas, matas y otros obstáculos, el descontarse de alguna como tantas veces sucede á los medidores y el cambio de punto cuando no pueden clavarse en el suelo, dan lugar á errores graves que difícilmente se averiguan sin la repetición, porque los causantes de ellos se confabulan para encubrirlos, si de ellos se han apercibido, y con ello el descuido ó la torpeza que los motivó.

Para obviar todos estos y otros errores proponen los partidarios de la medición directa que esta *se repita dos ó tres veces* y se tome el término medio cuando no resulten notables diferencias, en cuyo caso habrá que repetir mas la medición, y nos parece el remedio, por lo oneroso y molesto, aunque necesario, poco práctico en muchas ocasiones como la experiencia lo acredita.

Esto consignado para evitar repeticiones, ocupémonos de los principales utensilios y procedimientos empleados en la medición directa de las distancias.

69 — Cuerda métrica.

Aunque la generalidad de los Topógrafos no la consideran como medida de precisión por las muchas variaciones que ordinariamente experimenta con las distintas tensiones y humedad, nos hacemos cargo de ella en vista de que algunos todavía la emplean en el levantamiento de planos de las montañas por ser mas fácil su manejo en ellas que la cadena y porque no se rompe con tanta frecuencia como las *cintas de hilo*, también con razón proscritas de entre las medidas de precisión por tener aquellos defectos.

Tales *cuerdas* suelen tener 20, 30 y hasta 50 metros de largo, y los metros se distinguen con cordones de colores ó con cintas á ellas cosidos, que se cuentan al final de la distancia apreciando á la vista ó de otro modo sencillo la última fracción para deducir la total buscada.

Como los que tal utensilio emplean no buscan mucha precisión, pasan también por alto que la cuerda se encoja con la humedad ó se alargue con las fuertes tensiones, que esté mas ó menos inclinada y fuera de la alineación ó que pandée por su peso en el sentido vertical ó impulsos del viento en el horizontal, todo lo que produce el resultado incierto que no se cuidan de comprobar; y si esto puede servir y sirve en la Topografía irregular, claro es que no puede admitirse en las mediciones topográficas de precisión aunque se tuerzan los hilos hácia distintos lados ó se impregnen de aceite y cera previa una tensión determinada, como se ha hecho y algunos Topógrafos aceptan todavía, pues las causas de error subsisten siempre.

70 — Cadena agrimensora.

En la figura 93 aparece doblada en la forma utilizada para su guarda y trasporte después de secarla, limpiarla y frotarla con un paño un poco mojado en petróleo para su mejor conservación y en la 94 uno de sus extremos, cuando está extendida horizontalmente, como se coloca para realizar la medición en los terrenos llanos y limpios.

De una longitud de 10 ó de 20 metros, aunque algunos Topógrafos poco prudentes y corta-cienzudos la piden y utilizan hasta de 50 metros, se compone ordinariamente, como en las

figuras 93 y 94 se indica, de eslabones unidos por anillas de dimensiones tales que los centros de estas disten entre sí 20 centímetros y para que esto se verifique en los extremos, en que para su mas fácil manejo se colocan mangos ó argollas, se dá á estas, á las anillas y al eslabón correspondiente las dimensiones convenientes, para que desde el centro de la segunda y penúltima anilla hasta la parte de la argolla, que se pone en contacto con la *aguja*, ó mejor dicho hasta el eje de esta, resulten también 20 centímetros.

Fig 93

Se construyen de hierro dulce mas ó menos endurecido y para distinguir los metros se utilizan anillas de latón, y los 5, 10 y 15 metros se señalan con chapitas de diferentes formas, como ya se observa en la figura 93, grabando en ellas tales números para mayor seguridad.

Para señalar los extremos de la cadena y llevar la cuenta de las veces que sobre el terreno se ha colocado, la acompañan 10 ó mejor 11 agujas (1), que ordinariamente no son otra cosa que gruesos alambres ó varillas de hierro encorvados en anilla en la parte superior y adelgazados en punta en la inferior para cogerlas y clavarlas en tierra fácilmente.

Es muy conveniente el uso de las 11 agujas, porque, cuando, terminadas las 10 cadenadas, las recoge el peón delantero, queda con la 11.ª señalado el punto hasta donde se ha medido; con solas 10 habría de quedar sin marcar y muchas veces deja olvidada en él la 10.ª recibiendo solamente nueve y contando una mas en la parte de medición que despues se realiza.

Como la manera de medir es común á las *cuerdas, cintas, cadenas* y *fleges de acero*, aunque con las variantes consiguientes á las condiciones especiales de cada utensilio, parécenos oportuno indicarla en este lugar, suponiendo bien determinada la alineación mediante las banderolas ó jalones necesarios.

Señálase el punto de partida con una aguja y llevando las restantes el peón delantero colgadas en un dedo de la mano izquierda marcha en dirección de la línea que se ha de medir, mien-

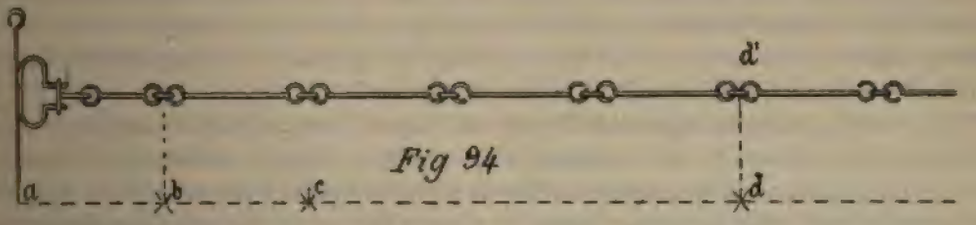


Fig 94

tras el otro, que es el que dirige, se coloca agachado en el punto de partida y cogiendo el extremo de la cadena con la mano derecha la adosa á la aguja allí clavada; cuando está extendida la cadena y se ha vuelto de cara á él el peón delantero, le hace las señales oportunas para que se coloque en la alineación hasta conseguirlo, á cuyo objeto le sirve la misma cadena.

(1) Conviene tener algunas de repuesto, porque se pierden con mucha frecuencia en los terrenos cubiertos de malezas y rocas y para evitarlo en lo posible sujetar á su anilla un trapito de colores vivos que permite verlas, entre las yerbas, rocas, etc.

Esta, sin embargo, rara vez aparece recta y sin nudos; muchas veces basta para evitar estos inconvenientes imprimirla pequeñas sacudidas en el sentido vertical (lo que se llama templarla), que produciendo ondulaciones en el mismo sentido y estirándola suavemente hacen que, *en terreno llano y limpio*, se coloque la cadena de una manera conveniente y dándola la tensión oportuna el peón delantero clava una aguja en el punto medio exterior de la argolla, como se indica en la figura 94.

Esto hecho el peón de atrás coge la aguja primera y ambos se mueven en el sentido de la alineación separándose uno ó dos pasos de ella hasta que llega á la segunda colocándose y adosando á ella el extremo de la cadena como lo hizo en la primera y mediante las precauciones indicadas el otro peón coloca la tercera y así continuan hasta haber clavado la 11.ª

En este caso y cuando con los movimientos indicados no se deshacen los nudos y enredos de los eslabones, es lo mejor que dejen la cadena en el suelo y se reunan los dos en el punto medio entregando el peón de detrás las 10 agujas que tiene, pues la otra queda clavada en tierra y hecho esto, ó arreglados los eslabones cuando fuere necesario, vuelven á sus puestos, cada uno coge su extremo de cadena y continuan la operación repitiendo la entrega de las agujas tantas veces como sea necesario, cuidando de anotarlo por un medio cualquiera, v. g., entregando el peón delantero al otro un objeto que este guarda.

Cuando la última aguja colocada por el peón delantero dista del extremo de la línea menos de una cadena, con ella se mide la distancia restante apreciando á la vista la parte del último eslabón en aquella comprendida.

Supongamos que haya habido tres entregas del total de agujas, que el peón de detrás tenga 5, mas la clavada en el suelo, y que la última distancia sea de 4 metros, 2 eslabones mas un tercio de otro; pues es indudable que la distancia buscada será:

$$3 \times 10 \times 20 + 5 \times 20 + 4 + 0'4 + 0'066 = 600 + 100 + 4'466 = 704'466 \text{ metros.}$$

Si suponemos que la cadena se hubiera comprobado y corregido recientemente con una distancia de 20 ó 40 metros medida con muchas precauciones por medio de reglones en terreno llano, limpio y duro; que el en que se efectuó la indicada medición con la cadena reuna tambien estas condiciones; que los cadeneros fueron los encargados de hacer la comprobación para que pudieran apreciar el grado de tensión de la cadena; que habían cuidado de darla la misma tensión en la medición de la distancia aludida, de colocarla bien en la alineación y horizontal, como suponemos fuera el terreno, y bien recta, templándola cuidadosamente; que no habían pisado la cadena doblando mas ó menos sus eslabones y que esto no se había producido enredándose en las pequeñas desigualdades ó piedras sueltas del terreno; que habían deshecho los nudos é inclinaciones de los eslabones que con tanta frecuencia se forman arrastrando la cadena y que las anillas no se habían abierto poco ni mucho con los estirones dados; esto es, si suponemos que la cadena estuviera en perfecto estado y la medición se hubiera hecho con grandísimo cuidado, podría admitirse con Quinquandon (1) que la distancia se habría medido con $^1/_{1000}$ de error ó sean o'47 en los 704'466 metros resultantes.

Pero para tener alguna seguridad de haber conseguido tan aceptable resultado se habría de repetir la medición y esto no solo produciría un gasto de tiempo considerable, porque para continuar la operación los medidores habrían de andar la distancia por tercera vez aunque todo fuera perfectamente, sino que si por cansancio ó por hastío ya no operaban con tantas precauciones, los resultados podrían ser muy diferentes obligando á una tercera medición mas enojosa que la segunda y es casi seguro que los estirones consiguientes tendrían por consecuencia abrir las anillas quitando á la cadena su primera condición de relativamente exacta unidad de medida y por consiguiente en las mediciones sucesivas, ya por este solo motivo, se obtendría un error que no se pondría de manifiesto si no se acudia á la comprobación de la cadena con la distancia tipo.

(1) «Notions théoriques et pratiques de Topographie». 1860. Página 22.

Para comprender la importancia del error que este primer defecto de la cadena puede producir, debe tenerse presente que entre los extremos encorvados de los eslabones y las anillas que los unen, todos fáciles de abrir con los estirones de los cadeneros, suman 300 en una cadena de 20 metros, de manera que suponiendo que solo la tercera parte de ellos se abran medio milímetro resultaría alargada la cadena en 5 centímetros, que producirían un error de 25 centímetros en cada 100 metros, error que no se descubriría con la repetición de la medida; de suerte que, aún con tantos supuestos favorables, ya el error alcanzaría á $^1/_{100}$.

Si suponemos ahora que se opere en *terreno llano cubierto de algunas matas, rocas salientes ó sueltas ú otros estorbos*, lo que es muy frecuente, entonces las torceduras de los eslabones por enredarse en ellos ó por ser pisados por los cadeneros, la abertura de las anillas por los tirones que aquéllos dan en el arrastre y para desenredarla y la formación de nudos mas ó menos completos y que pasan desapercibidos es frecuentísimo y produce errores mucho mayores, á lo que viene á sumarse el pandeo que en la cadena produce su peso cuando hay que sostenerla al aire para dominar tales estorbos y si con jalones metidos en las argollas se trata de disminuir este defecto se abren las anillas y los extremos de la cadena no permanecen sobre la vertical de los puntos señalados en el terreno por la punta de los jalones, inclinados á causa del exfuerzo hecho, y si aquellos no se emplean es peor, porque el pandeo es mayor y las agujas caen ó no verticalmente y se quedan donde caen ó se separan bastante con el golpe ó con el arrastre de la cadena si está en roca y en fin con esos mil incidentes que ocurren frecuentemente, como saben los prácticos sucede en tales terrenos; de manera que *es imposible tener seguridad en los resultados y evitar las muchísimas causas de error que se producen, ni menos las grandes molestias y pérdida de tiempo que son inherentes á este sistema de medición.*

Considerando mas frecuentes las causas que disminuyen la magnitud de la cadena (pandeo, torcedura de los estalones é inclinación vertical ó azimutal de la misma), algunos Autores proponen que se haga su longitud no, por ejemplo, de 20 metros sino de 20'05, es decir que reducen todos aquellos errores variables á un coeficiente constante y no tienen en cuenta que así agravan el mal, porque si con la abertura de las anillas la longitud normal de la cadena se aumenta, en los terrenos llanos y limpios en que despues se mida se produce un error mayor y nunca un coeficiente constante puede emplearse para corregir errores debidos á causas accidentales y esencialmente variables; y lo mismo puede decirse relativamente á la fórmula que para evitar el error de pandeo proponen otros, pues á cualquiera se le ocurre que la flecha no es la misma para todas las tensiones y es imposible medirla sin materializar la horizontal.

Supongamos ahora que la alineación, á que nos referimos, cruza un barranco de 40 ó 50 metros de ancho con sus escarpadas márgenes cubiertas de malezas, caso nada raro sino muy frecuente, y se comprenderá fácilmente cuantos exfuerzos habrán de hacerse para medir *mal* la tal distancia si se quiere evitar en lo posible los errores consiguientes á las dificultades, que presenta la determinación en ellos de la alineación, colocar la cadena en pequeñas porciones horizontalmente, fijar los puntos extremos y tomar todas las precauciones necesarias para evitar equivocaciones y errores graves, aunque les precedieran, como muchas veces es necesario, peones que con el hacha y el podón abrieran paso, porque no podrían ellos hacer desaparecer los salientes de las rocas que hacen imposible muchas veces el tránsito por tales sitios, y son tantas las molestias que todo esto ocasiona que el operador y los cadeneros estarían tan poco dispuestos á repetir la medición dos ó tres veces que pasarían por cualquier error que en la primera se hubiera cometido.

Se nos dirá que en tales casos se debe acudir á los otros medios que también se proponen, y entre ellos elegir, en la parte superior de las márgenes, bases apropiadas para resolver por triangulación la dificultad, como en el nuevo catastro prusiano se ha hecho para ese y otros casos análogos; pero además de que esto no es medir con la cadena ¿dónde está en muchas ocasiones el terreno apropiado para la base necesaria, aunque se disponga del goniómetro preciso? Porque en el papel se resuelven muy fácilmente estas dificultades, pero no sucede lo mismo en

el terreno, como lo saben perfectamente los que han levantado muchos planos con el propósito de conseguir la debida exactitud.

Finalmente supongamos que la alineación comprende *terreno fuertemente ondulado y limpio ó no de matas, rocas y otros obstáculos.*

En el primer caso será siempre necesario marcar bien la alineación con jalones ó banderolas próximas, y despues emplear una parte de la cadena en unos sitios, otra en otros, y para colocarla próximamente horizontal levantarla en un extremo, cuando no sea necesario hacerlo, aunque con desigualdad, en los dos para contrarrestar la pendiente, tener grandísimo cuidado al apuntar estas desiguales cadenadas de evitar equivocaciones, sostener verticalmente los jalones señalando con ellos los extremos de aquellas y tomar mil precauciones para evitar graves errores.

El consejo que frecuentemente se da de medir en el sentido de la pendiente y el ángulo vertical para hacer por el cálculo la reducción, ya hemos dicho que es aplicable en algunos casos raros y siempre pesado y molesto; pero lo es mucho mas cuando la alineación comprende distintas pendientes, como el caso á que nos referimos, y estamos seguros que si á los viejos prácticos se les preguntara cuantas veces habian aplicado este procedimiento con la medida directa de las distancias inclinadas, se sorprenderian los Autores que le aconsejan al saber las poquisimas en que tuvo aplicación; y es que es mas fácil dar consejos de este género que seguirlos, cuando tantos obstáculos se presentan en su ejecución.

En el segundo caso, cuando el terreno ondulado está cubierto de malezas, crestas de roca ú otros obstáculos, las dificultades aumentan tanto que hacen imposible la medición de tales líneas con el grado de precisión que se requiere ordinariamente.

Ya es por esto muy generalmente admitido el principio de no aplicar á los terrenos accidentados la medición directa; pero como no faltan Topógrafos que, por no conocer las condiciones de exactitud y rapidez con que hoy se consigue ópticamente, están aferrados al uso en todos los casos de la cadena, y aún algunos Autores se inclinan mas á esto que á admitir los nuevos aparatos, hemos creído oportuno consignar las precedentes indicaciones, que, aunque expuestas con motivo de la cadenación propiamente dicha, son casi en su totalidad aplicables al uso de todos los utensilios de la medición directa.

Con ellas queda también justificada la resolución adoptada en distintas naciones de proscribir el uso de la cadena en la medición directa de las distancias en los planos parcelarios destinados al Catastro, aunque en ellos se utilice todavia, en parte, el oneroso é incompleto sistema de alineaciones.

No creemos posible fijar con acierto el límite de precisión con que se pueden medir las distancias con la cadena en cada uno de los casos indicados, porque es función de muchas variables imposibles de apreciar y dependientes, no solo de los obstáculos que se pueden encontrar ó *haber encontrado,* sino también de las condiciones de los medidores; pero para que se conozca la opinión imperante entre algunos Autores muy ilustrados, vamos á traducir lo que sobre el particular aparece en las páginas 50 y 51 del libro «Elementi di Topografia» del ilustre Ingeniero Erede.

«Los pequeños errores (dice por prescindir de algunos de los indicados y de las equivocaciones á que tanto se presta este sistema de la medición con la cadena) pueden depender de los defectos de esta ó del modo de utilizarla. Si el terreno es inclinado es necesario levantar un extremo para colocarle al mismo nivel que el otro, sin separarle de la vertical de la aguja, y tender la cadena al objeto de hacer insensible el efecto del pandeo (para lo que son muy útiles los bastones). Aquí se ven tres ocasiones de error: la altura á que se ha de elevar un extremo de la cadena, su pandeo y la posición de la aguja; esta puede ser errónea aún en terrenos aplanados, horizontales, con motivo de la tensión que se ha de dar á la cadena, pues influye sobre las agujas, cuando estas se usan, ó bien puede la cadena no estar suficientemente estirada.»

Obsérvase desde luego que no se tienen en cuenta los errores por torcedura de los eslabones, por abertura de las anillas y de los extremos encorvados de aquellas, por la mala posición

en que unos se colocan recpecto á otros, haciendo que la cadena no sea recta sino en zigzag y finalmente por los nudos que frecuentemente se forman y muchas veces pasan desapercibidos para los medidores; errores todos, menos el de la abertura de las anillas y extremos encorvados de los eslabones, que tienden á disminuir la longitud total de la cadena, mientras los exceptuados la aumentan de una manera invisible y permanente.

Deduce seguidamente la fórmula para hallar la diferencia entre el arco del pandeo y la cuerda, resultando que para una sagita de 20 centímetros en 20 metros el error es solo de 5 milímetros, que se cuadruplicaría con la duplicación de aquella y concluye relativamente á la cadena con el siguiente párrafo:

«El error por la colocación de las agujas y también de los bastones *puede ser bastante grande* en los terrenos pedregosos ó encharcados. En los terrenos de medianas condiciones se puede admitir el coeficiente m = 0'008 y el error regular *en mas* n = 0'03 por 100, como para el reglón. Para la cinta de acero m = 0'005 con el mismo *error* regular (1).»

De aquí resultaría para 100 metros el error medio de

$$0'03 \pm 0'08 = 0'11 \text{ ó } -0'05$$

que permitiría fijar á lo sumo una tolerancia de 0'32 metros por 100 con el coeficiente medio, como parece regular; pero aún en este segundo supuesto consideramos inadmisible esta *tolerancia* para las mediciones con la cadena en los terrenos ondulados ó cubiertos de estorbos, como fácilmente se comprende teniendo en cuenta lo antes dicho.

Quinquandon, advirtiendo que se refiere á las cadenas de 10 metros, *bien comprobadas en su conjunto y en sus partes*, dice (2) que la apreciación de la cadena puede ser de $^1/_{1000}$ en *terrenos ordinarios* y $^1/_{1000}$ y $^1/_{666}$ en los difíciles; pero si lo primero se puede tal vez conseguir en las condiciones especialísimas que al principio de este número supusimos, no es ni con mucho admisible el segundo en los terrenos cubiertos de matas, rocas y otros estorbos, que por lo frecuentes se pueden considerar como ordinarios y muchísimo menos en los escabrosos que también los tengan.

El ilustrado Ingeniero militar, señor Gallego Carranza dice sobre este particular en la página 90 de su *Curso de Topografía*, despues de indicar algunos de los errores que se pueden cometer, que la «práctica para las mediciones indica que el *grado de exactitud* que puede obtenerse, *cuando se opera con gran cuidado y por gente práctica*, es el siguiente:

«En terreno horizontal ó poco inclinado con cadenas ó cintas $^1/_{1000}$

»En terreno inclinado, midiendo por resaltos horizontales $^1/_{800}$, $^1/_{333}$ y aun $^1/_{250}$.» (3)

Como se vé, no se tienen en cuenta los estorbos que haya sobre la superficie del terreno y que por sí solos influyen mas que la pendiente; de manera que teniéndolos en cuenta y las condiciones ordinariás de los medidores, seguramente habría rebajado bastante mas el grado de apreciación en las condiciones ordinarias.

Mr. Prévot después de discutir los errores sistemáticos y accidentales que se pueden cometer en la medición con la cadena de 10 metros, deduce (4) que el *error* medio es:

1.° *En terreno horizontal descansando la cadena sobre el suelo:*

$$\text{parte sistemática: } e_S = +\, 0'4^{mm.} \times D^{m.}$$

$$\text{parte accidental: } e_A = \pm\, 3^{mm.} \times \sqrt{D^{m.}}$$

2.° *En terreno medianamente accidentado:*

$$\text{parte sistemática: } e_S = +\, 1^{mm.} \times D^{m.}$$

$$\text{parte accidental: } e_A = \pm\, 5^{mm.} \times \sqrt{D^{m.}}$$

(1) W. Jordan, «Handbuch der Vermessungskunde», 3.ª edición, II, párrafo 11.

(2) Obra y página antes citadas.

(3) Estos mismos tipos de apreciación admite Leagre con varios distingos; pero sin tener en cuenta los estorbos que el terreno presenta con mucha frecuencia.

(4) Topografía. 1898.

De manera que para 100 metros resultará para *error medio.*

En terreno horizontal; 0'04 ± 0'03 = 0'07 ó 0'01 metros.

En terreno medianamente accidentado; 0'1 ± 0'05 = 0'15 ó 0'05 metros.

Lo que consideramos inadmisible.

Lo mismo ocurre con los errores medios deducidos por Lorber, que consigna Prévot á continuación de los suyos y que son:

1.° *En terreno fácil:*

parte sistemática; $e_S = 0'46^{mm.} \times D^{m.}$ ($46^{mm.}$ para 100 metros.)

parte accidental; $e_A = 3^{mm.} \times \sqrt{D^{m.}}$ ($30^{mm.}$ para 100 metros)

2.° *En terreno difícil:*

$e_S = 0'46^{mm.} \times D^{m.}$ ($46^{mm.}$ para 100 metros)

$e_A = 10'7^{mm.} \times \sqrt{D^{m.}}$ ($107^{mm.}$ para 100 metros)

Muchos Autores se abstienen de fijar límites de apreciación, que ninguna idea exacta pueden dar por la variabilidad de los errores y frecuentísimas equivocaciones, que, sin posible comprobación inmediata, influyen en las condiciones de la medición con la cadena, y parécenos esto mas acertado que pretender reducirlos á fórmulas concretas de todo punto inaceptables (1).

71 — Cintas de hilo.

Son tan conocidas las condiciones de las usadas en rodete, de 10, 20, 25 y 30 metros de largo, (2) que no creemos necesario entretenernos á describirlas; sólo conviene hacer constar que ni *las de trama metálica* dejan de ser extensibles y de estropearse y romperse con más facilidad que las inglesas de tejido fuerte y muy barnizadas.

Mucho menos comunes son otras sueltas sin rodete, de 25 milímetros de ancho, muy encerradas y resistentes, que pueden sustituir ventajosamente á la cadena agrimensora, porque, aunque no dejan de ser algo extensibles con las fuertes tensiones, no ofrecen tantos inconvenientes en su uso como ella y su manejo es más sencillo.

Ordinariamente las cintas de hilo tienen en una cara las medidas métricas con los metros, decímetros y centímetros claramente estampados y numerados los primeros y segundos y algunas el primer decímetro dividido en milímetros y en la otra cara una de las medidas anguas con sus submúltiplos, como la vara, cana, yarda, etc., de lo que debe hacerse bien cargo el Topógrafo para evitar equivocaciones, así como también debe cuidar de comprobar con frecuencia su longitud para tener en cuenta sus variaciones con los bruscos cambios de temperatura y humedad y con las fuertes tensiones.

En la medición de las distancias ordinarias de los planos, á que nos venimos refiriendo no son tampoco aplicables las cintas de hilo por ser tanto ó más erróneas que la cadena y porque se deterioran y rompen fácilmente con especialidad en los terrenos escabrosos y tiempos húmedos; pero sí lo son en la medición de los pequeños detalles, porque, siendo muy cómodo y sencillo su manejo, los errores indicados son en tal caso despreciables y menos frecuentes los inconvenientes indicados.

---

(1) Las cadenas inglesas de 10, 20 y 25 metros cuestan respectivamente 8'75, 13'25 y 16'25 pesetas, á lo que hay que añadir el coste de las agujas 0'75 á 1'25 y el de la bolsa en que se guarda la cadena y su juego de agujas que varía de 5 á 6 pesetas.

(2) Las fuertes sin trama metalica cuestan respectivamente 4'50, 6'50, 8 y 9'50 pesetas.

Las de trama metálica de iguales longitudes 7, 10, 11'75 y 14 pesetas, las ordinarias inglesas varian algo estos precios según las condiciones de los rodetes y manívelos.

ntas de acero ó flejes.

medir las distancias con mayor precisión que con la cadena y cintas de hilo, evitando ales condiciones de su variabilidad de longitud, se va generalizando el uso de las de istintas condiciones.

ay de 2 á 5 metros de largo finamente graduadas hasta el milímetro sobre verdaderos que apretando un botón se enroscan por sí mismos en el eje de un rodete metálico, ndica en la figura 95; (1) otras, ya más resistentes, ó 20 metros de largo y se guardan también en ro- netal ó fino cuero ó se arrollan á un armazón espe- indican las figuras 96 y 97, y estan tambien divi- milímetro, como las precedentes (2) y finalmente comunes los verdaderos flejes, que se arrollan en nadera, como lo indica la figura 98 (3) y en detalle 9, mucho más fuertes que las precedentes.

Fig 95

os primeras clases se destinan á sustituir las cintas la medición de máquinas, obras de fábrica y pe- talles y los flejes á la cadena agrimensora en las ordinarias de los planos, por lo que, como en la se indica, sólo se marcan en ella los decímetros.

jes llevan en sus extremos agarraderos rectos con pequeños canales del diámetro de , en que estas penetran, señalando la distancia de eje á eje de las mismas como apare- igura 99, ó argollas en que se apoyan los bastones que sirven para ponerlos con la nveniente.

Fig. 96

Fig. 97

cho del fleje es de 16 á 25 milímetros y el grueso de 2 á 3, y, estando bien templado, mismo se pone en línea recta cuando descansa en terreno llano y limpio.

etros estan en ellos señalados por discos de latón de 16 milímetros de diámetro con

precio es de 3'25 á 11'50 pesetas.
precio es de 18 y 25 pesetas.
estan los de 10 metros 34 pesetas y 46'75 pesetas los de 20 metros.

el centro bien marcado, l, figura 99, los dobles decímetros por otros de 8 milímetros, c c, los decímetros por pequeños agujeros de 2, d, y el punto medio del fleje por un rombo del mismo metal, s.

Los agarraderos se unen al fleje mediante una rosca y su tuerca, que sirve para corregir su longitud al comprobarle con el metro tipo ó mejor aún con una distancia igual á la total de aquel con este determinada exactamente, á cuyo efecto, de la total resultante de su aplicación cuidadosa sobre una recta trazada sobre un durmiente fijo, liso é invariable, se ha de rebajar la correspondiente á la dilatación del metro-tipo utilizado; esto es, si fuese de acero y se fijó aquella distancia á la temperatura de 17°, siendo de 20 metros el fleje, se habría de rebajar

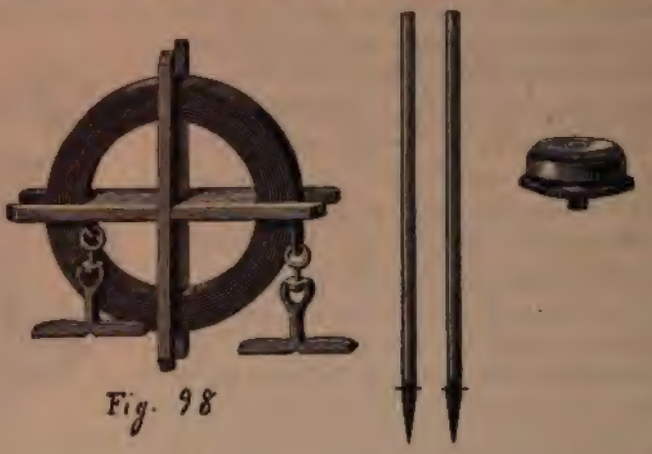


Fig. 98

$$17 \times 20 \times 0'01173^{mm.} = 3'9882 \text{ ó } 4^{mm.}$$

y si fuese de latón el metro tipo

$$17 \times 20 \times 0'01859^{mm.} = 6'32 \text{ ó } 6^{mm.}$$

Con esta precaución el fleje tendrá, á la temperatura media de 17°, la verdadera magnitud de 20 metros y sólo en las temperaturas muy diferentes se habrá de tener en cuenta su variación, cuando se utilice en la medición de bases topográficas.

El uso del fleje es enteramente igual al de la cadena y las cintas, pero por sus condiciones propias se coloca, en terreno llano y limpio, mas sencillamente en la línea recta.

Fácilmente se comprenden las ventajas que ofrece sobre la cadena; pues es mas constante su longitud total, ya que esta no varía como en ella con la torcedura de los eslabones, el d

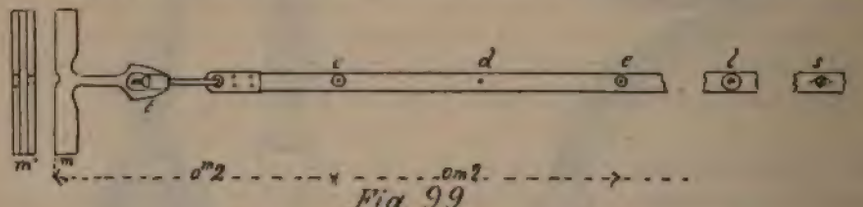


Fig. 99

arreglo de éstos y las anillas que los unen (lo que frecuentemente convierte la cadena en línea quebrada) con su abertura mediante las fuertes tensiones, la mayor frecuencia con que los nudos se forman y el mayor pandeo que adquiere por su mayor peso; pero en cambio se rompe y deteriora (1) con mas facilidad y es mas embarazoso el uso de parte del fleje en las grandes pendientes.

(1) Contribuye mucho á esto la humedad produciendo su oxidación y para evitar su perniciosa influencia conviene secar el fleje con un trapo y despues frotarle con otro impregnado de petróleo al enroscarle al aspa al fin de cada jornada.

Cuando se rompe, se le clava un pedazo de fleje de las mismas condiciones, que con los utensilios necesarios al efecto se comprenden en neceseres especiales, á fin de que no se altere su longitud normal.

No es por consiguiente extraño que en los *terrenos llanos y limpios* se midan las distancias con bastante precisión para que se admita por algunos el fleje bien comprobado y *á este solo efecto destinado* para medir las bases de las triangulaciones topográficas, (1) y que, en los terrenos fuertemente ondulados ó escabrosos, á él se prefiera el uso de la estadía, lo que por sí sólo indica que si en el primer caso puede dar, procediendo con muchas precauciones, suficiente exactitud, no sucede lo mismo en el segundo.

Algo exageran sus buenas condiciones los que los destinan á la medición de bases, que deben siempre medirse con reglones, bien preparados y contrastados, cuya longitud normal es menos variable; pero es indudable que en las aludidas condiciones se pueden medir las distancias con más exactitud de la consignada por Gallego Carranza, ya que no sería difícil alcanzar la de $^1/_{2000}$, por haber aquel comprendido la tolerancia que les es propia con la de todas las cintas y la cadena, que son muy diferentes.

Sin duda por esto en el levantamiento de los planos del nuevo catastro prusiano, y en los que se están realizando en los diferentes Estados del Imperio alemán, se miden todas las distancias con reglones, rechazando los flejes de acero, no obstante los mayores gastos que aquellos motivan.

No sucede lo mismo en los trabajos del nuevo catastro italiano, en que, admitiendo la medición directa y la indirecta de las distancias, se permiten para la primera indistintamente los flejes y los reglones; pero con la obligación precisa de medir dos veces las distancias en opuesta dirección y señalando en las poligonaciones como *tolerancia* en la diferencia de las dos mediciones las que resultan de las fórmulas siguientes (2):

$$t = 0'015 \sqrt{D} + 0'0008\ D \text{ en terreno llano;}$$
$$t' = 0'020 \sqrt{D} + 0'0008\ D \text{ en terreno ondulado;}$$
$$t'' = 0'025 \sqrt{D} + 0'0008\ D \text{ en terreno desfavorable;}$$

de las que se deduce para 100 metros

$$t = 0'15 + 0'08 = 0'23 \text{ m.}$$
$$t' = 0'2 + 0'08 = 0'28 \text{ m.}$$
$$t'' = 0'25 + 0'08 = 0'33 \text{ m.}$$

y de estas tolerancias se deduce, según la teoría matemática de los errores, que el medio ó la *precisión* supuesta será muy aproximadamente de 6, 7 y 8 centímetros por 100 metros (3) ó sea

(1) El Instituto Geográfico y Estadístico en el artículo 16 de sus Instrucciones para los *trabajos topográficos* le acepta para este objeto á falta de lado de los triángulos de tercer orden geodésico; pero con la condición de que se midan cinco veces y que la mayor diferencia entre los resultados parciales no pase del $^1/_{2000}$ de la longitud de la base, lo que supone mucha precisión y extremados cuidados en su manejo.

En el artículo 99 se ordena medir los lados de las poligonales en los planos de las poblaciones dos veces con el fleje admitiéndose el $^1/_{300}$ para la diferencia entre las dos mediciones, lo cual es fácil de conseguir en ellas.

La Comisión del plano de Jaca y de los valles superiores del Aragón y Gállego formada por ilustradísimos Jefes y Oficiales de E. M. utilizó la cinta de acero en la medición de las bases de su magnífica triangulación, de que darémos cuenta en su lugar oportuno, consiguiendo el sorprendente error relativo de $^1/_{19342}$ en una de 1445'647 metros medida cuatro veces.

(2) § 22 de la II Instrucción de 15 de Abril de 1889, pág. 215 del vol. II de la «Raccolta delle disposizioni di massima relative al riordinamento dell'*Imposta fondiaria*».

(3) El Profesor Lorber dedujo de sus experiencias para error medio:

1.° *En terreno fácil:*

parte sistemática; $e_S = 0'32$ mm. $\times$ D m. (32 mm. en 100 metros)

parte accidental; $e_A = 2'2$ mm. $\times \sqrt{D}$ m. (22 mm. en 100 metros)

2.° *En terreno difícil:*

parte sistemática; $e_S = 0'32$ mm. $\times$ D m. (32 mm. en 100 metros)

parte accidental; $e_A = 7'8$ mm. $\times \sqrt{D}$ m. (78 mm. en 100 metros)

En vista de estos resultados se admite por algunos Autores como *error accidental medio* $0'005 \sqrt{D}$, al que se ha de sumar el *error sistemático*, que, como hemos ya indicado, no es tan variable como en la cadena agrimensora y la cinta de hilo.

respectivamente de $^1/_{1000}$, $^1/_{1200}$ y $^1/_{1250}$, lo cual, si puede admitirse para terrenos ordinarios limpios de estorbos, no nos parecen ciertos en los que los tengan, ni en los escabrosos, y sin duda opinan lo mismo los Directores locales encargados de la ejecución de tal catastro, porque han hecho uso frecuentísimo de la medición indirecta con buenos taquímetros, consiguiendo mejores resultados con mayor economía de tiempo y de dinero, como era de esperar.

73 — Reglones ordinarios de madera.

De muy diferentes formas y dimensiones se construyen; son preferibles los de abeto ó pinabete por la rectitud de sus fibras, de 5 metros de largo, cuando se han de utilizar en terrenos llanos y limpios, y de 3 á 4 cuando en los terrenos en pendiente, con sección exagonal ó cuadrada achaflanada y diámetro de 4 á 5 centímetros, pues así se evita el alabeo, que los inutiliza, y conservan fácilmente la estabilidad.

Están generalmente reforzados en sus extremos por regatones de hierro ó de latón que conservan exactamente la forma de la sección ó se hacen terminar en superficies cilíndricas para apreciar mas fácil y exactamente su contacto.

Basta que se dividan en decímetros, señalando distintamente cada cinco y numerando los metros (1), aunque algunas veces se hace con aquellos y se lleva la división hasta el centímetro, encareciéndolos y confundiendo á los medidores, como también sucede con las distintas unidades de medida en algunos consignadas; cuando mas, debiera hacerse con diferente tinta dos numeraciones inversas de la misma graduación para apreciar la última fracción del reglón, cuando el extremo de la línea está determinado por un objeto, que no permite colocarle de manera que su extremo anterior coincida con el posterior del reglón precedente, y las fracciones del decímetro se miden fácilmente con una escala natural, que para estos casos pueden llevar en el bolsillo los medidores; y si bien esto les obligará alguna vez á apreciar á la vista la fracción indicada, que no podrá medirse por la altura á que el reglón se encuentre, el error que pueda cometerse será inferior á los que se producirán con las frecuentes equivocaciones á que dará lugar en los terrenos muy inclinados la división en centímetros.

Ordinariamente se hace la medición, en *terreno llano y limpio*, colocando los reglones sobre el suelo y horizontalmente á ojo ó con nivel de burbuja en la alineación uno á continuación de otro, de modo que se toquen sus extremos; pero encontramos preferible el sistema de dejar en cada reglón 5 ó 10 centímetros fuera de la división y disponerlos uno á cada lado de la línea que se quiere medir y que conviene fijar con una cuerda delgada bien extendida, de manera que la raya que empieza la dimensión normal del reglón coincida con la última del precedente, con lo cual, estando en contacto estas porciones, pueden evitarse mejor los retrocesos y hacer mas exactamente la coincidencia, que se conseguirá mas fácilmente y sin aumentar el gasto si se emplean tres reglones, encargando cada uno á peón distinto; pues conservando dos sujetos se evitarán tanteos y correcciones procediéndose con mas rapidez, seguridad y precisión, ya que, aunque el reglón 2.° se moviera por golpes que le dieran con el 3.° al colocarle, estaría el 1.° para indicar el movimiento y hacer rápidamente la corrección.

En los *terrenos en pendiente, pero limpios de estorbos*, es también mas conveniente la acción simultánea de tres peones con dos reglones y una regla con doble escuadra para mantenerlos á la altura conveniente y materializar la vertical (2) del extremo levantado y en caso necesario

(1) En el catastro de Alsacia y Lorena y en el de Austria se utilizaron reglones, en que los metros estaban pintados alternativamente de blanco y negro é inversamente los puntos determinantes de los decímetros, señalándose con dos puntos los medios metros, aunque será mejor hacerlo con una raya, con lo que se distinguen y cuentan fácilmente.

(2) Mr. Lallemand dice que en el nuevo catastro de Neully-Plaisance hecho como prueba bajo su dirección siguiendo las prácticas aceptadas en Alsacia, se midieron las distancias con reglones utilizando un solo peón, que le apoyaba en el suelo y sobre este proyectaba el otro extremo mediante una aplomada colocando el reglón á ojo; pero fácilmente se comprende la dificultad de conseguir bien el doble objeto propuesto en las pendientes rápidas, en que el punto del terreno había de quedar mal señalado con la aplomada.

para medirla mediante aquella al efecto graduada, y cuando fuera preciso mantener el reglón á alguna altura sobre el suelo, dos peones deben destinarse á fijar las verticales de sus extremos y el otro á colocarle horizontal, por cuyo medio también se conseguirá mayor rapidez y precisión *sin* aumentar el gasto, como equivocadamente creen los que reducen los peones á uno ó dos, que miden mal y con mil entorpecimientos.

Para estos casos son también convenientes los reglones que tienen mas longitud que la normal, pues se coloca la regla vertical de manera que una de sus aristas ó mejor una línea en sus caras marcada coincida con el principio de la división del reglón ó con la línea de la que mas convenga, evitando fracciones de decímetro en todas las posiciones y apreciando bien y fácilmente la última.

Naturalmente, la medición con reglones es mas onerosa que con la cadena, cintas y fleje de acero, pero en cambio es mucho mas exacta, y procediendo como queda indicado, con la repetición se alcanzaría la precisión de $^1/_{5000}$ (1) y hasta la de $^1/_{10000}$ midiendo 4 ó 5 veces la distancia; de manera que pueden destinarse los reglones sencillos aludidos á la medición de las bases de las triangulaciones topográficas; pero, por el contrario, ni la de $^1/_{1500}$ se conseguirá en los terrenos fuertemente ondulados y cubiertos de estorbos procediendo como ordinariamente se hace y es claro que se ha de tener una exquisita vigilancia para evitar que se deje de contar algún reglón ó parte de él colocado en alineación y que al efecto se ha de medir la misma distancia al menos dos ó tres veces para tener la necesaria comprobación, lo cual si en la medición de bases es natural y corriente, no es tolerable en la de las distancias ordinarias numerosísimas de los planos parcelarios por el mucho tiempo que exigen y el gasto excesivo que motivan, aunque se haya procedido así en los catastros citados:

De todo lo anteriormente expuesto se deduce:

1.° Que con razón no se consideran utensilios de precisión para la medida de las distancias y se han proscrito en los planos catastrales, las cuerdas, cintas y cadena agrimensora, y sí únicamente son admisibles los flejes y reglones.

---

(1) Según las experiencias del Profesor Lorber, el *error medio* en una distancia de Dm. medida con reglones de 4 metros, sin cuerda que fije la alineación, es

para la parte sistemática; $e_s = o'09\,mm. \times Dm.$ (9 mm. en 100 metros)

para la parte accidental; $e_A = \pm o'9\,mm. \sqrt{Dm.}$ (9 mm. en 100 metros)

de suerte que en 100 metros variaría de o á 18 mm. y al medio correspondería $^1/_{11111}$; lo que se consigue fácilmente en las bases de triangulaciones por las condiciones del terreno que al efecto se elige y las precauciones que se toman en la medición; pero de ningún modo se consigue tanta precisión en las condiciones ordinarias del terreno y precauciones con que tales distancias se miden.

Reconociéndolo así Mr. Prévot, consigna para los terrenos medianamente accidentados los siguientes coeficientes:

parte sistemática; $e_s = o'3\,mm. \times Dm.$

parte accidental; $e_A = \pm 3\,mm. \times \sqrt{Dm.}$

de los que resulta para 100 metros el error variable entre o y 9 centímetros ó 4'5 centímetros como medio ó $^1/_{2222}$, que aún consideramos excesiva precisión en terrenos cubiertos de estorbos, aunque no sean muy accidentados.

Finalmente el ilustrado Ingeniero señor Erede consigna como *tolerancia admisible* entre las dos mediciones hechas con reglones ó con cintas de acero los siguientes coeficientes, que se consideran cuádruplos del error probable que se comete admitiendo su media:

	Con reglones	*Con cinta de acero*
para la distancia de 50 m. . .	o'11 m. . . .	o'18 m.
» » 100 » . .	o'16 » . . .	o'24 »
» » 200 » . .	o'28 » . . .	o'36 »
» » 300 » . .	o'40 » . . .	o'52 »
» » 400 » . .	o'52 » . . .	o'62 »
» » 500 » . .	o'64 » . . .	o'76 »

que, por lo repetidas veces dicho, no consideramos admisibles en terrenos cubiertos de estorbos, que no se han tenido bastantemente en cuenta en las experiencias realizadas y sin embargo se presentan en la práctica con muchísima frecuencia.

2.° Que las cintas de fuerte tejido bien preparadas, y aún mejor las de acero en rodetes pueden utilizarse en los pequeños detalles y cortas distancias.

3.° Que si los flejes de acero y los reglones pueden dar la medida de las distancias con bastante seguridad y mucha exactitud en los terrenos llanos y limpios de estorbos, ha de variar considerablemente la tolerancia en los en que estos abunden y en los fuertemente ondulados escabrosos.

4.° Finalmente, que es siempre necesaria la repetición de la medida y realizarla con muchas precauciones, haciendo onerosísima la medición de las distancias ordinarias de los planos

ARTÍCULO SEGUNDO

Medición indirecta de las distancias

74 — Consideraciones generales y clasificación de los medios utilizados.

En el número 19 (página 62) demostramos sencillamente, mediante la figura 32, que magnitud de un objeto, A B, la de la imagen, a b, de él producida por una lente convergente y las distancias, D y d, que respectivamente los separan de su centro óptico, están relacionadas entre sí mediante las fórmulas

$$a\,b = \frac{d}{D} \times A\,B \quad (1.^a)$$

y

$$D = \frac{d}{a\,b} \times A\,B \quad (2.^a)$$

Pero, como, variando el valor de *d* con el de D, no conseguíamos con ellas una relación concreta y constante, hicimos la transformación correspondiente utilizando la ecuación de los focos conjugados, llegando á la siguiente, en que F expresa la distancia focal principal de la lente:

$$a\,b = \frac{F}{D - F} \times A\,B \quad (3.^a)$$

Para otra distancia, D′, del mismo objeto resultaría su imagen:

$$a'\,b' = \frac{F}{D' - F} \times A\,B$$

y dividiéndolas ordenadamente y simplificando obtendríamos esta otra:

$$\frac{a\,b}{a'\,b'} = \frac{D - F}{D' - F} \quad (4.^a)$$

en la que claramente se vé que *la magnitud de las imágenes de un mismo objeto son proporcionales á las distancias que le separan del foco principal anterior de la lente que las produce.*

Por el contrario, si suponemos que la magnitud de la imagen, a b, no varíe y colocamos el objeto á diferentes distancias, D, D′... llegaríamos por el mismo procedimiento á la fórmula

$$\frac{A\,B}{A'\,B'} = \frac{D - F}{D' - F} \quad (5.^a)$$

que pone en evidencia que *las magnitudes de los objetos son proporcionales á las referidas distancias para una magnitud dada de la imagen.*

Como el mismo fenómeno se produce en el anteojo astronómico colimador, recordamos las primeras en el número 32 (página 97) especialmente la (3.ª), con referencia á la figura 6.ª en que ya se representa la imagen virtual apreciada por el ojo mediante el ocular, que entonce

nos convenía tener en cuenta; pero como quiera que cuando se iniciaron los sistemas de la medición indirecta de las distancias por medio del anteojo no eran, tal vez, conocidas las fórmulas (3.ª), (4.ª) y (5.ª), habrémos por el momento de atenernos á las (1.ª) y (2.ª).

Si en ellas suponemos invariable el valor de *d* (1), es consiguiente que *la relación entre la magnitud del objeto y la de su imagen*, estará dada con exactitud por una fracción constante de la distancia del 1.º al centro óptico del objetivo y así mismo *la relación entre esta distancia y la magnitud del objeto* por un múltiplo de la inversa de la de la imagen.

Por consiguiente, si con tal supuesto hacemos en la fórmula (2.ª) invariable y conocida la magnitud del objeto A B, podríamos deducir sencillamente, de la de su imagen, la distancia á que en cada caso se encontrara el objeto y haciendo invariable y conocida la imagen, a b, deduciríamos aquella distancia de la magnitud del objeto, A B.

O porque no se conocía la variabilidad del valor de la distancia conjugada *d*, ó porque no se daba á tal condición importancia alguna en la determinación de las distancias, el Doctor Geminiano Montanari fundó en 1674 su *livella diottrica* en la constancia del objeto y el Optico William Green propuso en 1778 su *estadia* basándola en la constancia de la magnitud de la imagen, haciendo, uno y otro, caso omiso de la variabilidad de *d*.

Ahora bien: teniendo en cuenta que, según fácilmente se deduce de la figura 62

$$\frac{d}{a\,b} = \frac{1}{2 \text{ tang. } {}^1/_2\,\omega} \quad (6.ª)$$

y según la 2.ª

$$D = \frac{1}{2 \text{ tang. } {}^1/_2\,\omega} \times A\,B \quad (7.ª)$$

resulta que *el sistema de Montanari se fundaba en las distintas amplitudes del ángulo diastimométrico*, ω, suponiendo tales condiciones que resultara la magnitud de la imagen de un objeto dado proporcional á la distancia y *el de Green en la invariabilidad del mismo ángulo, permaneciendo constante la relación entre la distancia del objeto al centro óptico del objetivo y la magnitud del primero;* supuestos que sólo resultan ciertos contando las distancias á partir del foco principal anterior del objetivo, que por eso se llama *punto analático natural*, como hemos dicho relativamente á las fórmulas (4.ª) y (5.ª) y se vé claramente en la Fig. 100.

En efecto; en esta suponemos que la magnitud de la imagen, *a b*, permanezca constante y en dos posiciones correspondientes á las del objeto en M y M'.

Haciendo la construcción oportuna en cada una para determinar los límites de la imagen, se vé claramente que el ángulo formado por los ejes secundarios ó sea el diastimométrico de Green, ω, es diferente en cada posición y que permanece invariable el formado en el foco principal anterior, F, por los rayos que procedentes de cada punto del objeto y refractados paralelamente al eje óptico del objetivo sirven para determinar la imagen; se hace también evidente la variabilidad de la distancia conjugada, d, y fácilmente de esta figura se deduce la falta de proporcionalidad entre las magnitudes de los objetos y las distancias que los separan del objetivo, así como por el contrario tal proporcionalidad existe cuando las distancias se cuentan desde el foco principal anterior de aquel comprobando completamente los precedentes razonamientos analíticos.

Esto no obstante, como todos los sistemas hoy admitidos se fundan más ó menos directamente en aquellas dos bases, se pueden considerar á Montanari y á Green como á sus iniciadores respectivos y servir aquellas para la clasificación de todos los sistemas, por lo que á tal objeto las admitimos comprendiendo en el

(1) De las variaciones que este experimenta con los distintos valores de la distancia del objeto al centro óptico del objetivo, D, dan clara idea los consignados en la página 62 para las diferencias d — d', así como las de d — F, allí también comprendidas en evidencia ponen que cuando el objeto se encuentra á distancias algo considerables su imagen se forma muy cerca del foco principal posterior de la lente que los forma.

Primer grupo, la livella diottrica, ó distanciómetro de Montanari y el *sistema de diferencia de tangentes*, en el que incluimos el de las *lanzas*, la pértiga de Rozas y el del omnimetro de Eckhold;

Segundo grupo, la estadía de Green, el anteojo stereogónico de Porro, la estadía de Reichembach (?) ó el anteojo astronómico con retículo compuesto, el analatismo central de Porro y el sistema de diferencia de pendientes incluyendo en este al auto-reductor Sanguet.

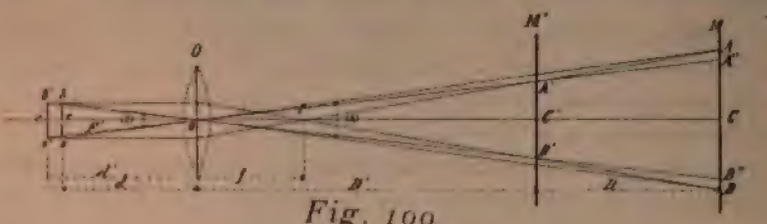


Fig. 100

Pero como algunos de estos procedimientos sólo tienen un interés histórico y otros no ofrecen el grado de precisión ahora exigido para los planos numéricos, limitarémos en lo posible su descripción concretándonos á detallar todo lo necesario los sistemas de Eckhold, las estadías de anteojo astronómico y analático central y el del auto-reductor Sanguet, que son los que pueden tener inmediata y conveniente aplicación.

pag. 205

PRIMER GRUPO

Sistemas de ángulo diastimométrico variable

75 — Livella diottrica ó distanciómetro de Montanari.

Si sólo tuviéramos en cuenta la precisión con que por su medio se miden las distancias, no nos ocuparíamos de él en este lugar considerándole como un simple *telémetro;* pero por haber sido Montanari el iniciador de la medición indirecta de las distancias, creemos justo ponerle al frente de todos los demás sistemas.

Como ya digimos en el número 27 (página 81), Galileo inventó el anteojo en 1609 y poco antes de 1630 construyó Kepler el suyo que es el tipo utilizado en los aparatos topográficos y aunque entonces tales inventos no se propagaban con la rapidez que en nuestros días, ya en 1674 el Doctor Geminiano Montanari, Profesor del Colegio de Bolonia, publicó un opúsculo de 20 páginas con el epígrafe *La livella diottrica*, describiendo en la 17.ª su invento en los términos siguientes (1):

«*Nuovo modo de misurare le distanze con una sola stazione col Cannochiale.*»

«Ma perchè molte volte accade di non poter misurare la distanza di due luoghi, siasi per livellarla, siasi per altra occasione, e particolarmente quando si devono traversare fiumi, valli, o altri luoghi inaccessibili, anzi talhora non s'hà ne meno il sito proporzionato per misurarli geodeticamente, non havendo dove fare due commode stazioni per havere il triangolo necessario: stimo che sarà gradita una invenzione assai facile per potere con la Livella medesima, o con ogn'altro cannocchiale conoscere in una sola guardata, o stazione, quanto sia lontano l'oggetto a cui si guarda.

»Pongasi dentro la canna *B* dell'oculare, nel concorso dei fuochi, invece del cerchietto, ove dissi si ponesse il capelo per livellare, un'altro cherchieto guarnito di molti capeli; v. g. 12 o 15,

(1) Sin otra variación que la de cambiar algunas u en v, como lo exige la nueva Ortografía, insertamos al pié de la letra la descripción dada por Montanari para evitar errores de concepto en la traducción copiándola de la página 4 del opúsculo del ilustrado Ingeniero señor Jadanza «*Per la storia della Celerimensura.*»

tutti equidistanti, e paralleli fra di loro, e con essi in primo luogo, si faccia la seguente prova; In luogo commodo a ciò si ponga una pertica o altra misura esatta in distanza di 100 pertiche, più, o meno come può portare il Cannocchiale per vedere l'ogetto esattamente distinto, e si osservi quanti di quelli spazi frà un capelo e l'altro occupa tutta detta pertica, o pur meza, come torna commodo, e se non comprende spazi interi, s'accosti od allontani all'oggetto quanto basta, perchè gli comprenda per l'appunto, il che serve per comodo maggiore, anzi è meglio fare in modo che ogni spazio comprenda tant'oncie per appunto, & allhora si misuri esattamente la distanza dell'occhio alla pertica suddetta, e questa si divida in tante parti quant'oncie habbiamo trovate comprendersi dentro ad uno spazio. Darò l'esempio: con la Livella Diottrica che hò fabricata, e donata a questo Illustrissimo Senato, il di cui Cannocchiale è, come dissi 9 piedi, in distanza di 100 pertiche io comprendeva trà l'un filo e l'altro per l'appunto cinque once, onde, divise in cinque parti le 100 pertiche, ne toccano 20 pertiche per oncia, il che deve servirmi di regola in avvenire.

»Volendo adunque sapere quânto è lontano qualunque luogo, ch'io possa vedere con detto Cannocchiale, basta osservare l'altezza d'una Finestra, Porta, o Colonna, Torre, o altra simil cosa, quanto spazio cioè ella occupi trà li fili o capeli sudetti posti nel Cannocchiale, e far misurare sul luogo la giusta altezza di detta finestra o porta, etc., per trovare quant'oncie di piede restavano comprese tra un filo e l'altro, e dando 20 pertiche per oncia o quel tanto che hò veduto per esperienza, che porta quel Cannocchiale, saprò benissimo quante pertiche è lontano quell'oggetto.»

«Questa operazione hà la sua dimostrazione assai facile, dipendendo dalla prima del sesto di Euclide; onde io la traslacio, solo accennando, che l'esperienza in fati corrisponde con tanta esattezza, che non teme punto il paragone dell'altro geodetiche operazioni.»

Es digno de notarse, en primer lugar, cuánto Montanari dice sobre los inconvenientes de la medición directa de las distancias y el afán con que procuró para evitarlos utilizar las propiedades del anteojo; afán que por el mismo motivo se observa en muchos Topógrafos, que han tenido desde entonces las mismas aspiraciones; en segundo lugar, la grandísima semejanza del micrómetro descrito por Montanari con el utilizado por Porro en su anteojo-corneta, á que no dió más importancia que la que le corresponde de *telemetro*.

Pero, aunque se prescinda de la falta de proporcionalidad matemática entre las magnitudes de la imagen y del objeto y de las distancias que los separan del objetivo por la variabilidad comprobada de la conjugada, *d*, se comprende fácilmente que no puede ser mucha la precisión con que la distancia queda medida utililizando tal sistema, ya que la unidad apreciable era de 20 pies y aunque por la estima pudiera reducirse no sería mucho, porque las pulgadas (oncie) no pueden individualizarse bastante siendo tan pequeñas las diferencias de las imagenes sucesivas, cuando la distancia del objeto pasa de 100 metros.

Para evitar ilusiones perniciosas conviene justificar esto con algunos ejemplos.

De la fórmula (1.ª) del número anterior resulta, haciendo A B = 4 metros, D sucesivamente igual á 100, 160 y 200 metros, y dando á *d* los valores para ellas deducidos en el número 19 (página 62), en el supuesto de ser de 35 centímetros la distancia focal de la lente ó del objetivo, que el resultado es el mismo, lo siguiente:

Para D = 100 metros; A B = 4 metros y d = 0'351229 metros

$$a\,b = \frac{0'351229}{100} \times 4 = 0'014049 \text{ metros}$$

Para D' = 160 metros; A B = 4 metros y d = 0'350767 metros

$$a'\,b' = \frac{0'350767}{160} \times 4 = 0'008769 \text{ metros}$$

Para D'' = 200 metros; A B = 4 metros y d = 0'350614 metros

$$a''\,b'' = \frac{0'350614}{200} \times 4 = 0'007012 \text{ metros}$$

De manera que resulta para la diferencia de las imagenes

$$a\ b - a'\ b' = 0'014049 - 0'008769 = 0'005280 \text{ metros}$$
$$a\ b - a''\ b'' = 0'014049 - 0'007012 = 0'007037 \text{ metros}$$
$$a'\ b' - a''\ b'' = 0'008769 - 0'007012 = 0'001757 \text{ metros}$$

y se comprende la imposibilidad, por los medios aconsejados por Montanari, de distribuir convenientemente estas pequeñas magnitudes para conseguir siquiera la apreciación del metro en estas distancias; pues que la 1.ª corresponde á 60 metros, la 2.ª á 100 metros y la 3.ª á 40 metros, por lo que tal sistema podría á lo sumo utilizarse en la Topografía irregular, pero no en la de precición, con tanto mayor motivo cuanto que no se economiza tiempo ni trabajo por su medio, ya que obliga á colocar la mira ó pértiga en cada punto visado.

76 — Sistemas de diferencia de tangentes. (Pértiga de Rozas y sistema de las «lanzas».)

En estos mas concretamente que en el de Montanari, es constante la magnitud del objeto y por consiguiente variable, con la distancia, el ángulo diastimométrico; pero en lugar de deducir la distancia, que del instrumento le separa, de la magnitud de la imagen, como lo propuso Montanari, se consigue por la diferencia de las tangentes de los ángulos verticales formados con la horizontal por las visuales dirigidas á sus extremos; unos determinan estas tangentes midiendo tales ángulos en el limbo vertical y otros directamente para una circunferencia de radio constante en una regla graduada, utilizando ambos procedimientos tablas apropiadas: el *primero* es conocido con los nombres de *Pértiga de Rozas* y *sistema de las lanzas;* el *segundo* es el uti-

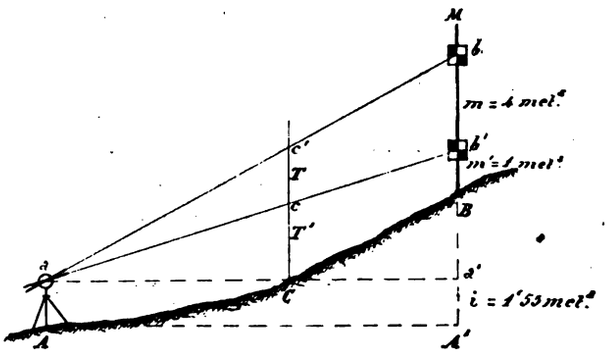


Fig. 101

lizado en el *omnímetro de Eckhold;* conviene describirlos y poner en evidencia sus ventajas é inconvenientes, porque si bien estos superan á aquellas comparando tales sistemas con el llamado *de la estadía,* pueden en algunos casos utilizarse y aún no sería inoportuno combinar el último con aquella en determinadas ocasiones.

Pértiga de Rozas y sistema de las lanzas. — Son una misma cosa; sólo difieren en que el distinguido Topógrafo y Brigadier de Caballería procedente del Cuerpo de Estado Mayor, don Joaquín Pérez de Rozas, medía los ángulos verticales con un teodolito de apreciación teórica de 10" y calculó las Tablas de tangentes naturales y de sus diferencias de 10" en 10" para *pértigas* de 4 y 5 metros, combinando esta manera de medir las distancias con una densísima triangulación, que directa é indirectamente comprendía en sus vértices todas las estaciones con una separación máxima de 300 metros, lo que le daba mucha seguridad en los planos, pues que calculaba trigonométricamente la situación de aquellas y las fijaba mediante sus coordenadas ortogonales; y el *sistema de las lanzas* se ha empleado al solo objeto de apreciar las distancias construyendo los planos por los sistemas gráficos ordinarios y utilizando, casi siempre, teodo-

litos de apreciación teórica de 1', por lo que las Tablas de tangentes y diferencias se ajustaban á este tipo y á la magnitud de mira de 3 ó 4 metros, que eran las utilizadas.

El señor Pérez de Rozas dió su nombre al procedimiento que utilizaba y publicó en 1871 un interesante Tratadito con el nombre de *Pértiga-Rozas. Metodo práctico para levantar un plano*, comprendiendo las Tablas referidas, cuya obra, agotada ya, es digna de consideración por algunas prácticas útiles que aconseja y él utilizaba.

El nombre del *sistema de las lanzas* se admitió, especialmente en Cataluña, por la forma romboidal de las planchas de la mira utilizada, ó porque, aunque fueran cuadradas, se fijaban con uno de sus ángulos en la parte superior pintando de los colores blanco y rojo los triángulos en que quedaban divididas mediante la diagonal horizontal; este procedimiento se empezó á utilizar en el proyecto del ferrocarril de esta ciudad á Zaragoza, segun tenemos entendido, y con instrucciones y Tablas manuscritas se fué extendiendo entre los facultativos que en esta región de España se han dedicado á hacer ante-proyectos ferro-viarios.

No cabe duda que es por todos conceptos preferible el procedimiento aplicado por el señor Pérez de Rozas; pero como no es posible en tales trabajos y con los teodolitos utilizados apreciar los ángulos con 10" y si, todo lo más, con 30", que es el tipo adoptado por el Ingeniero industrial don Pedro Pella y Forgas en una memoria dedicada á explicar bastante detalladamente este procedimiento con algunas ingerencias del sistema general taquimétrico, memoria que premiada por la *Asociación de Ingenieros industriales de Barcelona* publicó ésta en los números de su Revista correspondientes á Febrero, Marzo y Abril de 1893, á esta nos vamos á referir especialmente recomendando su lectura á los que desearan enterarse detalladamente de tal procedimiento; porque mas que el señor Pérez de Rozas determina sus condiciones esenciales y los distintos casos que en la práctica pueden ocurrir.

El sistema no puede ser mas sencillo.

En efecto: si en el punto A del terreno (Fig. 101) colocamos en estación un teodolito bien nivelado y orientado y en el B, que queremos determinar, se pone verticalmente una mira ó pértiga M con dos planchas fijas, b y b', separadas 4 metros y en el punto C, á 100 metros de distancia de A, suponemos materializada la vertical C c', y trazadas los horizontales A A' y aa', es indudable que los triangulos $a'ab$ y Cac', $a'ab'$ y Cac, bab' y $c'ac$ son respectivamente semejantes y por consiguiente:

$$a'b' : a'b :: Cc : Cc' :: aa' : aC$$

y también

$$a'b - a'b' : Cc' - Cc :: aa' : aC$$

y por consiguiente $aa' = D = aC\dfrac{a'b - a'b'}{Cc' - Cc}$;

pero, A C = 100 metros; $a'b - a'b' = 4$ metros, segun los supuestos y $Cc' - Cc$ es la diferencia de los valores naturales de las tangentes en la circunferencia de radio de 100 metros correspondientes á los ángulos, que con la horizontal forman las visuales dirigidas á las dos planchas, que llamaremos T — T'; luego

$$D = \frac{400}{T - T'}, \text{ y } T - T' = \frac{400}{D}$$

Y si tenemos preparadas dos Tablas, una con los valores de las tangentes naturales de los ángulos de 30" en 30", que suponemos apreciación verdadera del teodolito, para un radio de 100 metros y otra de los valores de D para las diferencias T — T', que segun la fórmula anterior correspondan á los valores de D de 10 á 400 metros variando de 10 en 10 centimetros, bastará hallar en la primera Tabla el valor de las tangentes correspondientes á los ángulos baa' y $b'aa'$, restarlas y buscar en la segunda Tabla la distancia correspondiente á la diferencia de tangentes que mas se le aproximen.

Aunque hemos hablado solo de la diferencia de las tangentes, claro es que si una de las tablillas ó planchas estuviera debajo y otra encima del plano horizontal, que pasa por el eje de

giro del anteojo, como la segunda sería negativa resultaría la suma de aquellas y no la diferencia: el señor Forgas explica detalladamente los casos que en este concepto y en el de las diferencias de nivel pueden ocurrir; pero no creemos necesario detenernos á consignarlos.

La diferencia de nivel entre los puntos A y B del terreno, es evidentemente

$$A'B = A'a' + a'b' - Bb' \text{ ó sea } z = i + \text{tang. } a'ab' \times D - m = D \times \text{Tang. } a'ab' + (i - m)$$

Ahora bien; conocido el valor de D y el de la tangente T', que ya se ha buscado para determinar el de D, bastará dividir aquella por 100 y multiplicarlos y á su producto sumar la diferencia entre la altura del instrumento y la de la plancha inferior de la mira ó pértiga para tener la diferencia de nivel entre el punto de estación y el visto.

El señor Pérez de Rozas, para evitar estas multiplicaciones, calculó una tercera Tabla, en que se encuentran los valores de $a'b'$ correspondientes á las diferentes distancias de 10 á 300 metros hasta 8° y de 10 á 100 metros de 8° á 11°, variando las distancias de 5 en 5 metros en los dos primeros grados, de 3 en 3 en los grados 2.° y 3.°, de 2'5 metros del 3.° y 4.°, de 2 metros en 4.° y 5.°, de 1'5 metros en el 6.° y de 1 metro en los restantes, y los ángulos de 3' en 3', lo que puede muy bien servir para cuando no sea necesaria mucha precisión y en estos casos también mediante sencillas interpolaciones, se entiende siempre dentro de los límites de exactitud correspondientes al sistema.

Por no alargar demasiado y sin notoria utilidad este artículo no insertamos un espécimen de estas diferentes Tablas; en cambio resolverémos y explicarémos un caso práctico para que nuestros lectores se hagan cargo del sistema.

Supongamos que los ángulos verticales medidos con pértiga de 4 metros, hayan resultado

$$\begin{aligned} baa' &= 16°57'30'' \\ b'aa' &= 15°30'30'' \\ \hline \text{Angulo diastimométrico} &= 1°27' \text{ »} \end{aligned}$$

En la Tabla de tangentes del señor Pérez de Rozas encontramos:

$$\begin{aligned} \text{Tang. } baa' &= 30'49356 \\ \text{» } b'aa' &= 27'74812 \\ \hline \text{Diferencia} &= 2'74544 \end{aligned}$$

Buscando esta diferencia en la Tabla de las de las tangentes correspondientes á miras de 4 metros no la encontramos, pero si las de 2'7453 y 2'7462 en frente respectivamente de las distancias 145'70 y 145'65 metros, adoptando la primera como más próxima á la diferencia de tangentes encontrada.

Las Tablas del señor Pella y Forgas sólo tienen 3 cifras decimales y, en la calculada para mira de 4 metros, encontramos la diferencia 2'745 enfrente de la distancia 145'71 metros, que es la distancia horizontal.

Multiplicando esta por 0'2775, que es el valor de la tangente del ángulo $b'aa'$ en la circunferencia de radio de 1 metro, obtenemos para el valor de $z' = a'b' = 40'434$ metros.

Suponiendo que la altura del instrumento sea $i = 1'58$ y la de la plancha inferior $m = 1$, resultará: $i - m = 0'58$ y por consiguiente $z = 40'434 + 0'58 = 41'014$ metros.

La multiplicación indicada es muy enojosa y no podemos utilizar la última Tabla del señor Pérez de Rozas, porque hemos supuesto de 15°30'30" el ángulo vertical de la plancha inferior y aquella no llega más que á 11°.

Para que se comprendan las ventajas é inconvenientes de este sistema, indiquemos sumariamente los trabajos que en el campo y en el gabinete se han de realizar para conseguir la distancia y el desnivel de cada punto visto con relación á la estación, en el supuesto de que el aparato esté ya nivelado, que se haya medido la altura del anteojo sobre el suelo y el ángulo azimutal, comunes á todos los sistemas.

Se ha de dirigir la visual á la plancha superior, separarse del ocular y leer el ángulo vertical en los dos nonius, apuntando el resultado; volver al ocular y dirigir la visual á la plancha inferior, separarse nuevamente del ocular, hacer las lecturas en los dos nonius y apuntar su resultado.

Parece que esto debiera bastar, pero si se quiere tener una comprobación más fidedigna que la que dan las dos lecturas dobles precedentes, debiera dirigirse otra visual á una tercera plancha equidistante de las extremas, lo que al propio tiempo evitaría los inconvenientes que frecuentemente se presentan por no verse una de las planchas extremas á causa de las rocas y pequeñas matas ó de las ramas de los árboles.

Los trabajos de campo no exigen más; los de gabinete consisten en buscar las dos tangentes y anotarlas, hacer su resta, buscar en la Tabla correspondiente con esta diferencia la distancia y multiplicarla por la tangente del ángulo de la plancha inferior y como ambos factores tienen 3 ó 4 cifras, ocupa esta operación bastante tiempo y no poca molestia dando lugar á muchas equivocaciones; despues hallar la diferencia $i - m$ y sumarla al valor de z' para conseguir el de z, si bien esta última es común á todos los sistemas y en su comparación se debe omitir.

Pero no es el trabajo de campo y de gabinete, que motiva este sistema, *el principal inconveniente que ofrece, sino* SU POCA EXACTITUD, aunque se utilicen las tres planchas en lugar de las dos empleadas, que no dan comprobación inmediata, *como es de todo punto necesario* para no exponerse á errores tan considerables como resultarian si en uno de los ángulos verticales se leyera equivocada una ó media decena de minutos, como tantas veces ocurre, sin que se descubra con la lectura de los dos nonius, porque generalmente lo que en la de los segundos más preocupa son las unidades y fracciones y si aquello no sucediere podría ocurrir la equivocación en algún minuto y todo esto con tanto mayor motivo, cuanto que para leer los segundos nonius si el teodolito los tiene, que muchos carecen de ellos, es necesario separarse del lugar de observación y esto es molestísimo y expone á tropezar con las piernas del trípode descomponiendo el aparato, lo que da por resultado que casi siempre se lea un solo nonius haciendo muy posible las equivocaciones indicadas y consiguientes errores intolerables.

Además, con el movimiento del operador en el intérvalo de las dos ó tres observaciones puede desnivelarse y se desnivela siempre mas ó menos el instrumento motivando una diferencia de tangentes diferente de la verdadera; cuando esta desnivelación es muy considerable pueden acusarla los niveles y corregirse en parte procediendo con mucho cuidado; pero no con mayor precisión que la correspondiente á su sensibilidad, que no pasa de 20″ á 30″ y por consiguiente se puede duplicar el error, que luego se consigna, aun procediendo con la mayor atención.

Pero, sin olvidar todo esto, prescindamos por el momento de ello y veamos la precisión que se puede esperar de tal sistema y al efecto empecemos por observar que, según el ejemplo citado, el ángulo diastimométrico, esto es, el que forman las visuales dirigidas á las dos planchas, es de 1°27′ = 5220″, que divididos por 30″, apreciación teórica del aparato, *dan 174 unidades de apreciación* en la distancia de 145'7 metros ó sea una por cada 84 centímetros; de manera que, con todos los supuestos mas favorables, á tal distancia sólo se pueden apreciar 84 centímetros, que ha de considerarse como *error mínimo posible.*

Del mismo modo podria calcularse para todos los tipos de distancia, pero no lo creemos necesario.

El señor Pella y Forgas calcula los errores en las distancias y en los desniveles consiguientes á la apreciación del teodolito para el caso en que se empléen miras de 3 ó 4 metros y que el ángulo de la visual dirigida á la inferior sea de 0° y el de la superior de 30° para comprender los casos extremos, supone el error igual á la apreciación, 30″, no teniendo en cuenta que siendo dos los ángulos, el tipo utilizable, según el cálculo de probabilidades, debe ser, no 30″, sino $30'' \sqrt{2} = 42'42''$ y que este no es el *error máximo* según la manera de hacer las observaciones, que se ha utilizado; pero, aún admitiendo todos los supuestos favorables, resumimos en el estado siguiente los resultados que presenta; porque ellos son más que suficientes para

que los Topógrafos verdaderos dejen de aplicar tal sistema, que sin embargo ha servido para realizar gran número de *ante-proyectos* ferro-viarios, que han merecido la aprobación y hasta los aplausos de los que no se han cuidado de comprobarlos, si bien debemos hacer constar que la mayor parte de ellos *reunen mejores condiciones que los que algunos pocos han hecho utilizando la cadenación*, lo que por si sólo demostraría los gravísimos defectos de este último sistema en los terrenos montañosos, en que generalmente se han aplicado los dos aludidos.

Véase ahora con detenimiento los resultados que ofrecen los cálculos del señor Pella y Forgas que resumimos en el estado siguiente:

ERRORES MÁXIMOS QUE, SEGÚN PELLA Y FORGAS, SE PUEDEN COMETER EN LAS DISTANCIAS Y DESNIVELES Á LAS DISTANCIAS DE 100 Á 300 METROS EN LOS SUPUESTOS DE SER HORIZONTAL LA VISUAL INFERIOR Ó INCLINADA DE 30" LA SUPERIOR, CON MIRAS DE 3 Y 4 METROS. (1)

Distancia de la estación al punto visto	CON MIRAS DE 3 METROS				CON MIRAS DE 4 METROS			
	Angulo de la visual inferior 0°		Angulo de la visual superior 30°		Angulo de la visual inferior 0°		Angulo de la visual superior 30°	
	ERROR EN		ERROR EN		ERROR EN		ERROR EN	
	la distancia	el desnivel	la distancia	el desnivel	la distancia	el desnivel	la distancia	el desnivel
A 300 m.	4'35 m.	0'043 m.	5'76 m.	3'268 m.	3'24 m.	0'043 m.	4'32 m.	2'437 m.
» 250 »	3'00 »	0'036 »	4'02 »	2'273 »	2'25 »	0'036 »	3'00 »	1'684 »
» 200 »	1'94 »	0'029 »	2'56 »	1'439 »	1'44 »	0'029 »	1'92 »	1'070 »
» 130 »	1'08 »	0'022 »	1'44 »	0'802 »	0'81 »	0'022 »	1'06 »	0'584 »
» 100 »	0'48 »	0'014 »	0'64 »	0'350 »	0'36 »	0'014 »	0'47 »	0'252 »

Parécenos que los Topógrafos que no conocían este sistema, no entrarán en deseos de utilizarle en vista de los errores posibles y que pueden ser mucho mayores, según hemos indicado; en cambio, los que antes le utilizaron le desecharán en cuanto puedan trabajar con un taquímetro, como lo han hecho ya muchos de los que en otros tiempos emplearon el de las lanzas.

Esto no obstante, nuestra imparcialidad nos induce á consignar las ventajas que este sistema, como el del omnímetro ofrecen y son las siguientes:

No exigen miras verdaderas y por lo mismo un cuadradillo cualquiera con dos planchas ó mejor dos esferas de uno ó dos decímetros de diámetro fijadas en él á la distancia de 3 ó 4 metros bastan al objeto y como si estos se colocaran en los vértices de la triangulación hecha previamente en un plano parcelario, v. g., permitiría obtener la distancia y la dirección desde cualquier estación, podría esta comprobación ser conveniente y no motivaría gran pérdida de tiempo ni trabajo, pues no habría que mandar al efecto un porta-mira.

La 2.ª buena condición es que en todos los casos se utiliza el mayor ángulo diastimométrico posible y esto es siempre conveniente.

La 3.ª, que siempre, mejor ó peor, se puede medir la distancia, lo que no sucede con los sistemas de ángulo diastimométrico fijo por no ser bastante larga la mira en unos casos y en otros porque no se ven sus divisiones, cuando se utilizan las miras parlantes; pero en cambio no se puede realizar la observación ni bien, ni mal si un obstáculo impide ver, como muchas veces sucede, una de las planchas.

---

(1) Los errores en las distancias con visual inferior de 0° están tomados del estado inserto en la página 45 de la Memoria del señor Pella y Forgas.

Los que se cometen cuando la visual ó la plancha superior es de 30°, del estado inserto en la página 47.

Los que se cometen en los desniveles en el primer caso están tomados del estado inserto en la página 49.

Los del 2.° caso del inserto en la página 51.

La 4.ª, que es menos fatigosa y más exacta la puntería que se hace á una plancha ó esfera que la que se dirige á la graduación de una mira parlante; pero esto ya se consigue con la *mira de dos planchas* utilizada con los taquímetros.

Aunque estas condiciones no son despreciables, no bastan á compensar los inconvenientes del sistema, como fácilmente se comprende; pero las tendrémos en cuenta en la comparación general de todos, que despues consignarémos para que se vea si conviene combinar dos ó más sistemas para utilizar todas las ventajas y evitar los inconvenientes, que son propios de cada uno.

77 — Sistema del omnímetro de Eckhold.

Se funda en los sencillos razonamientos siguientes:

Si se suponen unidos perpendicularmente los ejes ópticos de un anteojo y un microscopio y que juntos giren alrededor de un eje proyectado en O (figura 102), cuando el primero tenga la dirección horizontal O E, será el segundo O b vertical y cuando el primero tome sucesivamente las direcciones O n y O m el segundo marcará, perpendicularmente á ellas, las O n' y O m'.

Ahora bien; si por debajo del eje proyectado en O, y á una distancia determinada y fija, se coloca horizontal y paralelamente á O E una regla graduada A B y en el punto del terreno *n* una mira ó pértiga *m n* de magnitud conocida, pudiéndose determinar por la graduación de A B y con auxilio del tornillo micrométrico de *tambor* con grande precisión las magnitudes *b n'*, *b m'* y consiguientemente la *m' n'*, indudablemente se tendrán todos los elementos necesarios para calcular los valores de O E y de E *n* ó sean las distancias horizontal y vertical entre los dos puntos O y *n* del terreno, corrigiendo, naturalmente, la segunda de la diferencia $i - m$ entre las alturas del eje de rotación del anteojo y el punto inferior visto en la pértiga.

En efecto: por ser O E perpendicular á O *b*, O *n* á O *n'*, O *m* á O *m'* y O E paralela á A B los triángulos O E *n*, O E *m* y O *n m* son respectivamente semejantes á los O *b n'*, O *b m'* y O *n' m'* y se tendrán las proporciones siguientes:

$$b\,n' : \mathrm{E}\,n :: \mathrm{O}\,b : \mathrm{O\,E} = \frac{\mathrm{O}\,b \times \mathrm{E}\,n}{b\,n'} \quad (1.^{a})$$

$$\text{y} \qquad \mathrm{E}\,n = \frac{\mathrm{O\,E} \times b\,n'}{\mathrm{O}\,b} \quad (\mathrm{B})$$

$$m\,n : \mathrm{E}\,n :: m'\,n' : b\,n' \text{ y } \mathrm{E}\,n = \frac{b\,n' \times m\,n}{m'\,n'} \quad (2.^{a})$$

sustituyendo la (2.ª) en la (1.ª) resulta

$$\mathrm{O\,E} = \mathrm{D} = \frac{\mathrm{O}\,b \times m\,n}{m'\,n'} \quad (\mathrm{A}).$$

Como se conocen las magnitudes O *b* y *m n*, que son constantes, y *b n'* y *m' n'*, que se determinan en cada caso, por medio de las fórmulas (A) y (B) fácilmente se consiguen los valores de O E y E *n* ó sean las distancias horizontal y vertical entre los dos puntos.

En las diferentes Instrucciones que del omnímetro tenemos, ni en las correspondencias que en ellas se citan, ni en otras referencias del mismo aparato, no hemos visto que se haya procurado facilitar su uso mediante Tablas apropiadas; y sin embargo tanto se presta á ello la fórmula (A) que desde que tuvimos conocimiento del aparato y del sistema, construímos una, fundada en las condiciones señaladas en la 1.ª Instrucción; esto es, que la llamada base (O *b*) ó

mejor dicho, el *radio de las tangentes*, apreciadas mediante la regla graduada y el tornillo micrométrico con su tambor y nonius, valiera una y media regla y que se apreciara la millonésima de esta ó de 4 pulgadas inglesas.

La deducción de semejante Tabla es sencillísima; pues que en la fórmula (A) el numerador es constante y por consiguiente el valor de la distancia inversamente proporcional al de $m'\ n'$ ó

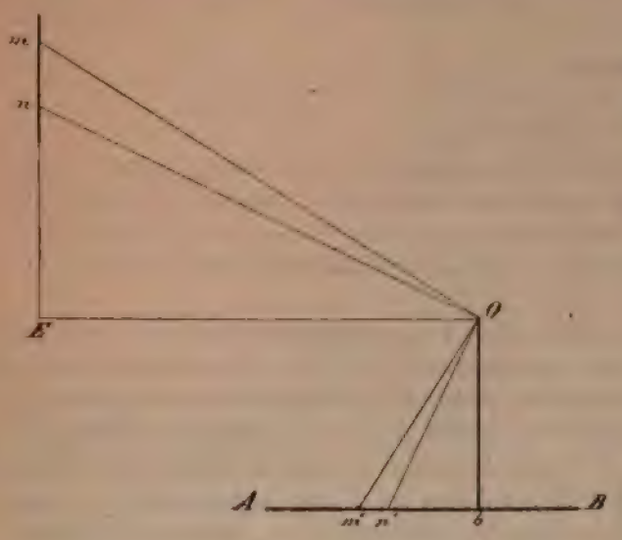


Fig. 102

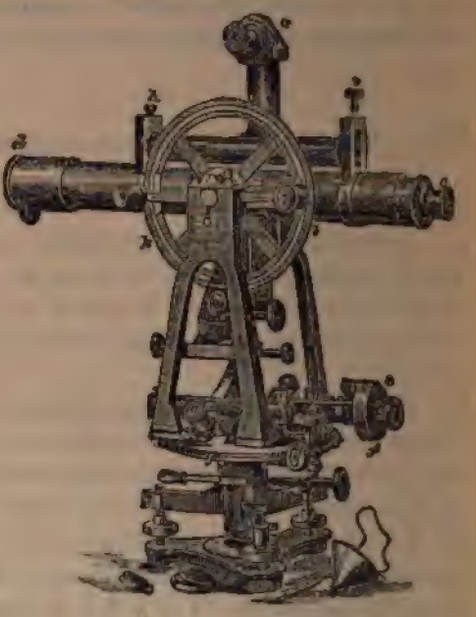


Fig. 103

sea de las diferencias de las tangentes medidas sobre la regla; y como O b = 1.500,000 partes apreciadas de la regla, en aquel supuesto, y $m - n = 3$ ms. y de la misma fórmula se deduce que

$$m'\ n' = \frac{O\ b \times m\ n}{D}$$

pudimos calcular las diferencias correspondientes á distancias determinadas de 10 á 1000 metros con suma facilidad evitando estos cálculos para el uso del aparato.

De lo dicho se desprende que el sistema de Eckhold y el ya explicado de la «Pértiga Rozas» ó de las lanzas, solo difieren en el modo de apreciar las tangentes; veamos como se aplicó

Fig. 104

el principio por el inventor y los constructores Elliot hermanos, que le realizaron; pues de esto depende su éxito y así también si conviene modificarlo para deducir sus posibles aplicaciones.

Como en la figura 103 aparece, Elliot hermanos aplicaron el sistema á un teodolito de buenas condiciones, que no hay para que describir en este lugar; solo sí debemos hacer constar que los tubos del anteojo y microscopio se muerden hasta cerca de sus ejes ópticos, siendo el

segundo acodado para facilitar la lectura y que sobre la plancha de los nonius azimutales está atornillada una regla de 4 pulgadas inglesas (101'6 mm.) graduada y combinada con un tambor multiplicador en la forma que detalla la figura 104.

La distancia del eje de muñones al plano de la regla es igual á 6 pulgadas, la regla es de 4 subdivididas en 100 partes numeradas cada dos, y señaladas sus mitades, y pudiendo moverse hácia uno ú otro lado mediante el tornillo micrométrico, cuyo paso de rosca es exactamente igual á una de las pequeñas divisiones de la escala y como el tambor está dividido en 100 partes y su nonius de compone de 5, la apreciación teórica de este será de $\frac{1}{200 \times 100 \times 5} = 0'00001$ de 4 pulgadas ó sea próximamente 0'001 de milímetro.

Aunque, como dejamos indicado, en la primera Instrucción se suponía conseguir la millonésima de la magnitud de la regla, despues se redujo esta apreciación á la cienmilésima y aún este supuesto es ilusorio; sea de esto lo que quiera, resulta que el radio ó *base* O *b* valdría en tal supuesto 150.000, cada una de las divisiones numeradas de la regla 1.000; 500 cada una de sus mitades, las partes del tambor 5 y 1 cada una de las del nónius.

La regla ha de estar de tal manera situada, que, cuando la visual del anteojo sea horizontal, la dirigida por el microscopio pase exactamente por la línea señalada 50 estando en coincidencia los *ceros* del tambor y de su nónius; pero no hay medio de corregir esto, cuando no se verifica, en el omnímetro construído por Elliot.

El método de observación no puede ser mas sencillo: bien nivelado y corregido el aparato y estando en coincidencia los ceros del tambor y su nónius, se dirige la visual al punto *m* de la pértiga y mirando por el microscopio se lee la graduación numerada de la regla mas próxima al hilo ó hilos de su retículo, dictándola; se mueve el tambor hasta la coincidencia y conseguida esta, se lee en él y su nónius la graduación señalada por el *cero* de este.

Supongamos, por ejemplo, que el retículo del microscopio se encuentra entre las graduaciones numeradas 67 y 68, pero dejando hácia el 67 la línea no numerada, esto es, la mitad, y que moviendo la regla mediante el tornillo micrométrico se observa que el cero de su nónius señala en el tambor la 5.ª división numerada con 50, y una línea de las pequeñas, que vale 5 partes, coincidiendo la 3.ª línea del nónius con la correspondiente del tambor; resultarán para partes de la regla

67.000 de la graduación numerada de la regla.
500 de la graduación que no lo está de la regla.
55 de la circunferencia del tambor.
3 de la graduación del nónius.

67.558 partes de la regla serán las señaladas por el eje óptico del microscopio.

Suprimiendo los ceros y sumando de memoria las partes del nónius y las del tambor, el total se obtiene directamente sin dificultad con un poco de práctica.

Dirigiendo el anteojo al otro punto, *n*, de la pértiga se hace la misma operación; suponga-mos que resulte para lectura con el microscopio 65.328; pues el valor de $m' - n'$ será

$$67.558 - 65.328 = 2.230 \text{ partes.}$$

Ahora bien: O b = 150.000; $m\ n$ = 3 ms.; $m'\ n'$ = 2.230 partes; por consiguiente aplicando la fórmula (A) tendrémos para distancia horizontal

$$O\ E = D = \frac{150.000 \times 3}{2.230} = 201'79 \text{ metros.}$$

Aplicando al caso la fórmula (B) resultará

$$E\ n = \varepsilon' = \frac{65.328 \times 201'79}{150.000} = 8'787 \text{ metros.}$$

Teniendo calculada la Tabla á que tanto se presta la aplicación de la fórmula (A) se facilita extraordinariamente el cálculo de las distancias horizontales y también se conseguirá bastante relativamente á las alturas haciendo el radio de las tangentes igual á 100.000, porque reduciéndose á una simple multiplicación podrían suprimirse algunas cifras de los factores.

Antes de exponer sumariamente las ventajas é inconvenientes del sistema, creemos oportuno indicar las que presenta la manera como se ha aplicado por Elliot hermanos, y las modificaciones que podrían desde luego introducirse en el omnímetro.

En primer lugar los ofrece hacer el radio de las tangentes igual á una y media veces la longitud normal de la regla, no solo porque motiva inconvenientes dimensiones al aparato, sino también porque complica mucho los cálculos de las alturas y disponiéndose de la mitad de la regla para los ángulos de ascención y la otra mitad para los de depresión, solo puede utilizarse el instrumento en visuales de inclinación máxima de 20 grados centesimales y en la práctica se presentan mayores en los terrenos montañosos en distancias no muy largas.

En segundo lugar, colocando el microscopio en la forma que en la figura 103 aparece, hay dificultad en la observación y se moja constantemente el limbo vertical con el aliento.

En tercero, la regla debiera hallarse sobre un *doble bastidor*, á fin de que, cuando estén en coincidencia los ceros del nónius y del tambor, pueda corregirse su posición mediante un tornillo colocado en el otro extremo del bastidor exterior.

Además, como convendría conservar perfectamente limpia y brillante la superficie en que está la graduación, que ha de ser muy fina, convendría taparla, utilizando la cubierta como reflector y colocar entre ambos una tela de seda ú otra materia fina que evitara la acción de la humedad, etc., cuando no se utiliza el aparato.

Finalmente, el cero del nónius del tambor no debiera colocarse en la parte superior, porque hace difícil su lectura, sino hácia la parte donde se coloca el observador y punto donde á la circunferencia del tambor encuentra el radio inclinado 50^c con la vertical.

Como *consideramos muy sencilla y ventajosa la combinación de este sistema con el de la estadía*, para cuando de esta nos ocupemos especialmente, aplazamos las indicaciones oportunas sobre el particular; pero no podemos prescindir de indicar siquiera ahora la posibilidad de medir con bastante exactitud distancias algo considerables, para que nos sirva al menos de base en el resumen de las ventajas é inconvenientes generales que este sistema ofrece.

Supongamos, al efecto, que el radio, O *b*, de los tangentes sea igual á 200 milímetros, cuyas cienmilésimas deseamos apreciar y que al efecto dividamos la regla en dobles milímetros, que valdrán 1000 partes, y en milímetros, equivalentes á 500 partes; con un tambor de 5 centímetros de diámetro podrémos subdivir su circunferencia en 100 partes de 1'57 milímetros de longitud representando cada una 5 partes de las cienmilésimas de tangente y el nónius de 5 divisiones de 1'2 milímetros representativas de una parte de las tangentes, todo esto al objeto de hacer las lecturas rápidamente á la simple vista.

El paso de rosca del tornillo micrométrico podría ser de un milímetro y toda la dificultad estaría en apreciar $^1/_{500}$ de él, lo que si no se conseguía completamente, podría acercarse bastante y trasmitir este movimiento á la regla utilizando precauciones especiales.

Si esto se puede conseguir, aún con pértiga de 3 metros útiles resultaría lo siguiente:

A la distancia de 100 metros corresponderían 30 partes por metro y por lo tanto apreciables los 4 centímetros.

A la de	200	ms.	7'5	partes	por	1	m. y apreciables los	13	centms.
»	300	»	3'3	»		1	»	30	»
»	400	»	1'8	»		1	»	55	»
»	500	»	1'2	»		1	»	84	»
»	600	»	0'8	»		1	»	125	»
»	700	»	0'6	»		1	»	166	»
»	800	»	0'5	»		1	»	200	»
»	900	»	0'4	»		1	»	250	»
»	1000	»	0'3	»		1	»	333	»

Claro es que, con la disposición supuesta al aparato, no sería fácil apreciar las fracciones de las partes de las tangentes y solo se consignan como indicación; también lo es que si las pértigas movibles no pueden ser, sin grandes inconvenientes, de mas de 3 metros útiles, las fijas podrán alcanzar fácilmente 4 ó 5 metros y con ello se conseguiría mayor exactitud; para nuestro objeto basta lo consignado; en su consecuencia, como *para fijar las ventajas é inconvenientes de este sistema* es suficiente compararle con el precedente, del que solo difiere en la mayor ó menor facilidad en las lecturas y en el grado de precisión, ya que su fundamento es enteramente el mismo, á estos dos puntos nos atendrémos.

En nuestro concepto no habrá grande diferencia en la facilidad de las lecturas, porque ambos sistemas exigen despues de cada puntería separarse del ocular del anteojo para observar el microscopio, y si bien el omnímetro exige la lectura y dictado del número de la regla, el movimiento de esta hasta la exacta coincidencia y la lectura y dictado de las graduaciones del tambor y nónius, mientras que en el otro solo se necesita leer y dictar los grados y fracciones del limbo vertical y sus nónius, como para que este aprecie con certeza los 30" es preciso que sea bastante complicado y casi siempre ofrecen alguna duda las líneas coincidentes por la poca amplificación de los sencillos microscopios generalmente utilizados, mientras que el *compuesto* del omnímetro hace mas visibles las graduaciones y consiguientemente mas rápida la coincidencia, y la magnitud de las partes del tambor y su nónius permite la rápida lectura á simple vista, parécenos que habrá poca ó ninguna diferencia en el tiempo invertido en la observación y en la facilidad de realizarla.

La diferencia trascendental está en el grado de precisión con que se consiguen los resultados; pues basta comparar el estado inserto en la página 198 con las indicaciones consignadas en la 202 para comprender que *mientras el sistema de la Pértiga-Rozas ó de las lanzas, es inadmisible en la Topografía de precisión, el de Eckhold bien utilizado puede prestar en ella grandes servicios para suplir las deficiencias que algunas veces presentan los sistemas de ángulo diastimométrico fijo*, sea el llamado de la estadía, sea el de diferencia de pendientes incluso el del autoreductor Sanguet y de aquí la conveniencia de combinarle con el primero de estos; y para que desde luego de ello se hagan cargo nuestros lectores harémos algunas breves consideraciones.

Cuando se emplea el sistema de la estadía, sucede muchas veces que se manda colocar la mira en un punto, cuya distancia no parece excesiva y sin embargo así resulta, no siendo posible medirla ó porque no se vé su graduación ó porque no cabe el ángulo diastimométrico disponible, y como no es fácil hacérselo comprender al portamira, resulta gran pérdida de tiempo y enojosas confusiones; cierto es que parte de estos inconvenientes desaparecen utilizando las miras de dos planchas y los retículos con varios ángulos diastimométricos; pero muchas veces se han de reducir estos tanto que se perjudica grandemente la precisión deseada.

Si en tales casos las miras tuvieran señalados por medio de planchas ó de esferas dos puntos distantes entre sí 3 ó 4 metros y en el aparato estuviesen combinados los dos sistemas de la estadía y del omnímetro, nada habría que hacer observar al portamira y bastaría utilizar el 2.° en lugar del 1.°, porque con él algo mejor ó peor la distancia se puede siempre medir y si las condiciones del aparato son las antes indicadas, ya hemos visto que puede ser suficiente la apreciación hasta 400 metros.

Estas ventajas se hacen mas notorias todavía en el caso siguiente: supongamos que se trata de hacer un plano parcelario sobre la base de una triangulación y que se marquen los vértices de esta con cuadradillos ó pértigas de 5 á 6 metros, en que mediante esferas se marquen 3 ó 4 metros de ellas y con otra su mitad (1); bastará visarlas desde los puntos de estación que se crean convenientes para obtener la distancia horizontal y vertical y el azimut y por su medio completas y fáciles comprobaciones, como se ha dicho antes.

También puede tener aplicación este sistema en la *base de comprobación* de las poligona-

(1) Esto es indispensable para tener inmediata comprobación de los datos observados *condición de que no se puede prescindir* en todos los sistemas.

ciones y en muchos otros casos sin dejar de utilizar las ventajas del sistema de la estadía mas fácil y espedito en la determinación de las estaciones y detalles en que, por no estar muy distantes, se puede determinar la distancia con grande precisión.

Otra ventaja notable de este sistema es el permitir la medición de los ángulos verticales con mas exactitud que por medio de los nónius, con tal, por supuesto, que se disponga de un nivel de burbuja de gran sensibilidad y que el aparato esté bien corregido, pues, apreciándose la cienmilésima de las tangentes de una en una ó al menos de dos en dos, equivale á una Tabla de tangentes naturales con cinco cifras decimales, en que variasen las fracciones angulares en lo necesario para producir aquellas pequeñas diferencias.

Para hacer esto mas fácilmente comprensible supongamos que á las distancias de 100, 150 y 200 metros coloquémos la pértiga ó mira en puntos elevados sobre el instrumento, 15 y 15'5 metros en cada una de aquellas y calculemos el número de partes del radio que corresponden á la diferencia de las alturas á que la pértiga se coloca, esto es, á 50 centímetros; pues así harémos ver sencillamente la grandísima apreciación de este sistema, ya que por lo menos pueden determinarse cada dos partes ó cienmilésimas del radio con bastante seguridad.

De la fórmula (B) se deduce esta otra

$$b\,n' = \frac{\text{E}\,n \times \text{O}\,b}{\text{O E}}$$

y como se suponen conocidas E n, O b y O E podrémos calcular el valor de $b\,n'$ para cada caso.

A LA DISTANCIA DE 100 METROS

Siendo E n = 15 m. O E = 100 m. y O b = 100.000 partes del radio, resulta:

$$b\,n' = \frac{15 \times 100.000}{100} = 15.000 \text{ cienmilésimas del radio.}$$

Siendo E n = 15'5 m. O E = 100 m. y O b = 100.000

$$b_1\,n'_1 = \frac{15'5 \times 100.000}{100} = 15.500 \text{ cienmilésimas del radio.}$$

De suerte que $b_1\,n'_1 - b\,n' = 15.500 - 15.000 = 500$ cienmilésimas y si de estas son apreciables *cada dos* podría hacerse de

$$\frac{500 \text{ mm.}}{250} = 2 \text{ mm.}$$

A LA DISTANCIA DE 150 METROS

Resultaría para la primera posición de la pértiga

$$b\,n' = \frac{15 \times 100.000}{150} = 10.000 \text{ cienmilésima del radio.}$$

Para la segunda posición de la pértiga

$$b_1\,n'_1 = \frac{15'5 \times 100.000}{150} = 10.333$$

La diferencia para 500 milímetros de altura

$$b_1\,n'_1 - b\,n' = 333 \text{ cienmilésimas del radio}$$

y apreciándose *cada dos* cienmilésimas, $\frac{500}{120} = 3$ mm. sería la apreciación.

A LA DISTANCIA DE 200 METROS

Resultaria para la primera posición de la pértiga

$$b\,n' = \frac{15 \times 100.000}{200} = 7.500 \text{ cienmilésimas del radio.}$$

Para la segunda posición de la pértiga

$$b_1\,n'_1 = \frac{15'5 \times 100.000}{200} = 7.750 \text{ cienmilésimas del radio.}$$

La diferencia para 500 milímetros de altura

$$b_1\,n'_1 - b\,n' = 7.750 - 7.500 = 250 \text{ cienmilésimas del radio.}$$

y á *cada dos* les correspondería la apreciación de $\frac{500}{125} = 4$ mm.

Si en lugar de calcular las cienmilésimas del radio, que corresponden á las diferencias de altura, se determinaran las fracciones angulares *apreciables*, **se veria que por este medio podrian calcularse los ángulos verticales con una precisión imposible de conseguir por los medios hasta ahora utilizados.**

En el cálculo de las alturas no debe perderse de vista que se ha de partir de la horizontalidad de la regla y contar con la verticalidad del plano de colimación del anteojo, etc., etc., que no se pueden conseguir con mayor precisión de la que el nivel nos permita y de lo que se pueda exigir á las condiciones de construcción de estos aparatos, ni tampoco se debe olvidar la influencia de la esfericidad de la tierra y de la menos apreciable de la refracción del aire, todo lo que nos induce á mejorar, sí, las condiciones de la medición angular, pero sin hacernos ilusiones sobre la exactitud matemática, que solo se consigue en el campo de la especulación y nunca en la práctica.

Finalmente debemos hacer observar, que exigiendo este sistema, como el precedente de la Pértiga-Rozas, que el operador cambie de lugar durante la observación, por poco movedizo que sea el suelo puede producir errores con el movimiento que imprime indirectamente al instrumento y para comprobarlos debe mirar nuevamente al punto de la pértiga despues de haber utilizado el microscopio y leído el tambor para ver si la visual va al antes observado y en caso negativo repetir la observación: para evitar los errores consiguientes, los tropiezos con las piernas del trípode y conseguir los datos con mayor rapidez, lo mejor sería que el Ayudante, que lleva el registro, dirigiera la visual y el operador moviera la regla mediante el tornillo micrométrico y leyera las graduaciones, pues el primero tendria tiempo para apuntarlas sin separarse del ocular del anteojo.

Creemos que *lo consignado basta para que nuestros lectores comprendan la posibilidad de hacer una ventajosa combinación de este sistema con el llamado de la estadía.*

pag. 192

SEGUNDO GRUPO

SISTEMAS DE ÁNGULO DIASTIMOMÉTRICO INVARIABLE

78 — Estadía de Green.

Ya hemos dicho en el número 74 (página 191) que la *estadía* propuesta en 1778 por William Green se fundaba en la invariabilidad del ángulo diastimométrico, ω (A o B de la figura 100) suponiendo constante la magnitud de la imagen y que por consiguiente que lo era también la relación entre la magnitud del objeto, que en cada caso la correspondía, y su distancia al centro óptico del objetivo.

Para fijar los límites de la imagen y poder determinarlos fácilmente en cada caso enroscaba (?) en la parte del tubo del anteojo correspondiente á los extremos del diámetro vertical del diafragma reticular dos tornillos de acero terminados en fina punta, que se indican en el plano de aquel, permitiendo acercarlos ó separarlos de la cruz filar en lo que fuese necesario para señalar la magnitud conveniente de la imagen, y colocando á la distancia de 100 unidades de la medida una mira dividida en 100 partes iguales movia las puntas hasta que tocasen los extremos de la imagen correspondiente, cuidando sin duda de que la cruz filar coincidiera con la graduación 50.ª para que las puntas quedaran de ella equidistantes.

A la combinación de este sencillo micrómetro formado por las dos puntas de acero y la mira graduada, es lo que se llama *sistema de la estadia* ó simplemente *estadia* (1).

Es claro que, si, en los supuestos admitidos, se colocaba después la mira á 70 unidades de la medida, entre las dos puntas aparecería comprendida la imagen de 70 partes de aquella y esto nos diria la distancia á que se encontraba; si se ponía á 85 unidades serían 85 las partes de la mira en la imagen comprendidas, etc., etc.

Si en lugar de ser movibles las puntas de acero, ó los hilos del retículo compuesto, que después y ahora se utilizan, fueran fijos, pero equidistantes de la cruz filar (esto al objeto de tener comprobación), bastará colocar á una distancia bien medida una tabla cepillada, señalar en ella los puntos á que corresponden los límites de la imagen y la cruz filar y dividir la parte de mira comprendida entre las señales extremas en tantas partes iguales como unidades de medida comprenda la distancia entre la tabla y el objetivo del anteojo.

En tiempo de Green no se conocia la fórmula para reducir al horizonte las distancias así medidas y sólo se empleaba la estadia en los casos en que se podía colocar el anteojo próximamente horizontal, cuya sola condición reducía extraordinariamente su aplicación.

«Esta invención, dice Porro en su Taquimetría de 1850, página 2, reproducida en diferentes épocas, en Italia por Fabbron, Alberti, Gatti y otros Autores y recientemente por Bifferi *caia siempre en el olvido, porque el grado de exactitud que por este medio se obtenia apenas era aceptable para las cartas de pequeña escala y dejaba de satisfacer á lo necesario cuando se trataba de medidas agrarias precisas y de planos de grande escala para estudios y trazados de obras públicas.*»

«Hasta entonces no se habia pensado en extender su aplicación al cálculo de las diferencias de nivel.»

Continúa después, página 3, manifestando que cuando Gatti en 1803 reprodujo esta invención en Turín y ensayó utilizarla en las alidadas de las planchetas, se pensó en las muchas facilidades que se darían á los Geómetras del Catastro permitiéndoles operar con mas celeridad; pero como Gatti no había mejorado el instrumento *se prohibió su uso por Decreto imperial de 26 de Febrero de 1805 hasta tanto que se perfeccionara el aparato y los procedimientos.*

No se olvide que hasta entonces no se hablaba de reducción de las distancias al horizonte ni de la constante y que las condiciones de los anteojos eran bastante malas, no utilizándose objetivos acromáticos, ni oculares de Ramsden generalmente.

Ningún perfeccionamiento, dice Porro, se hizo antes de 1816, época en que ocurrió aprovecharse de tal sistema para la confección de la carta de los límites entre Francia y Saboya.

«Los Ingenieros piamonteses se empeñaron en conocer bien las condiciones geométricas »de este método de medición *en montaña* y M. Negretti, Ingeniero tan apreciable por sus ta»lentos como promovedor celoso de todo lo que podía ser útil, *fué el primero en demostrar la »posibilidad de emplear este instrumento* (ó sistema) *en montaña y en dar fórmulas rigurosas y »medios gráficos muy ingeniosos para obtener la reducción de las distancias observadas al horizon»te;* y fué el primero *en entrever la posibilidad de obtener las cotas de altura aproximada y en »apercibirse de los inconvenientes que existian todavía en la composición óptica de los anteojos;* in-

(1) Los italianos llaman *stadia* á la mira y á la combinación tomando aquella por esta algunas veces.

»convenientes que no trató de eliminar (1) y que juzgó muy pequeños, cuando se limitó á em-»plear anteojos *no acromáticos* y de pequeña abertura y á no leer nunca distancias menores de »20 metros, ni mayores de 120.»

Continúa Porro haciendo constar que los ensayos que hizo Negretti para emplear anteojos acromáticos de grandes dimensiones resultaron infructuosos *por la variabilidad del ángulo diastimométrico;* sin embargo el Caballero de l'Ostende, oficial superior del Estado Mayor francés, empleado entonces en los trabajos del deslinde aludido, comunicó á su Gobierno los procedimientos de Negretti y por decreto ministerial se ordenó que *se aplicara el sistema en la determinación de las masas sobre las cartas de pequeña escala.*

Porro tuvo conocimiento de los trabajos de Negretti y la fortuna de resolver los inconvenientes por aquel hallados, tanto en las condiciones generales de los anteojos, como en la variabilidad del ángulo diastimométrico, que resolvió mediante una nueva combinación de lentes en el anteojo que llamó *stereogónico*, esto es *de ángulo invariable*, de que nos ocuparémos después.

Ya que Porro atribuyó el poco éxito de la estadía de Green á la *variabilidad del ángulo diastimométrico* considerado por este como constante y fundó en esta condición la base de sus reformas, creemos oportuno poner en evidencia la importancia de los errores que motiva.

Al efecto supondrémos que se haya arreglado el micrómetro mediante una mira dividida en centímetros colocada á 100 metros del objetivo y que la distancia focal principal de este sea 35 centímetros.

Teniendo en cuenta que con tales condiciones la distancia conjugada, según se dijo en el número 19, página 62, es d = 0'351229, substituyendo estos valores en la fórmula (1.ª) del número 74 resultará:

$$a\,b = \frac{0'351229}{100} \times 1 = 0'0035123$$

Esta magnitud de la imagen, a b, ó separación de los hilos ó puntas de acero permanece después constante y como para los distintos valores de D tenemos calculados los correspondientes de *d* en el número 19, podrémos deducir sencillamente para cada distancia los valores de A B según la fórmula $A\,B = \frac{a\,b}{d} \times D$ deducida de la (1.ª), los que comparados respectivamente con los centímetros representativos de los metros de distancia del objetivo á la mira, en cada caso, darán las diferencias ó *errores cometidos en tal concepto.*

Precediendo de esta manera se obtiene:

Para D =	30	ms.	A B =	0'2976	ms.	representativos de	29'76	ms.	Error =	— 0'24 ms.
» » =	40	»	» =	0'398	»	»	39'80	»	» =	— 0'20 »
» » =	50	»	» =	0'4982	»	»	49'82	»	» =	— 0'18 »
» » =	60	»	» =	0'5987	»	»	59'87	»	» =	— 0'13 »
» » =	70	»	» =	0'6989	»	»	69'89	»	» =	— 0'11 »
» » =	80	»	» =	0'7994	»	»	79'94	»	» =	— 0'06 »
» » =	90	»	» =	0'8996	»	»	89'96	»	» =	— 0'04 »
» » =	100	»	» =	1'0000	»	»	100'00	»	» =	— 0'00 »
» » =	120	»	» =	1'2008	»	»	120'08	»	» =	+ 0'08 »
» » =	140	»	» =	1'40092	»	»	140'09	»	» =	+ 0'09 »
» » =	160	»	» =	1'60105	»	»	160'105	»	» =	+ 0'105 »
» » =	180	»	» =	1'80118	»	»	180'118	»	» =	+ 0'118 »
» » =	200	»	» =	2'00131	»	»	200'131	»	» =	+ 0'131 »

(1) Sin duda por aquel entonces, porque después se ocupó de ello sin resultado.

Del examen de estos resultados se deduce:

1.° Que las distancias menores que la tomada para fijar la posición de los hilos ó puntas del micrómetro *resultan también menores que las verdaderas y lo contrario sucede á las mayores que aquella.*

2.° Que estas diferencias ó errores disminuyen á medida que se aproximan á la distancia tomada para tipo.

3.° Que escepto en las muy pequeñas ó las muy grandes los errores resultantes estaban dentro de la tolerancia admitida en los antiguos Catastros y en los planos de zonas para estudios de trazados de ferrocarriles y otras obras, contrariamente á lo que acusaban los hechos, según consigna Porro, lo cual indica que se cometian otros errores más notables, sea porque no se tenia en cuenta que había siempre que añadir la distancia del objetivo al centro del instrumento y mas principalmente por las malas condiciones de los anteojos.

4.° Finalmente, se deduce de los resultados antes consignados que arreglando el micrómetro para la distancia media de las que debieran medirse y calculando una tabla análoga á la consignada, en que se comprendiera dicha constante, sería fácil obtener las distancias con bastante exactitud en tal concepto; y en las que permitieran distinguir claramente el medio centímetro de la mira con mucha mayor precisión que por el *sistema de las lanzas ó de la Pértiga Rozas*, según es fácil de comprender al comparar los resultados que así se obtendrían con los consignados en el estado inserto en la página 198.

De todo esto resulta claramente que los errores que se notaban en el uso de la *estadía de Green*, no eran exclusiva ni principalmente consiguientes á la variabilidad del ángulo diastimométrico, como Porro suponía, sino á las otras causas apuntadas, que él tuvo muy en cuenta y evitó con cuidado en su *anteojo stereogónico*, cuya condición característica era anular la antedicha variabilidad; pero que por sí solo no habría bastado á producir los excelentes resultados que desde luego con él se obtuvieron.

79 — Anteojo stereogónico de Porro.

Este anteojo solo difiere del astronómico colimador con retículo compuesto en que lleva en el tubo objetivo asegurada una lente, cuyo foco principal coincide con el centro óptico de la objetiva y por consiguiente refracta los ejes secundarios (a A y b B de la figura 100) paralelamente al del anteojo; de manera que, como ellos limitan la imagen, la magnitud de esta será siempre la misma sea cualquiera la distancia conjugada, *d*, del retículo al objetivo; recíprocamente, los rayos paralelos al eje determinados por los extremos de la imagen pasarán por el centro óptico del objetivo formando sus prolongaciones el ángulo constante A o B $= \omega$ haciendo que las magnitudes del objeto sean proporcionales á la distancia, á que en cada caso se halle del centro óptico del objetivo y de aquí que á este vértice de tal ángulo se le llamara *punto analático* ó *invariable*.

La lente que se añadía, llamada *colectora* ó *invariable*, debía tener las condiciones señaladas por la ecuación de las imagenes en un sistema diótrico de dos lentes, á fin de que aquellos ejes secundarios refractados se confundieran con los rayos luminosos A F y B F, que por pasar por el foco principal anterior del objetivo este refracta también paralelamente al eje, los que la lente colectora refractaba de nuevo inclinándolos hácia su foco posterior; pues de otro modo la imagen resultaría difusa por falta de coincidencia de los rayos luminosos procedentes de cada punto del objeto; de manera que no se crea que la solución fué tan sencilla como á primera vista parece y por consiguiente pequeño el mérito de Porro.

Conocidos actualmente el *analitismo central y el natural* ninguna aplicación tiene tal invento; pero á él se debe que, fijando Porro su poderosa atención en los inconvenientes de los anteojos y procedimientos topográficos utilizados hasta el primer cuarto del siglo pasado, introdujera en ellos tales perfeccionamientos, que bien puede llamársele inventor de los taquímetros y del sistema numérico hoy tan generalizados.

80 — Estadia de Reichembach (?) ó del anteojo astronómico colimador con reticulo compuesto.

Aparentemente ninguna diferencia hay entre este sistema y la estadía de Green; pero, como en esta se suponía el vértice del ángulo diastimométrico en el centro óptico del objetivo, que se consideraba como punto de partida de las distancias, y en el de Reichembach se le supone en el foco principal anterior de la misma lente, es claro que para una misma distancia y un objeto dado no puede resultar enteramente igual la magnitud de la imagen ó la separación de los hilos ó puntas de acero que la limitan; ESTA ES SU DIFERENCIA CARACTERÍSTICA y consiguientemente al punto de partida que en cada sistema se acepta, Á LAS DISTANCIAS DETERMINADAS CON LA ESTADÍA DE GREEN SE HA DE AÑADIR LA DEL OBJETIVO AL CENTRO DEL INSTRUMENTO Y Á LAS DETERMINADAS CON LA DE REICHEMBACH (?) LA QUE EXISTE DESDE EL FOCO PRINCIPAL ANTERIOR DEL ANTEOJO AL MISMO CENTRO, distancia que en uno y otro caso es y se llama la CONSTANTE y es, con poca diferencia ordinariamente, igual á la mitad de la distancia del objetivo al retículo del anteojo cuando está enfocado para objetos muy lejanos en el primer caso y una y media veces en el segundo y esta necesidad es consiguiente á que todos los ángulos, que en cada estación se miden, allí tienen su vértice.

Operando CON EL ANTEOJO STEREOGÓNICO la constante es la misma que en la estadía de Green; pero en ellos no es matemáticamente igual la magnitud de la imagen para el mismo objeto colocado á igual distancia del objetivo, ni se determina esta con la misma precisión.

Si en cuenta se tiene lo que hemos dicho en el número 74, se comprenderá fácilmente que la estadía de Green no dá con exactitud las distancias, mientras si lo hace la de Reichembach (?), como en evidencia lo pone la fórmula (5.ª) del mismo número, página 190, y en el 78, recordando la variabilidad de la distancia conjugada, *d*, causa de los errores de la primera, dejamos consignado cual podía ser su importancia en cada caso.

Ahora bien; como añadir una ú otra constante no altera el trabajo que motiva, ni la precisión con que la distancia se mide, y aumentando la lente colectora en el anteojo stereogónico se complica su construcción y mas ó menos se disminuye la claridad de la imagen, es indudable que, si cuando en 1822-1824 Porro construyó el suyo se hubiera conocido la propiedad analática del foco principal anterior del objetivo, no le hubiera hecho, ni habría llamado tanto la atención de los mas ilustres Topógrafos, ni menos estos habrían aplicado hasta entonces la estadía de Green en el supuesto por este utilizado, porque nada les habría costado contar la distancia desde dicho foco ó *punto analático natural* de todo anteojo astronómico para fijar primero la magnitud típica de la imagen ó la de la mira, que había de servirles despues.

Y no puede admitirse el supuesto de que ni Porro ni ellos no dieran importancia á esta condición de tal foco, porque con menos razón se la hubieran dado al anteojo stereogónico.

¿Cuándo y por quién se descubrió ó mejor dicho se aplicó á la diastimometría?; realmente no se sabe; porque si bien según *Bauernfeind* (Elemente der Vermessumgskunde. — Stuttgart, 1879, vol. I, página 422) *Reichembach construyó su distanciómetro en 1809 y demostró que* «LA DISTANCIA DE UNA MIRA, CONTADA DESDE EL FOCO ANTERIOR DE LA LENTE OBJETIVA DE UN ANTEOJO ASTRONÓMICO CUALQUIERA ES PROPORCIONAL Á LA PARTE DE MIRA COMPRENDIDA ENTRE DOS HILOS DEL RETÍCULO», en cuya referencia se funda el ilustrado Ingeniero señor Jadanza para darle la prioridad en el perfeccionamiento de la estadía de Green (1), á Porro atribuía aquella demostración M. J. F. Salneuve en 1850, pues claramente lo dice en la página 319 de su «*Cours de Topographie et de Géodesie*» en aquel año publicado; pero Porro dice en una nota de la página 94, 3.ª entrega de su último libro *Applicazione della Cellerimensura*, publicada en Milán en 1867, que *había hecho constar tal condicición el Cab.º Passera en 1824* en una memoria leída en la Academia de Ingenieros militares del Piamonte y viene á aumentar las dudas consiguientes en estas contradictorias manifestaciones que en el mismo año en que Salneuve publicó su libro

(1) «Per la storia della Cellerimensura», página 19.

consignando la antedicha declaración y la más notable del *analatismo central* de Porro, este lo hizo de su Taquimetría haciendo caso omiso de una y otra y explicando su invención del *anteojo stereogónico*, á que daba grande importancia, no obstante de no tener ninguna una vez descubierta la posibilidad de aplicar el *analatismo natural* ó *el central*, que ya había inventado, según dice Salneuve.

Además ¿no se sabía mucho antes que los rayos luminosos que pasan por el foco principal del objetivo se refractan en él paralelamente al eje y que con ellos se determina la magnitud de la imagen? ¿No era de esto consecuencia inmediata todo lo demás?

Muchas otras consideraciones nos hacen dudar de que Reichembach construyera el distanciómetro, que se le atribuye en el supuesto referido; pero para darle un nombre distintivo, pues que, no obstante la opinión muy respetable de Porro y de otros Ingenieros, tiene y puede tener tanta aplicación que realmente es digno competidor del anteojo analático de Porro, con aquel nombre designarémos la estadía resultante de su combinación con las miras apropiadas.

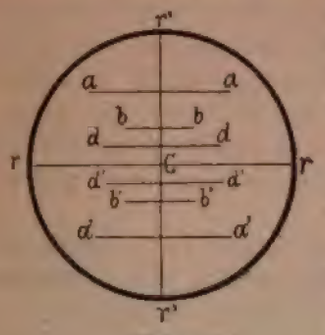


Fig. 105

Veamos ahora *cómo se calcula la magnitud típica de la imagen y se fija la posición de los hilos del retículo que la limitan.*

Lo primero es necesario *cuando los hilos son fijos;* pero no lo es *cuando son movibles á voluntad del operador.*

En el *primer caso* la imagen tipo puede estar limitada por *hilos de araña* ó *por trazos* muy finos hechos en una delgada placa de cristal: en ambos casos debe existir la cruz filar de los retículos comunes y por consiguiente el micrómetro ha de estar formado por hilos ó trazos paralelos al horizontal de aquella y de él equidistantes.

La magnitud tipo de la imagen se calcula sencillamente por la fórmula (3.ª) del número 74, que, teniendo presente que las distancias dadas por esta estadía se cuentan desde el foco anterior del objetivo, se convierte en $a\,b = \frac{F}{D} \times A\,B$ y como ha de variar según la relación entre la distancia y la parte de mira interpretada por los hilos ó sea con el *ángulo diastimométrico* que se elija, por señalar este se ha de empezar.

Supongamos que el que más nos convenga, como máximum, sea de 2 centímetros de mira por cada metro de distancia y que la focal principal del objetivo alcance á 35 centímetros.

Sustituyendo estos valores en la fórmula anterior y teniendo en cuenta que la distancia al efecto necesaria es la del metro, resultará

$$a\,b = \frac{0'35}{1} \times 0'02 = 0'007 \text{ metros}$$

En su consecuencia poniendo los hilos ó señalando los trazos á 3'5 milímetros por encima y por debajo del horizontal de la cruz filar, tendrémos el micrómetro deseado.

Si el ángulo diastimométrico elegido fuera de uno ó medio centímetro por metro, la distancia de los hilos ó trazos extremos al central sería respectivamente de 1'75 y 0'875 milímetros y como es conveniente disponer de dos ó tres ángulos diastimométricos en cada momento para tener comprobaciones ó adoptar el que más convenga, deben señalarse dos ó tres en la forma indicada por la figura 105, cuando se utilizan los trazos en cristal, para evitar equivocaciones; pues así los trazos *a* y *a'*, que determinan el ángulo diastimométrico de dos centímetros, no se confundirán con los *b* y *b'* del de un centímetro, ni este ni aquel con los *d* y *d'* correspondientes al de medio centímetro y con ninguno de ellos la cruz filar *rr'*; esto, naturalmente, no se puede hacer con los hilos, que han de ser cuerdas completas del círculo reticular y da lugar á frecuentes equivocaciones, porque se toma un hilo por otro cuando no se ven ó no se utilizan todos y por esto, menos en el gran retículo de Porro, generalmente no se usan más que cuatro hilos, además de la cruz, determinando los ángulos diastimométricos de 2 centímetros y de 5 ó

4 milímetros suprimiendo el de 1 centímetro ó cuando este se adopta suprimiendo el de 2 centímetros; pero esto ofrece inconvenientes en la práctica con los hilos fijos ó trazos en cristal.

Resulta de lo expuesto que es muy fácil calcular la separación de los hilos ó trazos correspondiente á cada ángulo diastimométrico conocida la distancia focal del objetivo de un anteojo; pero es casi imposible señalar con toda precisión los trazos ó lugares que en el diafragma del retículo deben ocupar los hilos, cuando no se dispone de las máquinas divisoras apropiadas (1), porque pequeñas diferencias producen errores inaceptables en las distancias algo considerables y por consiguiente, aunque estén señalados los lugares de los hilos, es muy difícil colocarlos exactamente.

Para que se comprenda mejor esto y la necesidad de no encomendar, en caso necesario, una reposición de hilos ó la adquisión de nuevos retículos de cristal mas que á instrumentistas formales y acreditados, vamos á calcular el error que se produciría en una distancia horizontal de 150 metros con la diferencia de solos 0'05 milímetros, en el supuesto de ser de 2 centímetros el ángulo diastimométrico y de 35 la distancia focal, contándose la del objeto, D, desde el foco principal anterior.

Con tales supuestos se deduce de la fórmula (3.ª) del número 74, como antes hemos visto:

Para a b = 7 milímetros y

$$A\,B = \frac{a\,b \times D}{F} = \frac{0'007 \times 150}{0'35} = 3 \text{ metros.}$$

Para a b = 6'95 milímetros

$$A'\,B' = \frac{0'00695 \times 150}{0'35} = 2'9786 \text{ metros}$$

y A B — A' B' = 2'14 centímetros, á que corresponde 1'07 metros en la distancia; error intolerable que se duplicaría y cuadruplicaría con los ángulos de 1 centímetro y cinco milímetros por metro y sin embargo con los medios ordinarios no es posible apreciar la media décima del milímetro.

Pero si es muy difícil hacer los trazos ó colocar los hilos con toda exactitud á la distancia calculada, es sencillísimo al Topógrafo comprobar si están bien ó mal.

Al efecto en terreno próximamente horizontal se mide cuidadosamente con un buen fleje, ó mejor con reglones, una distancia de 100 metros; por el extremo donde se ha de colocar el aparato se prolonga en la magnitud de la constante y sobre este punto se pone el centro del aparato bien nivelado; en el extremo opuesto se coloca verticalmente una mira graduada, v. g., en centímetros; se enfoca cuidadosamente el ocular relativamente al retículo y este respecto á la mira, de manera que la imagen de esta aparezca perfectamente clara é inmóvil, es decir, *que no haya el menor indicio de paralaje* (número 32) y haciendo coincidir el hilo ó trazo central con la división, v. g., de 150 centímetros se observa con todo cuidado si el inferior lo hace con la división 250 y el superior con la 50, como debe suceder si el ángulo diastimométrico es de 2 centímetros por 1 metro de distancia ó con las 200 y 100 respectivamente si aquel fuera de 1 centímetro.

Si así sucede, el micrómetro está bien; en caso contrario puede suceder que entre los trazos ó hilos extremos se comprenda el número de centímetros que corresponda según el ángulo diastimométrico, aunque el hilo central no señale el punto medio, defecto que alguna vez hemos observado en aparatos muy estimados, que pueden utilizarse, aunque sin la inmediata comprobación que con aquello se consigue y como esta es condición necesaria, solo deben aceptarse en caso de gran necesidad tomando nota de la diferencia para tenerlo en cuenta en las

(1) Con estas se aprecian estas pequeñas distancias hasta con 0'002 de milímetro y se hacen los trazos de este grueso y aun menos.

que se noten al hacer las observaciones ordinarias y para comprobar las alturas de mira leídas con los hilos extremos mediante la correspondiente al central ó *axial*.

Si los hilos ó trazos resultaran equidistantes del axial, pero comprendiendo un número mayor ó menor de centímetros de la mira del correspondiente á la distancia, para utilizar el aparato habría que hacer miras especiales, á cuyo efecto la magnitud de mira comprendida entre los hilos extremos se dividiría en 100 partes iguales, que se clasificarían y numerarían como hemos dicho en el número 57 para las miras parlantes ordinarias ó como dirémos para las especiales al explicar los diferentes taquímetros; pero al calcular las alturas habrá que tener en cuenta que sus divisiones no son exactamente submúltiplos del metro.

Hemos supuesto utilizados *retículos compuestos por hilos ó por trazos en cristal* y conviene consignar sus condiciones características.

Los de *hilos de araña* tienen la ventaja de no refractar los rayos luminosos que lo fueron por el objetivo para formar la imagen, ni disminuir la claridad de esta; pero ofrecen los incon-

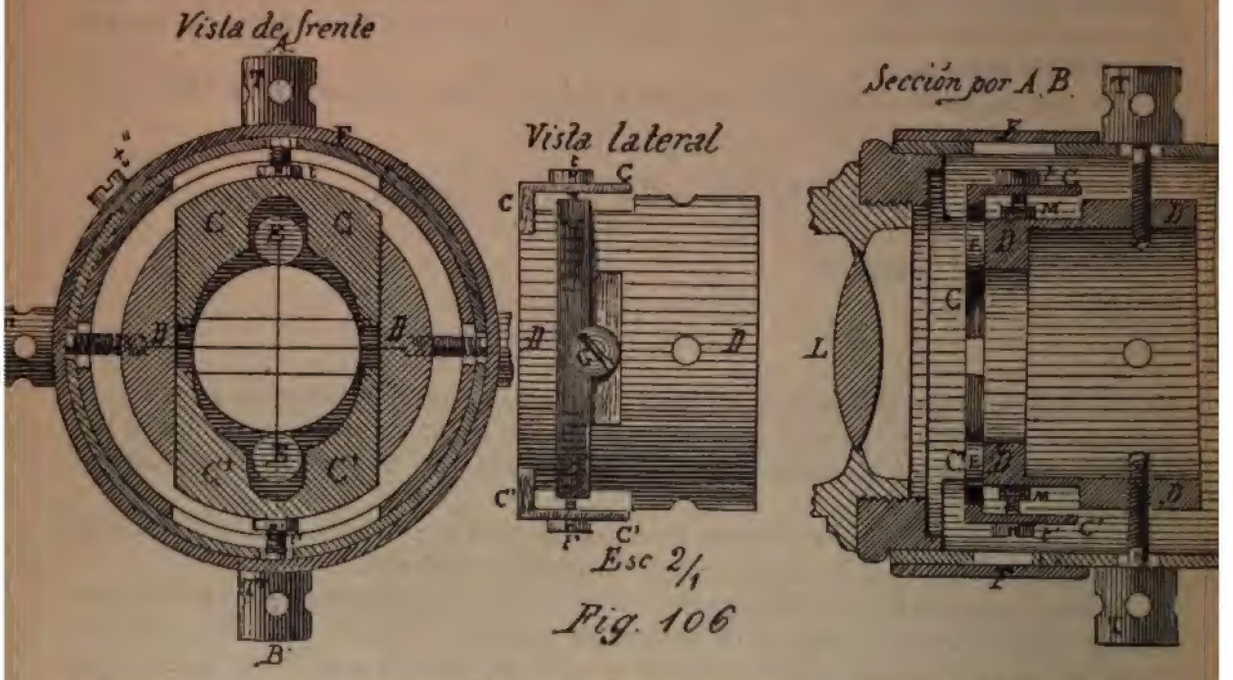


Fig. 106

venientes de que su exacta colocación es muy difícil, aunque esté bien señalada su posición en el diafragma reticular y además que se pueden romper durante los trabajos interrumpiéndolos, aunque esto no es tan fácil como se supone sino se desmonta el ocular, porque son muy elásticos.

Los *retículos de cristal*, si se elige una placa de este muy delgada, de caras paralelas y muy diáfanas, permiten hacer los trazos tan finos como se quiera y perfectamente equidistantes con las buenas máquinas divisoras y no se rompen como los hilos; pero en cambio los trazos no se presentan negros como estos y por consiguiente son menos visibles, refractan los rayos luminosos constitutivos de la imagen (número 18) variando algo su magnitud calculada y disminuyen su claridad, especialmente cuando se empañan con la humedad del aire encerrado en el anteojo, dificultando la observación; niegan este defecto algunos Ingenieros; pero podemos afirmarlo por propia experiencia.

Estas dos clases de retículos micrométricos ó compuestos se pegan á la armadura como hemos indicado en el número 30.

Cuando el anteojo tiene el *retículo micrométrico de hilos movibles* no es necesario calcular previamente la magnitud de la imagen, porque directa y especialmente se colocan los hilos con mucha sencillez y exactitud en la posición que les corresponde.

Las piezas C y C' se deslizan suavemente en las guías abiertas en la corona *D D*, ó como se vé en las figuras 2.ª y 3.ª se doblan en escuadra recibiendo el impulso hacia fuera ó de separación mediante el muelle M, que es circular y de gran fuerza, porque con los tornillos opuestos f, que le sujetan al cilindro *D* se ha hecho elipsoidal apretando fuertemente la escuadra de las piezas C y C' contra los tornillos t y t' enroscados en dicho cilindro y que obligándole, cuando se enroscan, á reducir el eje mayor de la elipse, hacen que disminuya á voluntad del Topógrafo la separación de cada hilo del axial fijo sin salirse del plano de la cruz filar, en que muy aproximadamente están colocados.

Con esto se consigue el complejo objeto deseado; la cruz filar se centra con completa independencia y, sin alterarla, se acercan ó alejan separadamente cada uno del hilo axial fijo cuanto sea necesario con toda la exactitud que permite la coincidencia de los hilos con las divisiones decenarias de la mira y esto conseguido se tapan los agujeros y tornillos y nada aparece á la vista más que el tornillo t". (1)

Para colocar los hilos en la posición conveniente, cuando se ha puesto el instrumento y la mira en las condiciones antes referidas para la comprobación de los micrómetros precedentes, basta mover los hilos superior é inferior hasta que coincidan exactamente con las graduaciones de la mira que en cada caso correspondan; v. g., en el del ángulo diastimométrico de 2 centímetros con la 50 y 250 respectivamente y como esto se consigue en pocos minutos, cuando se tiene medida la distancia tipo, y conviene comprobar la posición de los hilos ó variar el ángulo diastimométrico según las condiciones del terreno, debe conservarse aquella distancia bien marcada en el centro de operaciones en los trabajos de alguna importancia, como planos de poblaciones, catastrales, etc.

Las ventajas que estos micrómetros ofrecen son: ademas de las indicadas para los hilos fijos, las de que se determina su exacta posición sin tener que calcular previamente la magnitud de la imagen; que siendo facilísimo esto se puede variar á voluntad el ángulo diastimométrico para utilizar en cada caso el que más convenga sin necesidad de acudir á un instrumentista y finalmente, que tampoco es necesaria la intervención de este en la reposición de los hilos, porque, como ya digimos (número 30) no es muy difícil, aunque sí algo delicada, la operación de colocar hilos perpendiculares y paralelos, cuando no es necesario fijar con exactitud las distancias y esto se resuelve fácilmente mediante el movimiento de las piezas, C y C'.

Pero en contraposición de estas ventajas, más importantes de lo que algunos creen, *tienen los inconvenientes siguientes:*

1.° En cada momento no se puede disponer más que de un ángulo diastimométrico ó de su mitad y esto hace difícil medir ciertas distancias, ó porque siendo demasiado largas no basta la longitud de la mira ó porque las ramas de los árboles ú otros obstáculos no permiten verla en la parte necesaria; y si para evitar este inconveniente se elige un ángulo diastimométrico muy pequeño, como lo hacía Moinot, no se determinan las distancias principales con la precisión necesaria.

2.° El otro inconveniente consiste en que los hilos se pueden romper durante los trabajos de una campaña interrumpiéndolos; pero ya hemos dicho que esto no es en estos micrómetros tan grave como en los de hilos fijos.

Teniendo que hacer luego el paralelo entre esta estadía y la siguiente, para despues de dar de esta la descripción general aplazamos la determinación de las fórmulas aplicables á las distancias inclinadas y las alturas, así como el examen de la precisión que con una y otra se pueden medir las distancias horizontales y verticales.

---

(1) Nuestro antiguo subordinado el inteligente, ingenioso y laboriosísimo delineante don Enrique Dolz del Castellar, antes de conocer el artificio descrito, en vista del de Rosell había tenido la feliz ocurrencia de que se suprimieran los muelles y se diera el movimiento á los hilos sólo por los tornillos, á cuyo efecto se debía abrir una ranura en la escuadra de las piezas C y C' que permitiera sujetarlos en una garganta hecha en los tornillos, con lo que no impedirían el giro de estos y con él se moverían, lo cual haría más seguro y regular el movimiento de los hilos simplificando la construcción y llamamos sobre este sencillo mecanismo la atención de los constructores.

tivo, separándose también de él el foco $F_{,}$, para la misma magnitud de *m n* aumentará S T y consiguientemente la de N M y la distancia o R, y que lo contrario sucederá ap mando aquellas lentes; luego no nos será difícil combinar la separación de los hilos y c lentes y las condiciones ópticas de éstas para que hallándose el punto o en el centro del in mento permanezca constante el ángulo diastimométrico ω, y sea tal que la relación $\frac{1}{-}$

ó $\frac{Z}{D}$ resulte sencilla y la que juzguemos más oportuna; $^1/_{50}$ $^1/_{100}$ $^1/_{200}$ son las que ordin mente se eligen; pues así cada dos, uno ó medio centímetro de la mira corresponde á un r de distancia.

Para determinar las condiciones ópticas de las lentes objetiva y colectora, la distancia entre sí deben colocarse y la separación conveniente de los hilos, según la magnitud de la que por cada metro de distancia han de comprender, es necesario buscar sus relaciones a ticas.

A tal efecto, creemos oportuno copiar casi íntegramente la demostración analítica que moiraghi consigna en su excelente libro *Istrumenti e metodi moderni...* páginas 284 - 290, cindiendo de sus interesantes notas, que no importan á nuestro objeto especial, dando la ferencia á esta exposición del analatismo central sobre la también excelente del Ingeniero s Jadanza, porque la generalidad con que este trató la cuestión y las figuras que al efecto ut hacen menos clara y sencilla la explicación.

Para facilitar la expresión de tales relaciones en las fórmulas correspondientes llama moiraghi:

p y *q* las distancias focales principales respectivamente de las lentes P y Q.
d la que separa estas dos lentes.
a la de la mira al centro óptico del objetivo, P.
α la conjugada de *a* relativamente á P.
b la distancia á que de la lente Q se hallaría la imagen formada por P, si la lente (lo impidiera.
β la conjugada de *b* respecto á Q.
Z y z las magnitudes del objeto y de su imagen.
Es condición necesaria que $d < p$ y $q < d$.

Designando por K la distancia del punto o al centro óptico del objetivo, P, vamos á mostrar que $a + K$, esto es la distancia $D = o R$, es proporcional á $\frac{Z}{z}$ independie mente de *a*.

En un sistema de dos lentes, como el de que se trata, se tiene:

$$z = \frac{\alpha\,\beta}{\alpha\,b} \times Z$$

y como $^1/a + {}^1/\alpha = {}^1/p$, de la que resulta $\alpha = \frac{a\,p}{a - p}$ y también $^1/b + {}^1/\beta = {}^1/q$ y $b = d$

sustituyendo este valor de *b* en la precedente resulta:

$$\frac{1}{d - \alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} \text{ y } \beta = \frac{q\,(d - \alpha)}{d - \alpha - q}$$

Sustituyendo en la primera los valores α, β y b y reduciendo se llega á la siguiente:

$$z = \frac{p\,q}{d\,(a - p) - a\,p - q\,(a - p)}\,Z \quad (1.^a)$$

Por ser K la distancia local conjugada de $d - q$ se tendrá:

$$-\frac{1}{K} + \frac{1}{d-q} = \frac{1}{p} \quad (A)$$

de la que resulta

$$K = \frac{p\,(d-q)}{p+q-d}$$

y como $D = a + K$ resultará

$$D = a + \frac{p\,(d-q)}{p+q-d}$$

Dividiendo ordenadamente esta ecuación por la (1.ª) se tendrá también

$$D = \frac{p\,q}{p+q-d} \times \frac{Z}{z} \quad (2.ª)$$

Esta ecuación demuestra que con la indicada combinación de lentes existe un punto o, cuya posición depende de las constantes p, d y q, á partir del cual las distancias son proporcionales á $\frac{Z}{z}$ y que consiguientemente el ángulo diastimométrico, ω, permanecerá constante, como lo es el formado en el foco principal anterior del objetivo.

El constructor debe elegir las constantes d y q para valores determinados de p de manera que el punto analático, o, se halle en el centro del aparato y le importa que la lente Q tenga la mayor distancia focal posible para que, aun no siendo aplanática, no perjudique las condiciones de la imagen que sin ella formaría la lente P, y como no puede hallarse en el foco principal de esta, porque haría imposible la situación del diafragma reticular, Porro empleó casi siempre la condición de ser $d = o'95\ p$ y como ordinariamente debe ser $K = o'5\ p$ resulta con estos valores de la ecuación (A)

$$q = o'617\ p.$$

En consecuencia de las precedentes relaciones, si suponemos que sea

$$p = o'350 \text{ ms.}$$

debería ser

$$q = o'216 \text{ »}$$
$$K = o'175 \text{ »}$$
$$d = o'3325 \text{ »}$$

y suponiendo que queramos determinar la separación de los hilos, ς, para un ángulo diastimométrico de 2 centímetros por metro resultará de la ecuación (2.ª)

$$z = \frac{o'35 \times o'216 \times o'02}{o'35 + o'216 - o'3325} = o'006475 \text{ metros, muy aproximadamente.}$$

Con estos datos podría convertirse en analático central un anteojo astronómico; pero, como en las fórmulas precedentes no se tiene en cuenta el espesor de las lentes y por otra parte sería muy difícil señalar los trazos ó poner los hilos con exactitud matemática, no reunirá esta condición necesaria la relación $\frac{Z}{z}$; pero ya hemos dicho al principio de este número que acercando ó alejando la lente Q á la P, se disminuye ó aumenta el ángulo diastimométrico y por consiguiente dotando á la lente Q de este movimiento, se corregirá el error completamente, pues que es despreciable la variación que experimenta el valor D; por eso la condición más esencial es que los hilos extremos equidisten del central ó axial para tener con él la inmediata comprobación de las lecturas de mira, ya que el defecto de la desigualdad en las dos mitades del

ángulo diastimométrico no se puede corregir instrumentalmente como el indicado y las pequeñas diferencias de los totales sí mediante el movimiento de la lente Q.

Prescindiendo de las estadias de Green y del anteojo stereogónico, que han sido respectivamente y con ventajas sustituídas por la de Reichembach y la de Porro con anteojo analático central, resulta de lo anteriormente expuesto, que en los terrenos en que pueda conservarse horizontal el anteojo durante la observación, llamando:

D á la distancia del centro del instrumento á la mira.

C á la *constante*, ó sea á la distancia de dicho centro al foco principal anterior del objetivo y

g al número de partes de la mira representativas de los metros de distancia, según el ángulo diastimométrico utilizado, se tendrá:

CON LA ESTADIA DE PORRO . . . . . D MET. = g PARTES DE LA MIRA
CON LA ID. DE REICHEMBACH . D . . . = g + c

82 — Fórmulas generales para determinar las distancias horizontales y verticales con las estadias de Porro y de Reichembach.

Hasta ahora hemos considerado el caso más sencillo, esto es, cuando durante la observación de la mira para calcular la distancia permanezca horizontal el eje óptico del anteojo, en cuyo caso la diferencia de altura de los puntos de estación y el en que se halla la mira se reduciría á la que existe entre la altura del eje de muñones del anteojo y el punto de la mira con

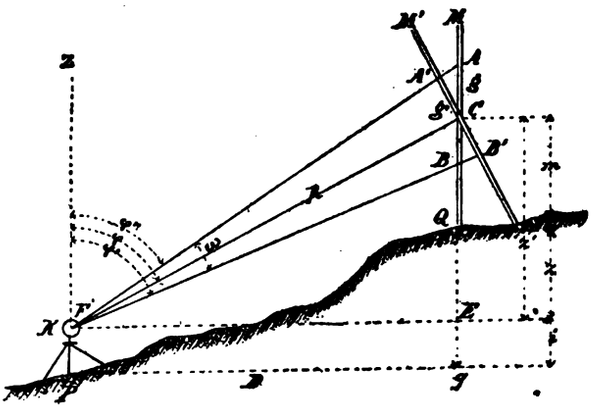


Fig. 108

que aquel coincidió, que eligiendo al efecto la graduación de 150 centímetros sería de muy pocos; pero aquel caso es el menos frecuente y hemos de determinar las fórmulas generales utilizables en todos los casos para hallar la distancia horizontal deseada y la vertical ó sea la diferencia de nivel entre los puntos del terreno en que se colocan el aparato y la mira.

Como no son enteramente iguales las fórmulas que corresponden á la estadia de Reichembach y á la de Porro y las de esta resultan de más sencilla demostración, por ellas empezarémos suponiendo que tales anteojos formen parte de un goniómetro, que con ellos toma el nombre de taquímetro.

FÓRMULAS PARA LA ESTADIA DE PORRO

Sean P y Q (fig. 108), dos puntos del terreno, cuya distancia horizontal, P q, y la vertical Q q queremos determinar.

Supongamos colocado en P el taquímetro bien corregido y nivelado y en Q una mira graduada, M, perfectamente vertical.

Cuando la visual dirigida por la cruz filar ó eje óptico del anteojo pase por el punto C de la mira, las dirigidas por los hilos extremos pasarán por los A y B, ó mejor dicho, cuando la cruz filar coincida con la imagen del punto C, los hilos extremos del retículo lo harán con las de los puntos A y B, suponiendo que se haya enfocado cuidadosamente.

Obsérvase desde luego que la mira M, es oblícua con respecto á la visual K C determinada por el eje óptico y que si suponemos una 2.ª mira M', que pasando por C sea perpendicular á dicha visual K C, la parte A B interceptada por las visuales extremas en la primera mira es mayor que la A' B' comprendida por ellas en la 2.ª

Basta comparar la figura 108 con la 107 para comprender que el número de divisiones de la mira M' componentes de A' B', nos dará el número de metros de K C ó *radio vector*, R, expresado por g'.

Y como en el triángulo rectángulo C K E, se tiene:

$$K\,E = D = \text{distancia horizontal.}$$
$$K\,C\,E = \varphi = \text{distancia ó ángulo zenital.}$$
$$K\,C = R = g' \text{ partes de A' B'.}$$

Y así también resulta que

$$K\,E = D = K\,C.\ \text{Sen.}\ K\,C\,E = g'\ \text{Sen.}\ \varphi.\ (A).$$

Si en lugar de colocar la mira, M, vertical la pusiéramos perpendicularmente á la visual central, de manera que el punto C por ella interceptado estuviera sobre la vertical de Q, bastaría multiplicar el número de partes de la mira (g') por el seno del ángulo zenital, φ, para tener el número de metros de la distancia horizontal.

La *vertical*, Q q se deduciría también fácilmente, porque á la vista de la figura sencillamente se comprende que

$$Q\,q = C\,E + E\,q - C\,Q$$

y como del mismo triángulo C K E resulta

$$C\,E = K\,E\ \text{tang.}\ C\,K\,E = D\ \text{cot.}\ \varphi$$

se tendría, llamando á la altura del instrumento K P = i, y m la de la mira C Q

$$Q\,q = z = D\ \text{Cot.}\ \varphi + i - m\ (B)$$

La fórmula (A) se ha utilizado y utiliza todavía por algunos Topógrafos ofreciendo las ventajas de la sencillez en las Tablas de reducción y mas especialmente que las graduaciones de la mira se ven con la misma claridad que si el terreno fuera horizontal, esto es, mejor que cuando se presenta inclinada al eje óptico; pero se ha desechado este procedimiento porque ofrece graves inconvenientes con las miras ordinariamente utilizadas.

El *primero* es la necesidad de señalar el punto C de la mira para que el peón le coloque sobre la vertical del punto del terreno, lo cual rara vez se consigue en los accidentados, porque como ha de buscar punto de apoyo conveniente y este varía con la inclinación que se ha de dar á la mira, despues de dos ó tres tanteos inútiles, cuando más, aburridos de no conseguirlo no se paran en si C está ó nó sobre la vertical de Q, ni menos se cuidan de observar el perpendicular, que al efecto les ha de servir.

En *segundo* lugar, para dar á la mira la perpendicularidad exigida han de mirar al anteojo del instrumento por una sencilla alidada fija á escuadra en aquella y muchas veces no satisfacen á la condición mirando por encima, y, distrayéndose con este trabajo, descuidan colocar la mira en el plano vertical del eje óptico ó de colimación y mas aun que el punto C señalado quede en la vertical del Q.

Finalmente, muchas veces no puede el observador hacer coincidir la visual central con el punto C señalado en la mira ó porque no le vé ó porque obstáculos cualesquiera tapan los puntos á donde con aquella condición encontrarian á la mira las visuales extremas.

Algunas veces, sin embargo, se encuentran peones celosos que ponen empeño y consiguen cumplir las condiciones indicadas y con ellos *en las peladas sierras de pendientes escarpadas se puede y aún se debe utilizar este procedimiento*, porque en ellas con la mira vertical, y consiguientemente muy inclinada á la visual, es muy difícil la lectura; pero generalmente se ha de desechar este procedimiento por engorroso y expuesto á graves errores, cuando no se tienen miras especiales como las de Viotti.

En los casos excepcionales en que se utilice, basta consignarlo en la columna de observaciones del registro y poner una señal en la designación del punto para utilizar en la determinación de las distancias horizontales correspondientes el seno en lugar del seno² de φ y también debe cuidarse de encargar á los portamiras que en tales casos midan con cuidado la altura C Q para sustituirla en la formula (B), lo cual no es fácil, porque como la mira está inclinada, y esto les hace estar en posición incómoda para atender á las dos condiciones indicadas, no saben como manejarse; *lo mejor es que se auxilien de una regla ó de un palo con el que materializan más fácilmente la vertical y en él apoyan la mira inclinada sobre el puño de la mano izquierda con que le sujetan.*

La experiencia demuestra que son mayores los inconvenientes de este procedimiento que las ventajas que ofrece comparado con el de colocar la mira vertical y por eso la gran mayoría, casi la totalidad de los Topógrafos modernistas emplean el 2.° siguiendo los consejos de Porro. (1)

Veamos las modificaciones que con tal motivo se han de introducir en la fórmula (A) puesto que la (B) no sufre con ello alteración alguna.

El distinguido Ingeniero señor Orlandi se ocupa de este punto con todo detalle consignando el completo desarrollo de los cálculos en las páginas 24 á 31 de su excelentísimo *Corso pratico di Topografia numerica* llegando mediante las simplificaciones necesarias á las fórmulas siguientes:

$$D = N \text{ sen.}^2 \varphi \text{ (C)} \quad (2)$$

en que por haber despreciado el término N cos.² φ tang.² $^1/_2\,\omega$ se comete un errror, tan insignificante que suponiendo el caso exageradísimo y nunca aplicable de ser N = 500 y cos.² $\varphi = 0{\cdot}50$, correspondiente á una inclinación de 50^c y tang. $^1/_2\,\omega = 0{\cdot}01^m$ ó ángulo diastimométrico de 2 centímetros por metro de distancia, resultaría para error 25 milímetros y para la diferencia de la altura entre los dos puntos encuentra

$$z = N \text{ sen. } \varphi \text{ cos. } \varphi + h - m \text{ (D)} \quad (3)$$

y como también se comete un pequeñísimo error por la supresión de un término, consigna, para satisfacción del lector, que en distancias de 200 metros y con inclinaciones de 20^c, que no deben pasarse cuando se pretenda hallar las cotas de nivel con exactitud, *aquel error no pasa de 6 décimas de milímetro.*

De los libros que conocemos, el del señor Orlandi es el que mas completa y ordenadamente desarrolla estos cálculos y en él pueden verlos aquellos de nuestros lectores que lo deséen; por nuestra parte hemos de prescindir de ellos para cumplir nuestros propósitos y para demostrar las fórmulas aplicables con el anteojo analático central, que ahora consideramos, utilizarémos los sencillos cálculos que emplea Porro. (4)

---

(1) Al ocuparnos de la plancheta de Viotti darémos á conocer sus miras especiales con las que se evitan los inconvenientes indicados.

(2) Llama N á lo que hemos llamado g, esto es al número de divisiones de la mira representativas de los metros del *radio vector*.

(3) Llama h á la altura del instrumento y utiliza el producto del seno y coseno de φ por el número generador, N, en lugar de hacerlo de la cotangente y la distancia horizontal por acomodarse mejor á sus excelentes Tablas taquimétricas y á las costumbres de los Ingenieros italianos; pero esta fórmula es enteramente equivalente á la antes consignada (B).

(4) «La Tachèometrie...» (1858). Pág. 30.

De la fig. 108 se deduce que

$$\varphi' = \varphi + {}^1/_2\,\omega$$
$$\varphi'' = \varphi - {}^1/_2\,\omega$$

Por otra parte en el triángulo A B K resulta

$$K\,B = A\,B\,\frac{\text{sen. }\varphi''}{\text{sen. }(\varphi' - \varphi'')}$$

y como en el triángulo K B E se tiene

$$K\,E = D = K\,B \text{ sen. } \varphi'$$

sustituyendo en esta ecuación el valor precedente de K B resultará

$$D = A\,B\,\frac{\text{sen.}\varphi' \text{ sen. } \varphi''}{\text{sen. }\omega} = A\,B\,\frac{\text{sen. }(\varphi + {}^1/_2\,\omega).\ \text{sen. }(\varphi - {}^1/_2\,\omega)}{\text{sen. }\omega}$$

$$= \frac{A\,B}{\text{sen. }\omega}\,(\text{sen.}^2\,\varphi - \text{sen.}^2\,{}^1/_2\,\omega)$$

Como ω es muy pequeño se puede despreciar el término sen.^{2} $^1/_2\,\omega$ (1) y si se divide la mira en partes equivalentes á $1^{m.} \times$ sen. ω (2) y se llama g al número de ellas comprendido en la porción A B resultaría

$$D = g.\ \text{sen.}^2\,\varphi.\ \textbf{(E)}$$

cuya fórmula, idéntica á la (C), es la que se utiliza cuando se coloca la mira vertical.

Fórmulas para la estadia de Reichembach

Recordando que con esta se determina sobre la mira el número de partes representativas de los metros que tiene *la visual central á partir del foco anterior del objetivo hasta la mira,* se comprende fácilmente que no resultará matemáticamente exacta la aplicación de la fórmula (E) sino esta otra:

$$D = (g \text{ sen. } \varphi + {}^3/_2 f) \text{ sen. } \varphi = g \text{ sen.}^2\,\varphi + {}^3/_2 f \text{ sen. } \varphi \text{ (G)} \quad (3)$$

en que g sen. φ es el valor de la distancia F' C (Fig. 108) y $^3/_2\,f$ el de K F', cuya suma K C se ha de multiplicar por sen. φ para tener el valor de K E.

Pero como la aplicación de esta fórmula duplicaría esta parte de los trabajos de gabinete, la que se aplica ordinariamente es la siguiente:

$$D = (g + {}^3/_2 f)\,\text{sen.}^2\,\varphi = g\,\text{sen.}^2\,\varphi + {}^3/_2 f.\ \text{sen.}^2\,\varphi\ \text{(H)}.$$

y al efecto halladas las diferencias de lectura de mira con el hilo central y los extremos, al término medio ó á la suma, según que el ángulo diastimométrico sea de dos ó de un centímetro

---

(1) El ángulo diastimométrico, ω, es, para la relación de 2 centímetros de mira por metro de distancia, de $1^\circ\ 8'\ 45''2$ equivalentes á 1'27321c y como á la distancia de 1 metro el sen.^{2} $^1/_2\,\omega$ = sen.^{2}, 34', 22'6" sólo vale una cienmilésima de milímetro, se comprende que el error que se comete con la supresión de aquel término es completamente despreciable.

(2) Porro admite esta relación en lugar de la actualmente utilizada 2 tang. $^1/_2\,\omega$ y conviene conocer su diferencia para el ángulo diastimométrico máximo de 2 centímetros por metro; es á saber:

$$\text{Sen. } \omega \times 1 \text{ m.} = 0'01999$$
$$2 \text{ tang. } {}^1/_2\,\omega \times 1 \text{ m.} = 0'02000$$

cuya diferencia *de menos de una centésima de milímetro* es completamente despreciable, porque mayores errores se pueden cometer al dividir la mira por mucho que sea el cuidado con que se realice esta delicada operación.

(3) Suponemos que como ordinariamente sucede, el centro del instrumento diste del foco anterior del objetivo una y media veces la distancia focal, f.

por metro, se suma el valor de $^2/_3 f$ (constante), todo lo que se hace de memoria rapidísimamente y el resultado se consigna en la casilla señalada con g para despues en su vista y la del ángulo zenital φ determinar el valor de D como de ordinario, sea con las Tablas, sea con la Regla ó Círculo logarítmicos.

Comparando la fórmula exacta (G) con la aproximada (H) se vé que con esta se comete el error

$$E = {}^2/_3 f \text{ sen. } \varphi - {}^2/_3 f \text{ sen.}^3 \varphi.$$

Para que nuestros lectores se hagan cargo de la importancia de este error consignamos á continuación el que se comete siendo $^2/_3 f = 60$ centímetros, lo que es bastante exagerado, y φ respectivamente

	100c	90c	80c	70c	60c
Error	0'0m.	0'007m.	0'028m.	0'058m.	0'093m.

Como se vé es casi siempre despreciable este error, pues aun en el caso de una inclinación de 40 grados centesimales y con el exagerado supuesto de ser $^2/_3 f = 60$ centímetros no llega á un decímetro en la distancia, de suerte que no hay inconveniente ninguno en proceder de la manera indicada en las mayores de 100 metros.

En las menores con inclinación de mas de 20c y siempre que conviniera suprimir este error en los planos de grande precisión, podría conseguirse calculando las diferencias correspondientes á la distancia focal del objetivo del anteojo utilizado para cada 2c formando una pequeña tabla con ellas, que se sumarían á las distancias obtenidas por la fórmula (H), lo cual pocas veces ocurrirá, pero en algunos casos será conveniente y mejor será en estos casos utilizar la mira perpendicular á la visual y la fórmula (A) según hemos dicho en el número anterior.

La fórmula para determinar las alturas relativas es la misma (F) antes consignada, influyendo en ella muy poco el error por tal causa cometido en el valor de D por ser respectivamente las cotangentes de

100c	90c	80c	70c	60c
0'00	0'1583	0'3248	0'5095	0'7655

que reducen el error en cada caso á

0'00m. 0'0011m. 0'009m. 0'0297m. 0'071m.

y ponen en evidencia que para no cometer en tal concepto errores que pasen del centímetro en las alturas no deben observarse puntos con inclinación mayor de 20c, lo que ya se hace siempre y por muchos motivos en los trabajos de precisión.

Dedúcese de lo anteriormente expuesto que, con las precauciones indicadas, se pueden utilizar las mismas fórmulas para los dos sistemas de estadia, la del anteojo analático central de Porro y la de Reichembach.

83 — Comparación entre las estadias de Reichembach y de Porro.

Para proceder con toda imparcialidad y hacer comprender las ventajas é inconvenientes que cada una presenta, las hemos de referir á dos anteojos de la misma potencia y tener en cuenta las condiciones de los micrómetros, que se pueden considerar como característicos de cada una.

Ya digimos en el número 80 que estos, ó sea los retículos compuestos, podían ser *de hilos fijos, de rayas ó trazos abiertos en cristal y de hilos movibles* y allí también indicamos las ventajas é inconvenientes que cada una de estas clases presentaba.

Ahora bien: en la estadia de Reichembach (?) se deben utilizar los micrómetros de la tercera clase para conseguir con toda precisión la deseada relación entre las partes de la mira métrica y su imagen y para rectificar ó reponer en caso necesario los hilos, porque ambas cosas son

muy dificiles de conseguir con los hilos fijos y los trazos en cristal y allí también digimos los graves errores que se producían en la medición de las distancias con los pequeños que se cometieran en la colocación de los hilos ó abertura de los trazos y este defecto se nota en algunos taquímetros de acreditados constructores, que por exigencias de los consumidores utilizan los micrómetros de cristal en anteojos simplemente astronómicos.

Por el contrario en los analáticos, ó *estadia de Porro*, aunque podría utilizarse el micrómetro de hilos movibles, se emplean y deben emplearse los de hilos fijos y mas especialmente los de trazos en cristal, porque anulándose aquel inconveniente con el movimiento de la lente colectora, como ya se deduce de lo que digimos (n.° 81) se aprovechan todas las ventajas que estos micrómetros ofrecen sobre aquel.

En su consecuencia para comparar los dos sistemas de estadia *se ha de suponer que la de Reichembach (?) está dotada de reticulo compuesto ó micrómetro de hilos movibles y la de Porro del de trazos en cristal*, porque así nos ajustarémos mas á sus condiciones propias.

Con tales supuestos, en la *estadia de Reichembach* (?) los rayos luminosos determinantes de la imagen no sufren ninguna refracción despues del objetivo y llegan rectos é íntegros hasta el plano reticular produciendo la imagen mas clara posible, ventaja de grandísima importancia, porque, como decía el ilustre Plana: *prima que misurare bisogna vedere* y en tales anteojos se vé todo lo posible y las condiciones de la imagen real y de la virtual amplificada solo dependen de las del objetivo y del ocular.

Por otra parte los hilos por ser negros pueden ser mas delgados que los trazos bien visibles y esto tiene su importancia bajo el concepto de la exactitud y de la comodidad en la observación.

Ademas, con estos micrómetros se simplifican los registros y se evitan las equivocaciones de la multiplicidad, siendo ordinariamente suficiente la comprobación directa con el hilo axial, porque se leen con mas cuidado las tres alturas de mira y ademas es facilísimo, cuando el ocular es movible también (como Laguna y Trougthon los usan), utilizar el ángulo diastimométrico hasta de tres centímetros por metro de distancia, lo que en ciertos trabajos de grande precisión, como en las poblaciones importantes, puede ser de mucha utilidad.

Pero al lado de *estas indudables ventajas* presentan el inconveniente de no poderse aumentar la precisión con la repetición de la medida, pues solo se tiene la de comprobación con el hilo axial, si bien este inconveniente se evita fácilmente levantándole un centímetro y repitiendo la observación, lo que es trabajo de uno ó dos minutos, y el más funesto de que algunas veces no se pueden utilizar los tres hilos á la vez, siendo necesario para aquella comprobación poner el anteojo en dos inclinaciones algo diferentes y aun puede llegar el caso de que por los estorbos del terreno no se pueda medir la distancia deseada por no alcanzar la mira ó porque aquellos la tapen en el punto necesario; esto sucederá rara vez; pero puede suceder y sucede algunas.

Estos inconvenientes se evitan en la *estadia de Porro* con micrómetros de la forma de la figura 105, en que siendo los ángulos diastimométricos principales

$$a - a' = 2 \quad \text{centímetros por metro}$$
$$b - b' = 1 \quad » \quad »$$
$$d - d' = 0^{c}5 \quad » \quad »$$

resultan las parciales de

$$a - r = a' - r = 1 \quad \text{centímetros por metro}$$
$$a - b = a' - b' = b - r = b' - r = 0^{c}5 \quad » \quad »$$
$$b - d = d - r = r - d' = d' - b' = 0^{c}025 \quad » \quad »$$

Aunque no tan clara y completamente se consigue el mismo resultado con los utilizados por Trougthon y Salmoiraghi, que son de la forma indicada en la figura 109, con la diferencia de que el primero dispone los trazos de modo que produzcan los ángulos diastimométricos

a — m = 2	centímetros por metro	
a — c = c — m = 1	»	»
b — n = 0'4	»	»
b — c = c — n = 0'2	»	»

y el segundo separa los trazos de manera que

a — o = b — m = 1	centímetro por metro	
a — c = c — m = 0'8	»	»
b — n = 0'4	»	»
b — c = c — n = 0'2	»	»

Mejor aún se consigue con el de 15 hilos ó trazos horizontales usado por Porro en los Zeiss gran modelo con ocular argos, pues con este representado en la fig. 110, se obtiene la distancia dos veces con el ángulo diastimométrico de dos centímetros (trazos 1 — 14 y 2 — 15), 4 veces con el de 1 centímetro (trazos 3 — 10, 4 — 11, 5 — 12 y 6 — 13) y una con el de 4 milímetros (trazos 7 — 9), ademas de los muchos parciales de sus diferentes combinaciones.

Fig. 109

Este retículo reune, teóricamente al menos, todas las condiciones apetecibles y debiera adoptarse para todos los taquímetros con anteojo analático y ocular movible sino complicara extraordinariamente los registros dando ocasión á muchas equivocaciones; porque es necesario designar especialmente cada hilo con un número ó una letra y sino se equivoca el que lee en el micrómetro las alturas de mira, puede hacerlo el que las escriba poniéndolas en lugar distinto, aunque algo lo simplifica la clasificación en los tres grupos, que en la figura se indican, A, B y C.

La repetición de la medida de las distancias, que estos micrómetros procuran, tiene para algunos Ingenieros mucha importancia y teóricamente no se puede negar; pero en la práctica no sucede lo mismo, porque, además del grave inconveniente ya indicado, sucede que fiándose el observador en los muchos medios de comprobación y de la mayor precisión que se consigue con la repetición, no lee con tanto cuidado, como cuando se ha de atener á un sólo ángulo diastimométrico (hilos extremos) y la comprobación con el hilo axial y *consideramos preferible medir bien una vez con la correspondiente comprobación que cuatro medianamente.*

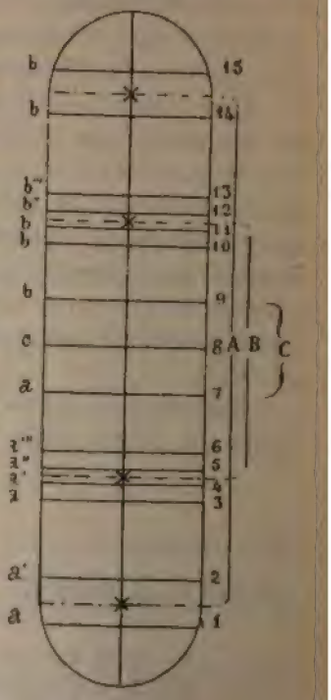


Fig. 110

Si la multiplicidad de ángulos diastimométricos disponibles en cada momento es una ventaja indudable de la estadia de Porro sobre la de Reichembach (P) en el supuesto admitido, la interposición de la lente colectora y del retículo de cristal es un inconveniente digno de tenerse en cuenta, porque no sólo disminuye siempre la claridad y limpieza de la imagen, sino que en algunos casos llega esta á no verse, como nos ha sucedido en el clima húmedo de la ciudad en que esto escribimos; este defecto no se nota cuando el aparato sale de las buenas fábricas; pero si despues y especialmente en climas húmedos y cálidos.

Finalmente el inconveniente que se atribuye á la estadia de Reichenbach (P) de tenerse que aumentar la constante á todas las distancias, no tiene importancia ninguna, porque al deducir el valor de g (número generador) de las diferencias de altura de mira se hace aquella adición de memoria y sin ningún trabajo.

En vista de las precedentes indicaciones creemos imposible resolver con acierto cual de las

dos estadias es preferible; *tal vez podría decirse que para trabajos en poblaciones y terrenos despejados conviene mas la estadía de Reichembach* (?) *y en los demas la de Porro;* pero es mas prudente dejar á cada uno la elección teniendo en cuenta las ventajas é inconvenientes que cada una ofrece (1) y las condiciones de los trabajos á que debe aplicar el aparato.

84 — Precisión con que se pueden medir las distancias horizontales con la estadia de Porro.

Es imposible fijar límites concretos de una manera general y absoluta á esta precisión, porque depende:

1.° *De la potencia del anteojo y del ángulo diastimométrico utilizados;*

2.° *De la inclinación que respecto á la vertical tenga la mira en el momento de la observación.*

3.° *De la precisión con que pueda medirse el ángulo zenital, φ, y*

4.° *Finalmente de la exactitud con que se coloque el centro del instrumento sobre el punto de estación y la mira sobre el que se quiera determinar.*

Hablar por consiguiente del grado de precisión con que se pueden medir las distancias con la estadia sin fijar las condiciones del taquímetro y la mira á que se haga referencia sería poco razonable y acertado.

Con un mal aparato y una mira mal graduada y operando con descuido y torpeza se cometerán grandes errores; con los taquímetros superiores, miras excelentes y trabajando con tanto mas cuidado cuanto mas accidentado sea el terreno, las distancias se medirán con toda la exactitud apetecible en los modernos planos topográficos.

Examinemos con detenimiento las cuatro causas de error indicadas aceptando para su combinación ó error final las condiciones medias fácilmente disponibles.

Error consiguiente á la primera causa

En el número 38 digimos que LA POTENCIA DE LOS ANTEOJOS *depende, no solo de su campo, amplificación y claridad natural, sino también de la diafanidad y perfecta construcción de las lentes componentes del objetivo y del ocular y de la buena combinación de sus condiciones ópticas, resumiéndose la influencia de todas estas variables en las condiciones del disco ocular.*

Se comprende en su consecuencia cuán variable ha de ser la potencia de los anteojos.

Supongamos que sea tal que permita apreciar el milímetro de una mira colocada á 100 metros de distancia, para lo cual no se necesita un anteojo de excepcionales condiciones; pues se consigue con los de las brújulas de Breihaupt, con el taquímetro modelo pequeño de Laguna y con el de 4 pulgadas de Trougthon, como se comprobó por varios Ingenieros en las experiencias realizadas en la Granja experimental de esta ciudad en Junio de 1894.

Utilizando el ÁNGULO DIASTIMOMÉTRICO de 2 centímetros, como fácilmente se puede hacer con los taquímetros 2.° y 3.° antes citados y teniendo en cuenta que para hallar el valor del número generador, *g*, se han de hacer dos lecturas de mira ó sea la apreciación de la coincidencia de los dos hilos extremos y que teniendo cada error el doble signo ± se pueden anular ó sumar sus valores, debemos aceptar *como error posible en 100 partes de g* según el cálculo de probabilidades

$$e_{dg} = \pm 0'0005 \sqrt{2} = 0'000707$$

Cada unidad de *g* representa un metro de distancia y por consiguiente, cuando la visual axial sea horizontal, se tendrá, por el concepto expresado el error en la distancia

$$e_{dg} = 0'000707 \text{ metros} \times \frac{D}{100}$$

(1) Consiguientemente á esto hemos aconsejado al constructor señor Laguna que haga los taquímetros con las dos clases de estadia, porque indudablemente se dividirán las opiniones, cuando se mediten las ventajas é inconvenientes de cada sistema.

En las visuales inclinadas al ser multiplicado el error en g por el sen.^{2} φ disminuirá su importancia; pero como en ellas no se aprecían con la misma exactitud las divisiones de la mira, podemos admitir para todas hasta la inclinación de 20^c (1) el error antes expuesto.

Pero como utilizando el micrómetro de Porro (figura 110) se obtienen dos valores de g y sino se dispone de él, fácilmente se consigue el mismo resultado repitiendo las lecturas después de levantar un centímetro la visual axial, lo cual puede hacerse en menos de un minuto y es de aconsejar se practique en todos los trabajos delicados, porque sin pérdida sensible de tiempo y con poca molestia (2) se comprueba más la operación, aumentando la precisión, aquel resultado se habrá de dividir por $\sqrt{2}$ quedando el error reducido á

$$e_{dg} = 0'0005 \times \frac{D}{100} \text{ met.} \quad (A)$$

ó sean 5 centímetros en 100 metros de distancia horizontal.

Error consiguiente á la 2.ª causa ó á la no verticalidad de la mira

Influye mucho en su importancia la inclinación de la visual correspondiente al eje óptico del anteojo; debemos por lo tanto determinar la posible para aplicar la fórmula que comprenda los distintos casos que pueden ocurrir.

Aquella visual puede ser *horizontal, ascendente* ó *descendente* y para cada una de ellas la mira puede presentarse *vertical, inclinada hácia atrás* ó *inclinada hácia delante.*

Para que mas fácilmente se comprenda la deducción de la fórmula general y su aplicación á cada caso, teniendo en cuenta que la horizontalidad de la visual es un caso particular de los

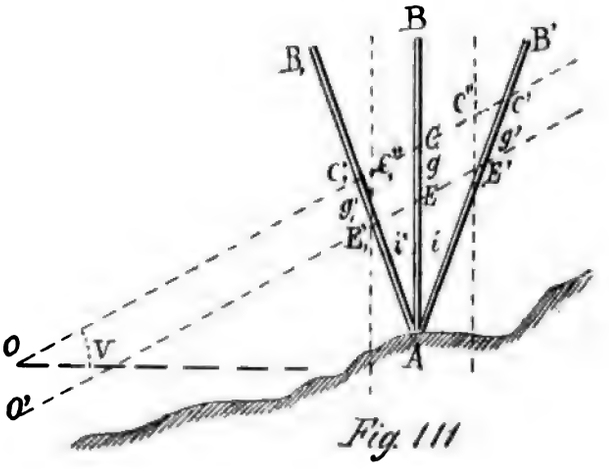


Fig. 111

otros dos, en que el ángulo v es igual á cero y que cuando la mira se coloca verticalmente no existe el error de que tratamos, solo considerarémos los casos siguientes:

1.° Que la visual sea ascendente formando un ángulo v con la horizontal y la mira se incline hácia atrás, formando un ángulo i con la vertical.

2.° Que siendo la visual ascendente la mira se incline hácia delante.

3.° Que la visual sea descendente y la mira se incline hácia atrás; y

4.° Que la visual sea descendente y la mira se incline hácia delante.

---

(1) En las inclinaciones mayores se debe utilizar la mira de Viotti ó la ordinaria colocada normalmente á la visual axial como ya digimos en el número 82.

(2) No es necesario escribir nada en el registro ó á lo sumo la diferencia que se tenga para el nuevo valor de g respecto al precedente indicando la observación con una señal convenida cualquiera.

Fórmulas para el 1.° y 2.° caso

Sean (figura 111) A B la mira vertical, A B′ la inclinada hácia atrás y A B, la inclinada hácia adelante, O C y O′ E los ejes secundarios correspondientes á los hilos extremos, que por el momento suponemos paralelos, los que procederán de C′ y E′ de la mira inclinada A B′ y de C,′ y E,′ de la A B, siendo C E = g, C′ E′ = g' y $g' - g$ = error buscado en el primer caso y C,′ E,′ = $g,'$ y $g,' - g$ = error buscado en el segundo.

Ocupémonos de cada uno con separación.

Si por el punto E′ se traza la E′ C″ paralela á la E C se formará el triángulo C″ E′ C′ en el que se tiene evidentemente:

$$\begin{aligned} \text{el ángulo } C'' &= 100 + v \\ E' &= i \\ C' &= 200 - (100 + v + i) = 100 - (v + i) \\ E'C'' &= g \text{ y } E'C' = g' \end{aligned}$$

y de este triángulo se deduce que

$$\frac{g'}{g} = \frac{\text{Sen. } C''}{\text{Sen. } C'} = \frac{\text{Sen. } (100 + v)}{\text{Sen. } (100 - (v + i)} = \frac{\text{Cos. } v}{\text{Cos. } (v + i)}$$

$$\text{de donde } g' = g \times \frac{\text{Cos. } v}{\text{Cos. } (v + i)} \text{ y } g' - g = g \left(\frac{\text{Cos. } v}{\text{Cos. } (v + i)} - 1 \right)$$

que es el error correspondiente al primer caso.

En el triángulo E,′ C,′ C,″ formado tirando la E,′ C,″ paralela á A B se tiene también

$$\begin{aligned} \text{el ángulo } C,'' &= 100 - v \\ E,' &= i' \\ C,' &= 200 - (100 - v + i') = 100 + v - i' \end{aligned}$$

y en este triángulo resulta

$$\frac{g,'}{g} = \frac{\text{Sen. } (100 - v)}{\text{Sen. } (100 + v - i')} = \frac{\text{Cos. } v}{\text{Cos. } (v - i')} \quad \text{y}$$

$$g,' - g = g \left(\frac{\text{Cos. } v}{\text{Cos. } (v - i')} - 1 \right)$$

que es el error correspondiente al segundo caso.

Comparando las dos fórmulas se vé que solo difieren en el signo del valor del arco i del denominador y por consiguiente pueden comprenderse en una sola con el doble signo, esto es:

$$g' - g = \left(\frac{\text{Cos. } v}{\text{Cos. } (v \pm i)} - 1 \right) \quad \text{(B)}$$

Generalización de esta fórmula

Haciendo análoga construcción y consideraciones para la visual descendente se llega á idénticos resultados, sin más diferencia que el signo positivo (v + i) del arco del denominador corresponde al caso en que la mira se inclina hácia delante y el negativo al en que se inclina hácia atrás y por consiguiente que la fórmula (B) sirve para todos los casos, teniendo en cuenta que corresponde al arco *i:*

el signo + en los casos en que siendo la visual ascendente la mira se inclina hácia atrás (primer caso) ó siendo aquella descendente, la mira se inclina hácia delante (cuarto caso) y

el signo —, cuando siendo la visual ascendente, la mira se inclina hacia delante (segundo caso) ó siendo aquella descendente, la mira se inclina hácia atrás (tercer caso); esto es, lo segundo cuando la mira inclinada se aproxima mas que la vertical á la normal á la visual y lo

primero cuando sucede lo contrario y así debe ser, porque con aquella condición disminuye el valor absoluto de la parte de mira interceptada por las visuales extremas, siendo $g' < g$ y con la última condición aumenta aquella, siendo $g' > g$.

Cuando la visual axial es horizontal, $v = o$ y la fórmula (B) se convierte en la siguiente:

$$g' - g = g \left(\frac{1}{\text{Cos. } (v \pm i)} - 1 \right) \quad (C)$$

y como el valor de i no debe llegar á 1^c, como luego se verá, resultará siempre el del primer termino del factor binomio, muy poco diferente, pero mayor que 1 y por consiguiente, en este caso particular, la diferencia $g' - g$ positiva.

ERRORES QUE SE PUEDEN COMETER EN 100 METROS DE DISTANCIA HORIZONTAL POR LA NO VERTICALIDAD DE LA MIRA SEGUN LA INCLINACIÓN DEL EJE ÓPTICO

Inclinación de la		Valor correspondiente del número generador	Error que se comete en	
VISUAL	MIRA		EL N.º GENERADOR	LA DIST. HORIZONT.
v	i	g	$g' - g$	e^{dm}
Grados centes.	Grados centes.	Centímetros	Centímetros	Metros
0'00 c	0'00 c	100'00	0'0000	0'0000
	20		0'0000	0'0000
	40		0'0020	0'0020
	60		0'0040	0'0040
	80		0'0080	0'0080
	1'00 c		0'0120	0'0120
5'00 c	0'00 c	100'62	0'0000	0'0000
	20		0'0192	0'0191
	40		0'0525	0'0522
	60		0'0798	0'0793
	80		0'1081	0'1074
	1'00 c		0'1374	0'1365
10'00 c	0'00 c	102'51	0'0000	0'0000
	20		0'0519	0'0506
	40		0'1038	0'1012
	60		0'1578	0'1539
	80		0'2131	0'2079
	1'00 c		0'2675	0'2609
15'00 c	0'00 c	105'75	0'0000	0'0000
	20		0'0805	0'0761
	40		0'1611	0'1523
	60		0'2452	0'2318
	80		0'3283	0'3104
	1'00 c		0'4138	0'3912
20'00 c	0'00 c	110'55	0'0000	0'0000
	20		0'1140	0'1031
	40		0'2283	0'2065
	60		0'3451	0'3121
	80		0'4622	0'4181
	1'00 c		0'5807	0'5252
25'00 c	0'00 c	117'38	0'0000	0'0000
	20		0'1539	0'1314
	40		0'3082	0'2631
	60		0'4655	0'3873
	80		0'6233	0'5320
	1'00 c		0'7840	0'6692

Hemos supuesto que las visuales O C y O'E eran paralelas y realmente no lo son, puesto que se reunen en el centro del anteojo analático ó en el foco principal anterior del objetivo en los demás; pero el error consiguiente á tal supuesto es de tan poca importancia que, calculado para el ángulo diastimométrico de 1 centígrado por metro y siendo g = 100 y la inclinación de la mira la máxima de 1ᶜ, el error en g' sería de o'016 mm., que no tiene importantancia alguna en la fórmula general determinada.

Para que se tengan ideas concretas sobre la entidad del error consiguiente á la no verticalidad de la mira, habida en cuenta la inclinación de esta y la de la visual axial, nos ha parecido oportuno aplicar la fórmula (B) á los casos en que la primera sea de o'00ᶜ, o'20ᶜ o'40ᶜ..... hasta 1 y la segunda de 0ᶜ, 5ᶜ, 10ᶜ, 15ᶜ, 20ᶜ y 25ᶜ y consignar en el anterior estado los resultados obtenidos.

En vista de los errores que se pueden cometer en las distancias, segun la inclinación de la mira y de la visual axial, se comprende desde luego la *necesidad de elegir las estaciones de manera que se reduzca la segunda todo lo posible y que se recomiende á los portamiras tanto mas cuidado en colocarla vertical cuanto mayor sea aquella inclinación*, PORQUE LOS ERRORES CONSIGUIENTES Á LA MALA ELECCIÓN DE LAS ESTACIONES Y AL DESCUIDO EN LA COLOCACIÓN DE LA MIRA PUEDEN SER DE RELATIVA IMPORTANCIA.

Muchos Topógrafos creen que es muy difícil colocar la mira próximamente vertical y no sucede así operando con algún cuidado; pues teniendo aquella una plomada con cordón de un metro (1) y anilla de dirección de 15 mm. de diámetro interior, es necesario que el cordón toque al borde de la anilla para que la inclinación de la mira llegue á o'48ᶜ y como fácilmente se puede conseguir que no se separe del centro mas de 4 ó 5 mm. y mantenerse fija en esta posición mediante un sencillo tornapunta como ya digimos (número 57, pág. 143) al ocuparnos de las miras parlantes, bien podemos admitir como límite de tal inclinación o'30ᶜ para concretar el error, de que nos ocupamos.

Con tal supuesto hemos calculado los que aparecen en el siguiente estado:

ERROR QUE SE COMETE EN 100 METROS DE DISTANCIA HORIZONTAL CUANDO LA MIRA SE SEPARA O'30ᶜ DE LA VERTICAL SEGUN LA INCLINACIÓN DE LA VISUAL AXIAL

Inclinación de la visual	Valor correspondiente del núm. generador	Error que se comete en el núm. generador	Error que se comete en la distancia	ALTURA á la distancia de 100 metros
v	g	g' — g	e^{dm}	
Grados centígrados	Centímetros	Centímetros	Metros	
0ᶜ	100'00	0'0000	0'0000	0'000
2	100'10	0'0100	0'0099	3'14
4	100'39	0'0311	0'0309	6'29
6	100'90	0'0456	0'0452	9'45
8	101'60	0'0615	0'0605	12'63
10	102'51	0'0779	0'0760	15'84
12	103'64	0'0950	0'0917	19'08
14	105'00	0'1119	0'1066	22'35
16	106'59	0'1300	0'1220	25'68
18	108'44	0'1486	0'1370	29'05
20	110'55	0'1702	0'1539	32'49
22	112'84	0'1928	0'1707	36'00
24	115'67	0'2180	0'1885	39'59
26	118'72	0'2434	0'2050	43'27

(1) Con un pequeño nivel esférico se consiguen fácilmente tan buenos ó mejores resultados.

Hemos comprendido en el estado anterior la diferencia de alturas entre la estación y el punto visado para que se haga mas notoria la *posibilidad de elegir las estaciones de manera que las visuales de una á otra* no tengan ordinariamente mayor inclinación de 10 ^{c}, con cuya condición y la de no ser la de la mira mayor de o'30 ^{c} todavía se comete en la distancia de 100 metros un error de $\pm$ 76 mm., que no es despreciable y corrobora la necesidad de operar con toda clase de precauciones, cuando se desea conseguir buenos planos numéricos.

En tal caso hemos aconsejado que se repita la medición y como la inclinación de la mira puede variar en el entretanto con las pequeñas oscilaciones que le imprime el viento y el mismo porta-mira, puede admitirse como *error posible en las estaciones*

$$e_{gm} = \pm \frac{o'00076}{\sqrt{2}} \times \frac{D}{100} = \pm\ o'00054 \times \frac{D}{100} \text{ metros.}$$

En los puntos de detalle la inclinación de la visual puede ser en algunos casos mucho mayor, pero ordinariamente no pasará de 20 ^{c} y como en estos casos el portamira debe poner especial cuidado en ponerla vertical, ó, mejor, se debe apelar al medio aconsejado de colocarlo normalmente á la dirección de la visual, no se puede admitir mayor error que el de

$$e_{gm} = \pm\ o'00104 \times \frac{D}{100} \text{ metros.}$$

Siendo esta clase de errores tan grandes como el que se puede producir por la primera causa, *es notorio que de nada servirá utilizar excelentes aparatos, si no se realiza el trabajo con las debidas precauciones y cuidado.*

Error consiguiente á la 3.ª causa ó falta de precisión en el ángulo zénital φ

Con los taquímetros de buena construcción y mayor tamaño se aprecia o'01 ^{c} directamente con facilidad y tomando la media de los dos nónius ó microscopios, se puede llegar á o'006 ^{c}; pero no sucede lo mismo con los pequeños, á que antes hemos hecho referencia.

Aceptemos para el caso de que nos ocupamos el error posible de o'01 ^{c}.

Este influye en la distancia en razón del que corresponde á los cos.^{2} de los ángulos de inclinación, v, ó á los sen.^{2} de los ángulos zenitales, φ, y como

$$\text{cos.}^2\ 10^c - \text{cos.}^2\ 10'01^c = o'000048772$$
$$\text{cos.}^2\ 20^c - \text{cos.}^2\ 20'01^c = o'000091541$$

resulta que cuando la visual axial tenga la inclinación de 10^c el error posible en 100 metros de distancia horizontal no pasará de 5 mm. y cuando aquella sea de 20^c, no será mayor de 1 centímetro y por consiguiente *debe considerarse este error como despreciable.*

Error consiguiente á la 4.ª causa ó falta de centración del aparato y de colocación de la mira sobre el punto visado

Este error posible influye naturalmente en las distancias, pero no es proporcional á ellas y por esto muy acertadamente estableció Porro el valor de la tolerancia en ellas en la forma.

$$t = m + n\ D$$

comprendiendo en *m* el error de que ahora tratamos y en *n* los precedentes.

Tan eximio Ingeniero hace constar en su Taquimetría de 1858 (página 29) que en los trabajos ordinarios se puede hacer m = o'05 met. y en los delicados recomendando mucho cuidado á los portamiras y centrando bien el aparato m = o'02 y aún m = o'01 met. y como esto es muy posible y no difícil, especialmente con los aparatos en que, como los de Laguna y otros, se puede conseguir fácilmente la completa centración, admitimos

para los puntos de detalle m = $\pm$ o'05 ms.
y para las estaciones m = $\pm$ o'02 »

ERROR TOTAL EN LA DISTANCIA HORIZONTAL DE 100 METROS

Resumiendo los resultados precedentes y aplicando los errores calculados á la distancia *tipo* de 100 metros, se tiene:

Para los puntos de detalle:

Error máximo $E = 0'05 + 0'104 + 0'05 = 0'204$ ms.

Error medio $E' = \sqrt{0'05^2 + 0'104^2 + 0'05^2} = 0'125$ »

Para las estaciones:

Error máximo $E = 0'05 + 0'054 + 0'02 = 0'124$ ms.

Error medio $E' = \sqrt{0'05^2 + 0'054^2 + 0'02^2} = 0'076$ »

Pero como en las estaciones se repite la medición de la posterior á la anterior en iguales condiciones, hay que dividir estos errores por $\sqrt{2}$ quedando reducidos á

$$E = \pm \frac{0'124}{1'414} = \pm 0'0877 \text{ ms.}$$

$$E' = \pm \frac{0'076}{1'414} = \pm 0'0537 \text{ »} \quad (1)$$

No debe olvidarse que como todos los errores indicados están afectados del signo ± y varían de 0 al límite adoptado, se reducen ó anulan muchas veces dando la práctica resultados considerablemente mas exactos que los que harían presumir los errores antes deducidos al objeto de concretar las ideas; pero también debe tenerse presente que operando con negligencia y malos aparatos se consiguen resultados mucho mas erróneos.

---

(1) Sin hacer distinción entre los errores que se pueden cometer en las distancias entre las estaciones y las de estas á los puntos de detalle, que no se encuentran en las mismas condiciones, Prévot en la página 249 del volúmen I de su Topografía calcula el error medio en 10 centímetros por 100 metros y le representa por la fórmula binomia

$$e = 0'04^{m} + 0'0006.\ D$$

con referencia á los taquímetros con anteojo de amplificación de 20 diámetros y ángulo diastimométrico de 1 centímetro por metro.

Consigna el mismo (página 249) que Jordan dedujo de sus experiencias con un anteojo de 25 diámetros de amplificación

$$e = \frac{D}{700} + \frac{D^2}{100.000}$$

correspondiendo ± 24 centímetros á 100 metros.

Segun las experiencias del Coronel Goulier, los errores medios, temibles á la distancia de 100 metros, son los siguientes:

INSTRUMENTOS	Angulo diastimométrico	Potencia del anteojo	Amplificación	Error medio en 100 metros
Anteojo de Porro (con 5 á 7 hilos y ocular argos) .	$^1/_{50}$	36	—	± 0'03 m.
Anteojo de la brújula nivelante del Genio. . . .	$^1/_{50}$	12	12	± 0'08
Taquímetro del Genio	$^1/_{70}$	14	14	± 0'10
Id. de Goulier	$^1/_{100}$	20	18	± 0'11
Id. . de gran tirada	$^1/_{200}$	26	30	± 0'15
Id. de Moinot	$^1/_{300}$	15	—	± 0'30

Con estos resultados experimentales se comprueba la importancia del ángulo diastimométrico.

85 — Precisión con que se pueden medir las alturas ó distancias verticales con la estadia de Porro.

Hemos demostrado en el número 88 que la fórmula para calcular la *diferencia de alturas* entre la estación y un punto visto desde ella era:

$$z = D.\ \cot.\ \varphi + (i - m) \quad (B)$$

Como el 2.° término del 2.° miembro es una diferencia de pequeñas magnitudes medidas directamente cuando se utiliza el hilo axial del retículo en la determinación de *g*, como conviene hacerlo segun demostrarémos en el número 210, no hay para que tenerla en cuenta al calcular la precisión con que se determinan las distancias verticales.

Esta por consiguiente depende de los errores que se pueden cometer al calcular D y al determinar φ y como el valor de este depende á su vez de la sensibilidad del nivel, con que se consiga la horizontalidad del eje óptico del anteojo y de la apreciación de los nónius, que señalen el ángulo, de los errores consiguientes á estas dos condiciones y de los calculados para la distancia, D, serán función los posibles en las alturas, que ahora tratamos de investigar.

Error consiguiente al posible en la distancia horizontal

Hemos demostrado en el número anterior que el error medio en la distancia de 100 metros era:

para los detalles $E' = \pm$ 0'125 metros
para las estaciones $E' = \pm$ 0'076 »

Su influencia en el error de la altura será proporcional á las cotangentes del ángulo zenital y suponiendo á este distintos valores podrémos apreciar su importancia en 100 metros de distancia horizontal:

Para $\varphi = 100^c$	resultará	el error de	0'0000	en los detalles y	0'0000	en las estaciones		
Para $\varphi = 105^c$	»	»	0'0100	»	»	0'0059	»	»
Para $\varphi = 110^c$	»	»	0'0197	»	»	0'0120	»	»
Para $\varphi = 115^c$	»	»	0'0300	»	»	0'0182	»	»
Para $\varphi = 120^c$	»	»	0'0406	»	»	0'0246	»	»
Para $\varphi = 125^c$	»	»	0'0518	»	»	0'0315	»	»

En estos resultados se observa que aunque *en los detalles* alcance la inclinación de la visual á 25^c el error en las alturas, por el concepto del de la distancia, no llega á 6 centímetros en 100 metros de esta y 41'42 metros de altura y limitando á 10^c la inclinación de las visuales *entre las estaciones*, como antes hemos supuesto, lo que daría 15'84 metros de diferencia en las alturas, el error no pasa de 12 milímetros.

Si estos errores fueran sistemáticos, constantes y del mismo signo harían que el sistema de la estadia fuera poco idoneo para la determinación del relieve; pero como no sucede así y ademas de ser ordinariamente menores se compensan y de todos modos se aminoran, especialmente entre las estaciones con la media de las observaciones recíprocas, la experiencia acredita que son muy aceptables los resultados que por este medio se consiguen.

Error posible consiguiente al de apreciación del ángulo φ y á la sensibilidad del nivel utilizado en la colocación horizontal del diámetro 100^c — 300^c del limbo vertical

Con los buenos taquímetros de mayor tamaño y el clepe gran modelo se miden los ángulos zenitales directamente en cada nónius ó microscopio con menos error de $0'01^c$ y mediante los dos nónius y la reiteración por inversión del anteojo con menos de $0'005^c$; en los pequeños no debe esperarse conseguir mayor apreciación de $0'01^c$.

Aceptemos esto para los puntos de detalle y la de $0'005^c$ para las estaciones.

Pero como el diámetro $100^c - 300^c$ del limbo se puede inclinar sobre la horizontal tanto cuanto alcance la sensibilidad del nivel y esta es ordinariamente en los primeros taquímetros de $0'004^c$ por milímetro de tubo y doble en los segundos, puédense reunir los dos errores en uno solo y admitir como término medio

para los detalles $0'015^c$ ó próximamente $48''$
para las estaciones $0'0076^c$ ó próximamente $24''$

En las inclinaciones de 10^c y 25^c admitidas como tipos máximos corresponden á las diferencias de las tangentes naturales, en 100 metros de distancia, á estos errores en el ángulo en los supuestos admitidos

0'02 metros para los puntos de detalle
0'01 » para las estaciones

que pueden considerarse como errores posibles en este concepto.

ERROR TOTAL POSIBLE EN LAS ALTURAS Á 100 METROS DE DISTANCIA

Resulta de lo anteriormente expuesto que puede ser:

En los puntos de detalle:

el error máximo $E = 0'052 + 0'02 = 0'072$ metros

el error medio cuadrático $E' = \sqrt{\frac{0'052^2 + 0'02^2}{2}} = 0'0394$ »

En las estaciones:

el error máximo $E = 0'012 + 0'01 = 0'022$ metros

el error medio cuadrático $E' = \sqrt{\frac{0'012^2 + 0'01^2}{2}} = 0'011$ »

Pero como en estas se repite la observación sobre la anterior y se toma el término medio, han de dividir estos últimos errores por $\sqrt{2}$ consiguiéndose para ellas como posibles:

error máximo $E = \frac{0'022}{1'414} = 0'0155$ metros

error medio cuadrático $E' = \frac{0'011}{1'414} = 0'0078$ »

86 — Precisión con que se pueden medir las distancias horizontales y verticales con la estadia de Reichembach.

Si en cuenta se tiene que los errores consiguientes á la inclinación de la mira respecto á la vertical y á la de la visual axial, á la apreciación de los ángulos zenitales, á la sensibilidad del nivel y á la centración del aparato sobre el punto de estación y de la colocación de la mira sobre el visado, son enteramente los mismos para la estadia de Porro que para la de Reichembach (?), no puede haber mas diferencia en la precisión, con que se miden las distancias horizontales y verticales, que aquella con que se aprecie el valor del número generador, *g*, que influye en aquella en razón de la potencia del anteojo, del ángulo diastimométrico que se pueda utilizar y de la repetición con que se miden las alturas de mira y como del paralelo entre los dos sistemas, que dejamos consignado en el número 82, no resulta diferencia apreciable, porque cada uno presenta ventajas é inconvenientes, cuya importancia varía segun las condiciones especiales de los trabajos en que se apliquen, puede muy bien admitirse que *la precisión que se consigue con la estadia de Reichembach (?) es la misma demostrada para la de Porro* en los dos números anteriores.

87 — Sistema de diferencia de pendientes.

Este sistema de medición de distancias, que algunos Autores consideran como novísimo, no lo es; pues ya el Ingeniero Mr. Laterrade le describió en una memoria publicada en los números de Septiembre y Octubre de 1855 de los *Annales des ponts et chaussées* y por aquella época ó poco despues compuso Mr. Sanguet su clisímetro mal llamado auto-reductor.

Algunos aplican este sistema ó procedimiento con los teodolitos; pero es mas propio y resulta menos erróneo con los clisímetros.

La teoría y aun la práctica de este sistema no puede ser más sencilla.

En efecto: si en el punto A del terreno (fig. 112) se pone en estación un clisímetro comprobado y corregido, y en otro B una mira M bien vertical, inclinando sucesivamente el ante-

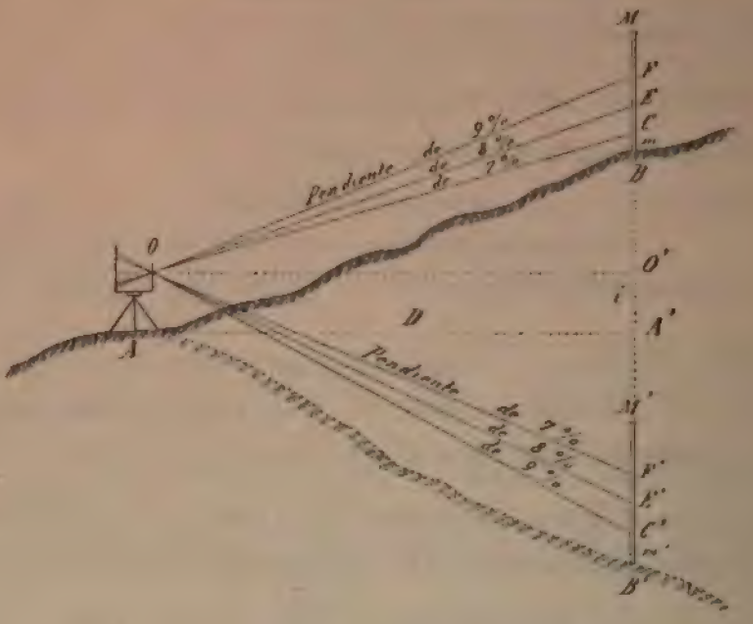


Fig. 112

jo según las pendientes, v. g., de 7, 8 y 9 por 100, y leyendo las respectivas alturas de mira, que suponemos, hayan sido, en centímetros, 35'4, 141'3 y 247'2, es evidente que las diferencias 141'3 — 35'4 = 105'9 y 247'2 — 141'3 = 105'9 expresarán los centímetros correspondientes á las pendientes de 7 á 8 y de 8 á 9 ó sea á las de uno por metro y por consiguiente ellas dirán los metros, la distancia horizontal que separa el punto O de giro del anteojo de la vertical de mira y añadiendo la de aquel punto al de la estación, que supondrémos de 15 centímetros, la distancia horizontal entre los puntos A y B del terreno será:

$$D = 105'9 + 0'15 = 106'05 \text{ m.}$$

Bárcena, como todos los que de este sistema se ocupan, menos M. Sanguet, suponen dirigidas dos solas visuales; nosotros partimos de la base de que se observen al menos tres pendientes, sucesivas ó no, porque consideramos indispensable tener comprobación inmediata del resultado, lo que es siempre necesario.

Si en lugar de ser las pendientes positivas fueran negativas, el resultado sería el mismo, porque cada una ó sea la diferencia de dos consecutivas nos dan sobre la mira tantos centímetros como metros tiene la distancia horizontal á contar desde la vertical del punto O.

Si en lugar de las pendientes 7, 8 y 9 por 100, hubiéramos utilizado las de 5, 7 y 9 por 100, las diferencias de altura de mira corresponderían á la pendiente de 2 centímetros por metro de

distancia y obtendríamos esta dividiendo por 2 aquellas diferencias, á no ser que utilizáramos miras divididas y numeradas en dobles centímetros.

Si por el contrario empleáramos pendientes, v. gr., de 4'5 centímetros, 5 y 5'5 centímetros ó sea pendientes de 5 milímetros, con las miras divididas en centímetros multiplicaríamos por 2 las diferencias y por 4 si las miras estuvieran divididas en dobles centímetros y estos contáramos.

Se comprende fácilmente que no hay necesidad de emplear pendientes consecutivas, que den diferencias iguales, con tal que se cuide de determinar á qué pendientes corresponden las de las lecturas de mira, y tambien es evidente que lo que así se hace no es otra cosa que *utilizar ángulos diastimométricos de 1, 2 ó medio centímetro con visuales independientes*, y que la distancia horizontal se consigue sin cálculo ninguno, cuando la división de la mira coincide con la pendiente, ó mediante una sencilla multiplicación ó división en otro caso.

Veamos ahora como se consigue la altura relativa entre el punto de estación y el observado.

Esta, en el primer supuesto ó parte superior de la figura 112 es A' B y en el segundo A' B'; pues bien:

$$A'B = z = O'C + O'A' - BC = O'C + i - m$$

y como conocemos la distancia O O' y la pendiente por metro de la visual O C nos será muy fácil hallar el valor de O' C, pues será

$$O'C = D \times 0'07 \text{ ó } O'E = D \times 0'08 \text{ ó } O'F = D \times 0'09$$

en cada uno de los casos el valor de m sería el leído en la mira para B C, B E, B F expresado en metros.

Por consiguiente, si suponemos la altura del instrumento $i = 1'50$, con las alturas de mira y pendientes supuestas resultaría:

$$z = 105'9 \times 0'07 + 1'50 - 0'354 = 8'559 \text{ metros}$$
$$z = 105'9 \times 0'08 + 1'50 - 1'413 = 8'559 \quad »$$
$$z = 105'9 \times 0'09 + 1'50 - 2'472 = 8'559 \quad »$$

En el 2.° caso, representado por la parte inferior de la figura, se tiene:

$$A'B' = z = O'C' + C'B' - O'A' = O'C' + m - i$$

y cambiando los signos por ser negativo el valor de z, se tendrá.

$$-z = -(O'C' + i - m)$$

con cuya fórmula obtendríamos los mismos resultados que antes, pero negativos aplicando iguales datos.

Para recoger ordenadamente los resultados de la observación en el terreno y consignar los de los cálculos necesarios para conseguir las distancias horizontales y verticales, cuando los clisímetros tienen brújula ó limbo azimutal para fijar las direcciones, se puede utilizar el siguiente registro, que es con leves modificaciones el mismo consignado por Bárcena en la página 80 de su Tratado.

Despues de lo ya dicho, creemos innecesario dar explicación alguna para la inteligencia del uso del registro; en él hemos comprendido diferentes casos de pendientes utilizadas para que prácticamente se vea el uso que de ellas puede hacerse; en las distancias horizontales no hemos comprendido la constante, aunque si la consignamos para que se tenga presente su adición y no la comprendemos en el cálculo de las alturas, porque realmente no debe hacerse, ya que, como se deduce á la vista de la figura, el ángulo de inclinación tiene su vértice en el punto de apoyo y giro del anteojo.

PUNTOS: DE ESTACIÓN — Su descripción y altura del instrumento	OBSERVADOS	Rumbos	Pendientes por metro: p +	p −	Lectura de mira en centímetros	Diferencia de las lecturas de mira. Centímet.	Distancia horizontal D. Metros	Productos D × p. Metros	Lectura de la pendiente utilizada. Metros	Sumas ó diferencias $\pm D\,p - m = z'$: +	−	Altura del eje de giro de la mira $z + i$	Cotas finales Z Metros	OBSERVACIONES
A	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	101'520	100'000	Constante en las distancias horizontales = 0'15 metros.
En el hito tercero de la finca de	*a*	57'42	0'04 5 6	»	35'4 122'3 209'4	86'9 87'1	87'0 + 15	3'48 5'22	0'354 2'094	3'126 3'126	»	»	104'646	
..... cerca del arroyo de las culebras. $t = 1'52$	*b*	94'30	»	0'07 6 5	52'6 134'8 217'0	82'2 82'2	82'2 + 15	5'754 4'110	0'526 2'170	»	6'280 6'280	»	95'240	
	c	105'15	0'03 5 7	»	27'5 174'2 320'6	146'7 146'4	73'3 + 15	2'199 5'131	0'275 3'206	1'924 1'925	»	»	103'444	
	B	125'50	0'04 6 8	»	32'3 224'8 417'3	192'5 192'5	96'2 + 15	3'848 7'696	0'323 4'173	3'525 3'523	»	»	105'045	
B	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	106'535	»	
Estaca en el margen N. del Campo del Saúco perteneciente á	A	325'20	»	0'06 4 3	76'3 268'8 365'0	192'5 96'2	96'2 + 15	5'772 2'886	0'763 3'650	»	6'535 6'536	»	100'000	
	d	22'35	»	0'07 6 5	41'2 103'4 165'8	62'2 62'4	62'3 + 15	4'361 3'115	0'412 1'658	»	4'773 4'773	»	101'762	
.... $i = 1'49$	*e*	51'70	0'03 4 5	»	32'8 124'6 216'6	91'8 92'0	91'9 + 15	2'757 4'595	0'328 2'166	2'429 2'429	»	»	108'964	
	f	75'40	0'05 6 7	»	46'4 154'0 261'4	107'6 107'4	107'5 + 15	5'375 7'525	0'464 2'614	4'911 4'911	»	»	111'446	
	g	91'10	0'05 6 7	»	28'4 131'6 235'0	103'2 103'4	103'3 + 15	5'165 7'231	0'284 2'350	4'881 4'881	»	»	111'416	

Podrian hacerse mas combinaciones para obtener mas repetidamente las distancias horizontales y verticales, pero creemos innecesario este trabajo y complicación, pues la comprobación que se consigna es suficiente, ya que en ella entran las tres pendientes utilizadas y no exigen otras los sencillos cálculos realizados para conseguir los resultados.

Dedúcese de lo anteriormente expuesto que pueden medirse indirectamente las distancias horizontales y verticales y las direcciones ó sea levantar los planos taquimétricamente mediante el uso de los clisímetros dotados de brújula ó limbo azimutal, como de buenas condiciones los construye Laguna haciendo innecesaria la inversión del anteojo para medir pendientes y rampas, á cuyo efecto ha dado la altura conveniente al punto de apoyo y giro del anteojo y á la escala de pendientes; pero conviene indicar las observaciones que á tal efecto ha de hacer el operador, para que se comprenda si este sistema es ó no tan expedito como el de la estadia y cual puede ser su precisión, y despues podamos tenerlo en cuenta al hacer el examen comparativo de todos los sistemas.

Colocado en estación el aparato, y la mira vertical en el punto que se pretenda determinar, es necesario:

1.° Inclinar el anteojo hasta que la visual encuentre la parte visible y conveniente de la mira, y despues graduar aquella inclinación para conseguir una pendiente entera al objeto de facilitar la coincidencia y los cálculos; esto exige aplicar el ojo al ocular mientras se mueve el anteojo al primer objeto, despues observar la escala de pendientes produciendo un segundo movimiento hasta conseguir la deseada y luego volver á aplicar el ojo al ocular para observar la altura de mira y dictarla: esto es, tres observaciones y dos movimientos del operador.

2.° Observar nuevamente la escala de pendientes moviendo el anteojo hasta conseguir la coincidencia con la inmediata asegurando la posición y aplicar el ojo al ocular para leer y dictar la nueva altura de mira; dos observaciones y un movimiento del operador, y

3.° Repetir la operación precedente para conseguir la tercera lectura de mira con la pendiente inmediata, á fin de tener comprobación.

De manera que la observación completa exige cuatro movimientos del operador y siete lecturas con tres coincidencias cuidadosas y se comprende que el tiempo invertido es, al menos, cuatro veces mayor que el necesario con la estadia, aun teniendo en cuenta el exigido en esta para la lectura de los nónius del limbo vertical.

Pero no es esto lo peor: sino que como las diferencias de alturas de mira son consiguientes á las observaciones independientes indicadas, no sólo puede alterarse la inclinación de la mira de una á otra observación, sino que con los movimientos del operador puede variar la de la visual y *esto altera sensiblemente*, sin notarlo el observador, la altura de mira, de que aquellas diferencias se han de deducir y por poca que sea aquella inclinación accidental ha de producir un error grave.

Por otra parte; si en la coincidencia necesaria en las distintas pendientes se comete un error de o'1 de milímetro, lo cual es fácil, porque estas graduaciones expuestas á la intemperie no pueden ser muy finas ni conservarse bien, ni los microscopios utilizados permiten grandes delicadezas, con aquel error en la coincidencia y suponiendo que del punto de apoyo y giro del anteojo á la escala haya la distancia de 30 centímetros, el que consiguientemente se cometerá en la lectura de mira será, á 100 metros de distancia, de 3'33 centímetros, cuyo error es enormísimo ya que á él corresponde el de 3'33 metros en la distancia, y sin embargo se puede producir fácilmente, porque el nónius de la escala aprecia á lo sumo o'1 mm. y ademas el polvo que puede ponerse entre el anteojo y su punto de apoyo y giro fácilmente motiva tal error.

Los consiguientes á la falta de exactitud en las lecturas de mira, á la inclinación de esta y á la de sensibilidad del nivel son los mismos ya indicados para la estadia y no hay para que repetirlos, con tanto mayor motivo cuanto que aquel error supera á todos los demas *y pone en evidencia la notoria inferioridad de este sistema comparado con el llamado de la estadia*.

Estamos seguros que estos resultados han de sorprender á muchos Topógrafos que cándidamente se figuran conseguir las pendientes con toda seguridad cuando leen el milímetro en la mira y se aficionan al sistema expuesto suponiéndole sencillo, rápido y exacto, y porque él les libra de los cálculos consiguientes á la aplicación de las fórmulas utilizadas con el de la estadia, que suponen muy enojosos no siéndolo; pero, como no pueden negar que tales errores se cometen fácilmente, no dudamos que, al menos en los trabajos de precisión, dejarán de utilizar este sistema.

El inteligente constructor de Londres L. Casella, construye ahora dos aparatos destinados á la aplicación de este sistema con la diferencia de inclinarse la visual axial y de contarse las

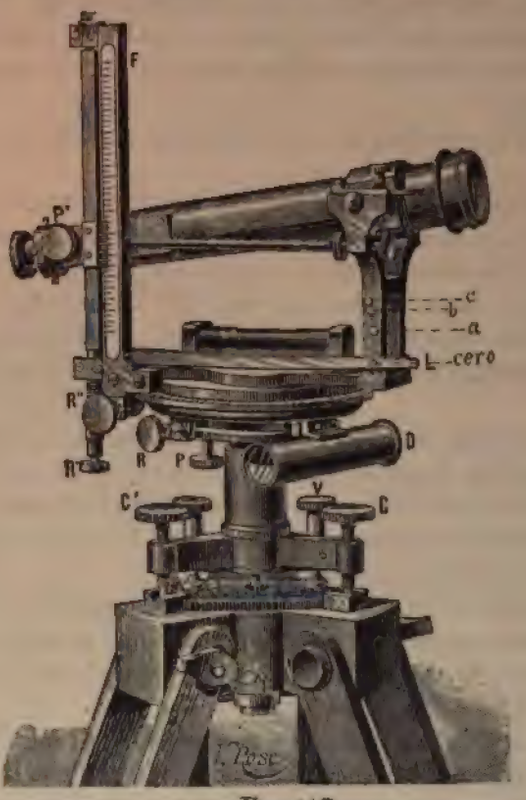


Fig. 113

pendientes de una manera muy especial, que no se comprende bien por las indicaciones consignadas en la Instrucción publicada; hemos pedido algunas explicaciones sobre ellas y si, como es de esperar, se nos dan satisfactorias, los describirémos al ocuparnos de los *clisímetros modernos*, porque, al parecer, ofrecerían algunas ventajas sobre los hasta ahora utilizados.

88 — El llamado auto-reductor Sanguet. (1)

Este aparato, representado en la figura 113, es un clisímetro perfeccionado, que se compone de dos partes principales; una, la inferior, destinada á medir los ángulos azimutales y la otra, la superior, las distancias horizontales y verticales *mediante la diferencia de determinadas pendientes*, entre la estación y los diferentes puntos del terreno.

(1) Es improcedente llamar *auto-reductor* á este aparato, porque no reduce por sí las distancias al horizonte y sí hace conocer las horizontales con sencillas diferencias y las verticales con una multiplicación, esto es consiguiente como con todos los clisímetros, al sistema de pendientes con él utilizado y no á condiciones especiales del aparato, si bien facilita la determinación de las pendientes oportunas mecánicamente, lo que á su vez motiva algunas causas de error.

Lo primero se consigue con un limbo plano horizontal y dos nónius concéntricos de diferente apreciación, orientándose mediante una declinatoria en forma de anteojo, que le está unida por la parte inferior del plato, como las que utilizó Porro en sus aparatos.

La parte superior descansa sobre el platillo de los nónius á que está unida una regla horizontal sosteniendo á la derecha una fuerte horquilla que sirve de apoyo al eje de rotación del anteojo, al centro un nivel de burbuja y en el extremo izquierdo una regla vertical, F R', con la graduación de las pendientes de 1 y de 0'05 por 100.

Como lo indica la figura, á los extremos de la regla graduada van unidos dos prismas con agujeros cilíndricos de eje vertical y en estos huecos resbalan con suave rozamiento las extremidades cilíndricas de una barra prismática paralela á aquélla y que descansa sobre la punta de un tornillo vertical R'.

Una pinza, que lleva por delante un doble nónius, que permite apreciar las pendientes de 1 por 1000 y por detrás un cuchillo de acero, en que descansa el anteojo, puede recorrer dicha barra y detenerse en cualquier punto de ella mediante el tornillo de presión P' al objeto de dar á la visual la *inclinación inicial*, que en cada caso sea necesaria para que las otras encuentren la mira, y, como ella ha de servir para determinar las alturas, ordinariamente conviene hacerla coincidir con una pendiente de las fijadas claramente por la regla graduada.

La tuerca del tornillo R' está unida, *mediante una biela vertical*, al extremo del pequeño brazo de la palanca L, cuyo punto de apoyo es un eje horizontal colocado en la cara posterior de la regla graduada, mientras que el extremo del brazo mayor de la misma palanca se adosa á la cara de la horquilla, en que hay cuatro topes tronco-cónicos colocados en arco de círculo.

Por su propio peso, por el del anteojo y por la acción de un resorte, la barra referida tiende siempre á bajar y á hacer bascular la palanca, cuyo brazo largo es detenido por uno de los cuatro topes.

Si se le separa ligeramente para librarle del tope inferior, por ejemplo, irá desde luego á *aplicarse con fuerza contra el siguiente* y la barra bajará al mismo tiempo que el pequeño brazo de la palanca, basculando el anteojo alrededor de su eje y como esto puede hacerse con los cuatro topes se conseguirán cuatro inclinaciones del anteojo y otras tantas lecturas de mira.

La distancia entre los topes está calculada para que considerando como *inicial la pendiente* correspondiente á la aplicación de la palanca al tope inferior ó *cero*, corresponda respectivamente á la de los sucesivos *a*, b y c, 10, 18 y 22 milímetros por metro y de esta suerte se tiene

$$a - \text{cero} = 10\,; \quad b - \text{cero} = 18 \quad \text{y} \quad c - \text{cero} = 22$$

milímetros por metro ó sean tres distintos ángulos diastimométricos principales, que combinados entre sí dan seis diferentes y varias comprobaciones.

Como los ángulos visuales tienen su vértice en el eje de rotación del anteojo y este dista del centro del aparato 8 centímetros, estos mas 2 centímetros de la cara al eje de la mira ó sean 10 centímetros, forman la *constante*, que se ha de sumar á todas las distancias calculadas.

Para determinar la diferencia de alturas, basta multiplicar la distancia horizontal calculada, prescindiendo de la constante, por la pendiente por metro inicial en cada caso y sumar al producto la diferencia $i - m$, comprendiendo por i la altura del anteojo y por m la de la mira leída cuando el brazo de la palanca L está detenido por el *botón cero* ó sea la altura inicial de aquella.

Comparando las condiciones indicadas del llamado auto-reductor-Sanguet con lo dicho sobre el ordinario sistema de diferencia de pendientes, se comprende desde luego que aquel presenta indudables ventajas sobre el uso de los clisímetros ordinarios.

En primer lugar disminuye considerablemente los movimientos del operador y las lecturas que los últimos hacen necesarios, pues la pendiente inicial se fija sin moverse del lado del ocular y las demás sin tener qûe mirar la escala de pendientes.

En segundo lugar, si el aparato está bien construído y conservado, ha de dar las pendientes sucesivas determinantes de los ángulos diastimométricos con menos error de o'1 mm., que es la apreciación teórica de los clisímetros ordinarios.

Por consiguiente entre estos y aquel la elección no es dudosa, el llamado auto-reductor, como diastímetro, ofrece ventajas indudables sobre aquéllos. Esto no obstante es muy inferior á las estadias de Porro y de Reichembach (?), cuyos errores posibles hemos discutido anteriormente.

En efecto: el consiguiente á las lecturas de mira, en cuanto depende de la potencia del anteojo es independiente de las condiciones de ambos sistemas; pero debe ser mayor en el llamado auto-reductor que en los taquímetros, modelo mayor, de Laguna, Trougthon y Salmoiraghi, porque, aunque M. Sanguet no dice en la Instrucción las condiciones de su anteojo y no hemos tenido ocasión de comprobar su potencia, basta fijarse en la longitud del tubo ocular que aparece en la figura y tener en cuenta que es de los comunes de Ramsden, para comprender que ha de ser su amplificación menor de 18 diámetros, sin embargo se dice alcanzar la de 30 á 35.

Por otra parte en este primer error influye, como hemos dicho, la magnitud del ángulo diastimométrico y si bien en el auto-reductor en buenas condiciones de observación se tienen disponibles los de 1, 1'8 y 2'2 centímetros por metro y en los referidos taquímetros sólo los de 0'5 y 2 centímetros, ó 1 y 2, porque prescindimos del micrómetro de Porro, aunque no se utilice la repetición como para ciertos casos hemos aconsejado, ni en esto les aventaja, porque precisamente en la determinación de los ángulos diastimométricos del llamado auto-reductor está su mayor defecto y la posibilidad de notables errores.

En efecto: en los sistemas de la estadia tales ángulos son fijos, inmutables y las lecturas se hacen sin alterar la imagen de la mira ni el micrómetro que determina la porción de ella correspondiente á cada ángulo diastimométrico, aunque se mueva el ocular para ver mejor la coincidencia y las partes de la mira; mientras que en el auto-reductor cada ángulo diastimométrico, es consiguiente á dos inclinaciones diferentes del anteojo y como ellas se producen por órganos expuestos á la intemperie y que exigen en sus articulaciones algun juego y contacto de superficies que puede variar con la interposición de alguna partícula de polvo, agua, etc., es indudable que fácilmente resultarán diferencias accidentales en las inclinaciones del anteojo, de que se derivan tales ángulos diastimométricos.

No es un peligro imaginario y si real y muy frecuente que una partícula de polvo se fije, por ejemplo, en el tope *a* (figura 113); ella hará que el brazo largo de la palanca L no alcanze la altura calculada y esta diferencia ha de influir en el movimiento de la biela y consiguientemente en la elevación de la barra é inclinación del anteojo.

El mismo efecto puede producir el polvo que se introduzca en los huecos cilíndricos en que la misma barra se mueve (1) y también es indudable que con el golpe del extremo de la palanca en cada tope, su mayor ó menor separación de la cara de la horquilla y el juego necesario en las articulaciones puede producir pequeñas diferencias en el movimiento de la barra (2); pues bien; basta que la diferencia entre la altura adquirida por el anteojo y la que debiera alcanzar sea de 0'01 mm., la cual no puede considerarse exagerada, para que se produzca en la lectura de mira un error de 6'2 mm. á 100 metros de distancia y por consiguiente en esta 0'62 metros, como fácilmente se deduce directamente de los triángulos semejantes formados por la regla graduada, la mira y las visuales calculada y obtenida teniendo en cuenta que la regla dista 16 centímetros del eje de giro del anteojo.

M. Sanguet, que exagera extraordinariamente (3) las condiciones de su aparato, como dias-

(1) Que esta introducción del polvo en tales huecos puede suceder y sucede, lo admite M. Sanguet en la página 57 de su Instrucción, aunque no lo tiene en cuenta en la determinación de los ángulos diastimométricos.

(2) Tambien pueden alterarse una ó varias inclinaciones del anteojo con los movimientos accidentales del terreno por el del operador, produciendo idénticos resultados.

(3) Supone que el error temible en las distancias, D, con él medidas, es:

1.° Con el ángulo diastimométrico de 1 centímetro:

$$e = 0'04\ m + \frac{D}{4000}$$ ó sean 65 mm. á 100 metros.

2.° Con el ángulo diastimométrico de 5 centímetros, que se consigue sumando las alturas de mira leídas con los tres que dá el aparato, $e = 0'02\ m + \frac{D}{1000}$ ó sean 30 mm. á 100 metros.

timetro y como goniómetro y le supone superior á todos los taquímetros con notoria injusticia, no quiere reconocer aquel defecto indudable de su auto-reductor; pero no puede menos de admitirse y consiguientemente su inferioridad á los sistemas de la estadia por este concepto.

El error consiguiente á la inclinación de la mira respecto á la vertical puede ser también mayor con el auto-reductor, porque no son tan simultáneas las lecturas de mira.

El error relativo á la centración del aparato sobre la estación y á la colocación de la mira sobre el punto visado, es comun á los dos sistemas.

No existe con el auto-reductor el que corresponde á la apreciación del ángulo zenital; pero ya digimos que era en la estadia despreciable con relación á las distancias horizontales, cuando se puede conseguir la del centígrado.

El que en las alturas se puede cometer es mucho mayor utilizando el auto-reductor, no solo porque lo es el que en la distancia horizontal puede ocurrir, sino porque, como en la pendiente por quien se multiplica solo se aprecia á lo sumo el milímetro por metro, el error puede ser á 100 metros de distancia de 0'1 met., solo por este concepto, que aumenta con el consiguiente á la sensibilidad del nivel.

Siendo los *errores posibles mas notables* consiguientes á causas accidentales, no se pueden reducir á números concretos; pero desde luego se comprende que son superiores á los calculados para la estadia de Porro y por lo tanto inadmisible el grado de precisión que en las distancias horizontales y verticales supone M. Sanguet á su auto-reductor. (1)

---

(1) En el vol. I, pág. 265 á 269, de la Topografía de M. Prévot, se discuten los errores que en la medición de las distancias se pueden cometer con el llamado auto-reductor Sanguet en su comparación con los taquímetros con estadia, deduciendo mayor precisión para aquel por procedimientos matemáticos; y sin embargo como se han basado los cálculos en datos equivocados y se han omitido otros muy interesantes, los resultados son inadmisibles.

Se supone en primer lugar que en los taquímetros el *paralage* es inevitable y esto no es cierto en los de buena construcción, porque en los reticulos de hilos, los horizontales pueden colocarse en el mismo plano y en los de cristal de caras planas paralelas y de poco espesor ya lo están y la refracción en estas láminas delgadísimas no tiene influencia y utilizando en las grandes pendientes miras perpendiculares á la visual, como puede hacerse fácilmente con las de Viotti, se evita también el paralage que pudiera producirse por la falta de coincidencia de los planos de la imagen y del reticulo.

En segundo lugar se supone un error consiguiente á la diferente iluminación de los hilos *mirando al sol;* pero como esto nunca se hace sin abrigar el aparato con el parasol, y en las experiencias de Prévot, se producía una iluminación directa con las lámparas de efecto muy distinto, es improcedente la aplicación de los resultados obtenidos en tales experiencias, aunque fueran admisibles los que se dedujeron.

En tercer lugar, tampoco es cierto que la amplificación máxima admisible en los anteojos con estadia sea de 20 diámetros con ángulo diastimométrico de 1 centímetro por metro; pues se utiliza hasta la de 45 y 50 diámetros, con ángulo de 2 centímetros, mediante el ocular argos ó el móvil y la del auto-reductor, que se supone de 30 á 35 diámetros, parécenos exagerada.

En cuarto lugar se supone que el error que en el último se produce por los contactos de la palanca con los topes de la horquilla en las diferentes posiciones que adquiere, no pasa en cada una de 0'4 mm. á 100 metros y por la antes dicho le consideramos muchísimo mayor.

En quinto lugar, no se tienen en cuenta los errores importantísimos consiguientes á los pequeños defectos de trasmisión del movimiento del brazo L de la palanca, mediante la biela, al anteojo y los del mismo género consiguientes á los movimientos del suelo con los del operador.

En sexto lugar, finalmente, no admitiendo para la estadia otro ángulo diastimométrico que el de 1 centímetro por metro, cuando se utiliza muy frecuentemente el de 2 centímetros, que se puede duplicar y triplicar muy sencillamente levantando uno y dos centímetros la visual, se admite para el auto-reductor el de 5 centímetros, que es suma de tres distintos, no uno directo, y todo esto indica ó desconocimiento de los recursos que presentan los *buenos taquímetros* con estadia ó vehemente deseo de hacer imperar el uso del auto-reductor Sanguet, como parece se ha conseguido en Francia, pues segun consta en la pág. 304 del vol. II de la misma Topografía de Prévot, las Instrucciones para la renovación del Catastro *proscriben* el uso de los taquímetros con estadia y admiten el del auto-reductor, lo que puede ser consiguiente ó á las malas condiciones de los que de aquellos se construyen en Francia ó á que como M. Sanguet estuvo encargado de las experiencias catastrales que la Comisión extra-parlamentaria mandó hacer para comparar los procedimientos por alineaciones y taquimétrico, tuvo buen cuidado de no utilizar para las del segundo otro aparato que su auto-reductor y no se apreciaron las ventajas que sobre él ofrecen los buenos taquímetros de Trougthon y Salmoiraghi y otros constructores extranjeros, como sería fácil comprobar haciendo su comparación experimental con completa imparcialidad.

Este y otros Ingenieros, Autores de aparatos que dan las distancias reducidas al horizonte, suponen grande importancia á la consiguiente economía en los cálculos; pero como ella se reduce á la resolución de la fórmula $D = g\ Sen.^2\ \varphi$ y, cuando mas, á la $z' = D.\ Cot.\ \varphi$ y estas se resuelven tan fácil y rápidamente con las Tablas apropiadas y mucho mas aun con nuestro Círculo logarítmico de grandes dimensiones, *que permite hacer cómodamente en una hora 600 ó mas reducciones*, el fin que se proponen no tiene la importancia que suponen, si bien no es despreciable, y por ello dignas de llamar la atención de los Topógrafos las condiciones de los autoreductores numérico y numérico-gráfico que acaba de proyectar el distinguido Comandante de E. M. D. Alejandro Mas y Zaldúa y que, como verémos mas adelante, son los únicos aceptables entre los muchos hasta ahora propuestos por distinguidos Ingenieros.

ARTÍCULO TERCERO

Resumen y conclusiones

89 — Resumen de las condiciones y resultados de la medición directa.

De cuanto dejamos consignado en el artículo primero resulta:

a) — Que, sea cualquiera el utensilio con que se realice la medición directa, ha de motivar esta gran pérdida de tiempo y muchas molestias, no solo á los medidores por el sumo cuidado y grandes precauciones con que han de proceder para que aquel se coloque recta, horizontalmente y con la tensión oportuna en el plano de la alineación, de manera que coincidan en la misma vertical los extremos del utensilio en sus posiciones sucesivas y se anote la magnitud en cada caso utilizada evitando las frecuentísimas equivocaciones en que se incurre cuando no se emplea toda la de aquel y en lo posible los errores naturales consiguientes á la dificultad de cumplir tantas condiciones en los terrenos llanos cubiertos de estorbos ó cruzados de barrancos y en los ondulados limpios de ellos y la necesidad de medir las distancias dos veces por lo menos para tener comprobación andándolas entonces tres veces, lo que produce cansancio y hastío, que á su vez originan no pocos errores, sino también al director de los trabajos ó á su ayudante, que para evitarlos en lo posible y las frecuentes equivocaciones, que muchas veces ocultan los medidores, ha de tener sobre ellos una exquisita vigilancia obligándole á seguirlos muy de cerca; y como no siempre puede hacerlo en las distancias ordinarias, es consiguiente que se gaste mucho tiempo sin apurar todos los recursos ideados para alcanzar la deseada precisión.

b) — Que por ser imposible fijar los límites con que esta se consigue con la *cuerda métrica, las cintas de hilo y la cadena agrimensora* á causa de las variaciones que experimentan las dos primeras con la humedad y la tensión y la 3.ª con esta, la abertura de las anillas, la torcedura y nudos de los eslabones, con el pandeo común á todas y muy especialmente á la última y por otras muchas causas, han sido proscriptas con razón de los planos catastrales y demas de precisión, pues si bien, cuando han sido recientemente comprobadas y corregidas, pueden en los terrenos llanos y limpios de estorbos dar las distancias con bastante exactitud, pierden esta condición con ellos y en los terrenos accidentados, inutilizándose para los sucesivos, aunque sean de buenas condiciones, que son poco comunes.

La cuerda ó mejor aun las fuertes cintas bien preparadas pueden servir en la Topografía irregular mejor que las ordinarias en rodete por ser mas resistentes y que la cadena por ser menos pesadas, y las segundas de buen tejido y las de acero pueden utilizarse y se utilizan con provecho para los pequeños detalles en los planos levantados por los modernos sistemas, porque su incorrección no produce en tan pequeñas distancias sensibles errores; pero en la medición de las ordinarias deben desecharse, porque ni dan la suficiente precisión, ni comodidad, ni economía de tiempo en la casi totalidad de los casos que pueden ocurrir y para los excepcionales, en que ofrece ventajas la medición directa, las segundas se deben preferir.

c) — Que si los buenos flejes de acero bien comprobados, corregidos y conservados, permiten medir las distancias en terreno llano y limpio de estorbos con mas precisión de la de 6 centímetros por 100 metros que, como término medio, los asigna el ilustre Jordan, aunque con los inconvenientes generales indicados en el apartado (a), en los cubiertos de estorbos y en los escabrosos pierden tal condición y se hacen poco útiles por la facilidad con que se rompen cuando doblados por cualquier motivo se trata de estirarlos en su colocación y su manejo ofrece mas dificultades que las buenas cintas en rodete.

Pero como no están como estas sujetas á los errores de la tensión, ni á los muchos que caracterizan á la cadena, son los flejes con razón preferidos en los planos catastrales, cuando en ellos se utiliza la medición directa, porque esto ya solo se hace en los terrenos poco accidentados.

d) — Finalmente que con los sencillos reglones bien manejados se pueden medir las distancias con grande precisión en terreno llano y limpio; pero en los cubiertos de estorbos y en los accidentados, si bien se conseguirá mayor precisión que con los utensilios precedentes, exigirán mas tiempo y mas molestias por la pequeñez de la unidad de medida con ellos utilizada y las dificultades que en tales casos ofrece su manejo.

90 — Resumen de las condiciones generales y resultados de la medición indirecta.

Para evitar las funestísimas consecuencias de los prejuicios, preocupaciones y erróneos conceptos propalados sobre los distintos sistemas propuestos para la medición indirecta de las distancias, verdadera base y fundamento de los procedimientos de la moderna Topografía, creímos oportuno hacer en el artículo segundo un examen bastante detenido de los principales, y para proceder con órden en la exposición de tan vasta materia, recordando en el número 74 las relaciones entre la magnitud del objeto y de la imagen de él formada por una lente convergente ó por el objetivo de los anteojos y las distancias que los separan del centro óptico y del foco principal de aquella, los clasificamos en dos grupos haciendo constar que Montanari y Green fueron sus iniciadores respectivos.

Ocupándonos despues en la descripción de los sistemas comprendidos en el primer grupo, describimos en el número 75 *la livella diottrica de Montanari* demostrando que por la imposibilidad de apreciar debidamente las pequeñísimas fracciones de la imagen, de que depende la determinación de las distancias, no se la podía conceder otro carácter que el de *telémetro;* en el número 76 describimos el *sistema de la diferencia de tangentes,* incluyendo la *pértiga de Rozas* y el llamado *de las lanzas,* haciendo constar sus ventajas é inconvenientes generales, así como los notables errores que con él se cometen aplicándole con los teodolitos ordinarios, en que no es posible apreciar más de 30" en los ángulos verticales y si bien por su medio se levantaron en otro tiempo planos mas exacta y económicamente que por los procedimientos de la antigua Topografía, especialmente en los terrenos accidentados y cubiertos de estorbos, aquellos errores hacen tal sistema inadmisible en los numéricos de precisión objeto de la moderna y finalmente en el número 77 describimos con suficientes detalles el *sistema del omnímetro de Eckhold,* que, aunque fundado en el mismo principio, permite tanta apreciación en las distancias y en los ángulos verticales que no solo ofrece notorias ventajas sobre los precedentes, sino también en algunos casos sobre los del segundo grupo inclinando á hacer su combinación con los sistemas de la estadia en el mismo aparato para aprovechar en cada caso sus ventajas respectivas, si bien á tal efecto deberían hacerse algunas modificaciones en la manera de realizar la idea del inventor; de manera que de los tres sistemas del primer grupo es solo utilizable en los planos numéricos de precisión el del omnímetro de Eckhold, que fácilmente puede reunir ventajosas condiciones dignas de tenerse en cuenta.

Por la grande trascendencia que en la Topografía moderna tiene el exacto conocimiento de los sistemas comprendidos en el segundo grupo, nos ocupamos despues detalladamente de ellos dedicando el número 78 á describir la *estadia de Green,* cuyas condiciones hicimos constar demostrando que la causa de su poco éxito no estaba precisamente en la variabilidad del ángu-

lo diastimométrico, que aquel suponía constante, sino en las malas condiciones de los anteojos á que se aplicó, á que no se tenía en cuenta la constante que á todas las distancias calculadas se había de añadir y á que por desconocerse hasta 1816 la fórmula de reducción al horizonte era de aplicación muy limitada.

El ilustre Porro, que conocía las verdaderas causas que impedían el progreso de la Topografía, utilizando los descubrimientos de Negretti y Amici y su propia inventiva dió el gran paso con la invención de su *anteojo stereogónico*, con el que, como lo justificaron las experiencias oficiales realizadas en 1824 en Turín, se podían medir las distancias con grande precisión (1), no tanto porque se hacía invariable el ángulo diastimométrico, como porque se mejoraron considerablemente las condiciones del anteojo y se hizo posible la aplicación del sistema á las distancias inclinadas como á las horizontales; y porque adquiriendo con tal motivo gran fama y fué el precursor del *anteojo analático-central*, que ahora tanto se utiliza, describimos el *stereogónico* en el número 79 con los detalles necesarios, siquiera al presente haya sido completamente anulado por aquel.

No sucede lo mismo con la llamada *estadia de Reichembach (?)*, que puede competir con la de Porro en ciertos casos y por eso la describimos detalladamente en el número 80 empezando por hacer constar su diferencia esencial con la de Green, cuál debe ser la *constante* en cada una de ellas y en el anteojo stereogónico, consignando algunas consideraciones sobre si fué Porro ó Reichembach quien primero demostró el analatismo natural de los anteojos astronómicos.

Entrando despues en la descripción de esta estadia hicimos ver cómo se determina la magnitud de la imagen ó separación de los hilos del retículo y cómo se fija su posición cuando los tiene fijos ó se compone de trazos en cristal y cómo cuando son movibles á voluntad, que son los que mas convienen á este sistema de estadia, haciendo constar las ventajas é inconvenientes de las diferentes clases de micrómetros, que sirven para caracterizar los dos tipos de estadia actualmente en uso.

Dejando para despues la determinación de las fórmulas utilizables y de los errores posibles, nos ocupamos en el número 81 de la descripción detallada de la *estadia de Porro ó del anteojo analático-central* deduciendo las fórmulas, que ponen en relación las condiciones de sus diferentes partes y los datos prácticos para la conversión en analático-central de un anteojo astronómico colimador terminando con la consignación de la fórmula, que para las distancias horizontales se ha de utilizar, cuando la visual axial lo sea, con la estadia de Porro y con la de Reichembach (?), ya que las calculadas con cada una no tienen el mismo origen.

Pero, como con aquella condición se limitaría el uso de la estadia á casos poco frecuentes, cual sucedía con la de Green, en el número 82 dedugimos sencillamente las fórmulas generales para determinar tales distancias y las verticales, demostrando que sin error sensible, pero sumando al número generador la constante en la de Reichembach (?), podrían utilizarse las mismas fórmulas en los dos sistemas, de cuya imparcial comparación, que hicimos en el número 83, teniendo en cuenta la clase de micrómetros mas apropiados á cada una, resulta que no se puede resolver cual es preferible y si, tal vez, deducir que la de Reichembach (?) sería mas conveniente para los planos de poblaciones y de terrenos despejados y en los demas casos la de Porro.

Para completar tan interesante estudio de las dos estadias en competencia destinamos los números 84 y 85 á examinar los errores que en la medición de las distancias horizontales y verticales podrían cometerse con la segunda, y el número 86 á los posibles en el uso de la primera, que esencialmente resultan iguales entre sí y en totalidad para 100 metros de distancia

en los puntos de detalle

como máximum en las distancias horizontales de 0'204 ms. y en las verticales 0'072 ms.
como medio » » » 0'125 » » » 0'0557 »

(1) Veáse la página 125 del vol. II (1895) de la Revista «La Topografía moderna y el Catastro», en que se copia la descripción hecha por el mismo Porro.

en los puntos de estación

como máximum en las distancias horizontales de o'o877 m. y en las verticales o'o155 m.
como medio » » » o'o537 » » » o'o108 »

Pero como estos errores posibles se derivan de otros parciales, que por estar afectados del signo ± casi siempre se compensan, y ademas en los segundos hicimos por necesidad supuestos que no pueden considerarse generales, como ya advertimos (pág 231), si bien no se puede proceder de otro modo para fijar las tolerancias y para dar al Topógrafo idea de los peligros á que se expone operando con negligencia y malos aparatos, es indudable que en la práctica no se encontrarán tales errores, como así en efecto sucede.

Finalmente, para terminar tan interesante cuanto enojosa labor describimos en el número 87 el sistema de medición indirecta de las distancias horizontales y verticales por la *diferencia de pendientes* mediante los clisímetros, que resulta mucho mas molesto y erróneo que los de la estadia, por lo que no es utilizable en los planos de precisión y en el número 88 describimos y analizamos el llamado *auto-reductor Sanguet*, que fundado en el mismo principio dá mejores resultados, evitando muchas molestias y pérdidas de tiempo; pero como resulta mas enojoso su manejo y expuesto á errores mucho mayores que los consiguientes al uso de los buenos taquímetros con estadia, tal sistema es inferior al de esta no obstante las exageradas alabanzas de su Autor.

91 — Conclusiones.

Las que inmediatamente se deducen de cuanto dejamos consignado, son las siguientes:

1.ª Bajo el punto de vista económico no es en ningún caso comparable la medición directa á la indirecta de las distancias en los planos topográficos de precisión, no solo porque el tiempo invertido en la medición de cada una es muchísimo mayor, sino porque la 1.ª exige hacer con separación los trabajos planimétricos de los altimétricos aumentando considerablemente los gastos y complicando los trabajos.

2.ª Bajo el concepto de la precisión con que cada distancia se mide, la cuerda métrica, las cintas de hilo y la cadena en ningún caso ofrecen tanta y tan segura como la que se puede conseguir por medio de la estadia en los buenos taquímetros y si, en los terrenos llanos y limpios de estorbos operando con mucho cuidado y precauciones, el fleje de acero y los reglones pueden dar tanta ó mayor precisión que la estadia, sucede lo contrario en los terrenos, aunque llanos, cubiertos de matas ó de rocas ó cruzados por barrancos y muy especialmente en los ondulados y escabrosos.

3.ª Bajo el concepto de la sencillez y facilidad en la comprobación de las distancias y su combinación con los ángulos horizontales y verticales son tan grandes las ventajas que la medición indirecta ofrece sobre la directa que bien puede decirse que mientras los planos numéricos de precisión son corolario de la primera, resultan complicadísimos y no muy aceptables con la segunda.

4.ª No obstante las conclusiones precedentes puede y debe utilizarse la medición directa con buenas cintas de hilo ó de acero en la determinación de pequeños detalles de los planos modernos y en ciertos casos especiales, como lugares cerrados, edificios, etc., en que no sería fácil ni económico emplear buenos taquímetros.

5.ª Finalmente, de todos los medios inventados para la medición indirecta de las distancias el del omnímetro de Eckhold y las estadias de Porro y de Reichembach (?), fácilmente combinables, son los preferibles por su sencillez y seguridad; pero debe tenerse en cuenta que la precisión que con ellos se consigue depende de las condiciones de construcción de los respectivos aparatos, de las miras con que se combinen y del cuidado con que se utilizen, porque si se hace sin las precauciones debidas pueden obtenerse resultados muy poco aceptables.

TERCERA PARTE

DESCRIPCIÓN DE LOS PRINCIPALES INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS

92 — Objeto y división.

Para medir con comodidad, rapidez y la conveniente exactitud los ángulos y las alturas ó indirectamente estas y las distancias horizontales al objeto de determinar por su combinación la situación relativa de los puntos característicos del terreno y fijarlos en el papel para conseguir su plano topográfico, son necesarios aparatos apropiados, que difieren segun el procedimiento que se utilice y el objeto final que el Topógrafo se proponga y como le conviene á este tener noción bastante de los que se usaban y mas ó menos modificados se usan con los antiguos procedimientos y los especiales de los métodos modernos y casi de todos ellos forman parte esencial ciertos organismos, cuyo conocimiento previo puede facilitar la descripción de aquellos, parécenos oportuno, aplazando para cuando nos ocupemos de los trabajos de gabinete tratar especialmente de los á ellos relativos, hacerlo ahora de los primeros dividiendo esta parte de nuestro libro en tres capítulos y ocupándonos:

En el I, de los órganos comunes á muchos instrumentos.

En el II, de los aparatos utilizados con los antiguos procedimientos de la Topografía; y

En el III, de los propios de los métodos modernos.

Sería vano nuestro propósito si pretendiéramos dar á conocer todas las formas empleadas en las partes y en el conjunto de los aparatos utilizados, porque es grandísimo su número; solo lo harémos de algunas de cada clase, comparándolas entre sí para indicar sus características condiciones al objeto de dar ideas concretas que sirvan al lector para juzgar por sí mismo de los otros modelos, que en catálogos y especiales descripciones se le presenten, á fin de evitarle los desengaños y perjuicios consiguientes á admitir sin discusión las ventajas, que preconizan los interesados en la venta de sus especiales aparatos; al mismo objeto, en cuanto nos sea posible, señalarémos los precios de compra, para que en igualdad de condiciones técnicas, se puedan adquirir los mas económicos.

Fig 114

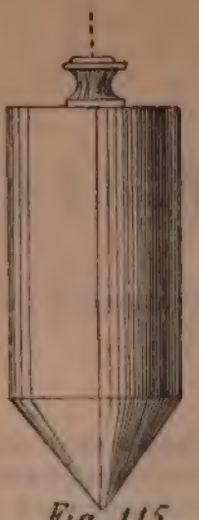


Fig 115

Fig. 116

Fig. 117

Fig 118

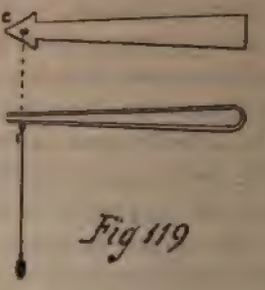


Fig 119

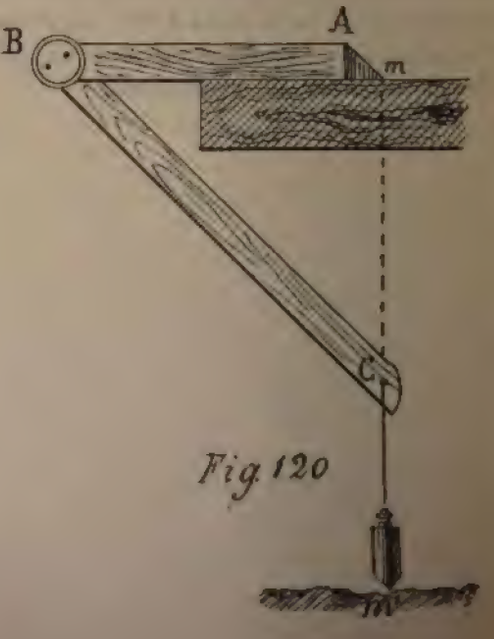


Fig 120

CAPÍTULO PRIMERO

ÓRGANOS COMUNES Á MUCHOS INSTRUMENTOS

3 — Perpendiculo ó plomada, (formas y aplicaciones principales.)

Ya digimos (número 12) lo que se entiende por vertical de un punto y también que se ma-rializa por el hilo de la plomada, porque este determina la dirección que toma el peso atraído or la fuerza de la gravedad.

Como los argumentos y datos necesarios á todos los planos se han de medir en planos ver-cales y horizontales ó referirse á ellos en su combinación numérica ó gráfica, según ya indica-os en el número 55, resultan de uso frecuentísimo los aparatos ú órganos de ellos destinados su determinación ó sean el *perpendículo* y el nivel; el primero especialmente destinado á ma-rializar la vertical y el segundo la horizontal ó aquella indirectamente.

De muy diferentes formas se hace el *peso de los perpendículos* y como es necesario que su extremo inferior determine exactamente un punto que se halle en la misma vertical que el su-erior de suspensión, casi siempre está aquel terminado por un cono muy agudo, recto y de se circular, á la que se adapta un casquete esférico ó un cilindro, como aparece en las figu-s 114, 115, 116 y 117.

El hilo ha de ser fuerte y muy flexible y estar sujeto al peso en un punto de su eje al objeto que señale bien la dirección de la vertical necesaria: algunos constructores de miras utilizan un erte alambre en vez de hilo; pero esta sustitución es inconveniente y no la justifica el temor su ruptura; el cordón de buena seda es preferible y no se rompe cuando en la mira ó trípo-, en que se utiliza, se pone una bolsita de badana ó lona, en la que se guarda el peso en la aslación de aquellos, evitándose ademas la molestia de poner y quitar el perpendículo en cada tación y que se pierda en estas maniobras.

En la figura 114 se representa una forma sencillísima, muy común y barata (1'50 pesetas), la que el hilo de suspensión se introduce y sujeta con un nudo en la pieza superior, que adada en su centro se enrosca en el peso.

La figura 115 representa otra forma también sencillísima, que tiene sobre la anterior y siguiente la ventaja de su mayor peso á igualdad de diámetro y guardándose mas fácilmente la bolsa acusa mejor la verticalidad en los muros y miras: su precio es de 2 pesetas.

En la figura 116 aparece la llamada americana, de construcción algo mas complicada, de uenas condiciones y precio de 8 á 9 francos.

En los planos de las galerías subterráneas conviene con frecuencia utilizar los perpendícu-s como puntos de mira y á tal efecto se pueden destinar los de lamparilla representados en la g. 117, que cuestan 17 francos.

Si las tres primeras formas se aplicaran á una mira, banderola ó muro para comprobar su erticalidad habría que separar el punto de suspensión la mitad del mayor diámetro del peso ara que este quedara libre y el hilo paralelo á la línea que se deseara comprobar y para con-eguirlo con mas seguridad y sencillez se hace pasar el hilo por el eje de un prisma recto y de se cuadrada, cuyo lado es igual á tal diámetro, con lo cual aplicando á la mira ó muro na de las caras laterales se consigue el objeto; en este caso es cuando mas comunmente toma

el perpendículo el nombre de *plomada*, aunque es muy frecuente darse al simple perpendículo antes descrito.

En las miras no es indispensable el uso de la plomada, pues basta atar el hilo a un anillo de anilla de tal modo dispuesta que el punto de suspensión diste de la cara de la mira el semi-diámetro mayor del peso.

Como según las condiciones del terreno hay que levantar mas ó menos la plancheta del trípode, para que la punta del peso del perpendículo señale exactamente el punto del terreno, no puede tener el hilo siempre la misma longitud y esto obliga á cogerle con la mano á la distancia conveniente y colocarle momentáneamente en el punto de suspensión para comprobar la centración del aparato, lo cual es molesto y no tan exacto como en algunos casos conviene.

Para evitar estos inconvenientes se utilizan los perpendículos de contrapeso, que se indican en la *fig. 118* y que podrán costar, haciéndolos sencillos, 3'50 pesetas.

Muchas veces conviene relacionar verticalmente un punto del suelo con otro que se halla sobre un obstáculo; si este es la tabla de la plancheta, como ocurre en todos los puntos de esta-

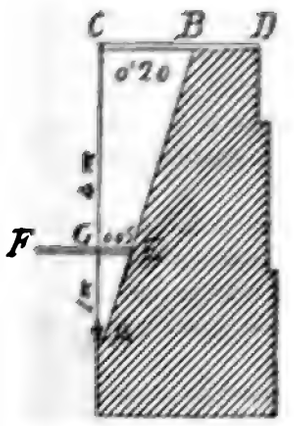


Fig. 121

Fig. 122

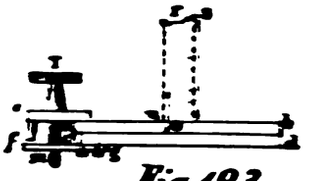


Fig 123

ción cuando se utiliza este aparato, para conseguir que aquel se halle en la misma vertical que el correspondiente señalado en el plano que con ella se va dibujando, se usa el *compás de espesor*, que aparece en la figura 119 y al mismo efecto, especialmente cuando el obstáculo es de mayor espesor que la tabla de la plancheta, se puede utilizar la *falsa escuadra*, que se representa en la fig. 120.

«Este instrumento, dice Salmoiraghi («Istrumenti e metodi moderni», página 322), consiste en una escuadra de brazos desiguales movibles en charnela en B, como las ramas de un compás.»

«Uno de ellos, el B C, está formado por dos reglas acopladas de manera que dejan entre sí un espacio en el que se introduce el otro brazo cuando no se usa el instrumento.»

«El brazo B A termina en punta y el B C presenta en C un agujerito, en que se sujeta el perpendículo.»

«Los dos brazos de la escuadra no se pueden abrir mas que en cuanto es necesario para que la recta que se puede suponer une la punta A con el agujero C sea perpendicular á la arista interna del brazo B A.»

La figura 120 representa el aparato en el acto de funcionar suponiendo que la cara de la tabla sobre que está colocado sea horizontal y se comprende fácilmente que el punto *m'* determinado por el vértice del perpendículo se encontrará en la misma vertical que el punto *m* de sobre la tabla.

Cuando con el perpendículo se quiere medir la inclinación del paramento, A B, de un

muro (figura 121), si su altura es tal que aquel pueda llegar desde el punto superior al de arranque, A, del taluz, y la cara superior, B D, sea horizontal, bastará fijar el extremo del hilo al de una regla graduada y adosando esta á la cara B D, normalmente á la arista en B, se irá sacando la regla hasta que el vértice del perpendículo coincida con A, en cuyo caso $\frac{C\,B}{C\,A}$ dará la relación del taluz.

Cuando por ser el muro demasiado alto ó por no terminar en plano horizontal no puede procederse de esta manera; á la altura, A G, de 1 metro, v. g., se coloca la regla horizontalmente, como indica la figura, y la magnitud G E dará la inclinación por metro del talud; en los grandes muros de sostenimiento y en las fortificaciones es esta aplicación del perpendículo de uso frecuentisimo, aunque se le puede sustituir por otros medios.

94 — Tornillos.

Constituyen uno de los medios mecánicos mas indispensables al constructor de aparatos topográficos.

Unos tienen por objeto mantener sólidamente unidas dos piezas de construcción independiente y se llaman *tornillos de unión.*

Están constituídos, como es sabido, por un cilindro recto de base circular, en cuya superficie se ha labrado un filete en espiral de sección trasversal triangular, trapecial ó rectangular que es la *rosca*, terminado en un extremo por un ensanche de formas variadas, que se llama su *cabeza* y en la que está abierta una ranura para aplicar el *destornillador* al objeto de hacerle girar dentro de la *hembra* ó *tuerca*, que es otro cilindro hueco con rosca hueca también de iguales formas y dimensiones que las del tornillo y abierta en las dos piezas que se quieren reunir, lo cual se consigue haciendo girar el tornillo; pues penetrando en la hembra á causa de las condiciones de la rosca en espiral con este movimiento llega el tornillo á apretar con su cabeza una de las piezas y las dos entre sí.

Cuando el tornillo deba hallarse en sitio donde no sea fácil manejar el destornillador, se hace su cabeza en forma de cilindro de 3 á 5 milímetros de altura abriendo en la superficie lateral cuatro agujeros y el giro se produce introduciendo sucesivamente en estos la *aguja*, que es un huso alargado de acero que sirve de palanca para la maniobra: otras veces la cabeza del tornillo termina en un prisma cuadrangular, en que se enchufa el hueco de la *llave de cuadradillo*, por cuyo medio se enrosca ó desenrosca el tornillo quitándola cuando se ha hecho la corrección deseada; pues esta forma y la precedente se aplican ordinariamente á los tornillos destinados á graduar la posición relativa de dos piezas del aparato ó sea á su corrección.

Paso de rosca, se llama á la distancia que adelanta en una vuelta completa del tornillo.

En los de esta clase no tiene grande importancia para el Topógrafo la calidad del metal empleado, ni que el paso de rosca sea mas ó menos grande, con tal que sean buenas las condiciones de construcción, de manera que la unión de las piezas sea sólida y permanente y que las cabezas de los tornillos no perjudiquen los movimientos de las otras piezas del aparato.

Otras veces el tornillo tiene por objeto detener voluntariamente un movimiento de dos piezas en momentos dados, es decir conseguir una unión accidental de dos piezas independientes, llamándose *tornillos de presión;* en este caso la cabeza es un cilindro de poca altura y gran diámetro que permite hacerle girar fácilmente con los dedos.

La aplicación de estos tornillos es variadísima y consiguientemente su forma: en la fig. 122 se representa el tornillo, T, que sujeta el mango hueco de un sencillo aparato á la espiga de un trípode apretando á esta con el tornillo enroscado en aquel y consiguientemente el mango y la espiga entre sí.

Como cuando el extremo del tornillo se apoya directamente sobre la espiga suele estro-

Fig 124

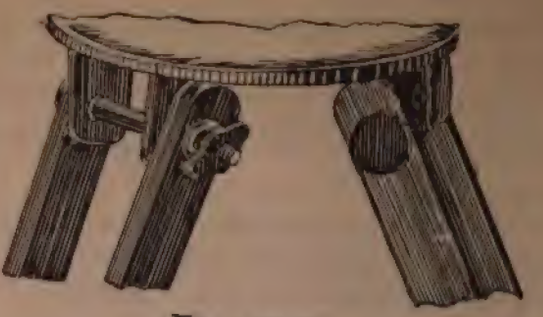


Fig. 125

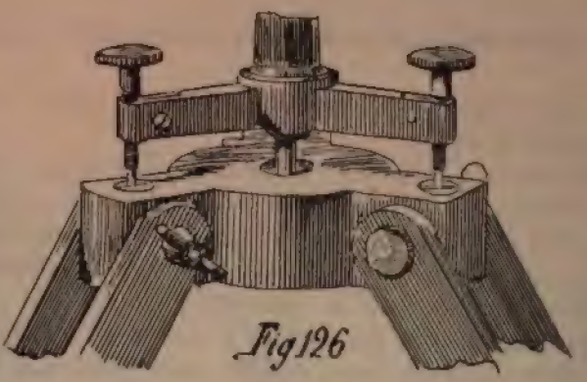


Fig 126

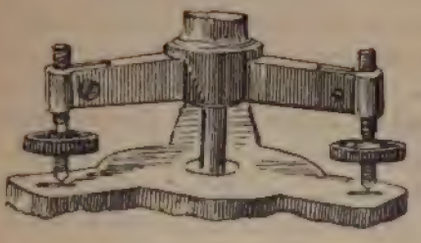


Fig 127

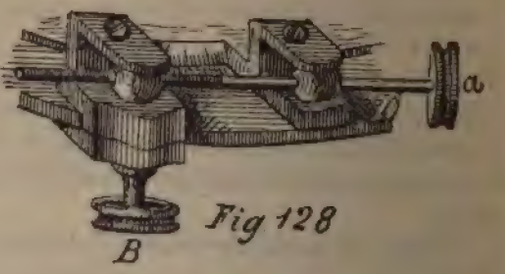


Fig 128

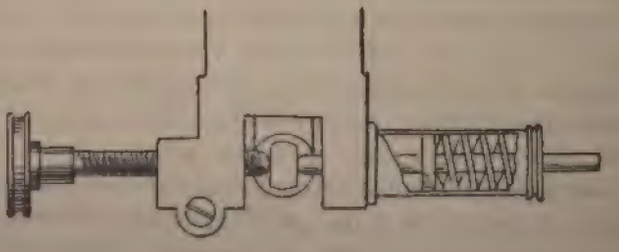


Fig. 129

pearla y además sujeta poco el mango por ser pequeña la superficie de contacto, para evitar estos inconvenientes se coloca dentro del mango una planchita cónica de metal que está á él unida sólo por un extremo y apretándola el tornillo por el otro se aplica á la espiga en una superficie mayor, consiguiéndose ambos objetos, aun en el supuesto de que la espiga sea de metal.

En la figura 123 se supone que los rectángulos *a b* y *c d* sean la sección de dos platillos dispuestos de manera que el *a b* gire alrededor de un eje central fijo al *c d;* es claro que si las dos piezas *e* y *f g* están unidas por el tornillo T, la primera apoyándose simplemente sobre *a b* y la segunda fija al *c d*, aflojando el tornillo, el *a b* podrá girar libremente; pero si aquel se enrosca se detendrá su movimiento con la pieza *e*, pues quedarán los dos fuertemente unidos: el tornillo y las dos piezas *e* y *f g* constituyen una *mordaza*.

En los tornillos de presión y en los demás de que nos hemos de ocupar, como quiera que con mucha frecuencia se han de enroscar y desenroscar *ya es preciso tener en cuenta las condiciones del metal y las de la rosca*.

El primero ha de ser bastante duro para que no se desgaste en poco tiempo inutilizando la rosca; pero no quebradizo, que produciría fácilmente su ruptura.

La rosca no debe ser demasiado fina, esto es, de muy pequeño paso, para evitar la molestia y pérdida de tiempo en las revoluciones del tornillo para conseguir el efecto deseado de dejar fuertemente unidas ó en libertad las dos piezas á que se aplica; un paso de rosca de uno á dos milímetros permite obrar con celeridad y seguridad: finalmente la rosca no debe llenar completamente el hueco de la hembra, basta que lo haga en dos terceras partes para que funcione bien sin perjuicios notorios en el desgaste, que en ella se produce siempre mas ó menos con el uso; así, cuando la de la hembra ó tuerca tenga la sección trasversal triangular la del macho debe ser trapecial de menor altura.

Otras veces los tornillos no sólo sirven para unir temporalmente dos piezas independientes, sino también de eje de giro de una sobre otra y para detenerle cuando convenga y entonces toman el nombre de *pernos con tuerca* los de los que tanto uso se hace en las piernas de las de los trípodes, cuyas condiciones se indican en las figuras 124 y 125.

En este caso la tuerca es móvil, á cuyo efecto va provista de orejetas y con ella por un lado y la cabeza del perno por el otro se aprietan las dos ramas de la pierna del trípode á la parte de su meseta ó plataforma á que ha de servir de apoyo y cuando está desenroscada, aquellas pueden girar alrededor del perno para separarse de las otras segun lo exijan las condiciones del terreno, la horizontalidad de la plataforma del trípode y la altura á que convenga colocarla.

Otras veces el tornillo tiene por objeto separar convenientemente y mantener fija la separación de dos órganos de un instrumento, v. g., la meseta de un trípode y la plataforma del juego y entonces se llama *tornillo nivelante ó del juego* y en este caso se apoya en la meseta y levanta ó baja la plataforma mediante el movimiento que se la dá haciendo girar el tornillo por su cabeza, que unas veces está en el extremo superior, fig. 126, y otras en su medio ó tercio inferior, fig. 127.

Para que el movimiento del tornillo sea suave sin que por esto pueda inclinarse en uno ú otro sentido, esto es, que no tenga demasiado juego, la rama de la plataforma, en donde está la hembra, se halla abierta y mediante un tornillo de unión se acercan ó separan las dos partes, de manera que se consiga el objeto deseado.

Ordinariamente estos tornillos de unión son de los comunes y se arreglan con el destornillador solo cuando se observa que los del juego encuentran resistencia en su giro ó están tan sueltos que se mueven en todos sentidos haciendo cabecear y desnivelar el aparato; pero algunos constructores utilizan los tornillos con cabeza, aunque pequeña, y con ellos se regulan en cada momento las condiciones de la tuerca para que los del juego funcionen bien y cuando se ha nivelado el aparato se aprietan aquellos para impedir todo movimiento á los del juego durante las observaciones subsiguientes en la misma estación, lo que constituye una reforma recomendable en cierto modo.

Finalmente los tornillos tienen otra aplicación importantisima, que es regular los movimientos de las partes giratorias del aparato, de manera que sin perder tiempo puedan colocarse con exactitud en el lugar que les corresponda.

Si, por ejemplo, se desea hacer coincidir una graduación del limbo con otra del nónius ó la visual con un objeto determinado, es evidente que se necesita poder imprimir un movimiento rápido á la parte giratoria para aproximarla á la posición deseada y á tal efecto aquella parte ha de estar libre, y otro muy suave que permita hacer la coincidencia exactamente; si esto último se pretendiera moviéndola con la mano no se conseguiría fácilmente perdiéndose mucho tiempo y no poca paciencia; todo se consigue mediante el *tornillo de coincidencia*, que, como se vé en la figura 128, se compone esencialmente de un tornillo de presión con su mordaza B que detiene el movimiento rápido y otro micrométrico *a* que permite mover muy paulatinamente la parte giratoria hasta conseguir la coincidencia deseada.

Antes sólo se utilizaban los tornillos de coincidencia con esfera, que dejamos indicados, figura 128; pero ahora se han sustituído casi en absoluto por los de resorte, que se indican en la figura 129.

Aquellos, cuando eran de buena construcción, como los utilizados en los buenos teodolitos ingleses, daban excelentes resultados; pero sucedía lo contrario con los de construcción francesa con larguísimos y delgados tornillos con rosca.

En los de resorte, figura 129, casi exclusivamente utilizados al presente, hemos observado un defecto que conviene mucho tener en cuenta; es á saber: cuando la espiral que constituye el resorte está muy extendida el movimiento hácia la tuerca no corresponde á las vueltas del tornillo y hay que dar muchas para conseguir el necesario á la coincidencia inmediata; pero al cabo de un rato produce su efecto y la parte giratoria del aparato se mueve mas de lo preciso perdiendo la coincidencia que se creía conseguida; así es que el operador, que había creído conseguir su objeto con aquello, tiene que rectificar los ángulos leídos y la orientación del aparato y esto es muy grave sino se cuida de evitarlo, haciendo que el tope esté siempre centrado para que su movimiento corresponda exactamente al giro del tornillo, de dar tiempo al resorte para que aquel produzca todo su efecto y de comprobar la orientación en cada estación antes de que se quite la mira de la anterior.

El defecto señalado le hemos observado en muy buenos aparatos modernos, mientras que en los antiguos teodolitos de buena construcción, que tenían los tornillos de coincidencia con esfera, nunca le notamos, aunque sí y otros muchos en los aparatos comunes de construcción francesa. (1)

---

(1) Muchos distinguidos y escrupulosos Topógrafos nos han manifestado que habían observado también el defecto precitado en los tornillos de resorte; por lo que, como nosotros, desearían que se utilizaran mas los de esfera de buena construcción.

Sería muchas veces preferible sustituir estas dos clases de mecanismos por otro, en que girando el tornillo micrométrico sin movimiento en el sentido de su eje sobre un cilindro hueco giratorio sobre su base sujeta á la parte del aparato, se enroscara en una tuerca también giratoria unida á la parte móvil de aquel mediante un tornillo de presión; pues desenroscando este quedaría en libertad y se le daría el movimiento rápido; enroscándole quedaría sin otro movimiento que el lento consiguiente al giro del tornillo micrométrico y este giro y el movimiento de la parte voluntariamente detenida se corresponderían siempre con seguridad, porque el segundo solo se produciría por el engranaje de las roscas del tornillo y su tuerca sin violencia á causa del movimiento giratorio de las piezas en que se encuentran, como se comprende á la vista de la figura 130, en que aparece el mecanismo utilizado por Troughton en algunos de sus taquímetros para los movimientos generales necesarios á la orientación del limbo azimutal.

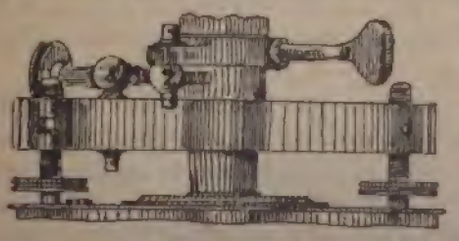


Fig. 130

95 — Nivel de perpendículo y sus aplicaciones.

Ni los albañiles, cuyo nombre lleva también, hacen ya gran uso de este nivel, que sustituyen con el cilíndrico de burbuja; pero conviene conocerle, porque su sencilla comprobación da ideas que facilitan la de los demás y alguna vez habrá necesidad de utilizarle.

Como aparece en la figura 131, se compone de dos listones A B y B C iguales y ensamblados perpendicularmente, al objeto de utilizarle como escuadra cuando convenga, unidos por un travesaño D E paralelo á la línea A C; de manera que con esta, que es la de aplicación á la

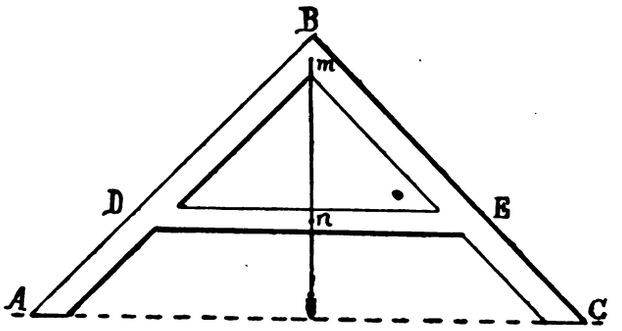


Fig. 131

línea ó cara, cuya horizontalidad se desea comprobar ó conseguir, forman aquellos un triángulo rectángulo isósceles y en el punto B, ú otro *m* de la bisectriz del ángulo recto, se suspende un perpendículo *m n*, que acusa siempre la vertical.

Es claro que cuando esta, materializada por el hilo del perpendículo, pase por el punto *n*, medio del travesaño D E, le será perpendicular y por consiguiente este y la línea A C, que le es paralela, horizontales consiguientemente á las conocidas propiedades de los triángulos isósceles, pues lo es también el D B E.

En lugar del punto *n* se hace en el travesaño una ranura perpendicular á él, con la que coincide el hilo del perpendículo, la cual se llama *línea de fé*.

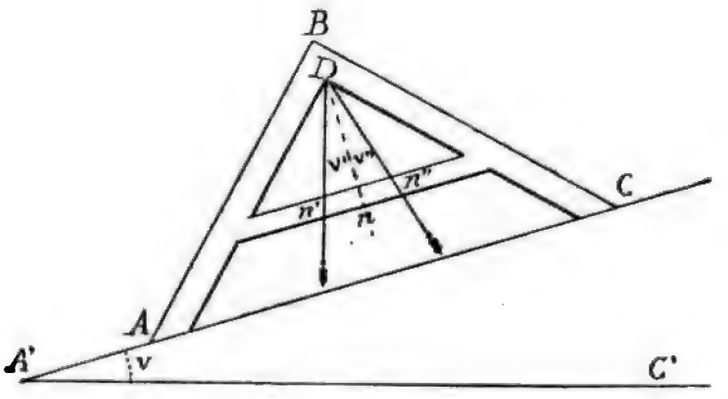


Fig. 132

Para comprobar si esta se encuentra en el lugar que la corresponde y al mismo tiempo si la línea sobre que se aplica el aparato es horizontal, se procede de la siguiente sencillísima manera.

Supongamos, figura 132, que la línea A C no sea horizontal y forme con esta, A' C', un ángulo v.

Colocando el aparato en A C el perpendículo señalará el punto *n'* fuera de la ranura, *n*; invirtiendo su posición de manera que el punto A ocupe el lugar del C y este el de aquel,

sobre el travesaño el perpendículo acusará otro punto *n"*; si estos están equidistantes del *n*, es indudable que la línea de fé está en su lugar y las distintas posiciones del perpendículo serán debidas á la no horizontalidad de la línea de aplicación, A C, pudiéndose determinar fácilmente el ángulo que forma con la horizontal conociéndose las magnitudes D n, constante, y las *n n'* y *n n"*, variables; pues que siendo $v = v' = v''$, se tiene tang. $v = \frac{n\,n'}{D\,n}$

En este caso para poner horizontal la A C bastará hacerla girar sobre A bajando ó sobre C subiendo el extremo opuesto hasta que el perpendículo coincida con la línea de fé.

Si *n n'* y *n n"* no fueran iguales, esto nos diría que la línea de fé no estaba en su lugar y se corregiría señalándola en el punto medio de n' n", pero esto debe hacerse repitiendo varias veces la operación para comprobar la nueva línea de fé y con ella se pondrá horizontal la A C como en el caso anterior.

Aunque los listones A B y B C no fueran iguales, se podría utilizar el nivel cuidando de determinar previamente la línea de fé que le corresponde y muy especialmente de aplicar los extremos de sus brazos en los mismos puntos al hacer la inversión y de colocar el aparato normalmente al objeto ó superficie á que se aplica, porque de hacer esto mal dependen muchas veces las diferencias que se observan, por lo que es necesario que las caras A y C de los listones sean bien lisas y perpendiculares á las caras de frente, A B y B C, para que se pueda hacer exactamente su aplicación á la regla que generalmente se pone sobre la superficie que se quiera nivelar, á cuyo efecto se coloca en dos posiciones perpendiculares, cuando previamente con él se ha comprobado que la tal superficie es plana.

96 — Nivel cilíndrico de burbuja. (1)

En la figura 133 se representa uno de los mas usados y de buenas condiciones en lo relativo á los movimientos de corrección.

Compónese de dos partes esenciales.

Es la primera un *tubo de cristal*, C D, cerrado por sus extremos y casi lleno de alcohol, éter ó bencina, cuya parte vacía forma la burbuja, N.

Es la segunda la *armadura, compuesta:* de un cilindro de metal, A B, que defiende al tubo

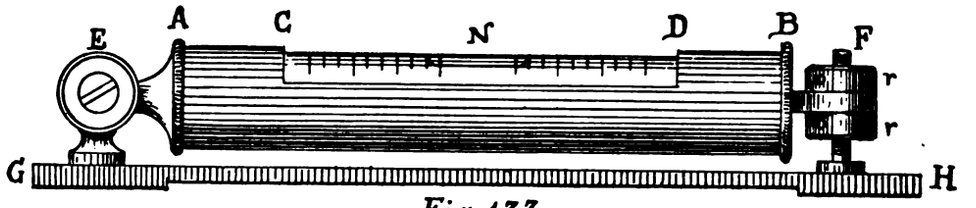


Fig. 133

de cristal dejando con su abertura, C D, observar los movimientos de la burbuja; del juego de corrección formado por el eje E y el tornillo F, que con sus roldanas, *r*, permite dar al tubo C D la inclinación conveniente y finalmente de la regla, G H, que sirve de base á los sostenes del eje y tornillo precedentes y para aplicar el nivel á la superficie, cuya horizontalidad se quiera comprobar ó conseguir.

Muchas veces se sustituye esta regla por la superficie inferior de los sostenes referidos, á cuyo efecto han de hallarse en un mismo plano ó superficie cilíndrica, segun que se hayan de aplicar á una ú otra de estas superficies.

(1) Por designarse con la misma palabra de *nivel* la parte de los aparatos de que nos vamos á ocupar y los aparatos especiales destinados á determinar las alturas por visuales horizontales, resultará algunas veces confusión en la descripción ó aplicación de aquel; pero no es difícil desvanecerla fijando un poco la atención: creemos sin embargo oportuno advertirlo como aviso á los poco doctos en estas materias.

Tubo del nivel. — Si la burbuja ó parte del tubo que no ocupa el líquido utilizado estuviera llena de aire, este ofrecería bastante resistencia á sus movimientos y para evitar tal inconveniente se calienta el líquido contenido al cerrar el segundo extremo de aquel, con lo cual se consigue que quede vacía ú ocupada por vapores poco densos del mismo líquido al adquirir este la temperatura del aire ambiente; de manera que es impropio llamar á estos, *niveles de burbuja de aire.*

El *líquido utilizado* es uno de los expresados y *no el agua,* como muchos creen, porque esta no solo se adhiere al vidrio mas que aquella, sino que tiene el gravísimo inconveniente de congelarse á 0°, temperatura muy frecuente, imposibilitando el uso del nivel y rompiendo el tubo.

La *cavidad de este no puede ser cilíndrica,* porque en tal caso, al colocarle horizontal, la parte vacía, en virtud de las leyes de equilibrio de la superficie de los líquidos abandonados á la acción de la gravedad, se extendería por la parte superior del tubo en casi toda su longitud

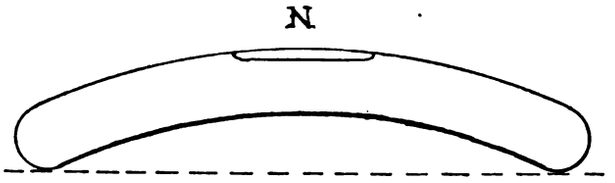


Fig. 134

formando varias burbujas accidentales y no una determinada y por consiguiente no serviría para apreciar las pequeñas inclinaciones, pues en ellas correría rapidísimamente á ocupar uno de los extremos del tubo desapareciendo de la vista del observador.

En los niveles ordinarios de poco precio se evita fácilmente aquel inconveniente encorbando el tubo en forma de arco de círculo de mayor ó menor radio, mas ó menos regular, siendo evidente que en este caso la burbuja, N (Fig. 134) ya se formará de una manera precisa y ocupará la parte superior del tubo y también que la tangente al arco de aquel en el punto medio de la burbuja será paralela á la superficie inferior de esta y consiguientemente perpendicular á la vertical.

Como para encorbar el tubo hay que calentarle fuertemente y con esto al par que una de sus paredes se dilata la opuesta se contrae, no es fácil conseguir una cavidad bien regular, que produzca una burbuja de la misma longitud en todas las inclinaciones y cuyo eje ocupe el mismo arco, condiciones necesarias para el buen funcionamiento del nivel y por esto hay que apelará la delicadísima labor del *mandrinamiento* cuando se desea conseguir un nivel de bastante y regular sensibilidad.

Por este procedimiento en repetidas pruebas se consigue que la sección longitudinal del tubo sea una verdadera corona circular de radio conveniente y que las trasversales en la dirección normal sean, un círculo igual en todas segun el ilustre Porro, ó la figura llamada *toro* en Arquitectura según Salmoiraghi.

Dice el 1.° (1): «*el fenómeno que determina la posición de la burbuja no es otra cosa que el movimiento del líquido en virtud de una presión igual en altura á la flecha del arco ocupado por la longitud de la burbuja* (2). — *La resistencia que se opone á este libre movimiento consiste en la vis-*

(1) «Tacheometrie» de 1858, pág. 236.

(2) Esta altura motriz está consiguientemente expresada por la fórmula

$$p = \frac{b^2}{2h}$$

en la que b es la semi-longitud de la burbuja.

Para un nivel que tuviera 625 metros de radio de curvatura y una burbuja de un decímetro, sería p=0'002 milímetros.

cosidad del líquido y en su adherencia á las paredes del vidrio; esta resistencia puede considerarse constante en un momento dado para todas las posiciones de la burbuja y si se supone que, en igualdad de las demas condiciones, solo varíe la curvatura del nivel, se hallará evidentemente un límite

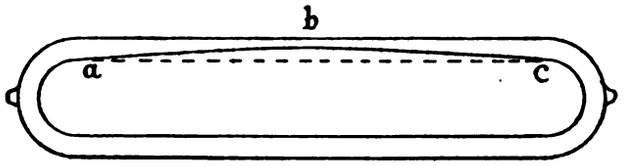


Fig. 135

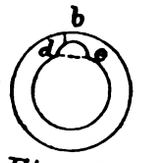


Fig. 136

en que la fuerza motriz será igual ó menor que la resistencia que ha de vencer y el movimiento no tendrá lugar.»

De aquí resulta que la sección trasversal de la cavidad del tubo en forma de *toro*, siendo constante en la longitud de aquel, debe ser preferida, porque la indicada flecha será mayor á igualdad del vacío de la burbuja y consiguientemente mayor la fuerza motriz permitiendo hacer de mayor radio la curvatura del nivel, como fácilmente se comprende á la vista de las figuras 135 y 136, en que representamos la sección longitudinal de las dos clases y la trasversal de la 2.ª

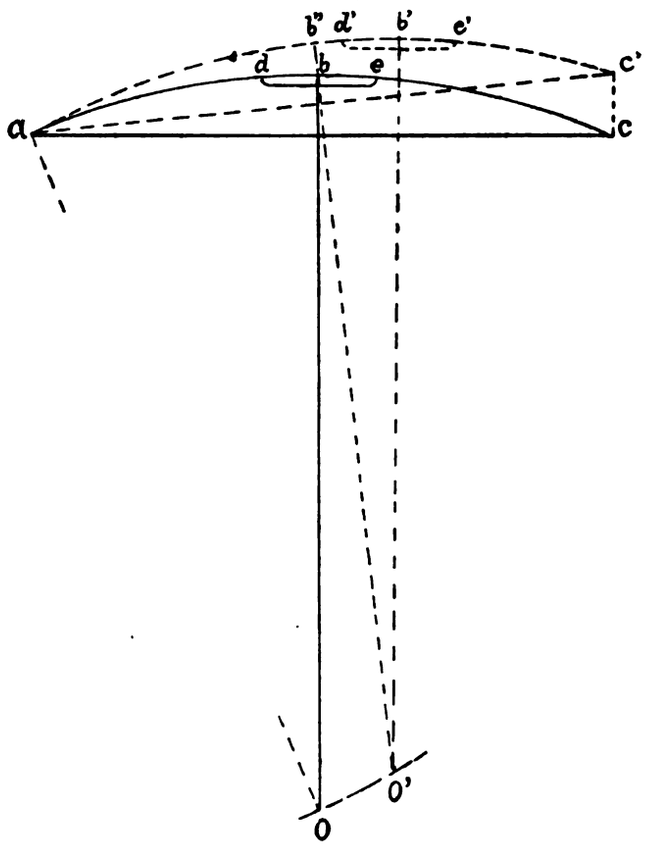


Fig. 137

También se deduce del mismo principio: que la burbuja no debe estar llena de aire, porque presentaría mayor resistencia al movimiento; que el líquido ha de ser de las condiciones antes dichas y finalmente que la longitud de la burbuja ha de ser proporcionada al radio de curvatura del nivel para que su movimiento sea convenientemente moderado; y como aquella varía con la temperatura del aire exterior, de aquí la *ventaja de los niveles con depósito de reserva*, de que despues nos ocuparémos.

Como la superficie inferior de la burbuja es la de equilibrio del líquido contenido en el tubo abandonado á la fuerza de la gravedad, será horizontal en todas sus posiciones y su vértice, b, ocupará el punto mas elevado del arco de la cavidad del tubo, sea cualquiera la inclinación que se dé al nivel.

Ahora bien, cuando el *eje de este*, *ac* figura 137, y su paralela la superficie inferior de la regla (G H de la figura 133) sean horizontales, resultarán perpendiculares á la vertical, que pasa por el vértice, *b*, de la burbuja y como esta cambía de lugar cuando se inclina el eje del nivel recorriendo una parte del arco de curvatura de este, que mide el ángulo formado por la normal á la burbuja en su vértice en las dos posiciones, puede por su medio medirse el ángulo que la base del nivel ó la de su regla forma con la horizontal y esto con tanta mayor precisión cuanto mayor fuese el radio de curvatura del nivel, pues que para la misma inclinación resultará recorrido un arco mayor, que se podrá medir con más exactitud.

Esto se comprende mas fácilmente en vista de la figura 137, pues es indudable que cuando el eje, *a c*, del nivel sea horizontal el vértice de la burbuja se hallará en *b*, punto medio del arco *a b c*, confundiéndose la normal, b o, con la vertical de *b y* cuando el eje tome la posición de *a c'* el centro de curvatura pasará á o' y el vértice de la burbuja á b' recorriendo el arco *b" b'*, medida del ángulo b" o' b' que la normal en b", medio del arco *a b" c'* (1), forma con la vertical de *b'* y este ángulo es igùal al *c a c'* de las dos posiciones de la base del nivel por tener sus lados respectivamente perpendiculares; luego si á partir del vértice *b* se divide el arco del tubo en partes iguales, cada una de las cuales corresponda á un cierto número de segundos el recorrido de la burbuja de una posición á otra nos dirá el ángulo que forman su base en las dos posiciones ó la inclinación de una cualquiera con la horizontal y esto nos permite medir con mucha facilidad y precisión los pequeños ángulos verticales.

Como en la figura 133 se indica la división del tubo no se hace á partir del punto medio sino de dos de él equidistantes y cuya separación suele ser la longitud normal de la burbuja y es claro que es igual contar del centro ó de los extremos de ella para medir la parte de tubo recorrida, con tal que su longitud sea la misma en todo él.

Por las dificultades que ofrecería señalar las graduaciones del tubo del nivel con arreglo á los submúltiplos del grado de inclinación, los constructores se limitan á dividirle en milímetros ó dobles milímetros dejando al Topógrafo el cuidado de determinar la inclinación correspondiente á cada uno ó sea lo que se llama la *sensibilidad del nivel.*

A la par que esta, se determina el radio de curvatura del tubo de la sencillísima manera siguiente:

Determinación de la sensibilidad del nivel y del radio de curvatura del tubo. — Debe empezarse por observar si en todas las inclinaciones la forma y la longitud de la burbuja son las mismas para comprobar si es ó no uniforme la cavidad del tubo; si las diferencias fueran notables se desecha el nivel ó el aparato de que forme parte, si es de precisión.

Por el movimiento de la burbuja en las pequeñas inclinaciones que sucesivamente se hacen tomar al nivel y observando el tiempo que tarda en ponerse en equilibrio en el lugar que le corresponde en cada caso, se verá si la burbuja es de la longitud conveniente á fin de aumentarla ó disminuirla en los que lo permitan mediante el depósito de reserva, de que luego nos ocuparémos: sino tuvieran esta condición serviría la prueba para conocer y tener en cuenta el tiempo que tarda la burbuja en ponerse en su lugar; si el movimiento fuera excesivamente rápido ó lento, dará motivo también para desechar el nivel ó el aparato.

Si el nivel que se quiere comprobar forma parte de uno de los de anteojo ó de un goniómetro, después de colocarle en la dirección de un tornillo del juego, de horizontar el platillo en que se encuentre y también el anteojo aproximadamente, que así mismo se pondrá en la misma dirección que el nivel, se hace coincidir exactamente un extremo de la burbuja con una división de su tubo mediante el indicado tornillo del juego y se dirige la visual á una mira colocada verticalmente á 100 metros de distancia, por ejemplo, cuidando de asegurar el anteojo en esta posición despues de comprobar la coincidencia del extremo de la burbuja con la graduación del tubo y la de la visual con la de la mira, cuando se trata de un goniómetro; se mueve despues la burbuja mediante el tornillo aludido del juego hasta que el extremo elegido recorra, v. g., 5 graduaciones del tubo, que supondrémos de 1 mm. cada una y se lee en la mira la nueva graduación que señale la visual; supongamos que haya resultado para diferencia de alturas de mira entre las dos visuales 24 mm. y se tendrá:

D, distancia del instrumento á la mira . . . . . 100 metros
a, magnitud del tubo recorrida por la burbuja. . 5 mm.
d, diferencia de las alturas de mira . . . . . 24 »

pues es evidente que llamando *v* al ángulo de inclinación se tendrá:

(1) Esto no es matemáticamente exacto; pero puede admitirse como tal para las pequeñas inclinaciones á que se refiere.

$$\text{tang. v} = \frac{0'024}{100} = 0'00024 = \text{tang. natural de } 49'5''$$

y como se han supuesto recorridas por la burbuja 5 divisiones, resulta para cada una ó para la *sensibilidad del nivel por 1 mm.*, muy cerca de 10".

El radio de curbatura O b (fig. 137) se puede obtener por la fórmula

$$\text{O b} = \frac{0'005}{\text{Tang. v}} = \frac{0'005}{0'00024} = 20'839 \text{ metros.}$$

A los mismos resultados se llegaría sin tener que recurrir á las Tablas mediante las fórmulas (A) del número 6 y con las (B) se obtendría la sensibilidad en deci-milígrados. (1)

Si el nivel, cuya sensibilidad y radio se tratara de averiguar, fuera el que muchos aparatos llevan sobre el anteojo y á él sujeto, bastaría ponerle próximamente horizontal con sus tornillos y con el de coincidencia hacer las dos indicadas de la burbuja, procediendo en lo demas como en el caso anterior.

Si el nivel estuviera fijo al platillo de la alidada perpendicularmente al anteojo no se podría determinar su sensibilidad y su radio directamente; se haría fácilmente comparándola con la de otro suelto, en que se hubieran aquellos determinado previamente, colocándole paralelo al 1.° y moviendo sus burbujas mediante el ó los tornillos del juego del aparato, que se hallaran en la misma dirección.

Los constructores miden la sensibilidad de los niveles con un aparato muy sencillo que describe detalladamente Salmoiraghi en las páginas 343 y siguientes de su excelente libro tantas veces citado; pero no nos ocuparémos de él, porque su conocimiento no interesa directamente á los Topógrafos, que pueden sustituirle con ventaja mediante el procedimiento descrito.

---

(1) Como hemos supuesto que el valor del arco, l, que sirve de tipo para determinar la sensibilidad, es de 1 mm. y de las fórmulas A se deduce que $r^m = \frac{206.265}{a} \times l$, se determina sencillamente el radio necesario para la de un número de segundos prefijado dividiendo por él 206'265 y este mismo número por el de metros del radio, cuando dado este se desée conocer aquella en segundos sexagesimales.

De un modo análogo se procederá con las fórmulas B para conseguir la sensibilidad en deci-milígrados.

Creemos oportuno para fijar las ideas y facilitar las apreciaciones sucesivas consignar á continuación los radios de curvatura necesarios para distintas sensibilidades en segundos y la de estos para radios determinados, las que naturalmente se corresponden cuando lo hacen los datos.

Sensibilidad de	Radio necesario	Radio de curvatura	Sensibilidad
5"	41'45 metros	1'0 metros	206'265"
10"	20'62 »	1'5 »	137'466"
15"	13'75 »	2'0 »	103'132"
20"	10'31 »	2'5 »	82'400"
25"	8'24 »	5'0 »	41'253"
30"	6'87 »	10'0 »	20'626"
40"	5'15 »	15'0 »	13'746"
50"	4'12 »	20'0 »	10'313"
60"	3'44 »	25'0 »	8'240"
70"	2'95 »	30'0 »	6'875"
80"	2'58 »	35'0 »	5'893"
90"	2'29 »	40'0 »	5'156"
100"	2'06 »	45'0 »	4'583"
110"	1'87 »	50'0 »	4'125"
120"	1'74 »	55'0 »	3'750"
130"	1'59 »	60'0 »	3'437"

A estos, por el contrario, les importa mucho conocer la sensibilidad de los niveles de los aparatos de que disponen ó los que deben pedir; porque de otro modo se exponen á cometer errores inadmisibles en los trabajos que realizan ó á tomarse en ellos muchas molestias inútiles, ya que el grado de precisión de sus aparatos podría no corresponder en uno ú otro sentido á las condiciones de sus trabajos.

La sensibilidad necesaria en los niveles varía mucho segun el objeto á que se les destina; cuando este se concreta á poner horizontal el limbo azimutal ó vertical el eje general del goniómetro, no es preciso que aquella sea muy grande, porque ni esto influye sensiblemente en el valor de tales ángulos, ni en las alturas cuando estas se ajustan á las indicaciones de otro nivel de mayor sensibilidad relacionado con el eje de colimación del anteojo; por esta razón el ilustre Porro utilizaba en la horizontalización de su aparato de medir bases un nivel de 1'60 metros de radio de curvatura ó de sensibilidad de 2' y 8'8" por mm. de tubo, mientras que en su gran nivel de precisión utilizó otro de 40 centímetros de largo y radio de 100 metros, al que corresponde la sensibilidad de 2" por cada mm. de recorrido de la burbuja; pero como con esta sensibilidad extrema es imposible conseguir que aquella permanezca tranquila en el manejo de los aparatos topográficos, aconseja muy cuerdamente que, dejando las curvaturas de radio de 100 á 600 metros para los niveles astronómicos, solo se utilicen en Topografía y Geodesía de 6 á 60 metros, á que corresponde respectivamente la sensibilidad de 34'37" y 3'44", esta todavía excesiva para los aparatos que se han de utilizar en el campo sobre trípode.

Para los Taquímetros aconseja que se utilicen, uno esférico de 12 á 15 decímetros de radio para el limbo horizontal y otro de 6 metros para el vertical y del anteojo y en los aparatos de nivelación los de 15 á 20 metros de radio de curvatura; sin embargo en los mejores Taquímetros que ahora se construyen se emplean tubos de 20 á 25 metros de radio, á que corresponde la sensibilidad de 10'31" y 8'25", que es mas que suficiente y permite, en caso necesario, reducirla á la mitad apreciando el medio mm. en el recorrido de la burbuja; pero los mejores constructores siguiendo la opinión de Porro cuidan de colocar estos niveles solo en la parte vertical de la alidada para regir por su medio el limbo correspondiente y la visual, á fin de conseguir las alturas con la precisión conveniente, y sobre el platillo horizontal otros de menor sensibilidad y especialmente los esféricos, que permiten colocarle en su posición conveniente con mas rapidez y sin molestias.

Esto puede dar lugar á que no siendo perfectamente vertical el eje general del aparato haya necesidad de centrar la burbuja del nivel de los nónius verticales en dos visuales sucesivas mediante el movimiento de uno de los tornillos del juego; pero esto no tiene influencia apreciable en los resultados con tal que el eje del nivel superior y el de colimación del anteojo se hayan puesto previamente y se conserven en su posición relativa conveniente, cuando el 2.° sea horizontal; es decir que sean paralelos pues, si bien las dos visuales sucesivas con aquella parcial corrección se referirán á dos planos horizontales diferentes, la distancia entre estos es completamente despreciable, como lo demostrarémos al ocuparnos de los niveles de anteojo.

Niveles con depósito de reserva

Ya hemos dicho que hay tubos de nivel con depósito de reserva destinado á procurar los medios necesarios para que la burbuja conserve la misma longitud y consiguientemente el mismo movimiento á diferentes temperaturas, que es la causa principal que la hace variar en sus dimensiones y conviene que algo digamos sobre estos tubos especiales.

En la fig. 138 representamos su sección longitudinal.

Generalmente no se cierran los extremos del tubo al fuego como los otros sino mediante unas tapas de cristal soldadas y revestidas de membranas animales para evitar su deformación, que se produce con el otro sistema de cierre.

Estos tubos tienen en un extremo un depósito, *D*, en parte vacío formado por el tabique *t*, que en su parte inferior tiene un agujerito, *a*, y es claro que cuando se coloca el tubo verticalmente con el depósito en la parte superior el vacío ó los vapores de la burbuja pasan al depósito

y de este al tubo principal el líquido haciéndola mas pequeña; colocando el tubo en posición inversa sucederá lo contrario, el líquido de la cavidad principal pasará al depósito y la

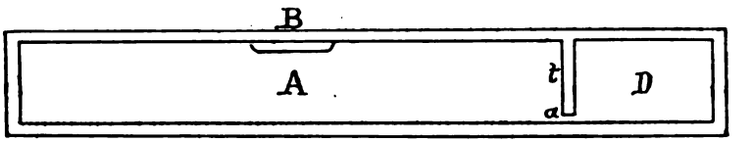


Fig.138

burbuja se hará mayor; de manera que por tanteos se puede conseguir que sus dimensiones y por consiguiente su movilidad sean las mismas á muy diferentes temperaturas.

Armaduras del nivel. — Comprobación y corrección

La forma y condiciones de la armadura del nivel varían tanto que nos concretarémos á indicar las principales y mas usadas en los aparatos.

La de la figura 133 se compone, como ya digimos, del tubo A B, común á todas, del eje E y el tornillo F con sus roldanas, r, que constituyen el *juego de corrección* del nivel y de la regla G H, que sirve de apoyo al juego y para aplicar el nivel á las superficies planas que se quieran nivelar.

El *juego de corrección* tiene por objeto hacer que la base inferior de la regla y la de la burbuja sean paralelas y consiguientemente horizontales, cuando la 2.ª esté centrada y como el extremo E está fijo mediante un fuerte eje y el opuesto se puede subir ó bajar haciéndolo con las roldanas, *r*, que convenientemente apretadas al apéndice del tubo le sugetan perfectamente bien, resulta este juego de facilísimo manejo y de gran seguridad; por lo que es, en nuestro concepto, el de mejores condiciones.

Para conseguir la corrección deseada se procede de una manera análoga á lo dicho para el nivel de perpendículo.

Si el plano á que se aplica el nivel y consiguientemente la superficie inferior de la regla G H fuera horizontal, es evidente que si la burbuja aparece y se conserva centrada al colo-

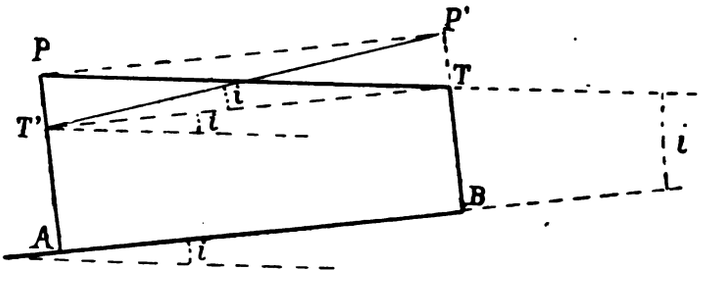


Fig 139

carla sobre aquel, la tangente al arco de curvatura del tubo, la superficie inferior de la burbuja y la de la regla serán paralelas por ser horizontales; si no lo estuviera se la haría adquirir aquella posición subiendo ó bajando convenientemente por medio de las roldanas el extremo correspondiente del tubo y pronto se conseguiría el objeto.

Pero este caso ocurre pocas veces, ya que no es frecuente disponer de un plano de horizontalidad conocida y por consiguiente el procedimiento para la comprobación del nivel ha de ser diferente.

Se parte del supuesto de que la regla del nivel y la tangente en el punto medio del arco de curvatura sean paralelas; si el supuesto es cierto aplicando el nivel al plano y moviendo este hasta que la burbuja esté centrada, claro es que, al menos en la dirección del nivel, será el 2.º

horizontal y por consiguiente invirtiendo el nivel extremo por extremo la burbuja permanecería centrada.

Si el supuesto no es cierto, esto es, si aquellas líneas no son paralelas, al mover el plano ó línea de aplicación para centrar la burbuja tomará aquel una inclinación, *i*, (figura 139) con la horizontal igual á la que entre sí tienen aquellas dos líneas, como aparece en la figura, en la que A B representa la base de la regla y P T la tangente en el punto medio del arco de curvatura del tubo ó la superficie inferior de la burbuja.

Invirtiendo el nivel de manera que el extremo B ocupe el lugar del A y al contrario, es indudable que el T pasará á T' y P á P' adquiriendo la tangente referida la posición de T' P' y la burbuja se correrá hacia P' en una longitud dupla de la correspondiente al ángulo i, pues se ha duplicado la inclinación.

Se *corregirá por consiguiente el nivel* bajando el extremo P' hasta T ó sea la mitad del recorrido de la burbuja, con lo cual su superficie inferior y su paralela la tangente referida será

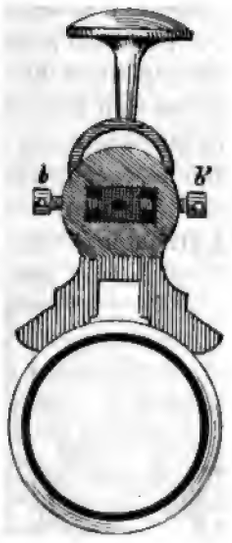


Fig. 140

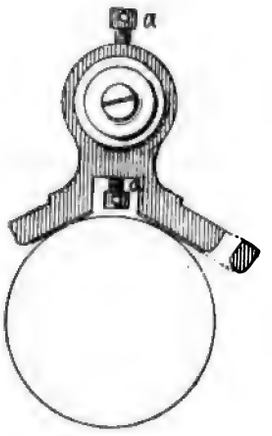


Fig. 141

paralela á la base de la regla y bajando otro tanto la línea ó superficie de aplicación esta quedará horizontal, cuando la burbuja permanezca centrada, y el nivel corregido.

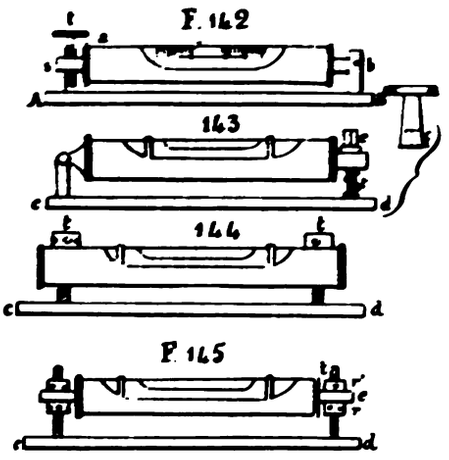
Como no siempre se reparte la inclinación total con igualdad entre el movimiento del tubo respecto á la regla y de esta respecto á la horizontal, se repite la observación y corrección hasta que en las dos opuestas posiciones del nivel la burbuja permanezca bien centrada.

Con un nivel así corregido se pone horizontal un plano colocando aquel en dos posiciones perpendiculares y moviendo el plano convenientemente hasta que la burbuja permanezca bien centrada en las dos posiciones invertidas en cada una de las dos direcciones; pues si bien no es necesaria la duplicación, cuando el nivel está comprobado y corregido, conviene asegurarse de que esto sucede ó corregirle al mismo tiempo.

Si la superficie que se desée nivelar fuera cilíndrica, como la del tubo de los anteojos ó los ejes horizontales, la inferior de la regla no debe ser plana para conseguir en su aplicación mas estabilidad y seguridad de colocar su eje en la dirección de una generatriz del cilindro y á este efecto y para que aquel resulte paralelo al eje de figura se cuida de colocar en los tubos de los anteojos abrazaderas mas ó menos dobles y perfectamente torneadas é iguales y de dar á la base de la regla ó de los sostenes del juego del nivel la forma cilíndrica ó prismática, que aparece en las figuras 140 y 141.

Pero en este caso hay que cuidar de que el eje del nivel resulte paralelo á la generatriz del cilindro de aplicación para que lo sean también los dos ejes y esto se comprueba haciendo mo-

ver paulatinamente el nivel en la dirección á la sección transversal del cilindro á que se aplica, en cuyo movimiento, si el eje del nivel no es paralelo á dicha generatriz, producirá una superficie cónica y por consiguiente la burbuja se descentrará, mientras que permanecerá centrada en el caso contrario, en el supuesto, se entiende, de haber previamente corregido el nivel y cuidando de hacer exactamente su inversión, porque, si no se hace así, aquel defecto hará que la burbuja se descentre y no se conseguirá la corrección particular.



Cuando con el precitado movimiento se comprueba que el eje del nivel y la generatriz del cilindro no son paralelos se corrige el 1.° mediante los tornillos b y b', que aparecen en la figura 140 y despues se procede como antes hemos explicado, corrigiendo la falta de paralelismo entre el eje del nivel y la superficie de aplicación mediante los tornillos *a* y *a'* de la figura 141.

En *otras armaduras* el juego del nivel consiste en un sencillo eje que sujeta la plancha unida á un extremo del cilindro envolvente y en un tornillo que por el opuesto levanta otra en que se enrosca, como aparece en la figura 142; en otras el apéndice movido por el tornillo está impulsado hácia arriba por una espiral, como se indica en la figura 143 y el tornillo que se enrosca con llave de cuadradillo solo tiene por objeto contrarestar la acción de la espiral;

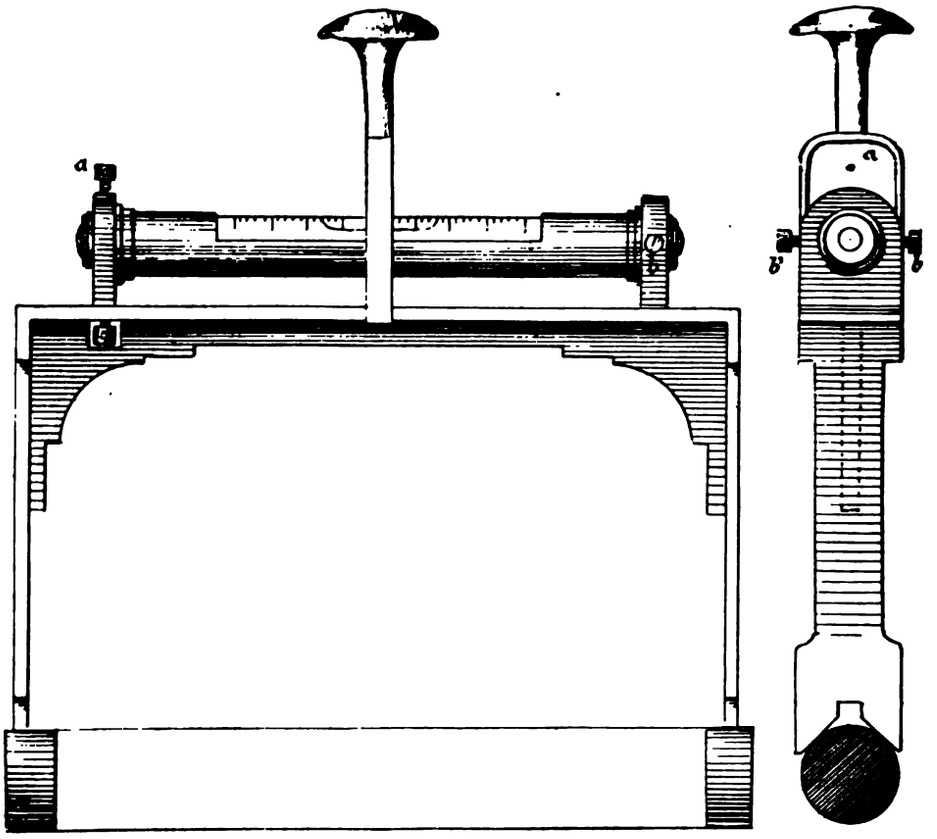


Fig. 146

en otros el cilindro se sujeta á la regla mediante dos tornillos que permiten variar su inclinación, figura 144; en otras los apéndices se sujetan á los tornillos mediante roldanas, figura 145 y en otras finalmente, como se indica en la figura 141 dos tornillos se enroscan en cada uno de los

pies de la armadura sosteniendo á la altura conveniente un fuerte apéndice del cilindro, ó produciendo este movimiento en un extremo y sujetando el opuesto con un eje.

De todos estos juegos el mas sencillo y seguro es, en nuestro concepto como ya hemos dicho, el de la figura 133.

Algunas veces entre los puntos del eje que se quiere nivelar hay un obstáculo que no permite aplicar los pies de las armaduras antes indicadas y en este caso las superficies de aplicación se colocan en el extremo de largas planchas fijadas perpendicularmente á la regla, como aparece en la figura 146, lo cual es independiente de la clase de juego de corrección y demás condiciones del nivel.

En todas estas armaduras se pueden utilizar la regla ó superficies de aplicación que dejamos explicadas y en todas la comprobación y corrección se hace de una manera análoga á lo antes dicho, por lo que no es necesario repetirlo.

97 — Nivel esférico de burbuja.

Como se indica en la figura 147 el depósito del líquido en este nivel consiste en un cilindro de poca altura, de vidrio ó de metal, A, cubierto por un cristal plano, B, en cuya cara inferior se ha labrado un casquete esférico de base paralela á la del cilindro, que coincide con las paredes de este, al que está fuertemente unido y en la superior se hallan grabadas varias circunferencias, cuyo centro está en el vértice del casquete.

El líquido de que se llena la cavidad así formada es el mismo utilizado en los niveles cilíndricos, algo coloreado para hacer mas visible la burbuja mediante sustancias apropiadas ó pintando el fondo del vaso y se introduce caliente en este por el agugero C, que se cierra después sólidamente.

Al enfriarse el líquido se contrae y deja un pequeño vacío, que, cuando la base del vaso es horizontal, forma en la parte superior una burbuja perfectamente circular, que coincide con uno de los círculos grabados en la superficie exterior.

Si la base se inclina, la burbuja se separa de ellos buscando la parte superior del casquete esférico, con lo que indica perfectamente la inclinación, no de una línea, como el nivel cilíndrico, sino del plano sobre que descansa la base.

La *armadura* se compone de un cilindro de metal, D, adosado al anterior y abierto en sus bases para permitir que se observe por la superior los movimientos de la burbuja y en la inferior está soldado á un apéndice en forma de corona circular, que permite asegurarle, mediante los tornillos t, á una plancha de metal, E y en muchos casos al platillo del aparato á que vá unido en la posición, que relativamente á este se le dá mediante los tornillos, T, que cerca de los precedentes aparecen en la figura constituyendo el juego de corrección del nivel.

Para comprobarle, corregirle y poner horizontal el plano á que se aplica, bastará centrar la burbuja moviendo el plano; dar una semi-revolución al nivel y si en esta posición la burbuja permanece centrada, el nivel está bien y el plano sobre que descansa es horizontal; si aquello no sucede la mitad de la separación de la burbuja se corrige con dos tornillos del juego del aparato, que alteran la posición del plano y la otra mitad, hasta la centración de la burbuja, mediante los tornillos de su juego de corrección particular.

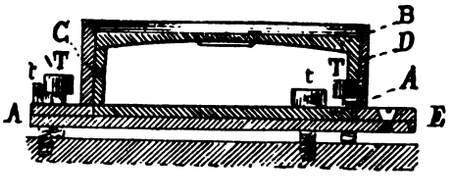
A tal efecto se desenroscan suficientemente los tornillos *t* y después se mueven los *T* hasta conseguir la centración de la burbuja; como no es fácil tomar con seguridad las mitades indicadas, se repite la operación hasta que en todas las posiciones permanezca centrada la burbuja y entonces se enroscan los tornillos *t* para conservar las condiciones del nivel.

Cuando, como sucede en la generalidad de los taquímetros, en la pieza de los nónius verticales hay un nivel cilíndrico de bastante sensibilidad, se coloca por su medio horizontal el platillo sobre que descansa el nivel esférico y después se centra su burbuja directamente con los tornillos *t* y *T*, con lo cual queda corregido el nivel esférico.

Porro y Salmoiraghi aseguran que se labra con mas seguridad y sencillez las superficies es-

féricas que las cilíndricas y que las en forma de toro y consiguientemente que á igualdad de radio de curvatura son mas sensibles y exactos los niveles esféricos que los cilíndricos; pero como no es posible hacer los primeros de gran radio sin darles dimensiones inconvenientes, se limita su uso á los casos en que no es necesaria grande precisión, como ocurre al poner en estación los aparatos, pues no la necesita la verticalidad de su eje principal, ni aun en los niveles de anteojo, segun antes hemos dicho, con tal que las visuales se dirijan cuidando de centrar precisamente la burbuja de sus niveles cilíndricos especiales.

El radio de curvatura máximo utilizado en los esféricos, es de 7 metros, al que corresponde la sensibilidad de 30″ próximamente; pero entonces su diámetro ha de ser al menos de 6 centí-



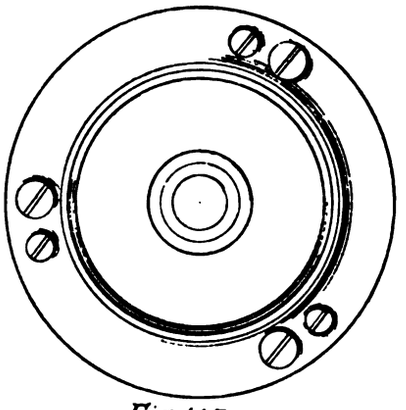


Fig 147

metros; ordinariamente se utilizan de 3 ó 4 y es consiguiente que se reduce bastante su sensibilidad, pero sin perjuicio alguno por las razones apuntadas, á no ser que tal reducción se extreme, como lo hacen algunos constructores en determinados aparatos.

Como los niveles esféricos permiten hacer vertical el eje principal del aparato sin exigir ningún movimiento de rotación del mismo y acusan en cada momento aquella condicion, es muy conveniente utilizarlos al efecto y emplear los cilíndricos mas sensibles en la horizontalización de los nónius verticales y del eje del anteojo, por lo que Porro y su sucesor Salmoiraghi los combinan en sus aparatos con ventajas indudables, que debieran aprovechar todos los constructores y seguramente lo harían, si las preocupaciones de muchos Topógrafos no los induj eran á utilizar exclusivamente los niveles cilíndricos.

98 — Bastón de agrimensor y trípodes principales.

El objeto común á todos no es otro que mantener los aparatos á una altura conveniente y con la fijeza necesaria, según las condiciones de cada uno, para que se puedan manejar cómodamente y con seguridad.

El bastón de agrimensor, que representamos en la figura 148, consiste en un bastón cilíndrico ó prismático terminado en el extremo inferior por un regaton cónico de hierro para asegurarle al suelo y en el superior en una espiga tronco cónica, en que se encaja el mango hueco, con ó sin juego de nuez, de que estan provistos algunos sencillos aparatos, como simples cuadras ó pantómetras é instrumentos de reflexión, en estos solo al objeto de descansar el bra-

l operador y en aquellos para mantenerlos sobre el punto del terreno durante los breves mo-ntos de la observación.

Cuando se ha de operar sobre terrenos rocosos, en carreteras ó calles empedradas se puede sustituir el regatón por una pequeña tabla circular perpendicular al eje del bastón para conseguir mas fácilmente el objeto, procurando que el pequeño espacio sobre que se apoya sea horizontal.

Fig. 148

El trípode mas sencillo representado en la figura 149 ya ofrece mas estabilidad, porque componiéndose de tres brazos terminados en punta de hierro para fijarlos en el terreno y en contacto por el extremo superior respectivamente con la cara de un prisma triangular de madera, se los puede hacer girar alrededor de un perno que los atraviesa, dándoles la inclinación conveniente para que apartándose las puntas, segun las condiciones del terreno y apretándose los extremos superiores á las caras del prisma, mediante las tuercas de orejeta, que se ven en la figura, cuando la espiga de aquel sea aproximadamente vertical, se conserva así con la suficiente estabilidad para los instrumentos ligeros, como la escuadrada ó sencilla pantómetra de pínulas, que en la figura aparece, las brújulas de caja de madera, el nivel de agua y otros aparatos ligeros y poco precisos.

La espiga es tronco-cónica y en ella se encaja el mango hueco del aparato, sujetándole con un tornillo de presión.

Con sus tres puntos de apoyo convenientemente distanciados, este trípode ofrece mayores condiciones de estabilidad que el *bastón de agrimensor;* pero ni presenta base apropiada para el juego de los aparatos de precisión, ni es aquella tanta que no se cimbrée con el viento, ni deje de moverse al girar el aparato, ni de caerse si se tropieza con él, como ocurre muchas veces; así es que solo se emplea con los instrumentos sencillos y ligeros de poca precisión, como los indicados.

El trípode de seis brazos evita estos inconvenientes con sus mejores condiciones de estabilidad y presentando una *plataforma* ó *meseta* sobre la que descansa el juego del aparato.

Llámase de seis brazos porque cada uno de los pies está formado de dos tablas de buena madera que en la meseta se aseguran por la parte superior mediante fuertes pernos y tuercas con orejetas, como se vé en la figura 150; cada dos están atornillados en su medio á un taco de madera y se reunen en el extremo inferior por un regatón de metal con punta acerada para sujetarlos al suelo, con todo lo que ofrecen bastante resistencia.

Varian mucho su forma y condiciones generales y especialmente las de su plataforma y manera de unirse al aparato y sujetarle.

Fig. 149

En unos, *llamados universales*, vá unido á la plataforma un ego de tres tornillos, que sirve para poner vertical una espiga que se le-nta en el centro de su plancha superior y en la que se enchufa el mango eco de los aparatos que no tienen juego propio ó simplemente el inseguro *nuez*, con lo cual se nivelan bastante bien, pero no con la seguridad de siguientes y por eso ya no se usan.

Los ahora mas comunes son de la forma representada en la fig. 150, que el juego de tornillos va unido al aparato; cada uno se apoya en una ancha de metal con ranura ó circulito rebajado en su centro, incrustados las partes salientes de la plataforma del trípode, que es un prisma de ena madera y á ella se sujeta el aparato mediante una varilla que se enros-en el centro de la plataforma del juego, apretándose entre sí las dos plataformas mediante la piral que comprendida por el cilindro aparece en la figura; en el extremo inferior de este hay un

gancho en que se cuelga el perpendículo para centrar el instrumento sobre el punto del terreno.

Estos trípodes son de buenas condiciones y fácil manejo; pero algo embarazosos en el tras-

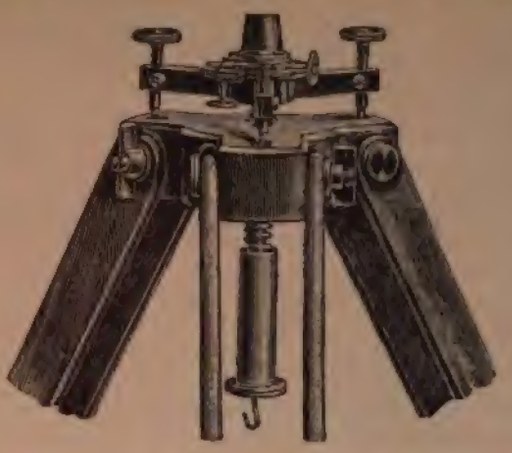


Fig. 150

porte y en la centración exacta del aparato, pues para conseguirla se han de mover los brazos y poner á ojo próximamente horizontal la plataforma, lo que, obligando á rectificar la 1.ª disposición del trípode moviendo sus piernas, es bastante molesto con los instrumentos de precisión, que son de mucho peso.

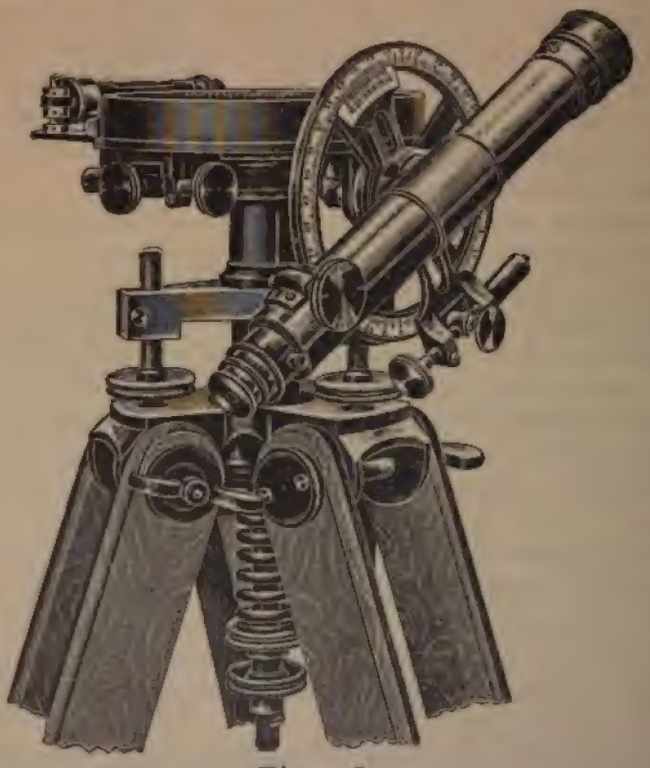


Fig. 151

Para sus modernas brújulas, una de las que se representa en la fig. 151, utiliza Lagun trípodes con plataforma de metal ajustando perfectamente á sus apéndices las dos tablas d cada pierna y la unión del trípode al aparato se hace mediante una fuerte varilla terminad en la parte superior por un cilindro hueco, que se enrosca al apéndice apropiado de la plataforma del juego, apretándose mediante una robusta espiral tanto como se quiera.

Para dar aún mayor estabilidad al aparato y la posibilidad de centrarle exactamente utiliza el mismo constructor en sus taquímetros, teodolitos y niveles de precisión un tripode, cuyas piernas son de una sola pieza, pero robustísima, que termina en un fuerte tornillo unido á un perno giratorio, que atravesando la plataforma cilíndrica, que aparece en la figura 152, se asegura fuertemente á ella mediante tuercas con orejetas, que se ven en la cara superior de aquella.

La plataforma de madera dura con 37 mm. de espesor, tiene la forma de corona circular con diámetro de 24 centímetros la circunferencia exterior y 7 centímetros la interior, que permite dar al aparato montado sobre ella un movimiento de traslación de 3 centímetros en todos

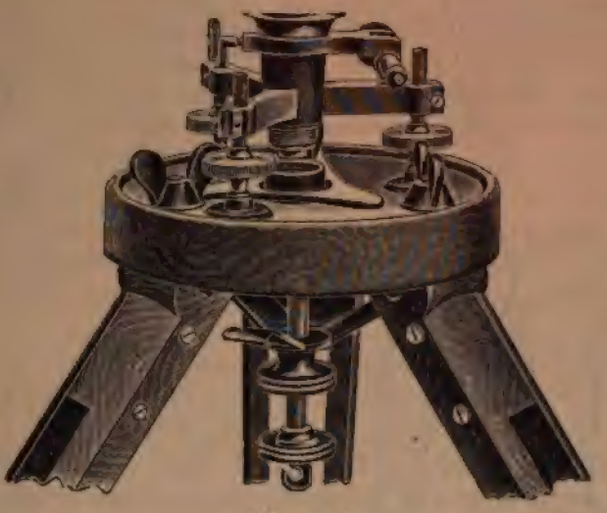


Fig. 152

sentidos, por cuyo medio se puede centrar sencilla y exactamente sobre el punto de estación.

La unión del aparato al trípode se hace por medio de una fuerte varilla, que se enrosca en la base de la plataforma del juego, y de una gruesa plancha en forma de triple tornapunta que se aprieta á la base inferior de la meseta del trípode con una robusta espiral y su tuerca correspondiente; de manera que cuando se ha puesto vertical el eje general del aparato mediante los tornillos del juego, se centra con el movimiento de traslación que permite el círculo hueco de la meseta del trípode y despues se une sólidamente á esta el aparato enroscando la tuerca de la espiral.

Para sujetar al trípode todas las piezas de su unión al aparato, cuando este está desmontado, á la varilla referida va unida una plancha triangular que las deja colgantes de la meseta y para preservarlas de averías en los transportes se cubre todo con una caperuza de baqueta ó de lona.

Si sobre la plataforma de este excelente trípode se colocara un pequeño nivel esférico para ponerla horizontal rápidamente, como sin duda se hará á petición de los interesados, nada tendría que envidiar á los mejores, que por otra parte presentan mayor dificultad en su manejo, no ofrecen tanta seguridad al aparato, ni permiten á este tan notable movimiento de traslación para centrarle cómoda y sencillamente, resultando además mucho mas caros.

Entre los trípodes perfeccionados se ha de comprender el ideado por Porro y mejorado por Salmoiraghi, que este utiliza en el clepe gran modelo, y se representa en la figura 153.

Su plataforma circular P P′ es de bronce, aunque revestida de madera fina; en su centro hay un círculo hueco, O, que permite un pequeño movimiento de traslación y sobre ella existe un pequeño nivel esférico, l, para horizontarla, siendo el tornillo de unión del trípode al aparato, x x′, de buenas condiciones, aunque no igualan á las del precedente, porque les falta el triple tornapunta que tanta seguridad dá á este.

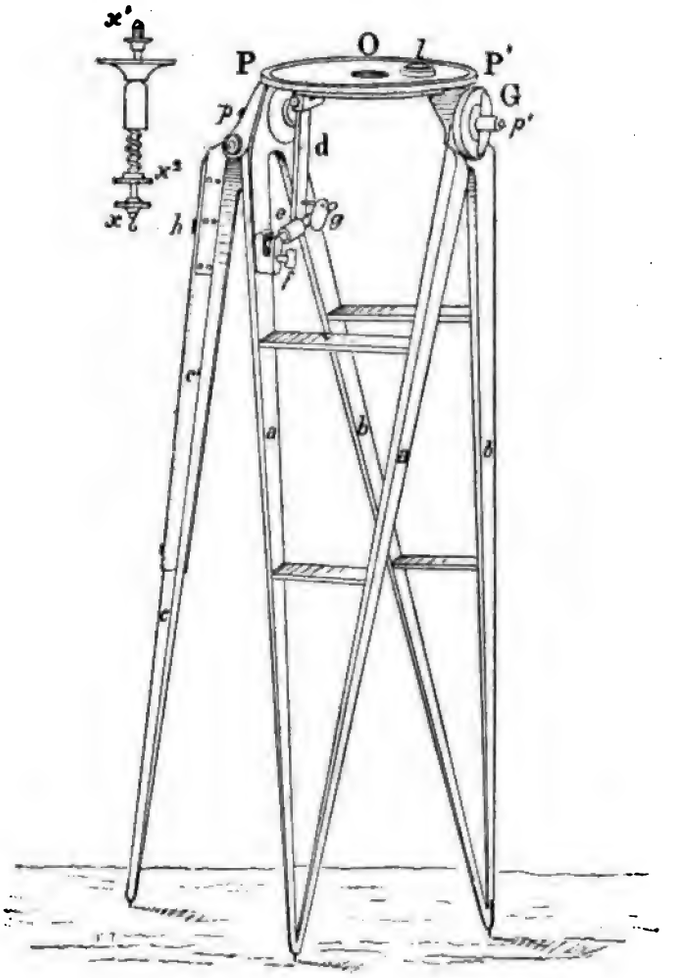


Fig. 153

Fig. 154

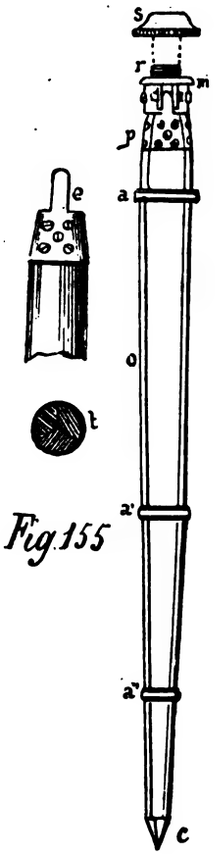


Fig. 155

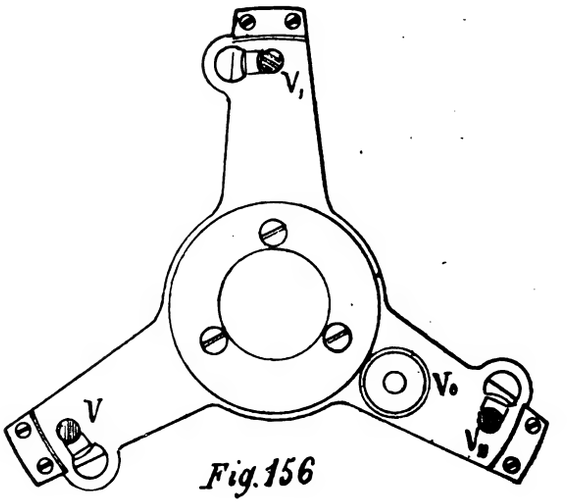


Fig. 156

Pero la mayor singularidad de este trípode consiste en que sus piernas se unen á la plataforma mediante un solo perno p', que las sujeta á ella y la tercera p c, que es sencilla y extensible gira alrededor de otro perno sujeto á una prolongación de una de las otras y esta combinación hace difícil y hasta peligrosa la colocación del trípode, cuando el aparato está montado; porque con su mucho peso hace ó puede hacer girar la plataforma dándole una gran sacudida y hasta un fuerte golpe contra las piernas, si no se cuida de evitar todo esto asegurando fuertemente con el tornillo *f* la palanca *d*, que baja de la plataforma; así que es de aconsejar se desmonte el aparato para trasladarle de estación á estación y que no se coloque sobre el trípode hasta que este se halle bien asegurado y su plataforma horizontal, en cuyo caso presenta esta gran resistencia y desaparece todo peligro.

En los trabajos de galerías subterráneas de pequeña altura conviene poder reducir la del trípode sin extender mucho sus piernas y á tal efecto se utilizan distintas formas; una de las mas usadas es la representada en la figura 154, en cuyo trípode sin tener que doblar las piernas se puede reducir casi á la mitad su longitud fácilmente sin perder las condiciones de estabilidad necesarias á los aparatos que sobre él se han de colocar; pero desde luego se comprende que no reune tan buenas condiciones como los precedentes, indudablemente preferibles en los trabajos de superficie y en los de las galerías de grandes dimensiones.

Finalmente debemos llamar la atención sobre los conocidos con el nombre de *trípodes ingleses*, que, con ó sin razón, están muy generalizados y son por muchos Topógrafos preferidos á los de seis brazos.

Cada pierna se compone de una sola pieza de madera dura, mas ó menos gruesa según el peso del aparato á que se destina, y de forma de una suerte de doble pirámide truncada con dos caras planas, que, al reunirse las piernas, se adosan perfectamente como se indica en la sección trasvertal, t, figura 155, y la exterior convexa terminando por la parte inferior con una pequeña pirámide de hierro acerado, *c*, por la superior en una espiga metálica, *e*, que atravesada por un perno de la pieza de metal, que reune las cabezas de las tres piernas, permite á la respectiva el movimiento necesario para separarlas convenientemente.

Esta pieza de unión está soldada á una plancha circular, *m*, sobre la que se levanta una fuerte rosca, *r*, á que, cuando se ha de montar el aparato, se ajusta la plataforma del trípode, que es independiente, y cuya rosca se defiende en los trasportes con un sombrerete, *s*, que lleva otra hembra de la misma rosca.

Reunidas las piernas y apretadas mediante las anillas metálicas de diferentes diámetros, *a*, *a'* y *a''* (1), el trípode presenta la forma general de un doble tronco de cono, *O*, terminado por la parte superior con la pieza de unión resguardada en parte por el sombrerete y en la inferior por el cono de hierro acerado formado por las tres puntas.

Es indudable que bajo el punto de vista del trasporte este trípode presenta ventajas notorias sobre todos los demás por su poco volumen y el acoplamiento de sus piezas y si para defender los pernos se cubre con una caperuza de lona ó en una bolsa de esta se mete todo el trípode no sufrirá en los trasportes el menor deterioro, cuya condición y las de su buena construcción y fuertes maderas generalmente empleadas han hecho que muchos Topógrafos le den la preferencia sobre los de seis brazos y tal vez sobre los de tres con plataforma redonda antes descritos, los que por su volumen y forma son mas molestos para el trasporte.

Pero para formar juicio cabal sobre sus condiciones de estabilidad debe fijarse la atención en que la cabeza de las piernas no se asegura especialmente en cada situación de ellas y esto las hace resbalar fácilmente cuando se apoyan sobre roca lisa descomponiendo completamente el aparato, que por otra parte no puede tener grande estabilidad por la pequeña base de sustentación, que le ofrece la pieza de unión de las cabezas de las piernas.

La plataforma es independiente y se compone, figura 156, de una fuerte plancha de bronce

(1) Como estas anillas se pierden muy fácilmente conviene sustituirlas por correas sueltas ó clavadas á una de las piernas.

reforzada en los extremos de sus apéndices, que es donde se apoyan los tornillos del juego, sobre la que otra mas delgada gira lo necesario para dar entrada y asegurar aquellos tornillos mediante el de presión V_0, pues desenroscándole se mueve convenientemente la plancha supe-

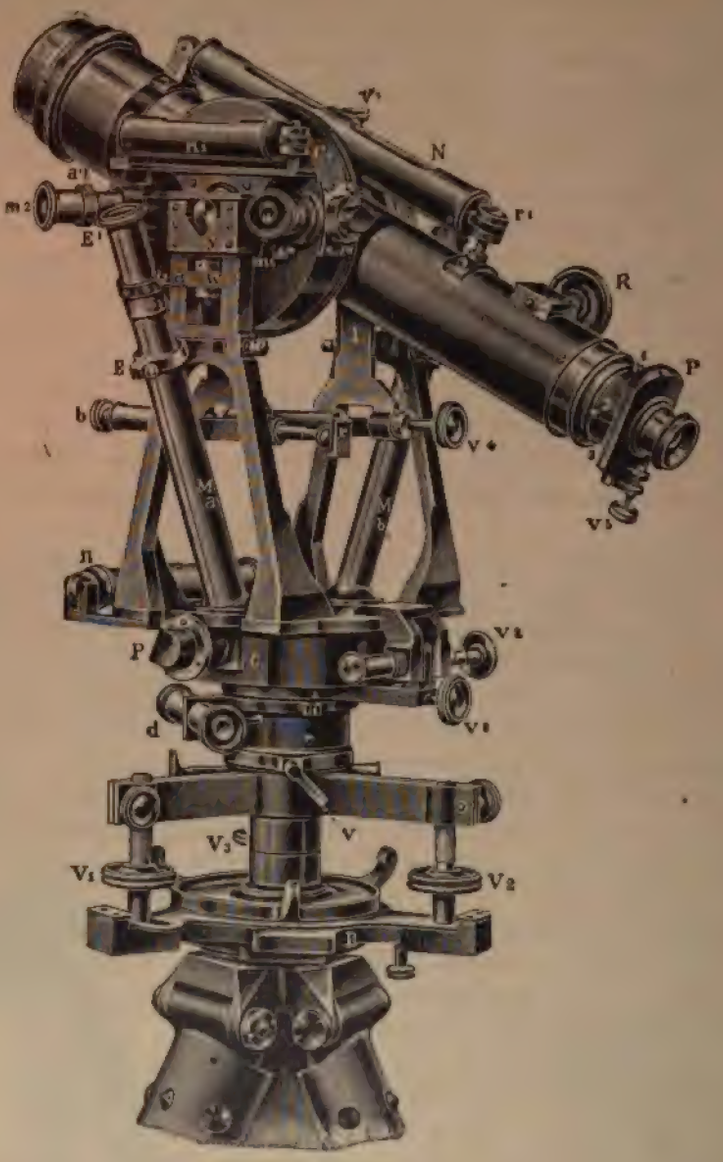


Fig. 152

rior permitiendo colocar dichos tornillos y volviéndola á la posición representada en la figura aprieta los rebordes de sus extremos y los sujeta en esta posición enroscando el tornillo V_0, que no por eso los impide girar sobre su eje para conseguir la verticalidad del general del aparato, aunque en verdad no con la libertad con que lo hacen en los demás trípodes; pues de otro modo podria moverse el aparato inclinándole hacia uno ú otro lado, lo cual seria un grave inconveniente.

Esta plataforma se asegura al trípode enroscándola á la parte superior de la pieza de unión y hay que cuidar de hacerlo fuertemente para evitar que con los giros, que se dan al aparato, no se mueva haciéndole perder su orientación y horizontalidad, lo cual implica otro inconveniente de esta clase de trípodes, porque apretando fuertemente las roscas no pueden menos de gastarse mas ó menos pronto.

Para evitar en lo posible los inconvenientes indicados y dar al aparato movimiento de aslación para centrarle exactamente, se han modificado las cabezas de las piernas y la plata-rma, como aparece en la figura 157, en que se representa el *taquímetro-clepe con anteojo cenado de Salmoiraghi* montado sobre el trípode de esta clase mas perfeccionado.

En ella se vé que es mucho mas fuerte la unión de la cabeza de cada pierna á la pieza de nión, lo que ha de aumentar la estabilidad.

Además la plataforma se compone de cuatro piezas principales; la inferior, que lleva en el ntro un cilindro hueco con rosca interior y exterior, la primera para enroscarle á la cabeza l trípode y la segunda para que en ella se enrosque la gran tuerca con orejetas levantadas, ue constituye la pieza superior, siendo las dos intermedias de las mismas condiciones que en plataforma sencilla (figura 156), pero sin rosca y que llevando en el centro un agujero cir-ular de mayor diámetro que el cilindro con rosca de la pieza inferior, cuando esta está asegu-da á la cabeza del trípode y desenroscada la tuerca superior, puede moverse un poco en todos ntidos llevando consigo el aparato, y enroscando dicha tuerca se asegura en la posición con-niente.

Este trípode resulta excesivamente caro (1) y pesado, sin conseguirse con él mayor estabi-lad, ni tanto movimiento de traslación como con el de Laguna; además presenta *dos inconve-entes* no despreciables sobre los que conviene llamar la atención.

Es uno, que como la plataforma en junto se asegura al trípode con rosca y con otra en el ismo sentido se asegura la posición de las piezas en que directamente se apoya el aparato, al senroscar la gran tuerca superior se afloja muchas veces la unión de la plataforma á la cabeza l trípode sin notarlo el observador hasta despues de orientado el aparato, que con ello pierde cilmente su orientación.

El otro mas grave, aunque no tan frecuente, consiste en que, como hay que apretar tanto tas roscas para dar seguridad al aparato, se gastan y, como con un buen taquímetro nos su-dió, despues las orejetas tropiezan con los tornillos del juego imposibilitando apretar conve-entemente la tuerca.

En resumen: resultan estos trípodes mucho mas caros y pesados, mas expuestos á deterio-rse y á perturbar la orientación del aparato y no mas estables y seguros que el utilizado por guna, el que además permite mayor movimiento de traslación del aparato y mayor facilidad su manejo; pero tienen sobre él y sobre todos los demás antes citados mejores condiciones ra el trasporte, porque la plataforma se lleva en la caja del aparato y el trípode se reduce á rma y dimensiones convenientes, por todo lo cual *no creemos deba preferirse el trípode inglés español, ni aún á los italianos,* sin que por eso dejemos de conocer que tal como ahora lo nstruyen Trougthon y Salmoiraghi reune muy buenas condiciones.

9 — Diferentes juegos.

Colocado el aparato á la altura conveniente por medio del trípode y conseguida la estabili-d necesaria mediante su unión á él, es preciso poder poner sus partes de manera que nos rmitan observar los ángulos y demas argumentos en planos horizontales ó verticales, que n en los que se han de medir, como ya digimos en el número 55 y á tal efecto les sirve de se el *juego* correspondiente; pues por su medio, limbos y ejes se disponen horizontal ó verti-lmente y para que esto se consiga con mas facilidad se coloca el trípode de suerte que su me-ta sea próximamente horizontal ó la espiga, en que algunos terminan, vertical, á ojo ó por edios sencillos y rápidos.

El juego de nue; representado en la figura 158 es uno de los mas sencillos y tambien el nos seguro y consiste en una esfera, *e*, unida á la base del platillo horizontal del aparato, á

(1) Dice Salmoiraghi en su libro tantas veces mencionado «Istrumenti e metodi moderni», página 489, que rípode de los clepes gran modelo cuesta 150 liras, el de forma inglesa 80 y solo 40 el común de madera, sin da se refiere al de seis brazos.

la cual aprisionan dos conchas con hueco esférico, *p* y *p'*, mediante un tornillo, *T*, que atravie sa las conchas y parte superior del mango hueco, *m*, que á su vez se sujeta á la espiga del trí— pode con un tornillo de presión.

Es claro que, cuando el tornillo T no aprieta fuertemente las conchas á la esfera, puede es— ta, y todo el aparato, inclinarse en todos sentidos hasta conseguir la horizontalidad del platillo á que vá unida y se conservará esta posición apretando fuertemente aquel tornillo; pero, como tales movimientos se han de hacer con la mano aflojando las conchas, no se consigue el objeto sin molestias ni muy exactamente, ni por otra parte su pequeño diámetro evita la desnivela- ción en los movimientos del aparato, ni les dá mucha estabilidad el mango y tornillo con que se sujeta á la espiga del trípode, por todo lo cual solo se utiliza esta clase de juego en los aparatos sencillos, ligeros y de no mucha precisión, como son las escuadras, pantómetras sencillas, nivel de agua y algunas pequeñas planchetas.

El juego de rodillos ó de Cugneau representado en la figura 159 se ha empleado y puede utilizarse en las planchetas ordinarias á las que da suficiente estabilidad y es barato y de fácil manejo.

Consiste en dos cilindros de madera dura, *a* y *b*, perpendiculares entre sí y que se muer—

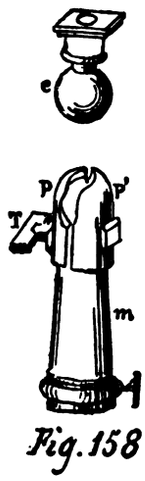
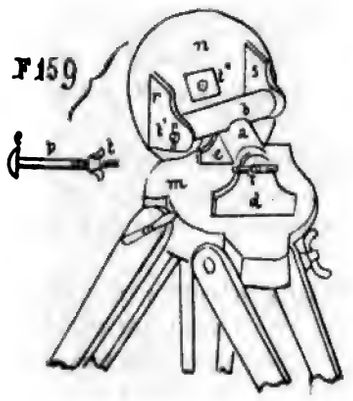
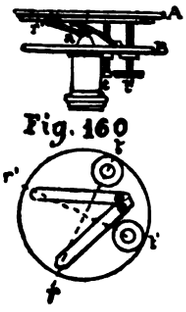


Fig. 158





den hasta su eje; por cada uno de ellos pasa un perno, p, que atravesando respectivamente dos piezas, *c* y *d*, de madera fuertemente unidas á la meseta del trípode y las *r* y *s*, que lo están á la base, *n*, del tablero de la plancheta, permiten á esta girar alrededor del cilindro *a*, aflojando la tuerca *t* correspondiente y alrededor del *b* aflojando la tuerca t' y como por construcción estos cilindros son respectivamente paralelos á la meseta, *m*, y á la base, *n*, es consiguiente que á esta y al tablero de la plancheta que le está unido, se les puede poner fácilmente horizontales en dos sentidos perpendiculares mediante las indicaciones de un nivel de burbuja sobre aquel colocado, siendo preferible á tal objeto un pequeño nivel esférico, que, indicando las inclina- ciones del tablero de la plancheta en todos sentidos, permite nivelarle rápidamente moviendo las tuercas de los dos cilindros simultáneamente; si se emplea el nivel cilíndrico se ha de colo- car perpendicularmente al eje de un cilindro primero y despues al del otro y, como no se ven estos, hay que poner el nivel aproximadamente en la posición deseada.

Cuando la meseta del trípode es suficientemente extensa para que los cilindros sean bas- tante grandes y las tuercas de sus pernos se aplican á discos de metal, se pueden asegurar fuer- temente y *este juego dá bastante estabilidad al tablero de la plancheta*, que despues puede girar alrededor de un eje sobre su base para orientarle convenientemente asegurándole mediante una mordaza y tornillo de presión.

Como mas adelante dirémos, *la plancheta no es, ni puede ser, instrumento de grande preci- sión*, aunque se tengan en cuenta los muchos, complicados y costosos perfeccionamientos que

se han inventado para conseguirlo, especialmente en Alemania, y por eso creemos que el juego de rodillos, sencillo, barato y de fácil manejo es el que mas la conviene.

Háse intentado aplicar esta clase de juego, haciendo los cilindros de metal, á otros aparatos; pero el éxito no ha correspondido á las esperanzas de los innovadores y no sabemos que se utilice actualmente en ningún instrumento de precisión y solo sí en las pequeñas brújulas de Burnier.

Juego de dos tornillos y dos resortes. — En la figura 160 se representa en dos proyecciones.

Si los resortes no cedieran al peso del aparato y al de la mano, que muchos operadores apoyan sobre él, aunque nunca debe hacerse esto, este juego sería recomendable; pero no lo es, porque aquella condición no se cumple y es consiguiente la desnivelación; por esto sin duda no se encuentra este juego en ninguno de los aparatos modernos, ni en los del sistema antiguo de reciente construcción; su manejo por lo demas es tan sencillo que no exige ninguna explicación.

Juego de cuatro tornillos. — Consiste en dos planchas circulares de bronce, C D y A B (figura 161), de las que la primera se enrosca á la meseta del trípode, lleva en su centro un hueco esférico en el que se mueve una esfera en que termina el eje del juego y sirve de apoyo á cuatro tornillos y la segunda, á la que están aseguradas las tuercas de estos y el eje, se inclina en dos sentidos perpendiculares enroscando y desenroscando cada dos tornillos opuestos simultáneamente, con lo cual se consigue ponerla horizontal y consiguientemente vertical el eje general del aparato, que le es perpendicular por construcción, con sencillez y seguridad.

Esta clase de juego se utilizaba antes en algunos buenos teodolitos; pero no se encuentra en los de moderna construcción y sin embargo daban excelente resultado conservando inalterable la horizontalidad del limbo azimutal, especialmente cuando se separaban suficientemente los tornillos; pues en algunos aparatos se reducía demasiado el conjunto del juego dificultando su manejo y disminuyendo su seguridad.

El manejo nunca es tan sencillo como en los de tres tornillos, porque no se puede enroscar uno sin desenroscar simultáneamente el opuesto en otro tanto y si bien esto es sencillísimo operando con las dos manos, muchos Topógrafos encontraban molesta esta maniobra y tal vez á esto sea debido el abandono de este excelente sistema de juego.

También se usaban antes otros de *cuatro tornillos horizontales* y de *dos verticales y dos puntos* de apoyo alrededor de los que giraban las planchas movidas por los primeros en dos sentidos perpendiculares; pero nunca fueron de mucho uso, ni reunen condiciones aceptables.

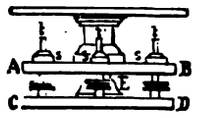
El juego de tres tornillos es actualmente de uso tan general que bien puede decirse que no se emplea otro en los instrumentos de precisión.

Compónese de una fuerte *plataforma* que tiene en su centro un grueso cilindro hueco para dar paso al eje del aparato, al que se ajusta sin perder la condición rotatoria mediante una tuerca inferior y tres ramas, cuyos extremos son los vértices de un triángulo equilátero, verdadera y segura base de sustentación del aparato mediante los tornillos que cerca de aquellos se enroscan apoyándose en la meseta ó plataforma del trípode.

Para que el movimiento de rotación de los tornillos sea siempre suave las ramas referidas están en parte abiertas y se cierran convenientemente con los tornillos trasversales, que aparecen en la figura 156, movibles con el destornillador ó con los que se ven en las figuras 154 y 158 que se pueden mover á mano; esto lo consideran algunos muy ventajoso; pero no somos completamente de este modo de pensar por la frecuencia con que se enroscan ó desenroscan equivocadamente haciendo que los tornillos del juego giren con dificultad ó lo hagan tan holgadamente que permitan su inclinación en todos sentidos quitando seguridad al aparato; sin embargo es justo consignar que permiten apretar los tornillos del juego á su plataforma hasta el extremo de impedirles todo movimiento cuando se ha nivelado el aparato, si se cuida de no

tocarlos despues y esto es muy importante; pero ordinariamente no se hace uso de ellos á tal objeto, que es el en que presentan verdaderas ventajas.

La punta de los tornillos del juego descansa *unas veces* sobre piezas de bronce empotradas en la meseta del trípode, las que al efecto presentan una fuerte ranura angular ó un circulito rebajado; lo mejor es que dos tengan la primera y uno la segunda forma, porque así se precisa mejor el punto de apoyo y se facilita la colocación del aparato y *otras veces*, como aparece en la figura 153, á las puntas de los tornillos van unidos unos discos que permiten colocarlos en cualquier punto de la meseta y presentan seguro apoyo á aquellos sin entorpecer sus giros; utilizar al efecto discos sueltos, como lo hemos visto alguna vez, nos parece inconveniente porque se pierden con mucha facilidad.



Los tornillos del juego tienen unas veces la cabeza que sirve para moverlos en el extremo superior, como aparece en la figura 156 y otras en el tercio inferior de su altura, por debajo de la plataforma como en las figuras 153 y 154; el resultado final es el mismo.

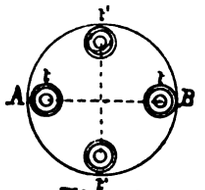


Fig. 161

Es claro que enroscando ó desenroscando un tornillo se bajará ó subirá el extremo correspondiente de la plataforma haciéndola girar alrededor de la línea de los otros dos tornillos y como el eje vertical del aparato está unido á ella perpendicularmente, claro es que se inclinará en la misma dirección: la línea de los dos tornillos también se inclina perpendicularmente á la dirección antes indicada enroscando uno y desenroscando el opuesto, por lo tanto es fácilmente hacedero colocar horizontales tales direcciones y consiguientemente el plano en que se hallan y la plataforma y los platillos del limbo y nónius azimutales, que les son paralelos, ó vertical el eje del aparato, que les es perpendicular por construcción.

Sirve de guía para los movimientos del juego el nivel ó niveles generalmente colocados sobre el platillo de los nónius azimutales ó en la pieza de los verticales.

Para evitar la necesidad de enroscar excesivamente unos tornillos y desenroscar otros de manera que pierdan su seguridad, es conveniente poner próximamente horizontal la meseta del trípode con la separación de sus piernas asegurándolas en esta posición y cuando se hace la nivelación de la línea paralela á dos tornillos enroscar uno y desenroscar el otro simultáneamente operando á la vez con las dos manos; procediendo así la plataforma del juego se separa poco de la posición conveniente á los tornillos.

Para poner vertical el eje general del aparato ó nivelar el limbo horizontal con el juego de tres tornillos en los aparatos de la clase representada en la figura 153 y con todos los juegos análogos, se procede de la manera siguiente:

Se coloca el trípode sobre el punto de estación por medio del perpendículo nivelando á ojo ó con el nivel esférico su meseta mediante la separación conveniente de sus piernas, que se aseguran en tal posición; si el perpendículo no cae exactamente sobre el punto del terreno, aflojando préviamente la tuerca del triple tornapunta se mueve el aparato sobre la meseta hasta conseguir la centración con la exactitud necesaria en cada caso apretando suavemente dicha tuerca.

Despues se hace girar la alidada ó parte superior del aparato hasta que el nivel que sirve de guía se halle en la dirección de dos tornillos del juego y se mueven estos hasta que quede centrada la burbuja; se dá á la primera un cuarto de revolución con lo que se pondrá el nivel en dirección del otro tornillo del juego y con él se centra nuevamente la burbuja.

Si el nivel estuviera corregido, con esto se habría puesto vertical el eje general del aparato y por consiguiente en todas las posiciones que se dieran á la alidada permanecería centrada la burbuja: si esto no sucediese se vuelve á colocarla en la primera posición, se centra nuevamente la burbuja, se dá al aparato una semi-revolución y si la burbuja se descentra se corrige la diferencia resultante la mitad con los tornillos del juego y la otra mitad con los de corrección del nivel, repitiendo esta operación hasta que en las dos posiciones opuestas la burbuja permanezca

centrada asegurando en este caso las roldanas de corrección del nivel; se coloca este despues en la dirección del tercer tornillo del juego y centrando con él la burbuja se habrá conseguido el objeto y se puede asegurar la posición del aparato, despues de corregir en lo necesario la centración con el movimiento de traslación apretando la tuerca del triple tornapunta para que no sufra variación alguna en los giros que se han de dar á las partes de aquel, mientras permanezca en la misma estación.

Los pequeños desvíos que despues se observen en la burbuja del nivel que está sobre el platillo de los nónius azimutales ó en el de la pieza de los verticales se corrigen con el tornillo correspondiente del juego al dirigir la visual sin ningún inconveniente para los ángulos azimutales y verticales, ni aun en la nivelación, si se cuida de centrar la burbuja del nivel relacionado ó unido al anteojo.

Despues de centrar la burbuja colocando el nivel en la dirección de dos tornillos del juego conviene hacer lo propio poniéndole en la dirección del tercero antes de comprobar el nivel con la semi-revolución del aparato, porque si la línea del tercer tornillo estuviera muy desnivelada sería difícil centrar la burbuja en las dos direcciones opuestas del nivel y su corrección sería muy molesta, mientras que esto no sucederá tomando aquella precaución; es consiguiente que despues de corregido el nivel se le ha de colocar en dirección al tercer tornillo para afinar la horizontalidad del platillo en tal dirección y por eso lo hemos así consignado.

100 — Platillos azimutales y eje general del aparato.

No todos los goniómetros tienen verdaderos platillos azimutales; en las pantómetras perfeccionadas por ejemplo, figura 151, están sustituídos por un reborde en cada cilindro, en uno de los cuales, el inferior, está grabado el limbo y en el superior el nónius, deteniéndose el movimiento rápido y produciéndose el lento de coincidencia mediante los tornillos de este género que se ven en la figura; el que se apoya en la plataforma del juego sirve para regir los movimientos del limbo y con él de todo el aparato al objeto de orientarle y el unido al cilindro superior, que lleva el nónius, para regular la posición de este y demás órganos superiores, que en junto toman el nombre de *alidada*.

La columna unida al cilindro inferior suele ser hueca y gira sobre el eje tronco-cónico ó cilíndrico que se levanta en el centro de la plataforma del juego, al que por la parte inferior se enrosca el tornillo de unión del aparato al trípode; el *eje de la alidada* está constituido por un pasador que une, sin impedir el giro, los travesaños de los dos cilindros que sustituyen á los platillos.

Las condiciones de construcción de los dos ejes varían mucho, pero siempre resultan mas sencillas que cuando existen verdaderos platillos, y de aquí la grande diferencia en los precios de las pantómetras más perfeccionadas y los teodolitos, aunque á primera vista parezcan compuestos de los mismos órganos y se destinen ambas clases de aparatos á medir ángulos horizontales y verticales.

Los platillos varían mucho en su forma según las condiciones generales de los aparatos y de las especiales de los limbos y nónius, que han de aparecer en la misma *superficie plana, cónica ó cilíndrica*, como ya digimos al ocuparnos de sus condiciones (número 61); pero en la mayor parte de los casos al platillo del nónius está sólida y perpendicularmente unido el eje de la alidada y al del limbo otro con hueco de la misma forma que le envuelve permitiéndole girar libremente y que á su vez penetra en hueco análogo abierto en el centro de la plataforma del juego sujetándose á él sin perder las condiciones de giro libre que le son necesarias y pudiéndose detener sus movimientos rápidos y producirlos lentos por los respectivos tornillos de coincidencia.

Como sería muy difícil explicar detalladamente las condiciones de estos órganos y no lo es darse cuenta de ellas á la vista de cada aparato, no nos detendrémos á exponerlas; pero sí conviene que hagamos constar algunas consideraciones generales.

En primer lugar, siendo para el indispensable buen funcionamiento del aparato que pueda ponerse y conservarse horizontal el plano de contacto entre los dos platillos, es de todo punto necesario que le sea exactamente perpendicular el eje matemático común á los antes indicados de los platillos y plataforma; pues, si así no sucediera, en los giros el plano referido engendraría una superficie cónica que haría imposible conservar su nivelación.

En segundo lugar, es preciso que los giros se hagan suavemente sin bruscos entorpecimientos ni cabeceos y para ello necesario el perfecto ajuste de las superficies en contacto y su completo alisamiento mediante la conveniente lubrificación automática, que solo se consigue interrumpiendo el contacto de tales superficies rebajándolas en anillos, que sirven de cajas de grasas.

En tercer lugar, como con los frecuentísimos giros de la alidada se pueden desgastar los ejes perdiendo las necesarias condiciones de perfecto ajuste, es preciso que el metal de que se haga sea duro y de grano fino, pero no quebradizo para evitar que se inutilice el aparato con uno de los muchos *golpes en seco* que reciben en los transportes.

Según el ilustre Porro (1) los ejes cónicos son los peores por su dificilísima construcción; los cilíndricos, aunque mas fáciles de construir, no son mucho mejores y los esféricos se consiguen mas exactos, teniendo la ventaja que mientras las dos clases primeras se deterioran con el uso, las de la tercera se perfeccionan.

En vista de esto opinaba el ilustre Maestro por la supresión de los ejes verticales haciendo que el plato giratorio descansara sobre el otro por tres puntas de ágata engarzadas en el primero y así construyó uno de sus mejores taquímetros; esto no obstante los ejes cónicos son los mas usados, aunque con precauciones que en parte evitan los justos temores de Porro y podemos añadir que habiendo utilizado un buen taquímetro con eje cilíndrico de pequeñísima altura al cabo de pocos meses cabeceaba el aparato por el desgaste producido, lo cual indica que la calidad del metal tiene tanta ó más importancia como la forma, con tal que sean buenos los ajustes.

101 — Declinatoria, brújula de limbo fijo y brújula de limbo móvil con prisma reflector.

Aplazando para mas adelante la descripción de la brújula considerada como goniómetro especial, nos ocuparémos ahora de ella y de la declinatoria en el concepto de ser una de las partes integrantes de los goniómetros completos y cuyo objeto es, no solo determinar la dirección del eje de las ordenadas de los diferentes puntos ó sea *orientar el plano,* como generalmente se cree y *es la misión exclusiva de la declinatoria,* sino también *servir de testigo* que nos ponga

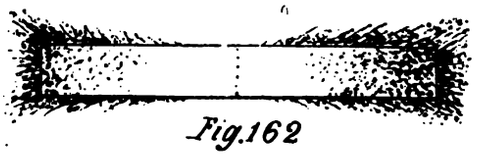


Fig.162

de manifiesto en cada momento algunas equivocaciones muy frecuentes en la lectura de los ángulos señalados en los limbos por los nónius, á fin de evitarlas oportunamente, *condición esta de mas importancia que la primera,* que, por la poca exactitud y seguridad que con la declinatoria se consigue, tiene poco valor y obliga á recurrir á otros medios para obtenerla con la necesaria precisión y con esta conservar el paralelismo de tal eje en todas las estaciones.

Para poner en evidencia las verdaderas condiciones de la brújula y de la declinatoria y desvanecer las muchas ilusiones que sobre las ventajas de la primera, considerada como goniómetro, se hacen no pocos Topógrafos, preciso es que consignemos algunas nociones de Física, que les interesa recordar.

Llámanse *imanes* las materias que tienen la propiedad de atraer el hierro y algunos otros

(1) Taquimetría de 1858. — Pág. 249.

metales, como el nikel, el cobalto y el cromo y que, aunque con mucha menor energía, obran tambien sobre todos los cuerpos sólidos, líquidos y gaseosos por atracción ó repulsión.

Los *imanes* pueden ser *naturales* ó *artificiales;* los primeros son ciertos óxidos de hierro conocidos en Química con el nombre de *óxidos salinos ó magnéticos,* (1) muy abundantes en la Tierra y especialmente en Suecia y Noruega, en donde se benefician como la mena ordinaria, si bien no todos presentan la propiedad característica; y los segundos, barras ó láminas de acero templado, á las que se dan las condiciones de los imanes mediante el contacto continuado por bastante tiempo, por la frotación ordenada con aquellos al objeto de vencer la *fuerza coercitiva* del acero templado y hacer enérgico y duradero su magnetismo, como es consiguiente á tal condición, de que carecen el hierro dulce y otros metales fácilmente magnetizables, pero que con la misma facilidad pierden su condición de imanes y no sirven al objeto, ó finalmente mediante poderosas corrientes eléctricas, que producen el mismo efecto por su grande influencia en el desenvolvimiento y acumulación en puntos determinados de las fuerzas magnéticas contrarias, que en las moléculas del acero se encuentran reunidas neutralizándose en cierto modo.

La acción atractiva de los imanes, naturales ó artificiales, sobre el hierro y demas metales, *es reciproca:* puesto que atraen á una pequeña masa de estos y son atraídos por otra de ellos mas considerable; lo mismo puede decirse relativamente á las corrientes eléctricas, que se separan de su dirección, cuando son débiles y cuando potentes hacen variar la de los imanes. (2).

El poder atractivo de estos se ejerce á todas las distancias y á través de los cuerpos; pero decrece con aquella en razón de su cuadrado y disminuye ó desaparece con las altas temperaturas, si bien se reproduce cuando estas bajan, sino llegaron á la del rojo, en cuyo caso, según las experiencias de Coulomb, los imanes pierden completamente su fuerza magnética.

Polos, línea neutra y eje magnético. — Los imanes no tienen en todos sus puntos la misma energia y por eso, si se coloca uno de ellos entre limaduras de hierro, se agrupan muchas en sus extremos, como se indica en la figura 162, mientras que no se adhiere ninguna hácia el centro de la barra; por lo cual á esta parte se la llama *linea ó región neutra* y *polos* á los extremos, en que la fuerza magnética se presenta con mayor energía.

Esta condición es muy digna de tenerse en cuenta, porque de ella se deduce la diferente influencia que sobre los imanes han de tener las barras de hierro próximas á ellos y diferentemente colocadas.

Cuando la imanación de las barras se hace sin las debidas precauciones se producen muchas veces *polos contrarios alternados entre los extremos,* á los que se llaman *secundarios ó puntos consecuentes,* que naturalmente perturban la acción regular de los imanes, por lo que deben evitarse en cuanto sea posible.

Los polos extremos no tienen su fuerza magnética de la misma clase; asi es que, si se aproximan los de dos barras igualmente imanadas, se observa que mientras unos se rechazan los otros se atraen, y como precisamente lo primero se verifica con los polos que se hallaban en iguales condiciones durante la imanación y lo segundo con los que estaban en posición contraria, se dice que *los polos del mismo nombre se repelen y se atraen los de nombre contrario,* como se hace mas evidente con las agujas imanadas, que libremente pueden ponerse en la dirección correspondiente á su energía magnética en relación con la de la Tierra.

La linea que une los dos polos extremos de un imán se llama su *eje magnético.*

Agujas imanadas. — Para facilitar las aplicaciones de los imanes artificiales, á las barras ó láminas de acero, que los constituyen, se les dá la forma de un agudísimo rombo, figura 163, ó de un prisma, figura 164, de muy poco espesor, que para que giren libremente sobre un estilete

(1) Se encontraron los primeros en la *Lydia,* á orillas del rio *Lypilos,* cerca de la ciudad de *Magnesia,* de donde se deriva su nombre de *magnéticos* y de este el *magnetismo.*

(2) Oersted y Ampere demostraron al principio (?) del siglo último la relación que existe entre las corrientes eléctricas y los imanes «El magnetismo terrestre en Filipinas» por el R. P. Cirera. — 1893, pág. 2.

vertical llevan en su centro de figura un capacete de ágata ó de záfiro labrado interiormente en forma de cono hueco, para que por su vértice se apoye en el extremo del estilete y gire sobre él con el mínimo rozamiento posible (1); estos imanes son los que se llaman *agujas imanadas.*

Al mismo objeto se suspenden estas agujas de un punto fijo por medio de un hilo sin torsión ó se colocan sobre un ligero flotador en un vaso con agua, defendiéndolas en todos los casos de la acción del viento para no interrumpir sus indicaciones; el primer medio es el generalmente utilizado en los aparatos topográficos (2) y á él por lo tanto nos concretarémos.

El eje geométrico de las agujas no siempre coincide con el magnético, aunque por su forma poco pueden separarse entre sí; fácilmente se comprueba aquella condición por la inversión de las agujas, que al efecto han de tener el capacete con dos conos huecos opuestos por el vértice; pero rara vez se hace esto en las de los aparatos topográficos, porque si tal comprobación tiene interés en los estudios del magnetismo no sucede lo mismo en sus aplicaciones á la Topografía, ya que el ángulo formado en las agujas por los dos ejes es muy pequeño y ademas

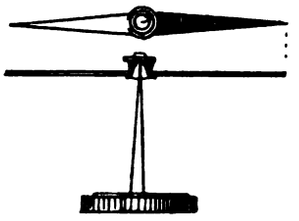


Fig. 163

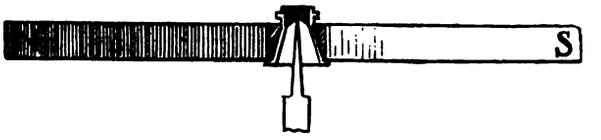


Fig. 164

constante en cada una y no influye por consiguiente en el de cada dos visuales de una misma estación, aunque sí algo en la orientación magnética, menos sin embargo que las variaciones por influencias accidentales, imposibles de evitar en los trabajos topográficos, por lo que tal orientación es de poco valor, siendo siempre preferible la geográfica directamente determinada.

Acción de la Tierra sobre los imanes.—Cuando las agujas imanadas se hallan en libertad de girar sobre su centro de gravedad, se observa que en lugar de detenerse en una dirección cualquiera concluyen siempre por fijarse próximamente en la de la meridiana geográfica, colocándose uno de sus extremos hácia el N. y el opuesto hácia el S. volviendo á esta posición despues de varias oscilaciones cuando se las separa de aquella dirección y esto nos pone de manifiesto que la *Tierra obra como un grande iman* (3), cuyos polos se hallan no muy lejos de los geográficos N. y S., por lo que así se llaman con el calificativo de *magnéticos* y el mismo nombre se da á las puntas de las agujas, que á cada uno se dirigen, si bien es de advertir que realmente debieran cambiarse tales denominaciones, pues como los magnetismos del mismo nombre se re-

(1) Para reconocerlo, al propio tiempo que el grado conveniente de imanación de la aguja, dice Quinquandon («Notions teoriques et pratiques de Topographie», página 133), que esta ha de hacer 25 á 30 oscilaciones para llegar al estado de reposo cuando con el dedo se ha cambiado la posición de sus extremos ó se la ha hecho dar una semirevolución sobre el estilete. — Si el número de oscilaciones es mucho mayor, el exceso de imanación produce pérdida de tiempo sin dar mayor precisión; en el caso contrario hay necesidad de imanarla mas con un iman artificial ó de cambiarla por otra si de ella se dispone.

Para conservar dos agujas imanadas se han de acoplar uniendo los polos opuestos, con lo cual se aumenta su energía magnética.

(2) Porro introdujo en los de su invención la aguja suspendida; pero este medio no se ha generalizado ni aún en las declinatorias en forma de anteojo, que de las suyas se han copiado, sin duda por la mayor dificultad de su construcción y facilidad en romperse el hilo de suspensión; en cambio se usan en los aparatos destinados á las observaciones magnéticas, porque se hacen en los Observatorios ó con cuidados y precauciones que no puede tener el Topógrafo.

(3) Según el R. P. Cirera, S. J., en la obra y página antes citadas, se atribuye á Guillermo Gilbert la invención á principios del siglo XVII de la teoría en que se considera á la Tierra como un gran iman con sus polos y ecuador; pero ya Colón en su primer viaje observó la existencia de este.

chazan y los del contrario se atraen, segun hemos ya dicho, es claro que su polo magnético boreal es el que se dirige al S. y el austral al N.

Esto importa poco al Topógrafo; lo que mas le interesa es saber que la dirección que señala el eje geométrico de la aguja se aproxime mas ó menos á la meridiana geográfica, pues puede utilizar esta propiedad para determinar aproximadamente aquella línea y como la dirección de la aguja permanece casi constante, cuando acciones perturbadoras no influyen en ella, claro es que le servirá también para medir los ángulos azimutales.

Estas dos condiciones son las que determinan las aplicaciones de la brújula á la Topografía, en la que tendría una importancia decisiva si sus indicaciones fueran fidedignas; pero no lo son y de aquí su poco valor y la necesidad de combatir el injustificado entusiasmo que por ella sienten los que no se han hecho bien cargo de los graves inconvenientes consiguientes á su infidelidad.

Meridiana magnética y declinación

Como el círculo máximo de la Tierra que pasa por el eje de la aguja se separa poco del meridiano geográfico del mismo lugar en las pequeñas extensiones á que se aplica la brújula (1) se llama á aquel, *meridiano magnético* y á su intersección con el plano horizontal, que pasa por el punto de suspensión de la aguja determinada por el eje de esta, *meridiana magnética*, que consiguientemente á lo antes dicho se separa poco de la geográfica, llamándose *declinación de la aguja* al ángulo que forman entre sí y cuya variación ya observó Colón en su primer viaje.

Si la declinación fuera constante en cada lugar las indicaciones de la aguja serían de grandísimo valor; pero vamos á ver que tienen muy poco por estar aquellas sujetas á muy distintas é indeterminables influencias.

Variaciones regulares de la declinación y perturbaciones

La declinación varía naturalmente con la situación geográfica de los lugares no sólo en importancia sino también en clase; así es que mientras en Europa *es actualmente occidental*, esto es que el eje de las agujas se inclina al O. del norte verdadero, en Asia y América *es oriental* y su valor varía de 0° á mas de 17°.

Ademas, sin que se conozcan las causas verdaderas, en el mismo lugar sufre importantes *variaciones* en cierto modo regulares, que se denominan *seculares*, *anuales* y *diurnas*, ademas de las *accidentales* ó *perturbaciones* por influencias indeterminables.

Variaciones seculares (2)

De las observaciones hechas en París en 1580 resultó que la declinación era entonces *oriental* y de 11° 30′, disminuyendo cada año hasta que llegó á 0° en 1666, pasando despues á ser

(1) Hacemos esta advertencia, porque las cartas de *líneas isogónicas* ó de igual declinación ponen en evidencia su grande irregularidad. — Véase la lámina 1.ª página 114, tomo II del «Tratado de Navegación» de Estrada y Agacino.

En la misma lámina se observa que los polos magnéticos se separan bastante de los respectivos geográficos haciéndose constar en el mencionado libro (página 116) que el *boreal* se encuentra á los 70° de latitud norte y 97° O. de longitud respecto al meridiano de Greenwich y el *austral* á los 73 $^1/_2$° y 147 $^1/_2$ respectivamente, como determinó en 1831 el navegante inglés James Ross y se admite todavía, aunque se supone habrá desde entonces variado.

Obsérvase ademas en dicha carta que en diferentes puntos de la Tierra las líneas *isogónicas* son curvas cerradas próximamente elípticas; pero como están muy distantes de la parte que mas nos interesa conocer no hacemos á ellas mayores referencias y solo consignamos estas indicaciones para que corroborándose la irregularidad anunciada no se dé á las indicaciones de la aguja imanada mas importancia de la que se merece.

(2) En 1622 Gellibrand y Gunter notaron estas variaciones, que se consideran producidas por el giro lento y progresivo de los polos magnéticos alrededor de los geográficos de E. á O., habiendo calculado el P. Perry y Marcast en 560 años el período necesario para la completa revolución, mientras que otros le elevan á 800 años; pero estas variaciones seculares presentan grandes anomalías comparando las observadas en distintos lugares. — (P. Cirera en la obra citada, página 2 y 105.)

occidental y aumentando cada año hasta llegar en 1814 á su máximo de 22° 34′ y desde entonces constantemente disminuye sin proporción determinada con el tiempo.

Variaciones anuales

«Las variaciones anuales, dice Ganot (1), fueron señaladas por Cassini que observó en 1784 que desde el equinocio de primavera al solsticio del verano la aguja, en París, retrocedía hacia el E. y que por el contrario, avanzaba hacia el O. en los nueve meses siguientes. — *El máximum de variación* observada durante el mismo año fué de 20′. — Por lo demás las variaciones anuales son muy poco conocidas y no parecen constantes.» (2)

De las observaciones registradas en el Observatorio de Madrid en el decenio de 1879 á 1888 resultó (3) como *variación media anual* 6′4′, siendo la media mensual máxima 9′2′ correspondiente á Enero de 1879 y no se comprobó la marcha de la aguja referida por Ganot.

Variaciones diurnas

También han sido hasta ahora infructuosas todas las investigaciones realizadas en los Observatorios para descubrir, si existe, la ley porque estas variaciones se rigen; solo se ha llegado á comprobar hasta cierto punto, en el de París, que la extremidad N. de la aguja marcha cada día de E. á O., es decir, aumentando actualmente la declinación, desde la salida del Sol *hasta la una de la tarde*, retrocediendo despues hasta las diez de la noche, en que adquiere próximamente la misma dirección que tenía á la salida del Sol, permaneciendo durante el resto de la noche con insignificantes variaciones.

«La amplitud media de la variación diurna, — dice Ganot (4) es de Abril á Septiembre de 13′ á 15′ y en los otros meses de 8′ á 10′. — Hay días en que se eleva á 25′ y otros en que no pasa de 5′. — El máximum de la desviación no tiene lugar á la misma hora en todos los lugares. — La amplitud de las variaciones diurnas decrece de los Polos al Ecuador, en que es muy pequeña. — Cerca de este existe una línea sin variación diurna», á la cual se llama *Ecuador magnético*, ya observada por Colon en su primer viaje.

De las observaciones realizadas durante el decenio de 1879 á 1888 en el Observatorio de Madrid resultó (5) distinta la variación media mensual diurna, correspondiendo la máxima de 9′4′ á Abril y la mínima de 3′4′ á Diciembre y para la media general 7′2′.

Perturbaciones

Las variaciones que acabamos de indicar, y especialmente las anuales y diurnas, dicen claramente la poca precisión y seguridad que puede tenerse en las indicaciones de la aguja imanada relativamente á la orientación, si bien en la determinación de los ángulos azimutales se podría anular en cierto modo su falsedad utilizando los rumbos directos é inversos entre las estaciones sucesivas, si se cuida de que no transcurran muchas horas entre las observaciones de cada par y de hacer las oportunas correcciones; pero de todos modos aquellas ponen en evidencia la inutilidad de intentar la medida precisa de los ángulos con la aguja mediante nónius ó mecanismos especiales, pues que su dirección no es nunca fija, ni aún en los Observatorios en que se procura evitar toda influencia extraña á la del magnetismo terrestre para apreciar mejor la que le corresponde.

El Topógrafo no puede proceder del mismo modo, ni utilizar los aparatos especiales á aquel objeto destinados y por esto, aunque trabajara en un *campo magnético uniforme*, obser-

(1) Tratado de Física. — 19.ª edición, 1884, página 762.

(2) Según el P. Cirera (obra citada, página 110), se atribuyen estas variaciones á las distintas posiciones del Sol respecto á la Tierra.

(3) Del libro «Observaciones meteorológicas efectuadas en el Observatorio de Madrid durante los años 1888 y 1889, página 767.

(4) Obra antes citada, página 762.

(5) Obra antes citada, vol. de 1890, página 266.

varía mayores diferencias en las variaciones referidas; pero no son estas las que quitan más valor á las indicaciones de la aguja en los trabajos topográficos de alguna precisión, sino las perturbaciones debidas á influencias extrañas, indeterminables é ineludibles, porque no sólo las producen las masas ferruginosas (1) desigualmente distribuídas en el terreno en que se opera, sino que contribuyen á producirlas la mayor parte de las substancias metálicas, que en él se encuentran y hasta las diferencias notables de temperatura y de humedad de los distintos lugares y las masas de aguas corrientes, que mas ó menos cerca de cada estación pueden encontrarse; siendo de advertir que, por ejemplo, las barras de hierro no producen el mismo efecto en todas sus posiciones, de tal suerte que *los rails de los ferrocarriles no tienen influencia sensible á 8 ó 10 metros de distancia, mientras que una simple verja la tiene á 20 ó 25*, porque en los primeros la polarización magnética tiene lugar á grandes distancias mientras en la segunda se verifica muy cerca de la aguja.

Muy ilustrados Topógrafos han procurado anular estas influencias mediante enojosísimos procedimientos sin conseguir su objeto; pero, aunque así no sucediera ¿podría por su medio combatirse la causa mayor y quizá la más frecuente de tales perturbaciones, que son las corrientes eléctricas atmosféricas? Cuando estas hacen la aguja *loca* ó *dormida*, como vulgarmente se dice, esto es, que está en contínua oscilación ó tan quieta y desmagnetizada que dando á la caja un golpe se traslada 10° ó 12° en un sentido y dándosele en el opuesto marcha otro tanto en el contrario ¿que otro recurso queda que guardar el aparato suspendiendo la operación?; pues esto nos ha ocurrido muchas veces en las altas montañas á la aproximación de las tormentas allí tan frecuentes: además sabido es que las *auroras boreales* (2) y otros fenómenos eléctricos motivan grandes perturbaciones á distancias tan considerables que en el centro de Europa se observan cuando aquellas se producen en las regiones polares (3); de manera que aunque no existieran otras causas para producir las perturbaciones de la aguja que las corrientes eléctricas tan frecuentes en la atmósfera aun en dias no tormentosos, sería motivo suficiente para no dar á las indicaciones de la aguja imanada la importancia que suponen sus apasionados, pues siempre son poco exactas y menos seguras.

---

(1) Sobre la influencia de estas dice Leagre en la página 127. vol. I, de su «Cours de Topographie» lo siguiente, que copiamos para que se tenga idea de la importancia de estas perturbaciones de la aguja imanada y de los medios que se proponen para comprobarlas y evitarlas.

«La mayor parte de las rocas eruptivas y volcánicas contienen diseminadas en su masa partículas de *oxídulo* »*magnético de hierro*, que tienen algunas veces mas acción sobre la aguja imanada que una masa compacta del »mismo metal. — La existencia de estos terrenos magnéticos es mas frecuente de lo que se pudiera suponer: así »sucede que sobre las riberas del río D'Oust, en el Morbihan, cerca de Bona en Argelia y en Santa María de Mada»gascar, existen terrenos que tienen sobre la aguja imanada una acción desviatriz de 7° y mas, en una extensión de »1 á 2 kilómetros.»

«En casos semejantes es preciso renunciar de una manera absoluta al empleo de la brújula para el levanta»miento de los planos.»

«*Manera de reconocer estos terrenos.* — Para darse cuenta el operador de que se halla en tales terrenos, lo que »ya le hacen sospechar las notables diferencias entre los rumbos directos é inversos de muchos lados, se trazan »muchas alineaciones rectas que crucen todo el terreno, cuyo plano se desea levantar y estacionando con la brú»jula en diferentes puntos de tales alineaciones, se miden sus rumbos de 12 á 2 de la tarde para evitar los errores »consiguientes á las variaciones diurnas. — Si los ángulos observados en la misma hora operando rápidamente »sobre una de tales rectas difieren en una cantidad notable, es que el terreno es magnético y la brújula no puede »servir para levantar el plano.»

A lo cual debemos añadir que como además de esta causa de perturbaciones existen con mucha frecuencia las de las corrientes eléctricas, el remedio mas racional es desechar la brújula como goniómetro de mediana precisión, pues con ella no solo no se tiene la ordinariamente necesaria, sino que nunca seguridad de no perder el tiempo, las molestias y los gastos hechos.

(2) Son producidas por corrientes eléctricas que circulan dentro de la capa atmosférica terrestre formando sus descargas un grande anillo luminoso alrededor del polo magnético. — P. Cirera, obra citada, página 149.

(3) El mismo P. Cirera dice, página 150, que si en Manila no se ven las auroras boreales se sienten en las salas de los aparatos magnéticos, como entre otras ocasiones sucedió con la que tuvo lugar en 6 de Octubre de 1892.

Sin embargo de estos inconvenientes reales y positivos las propiedades de la aguja imanada son y pueden ser utilizadas por los viajeros, los navegantes y los Topógrafos para orientarse aproximadamente y á los últimos les *sirve perfectamente de testigo en la medición de los ángulos azimutales* para evitar las groseras equivocaciones de una centena, decena ó media decena de grados por otra, cuando en forma de brújula de limbo completo hace parte de otros aparatos, pues, aun en el caso de estar perturbada, les llama la atención sobre las lecturas de los limbos por los nónius ó microscopios.

El minero se encuentra generalmente en caso análogo al navegante, esto es, en campo magnético homogéneo; pero no sabemos comprender el por qué para él pueda tener la brújula ventajas sobre los otros goniómetros, como muchos suponen, ya que si se determina bien, como con los últimos puede hacerse, la dirección de las galerías subterráneas atacadas por puntos opuestos ó diferentes, es indudable que se encontrarán con mas exactitud que operando con la brújula; parécenos que en esto, como en muchos entusiasmos, hay no poco de rutina inconveniente.

Inclinación magnética (1)

Cuando una aguja de acero perfectamente equilibrada se imana, pierde tal condición inclinándose en el hemisferio boreal notoriamente hácia abajo la punta N. como si pesara mucho mas que la opuesta, y lo contrario sucede en el hemisferio austral consiguientemente á la atracción magnética de la Tierra; por lo que al ángulo que el eje de la aguja imanada forma con el plano horizontal que pasa por el punto de apoyo, cuando aquel se encuentra en el meridiano magnético, se llama su *inclinación magnética.*

Esta no se observa en las agujas imanadas de los aparatos topográficos, porque los constructores cuidan de restablecer el equilibrio, ya cambiando la forma antedicha por la de una flecha, cuya punta se dirige al N. en nuestro hemisferio, ya limando la mitad de la aguja que hácia tal polo se dirige, ya poniendo en la parte S. un peso en abrazadera, que se coloca como convenga para conseguir el equilibrio, porque la inclinación no es la misma en todos los lugares; pues varía de 90°, que corresponde á los polos magnéticos, á 0°, que se observa en el ecuador magnético, dependiendo la variación de la latitud con mas regularidad que la declinación.

Como esta, también cambia la inclinación en cada lugar con el tiempo, de tal manera que habiéndose hallado ser para París en 1671 de 75° ha ido decreciendo hasta registrarse en 30 de Septiembre de 1875 en el Observatorio de Montsouris la de 65° 34'6' (2).

En el Observatorio de Madrid se encontró (3) en:

Septiembre-Diciembre	de 1878 . . .	59° 41'
Junio	de 1879 . . .	59° 38'4'
Noviembre	de 1881 . . .	59° 35'3'
Mayo	de 1892 . . .	95° 8'3'

resultando para variación media anual entre

1878 á 1881, 1'9' y entre 1878 y 1892, 2'3'

No es igual la inclinación de la aguja en todas las posiciones azimutales, como se observa haciendo girar en este sentido el eje horizontal en que á su vez gira verticalmente la *aguja en la brújula de inclinación* con que se mide, por lo que debe esta orientarse bien para apreciar aquella.

De todo esto se deduce que *el contrapeso en abrazadera es el medio mejor* para equilibrar en cada caso las agujas de los aparatos topográficos y como en ellos lo que se necesita es con-

(1) Según el P. Cirera (obra citada, página 1) la descubrió Norman por casualidad en 1576.

(2) Ganot, obra citada, página 765. — En la obra citada de Estrada y Agacino se puede ver (página 118) una carta de las *líneas isóclinas* ó de igual inclinación, que también se llaman *paralelos magnéticos.*

(3) Obra antes citada, vol. de 1892, página 508.

seguir este equilibrio de la aguja para que señale bien los rumbos, no tiene para el Topógrafo grande interés el estudio de la inclinación magnética, si bien no debe desconocerla, porque indudablemente tienen mutuas influencias las componentes horizontal y vertical consiguientes á las muchas fuerzas de que se derivan, mas ó menos regulares unas y otras completamente accidentales.

Declinatoria

Su exclusivo objeto es orientar el limbo horizontal de los aparatos para determinar en él directamente los *rumbos;* esto es, los ángulos que las diferentes visuales forman con la meridiana magnética, ó los *azimutes* ó sean los que aquellas forman con la meridiana geográfica, cuando se conoce la dirección de esta ó la declinación del lugar en el momento de realizar la operación y en otros casos simplemente para *orientar el plano*, por todo lo que más propiamente debiera llamarse *orientadora*, aunque por su medio se determine la declinación.

Se construyen de dos formas principales:

Unas veces consiste en una caja prismática estrecha y larga, fig. 165, en cuyo centro hay

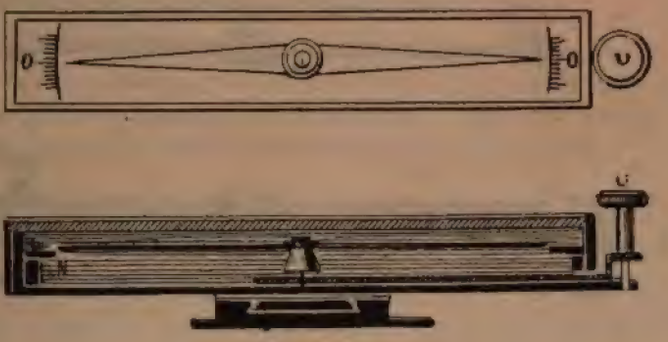


Fig. 165

un estilete perpendicular al fondo que sirve de apoyo y eje á la aguja imanada, la que mediante una palanca acodada puede apretarse contra el cristal, que cierra la caja por la parte superior y en cuyas caras menores se encuentran dos pequeños arcos de círculo, graduados y numerados á derecha é izquierda á partir de su medio en que está el 0°, debiendo ser la línea de éstos paralela á las caras mayores del prisma y que por consiguiente sus aristas marcarán la dirección de la meridiana magnética, cuando el eje de la aguja en libertad coincide con aquella línea, á cuyo efecto uno ó los dos arcos tienen un pequeño movimiento de corrección y

Otras veces, como indica la fig. 166 consiste la declinatoria en un tubo cilíndrico, que llevando en su centro la aguja sobre un estilo ó suspendida de un hilo sin torsión y con la punta N. doblada hacia arriba, se cierra por un extremo con una lente L y por el otro con un cristal esmerilado, en que está grabada una escala de partes iguales, de manera que, mediante aquella, que hace las veces de ocular, se vé perfectamente la graduación y sobre ella moverse la punta levantada de la aguja, como aparece en la figura 167.

Esta orientadora mas sencilla que la que utilizó Porro en sus taquímetros tomando la idea del aparato de Gauss, y que al presente utilizan muchos constructores, es preferible á la precedente; pero no debe olvidarse que es inútil apreciar por su medio las décimas ó centésimas del grado centesimal, como dice Porro puede hacerse (1), porque las variaciones anuales y diurnas y mas aun las perturbaciones consiguientes á influencias accidentales importan mucho mas haciendo ilusoria y vana aquella apreciación.

(1) «Tacheometrie» de 1858, página 38.

En la primera clase de las orientadoras indicadas es condición precisa, despues de conseguido el equilibrio de la aguja para que sus puntas enrasen con los arcos graduados, que el punto de giro de aquella se halle en la línea de los ceros de los arcos extremos; es decir, que con estos coincidan las puntas de la aguja, cuando su eje de figura sea paralelo á las caras mas largas de la caja y estas se hallen en el meridiano magnético; aunque tal paralelismo se consigue ordinariamente por construcción, en algunas uno de los arcos ó los dos tienen un pequeño movimiento para hacer la corrección oportuna en caso necesario.

La comprobación y corrección de la condición expuesta es sencillísima. Despues de quitar el cristal que cierra la parte superior de la declinatoria, basta colocarla sobre un plano horizontal haciéndola girar hasta que la punta N. de la aguja coincida con el cero del arco correspondiente; si la punta S. no hace lo propio con el cero de su arco, se mueve este hasta que tal suceda; se señala entonces con un lápiz la arista de una de las caras mas largas, se invierte

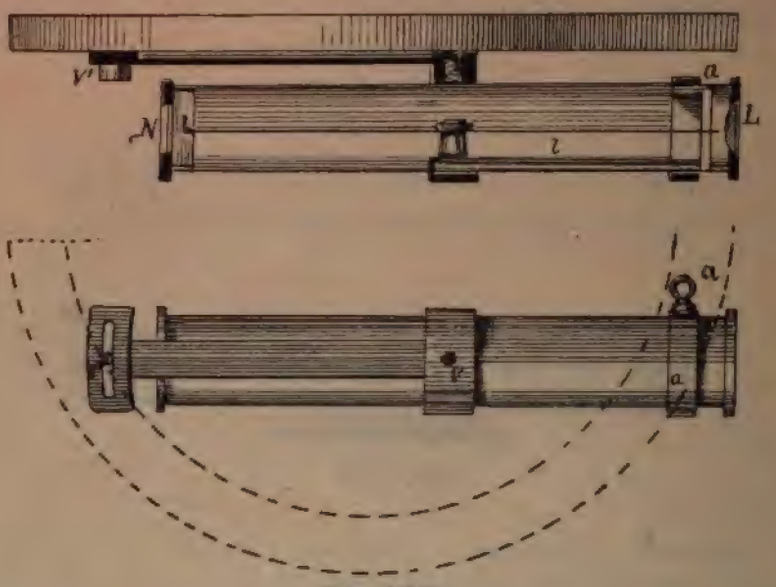


Fig. 166

la caja extremo por extremo y lo mismo se hace con la aguja y si las puntas de esta coinciden con los ceros respectivos la condición se verifica; en caso contrario se corrije la mitad de la diferencia moviendo los arcos, si esto es posible ó inclinando convenientemente el estilete sino lo es y la otra mitad haciendo girar la caja hasta que las puntas de la aguja coincidan con los ceros, repitiendo la operación para afinar la corrección: una vez conseguida se colocará nuevamente el cristal sujetándole con el aro de metal que al efecto lleva.

Fig 167

Esta comprobación y corrección es necesaria en las declinatorias que se utilizan independientemente de los goniómetros ó con la plancheta, porque en ella son las aristas de las largas caras las que sirven para señalar ó comprobar la dirección de la meridiana magnética.

En las que se utilizan en los goniómetros han de satisfacer á la condición equivalente de que el eje de la aguja sea paralelo al plano de colimación descrito por el anteojo, cuando este coincida con el meridiano magnético, si se quieren medir directamente los rumbos ó forme con él un ángulo igual á la declinación si se desean obtener los azimutes; pero solo en estos dos casos precisos, porque sino se dá importancia á la orientación no es necesario aquel paralelismo y solo si que el punto de apoyo y giro de la aguja se halle en la recta de los ceros, cuya corrección se hace, ordinariamente, inclinando convenientemente el estilete.

los nónius en el espacio que dejan libre los caballetes; de manera que el eje de giro de la aguja coincida con el general del aparato y que el diámetro $0^c - 200^c$ ó $(0° - 180°)$ se halle en el plano de colimación del anteojo, cuando este sea centrado, ó le sea paralelo en otro caso y tiene, ordinariamente, el limbo un pequeño movimiento para hacer que se cumpla tal condición.

Del diámetro del limbo azimutal y de la forma y disposición de los caballetes dependen las dimensiones de la brújula, que, teniendo en cuenta sus condiciones y destino, no es necesario que sea de gran diámetro, ni que su limbo esté dividido mas que en grados completos ó á lo sumo en medios grados.

Suponiendo el aparato en todo lo demás corregido y bien nivelado, las condiciones á que debe satisfacer esta brújula son:

1.ª Que el limbo esté bien graduado y numerado en sentido contrario al azimutal.

2.ª Que las puntas de la aguja enrasen bien con el limbo y determinen un diámetro en todas sus posiciones, esto es que su eje de figura sea recto y esté bien centrado.

3.ª Que el diámetro $0^c - 200^c$ ó $(0° - 180°)$ se encuentre en el plano de colimación ó le sea paralelo, segun que el anteojo sea centrado ó excéntrico.

La 1.ª condición se puede comprobar fácilmente levantando el cristal y tomando con las puntas de un compás un cierto número de grados se aplican en las diferentes regiones del limbo; sino se comprueba la condición hay que desechar el aparato; pero, como la graduación de los limbos se hace con mucha seguridad y suficiente precisión en las fábricas acreditadas, rara vez hay que comprobar esta condición.

Para ver si la 2.ª se cumple, se empieza por examinar el enrase exacto de las puntas de la aguja con el limbo haciendo girar el aparato nivelado, ó simplemente la alidada, notando si la aguja se inclina, en cuyo caso hay que equilibrarla moviendo convenientemente el contrapeso y sino le tuviera pegando un poco de cera; si una de sus puntas se *agarra* al limbo en determinadas posiciones y la opuesta no llega á él, es indicio de que no está bien centrada y se toma nota de las graduaciones en que esto tiene lugar, porque se verá mejor observando los ángulos opuestos: á este efecto se mueve el aparato haciendo que la punta N. coincida exacta y sucesivamente con las graduaciones 0^c, 100^c, 200^c y 300^c y si la punta S. marca exacta y respectivamente 200^c, 300^c, 0^c y 100^c la condición se verifica.

Si en estas distintas posiciones se observa una *diferencia constante en las lecturas*, nos indicará que el limbo está bien dividido y la aguja bien centrada, pero que ***sus puntas no son los extremos de un diámetro*** ó no están en linea recta con el punto de giro.

Aunque en este caso podria utilizarse la brújula teniendo en cuenta la diferencia constante observada, es lo mejor enderezar la aguja hasta que desaparezca su defecto.

Si tales diferencias varian gradualmente aumentando de cero hasta cierto limite y descendiendo despues hasta cero para repetir el mismo aumento y disminución, esto nos indicará que la aguja está descentrada en el sentido de la linea que une las graduaciones que dieran la diferencia cero y como por ella y la perpendicular, en cuya dirección se habrá observado la máxima diferencia, puede calcularse la descentración, no será dificil corregir el defecto inclinando á este ó en el sentido conveniente.

En esta caso como no es probable que la máxima y minima diferencia se hallen precisamente en las cuatro posiciones indicadas, claro es que se han de buscar por tanteos las que correspondan á tales diferencias.

Cuando la brújula tenga este defecto, es consiguiente que su aguja no enrasará, no por defecto de talla sino de punto de apoyo y giro y como lo que sobre en una punta faltará en la otra, no debe precipitarse á limar la aguja cuando se note la falta de enrase sino antes comprobar la descentración del estilete.

Si las diferencias en las lecturas del limbo no siguen ley ninguna, es consiguiente que la graduación no está bien hecha y sino se halla este defecto por el primer medio propuesto esta comprobación no podrá ser evidente teniendo sin embargo en cuenta lo que á él pueda contribuir la falta de centración de la aguja.

Para comprobar la 3.ª condición lo mejor es hacer previamente la coincidencia de los ceros de los nónius, A y B, respectivamente con el cero y 200ᶜ del limbo azimutal y asegurando este y la alidada hacerlos girar hasta que las puntas N. y S. de la aguja coincidan respectivamente con iguales graduaciones de su limbo; colocar una banderola en el plano de colimación á 150 ó 200 metros y asegurando el limbo y aflojando la alidada dar á esta una semirevolución justa haciendo que el cero del nónius B coincida con el del limbo azimutal y el de A con la graduación 200ᶜ; invirtiendo el anteojo se observará si la banderola se encuentra en este nuevo plano de colimación; si así sucede la condición se verifica; en caso contrario (en el supuesto que en todo lo demás el aparato estuviera comprobado y corregido) se moverá el limbo de la aguja hasta que esta señale la semidiferencia, repitiéndose la observación para afinar.

También podría hacerse, para evitar tanteos, prescindiendo de la segunda coincidencia de los nónius A y B dirigir la visual con el anteojo invertido á la banderola; pues acusando entonces tales nónius el duplo en la 1.ª posición del ángulo que el eje de la aguja forma con el plano de colimación del anteojo, bastaría mover la alidada hasta que aquellos se colocaran en la semidiferencia, despues todo el aparato para que la visual encontrara la banderola y finalmente el limbo de la brújula hasta que la punta N. coincidiera con la graduación 200ᶜ y la S. con la 0ᶜ de su limbo; pues así quedaría hecha la corrección, en el supuesto de que sea posible el movimiento del de la brújula; pues si así no sucede hay que tomar nota de dicho ángulo para tenerle en cuenta al orientar el instrumento en cada estación y al comprobar los rumbos ó azimutes con la brújula.

En algunas el movimiento de su limbo es suficientemente grande para que se las pueda *declinar al objeto de determinar directamente los rumbos ó los azimutes*, segun convenga, y en este caso se procederá á la comprobación y corrección de una manera análoga á lo dicho sin más diferencia que utilizar la meridiana geográfica en lugar de la magnética y teniendo cuidado que la aguja señale la *declinación del lugar en el momento de la observación*.

Se comprende fácilmente que estas brújulas son preferibles á las que solo sirven para determinar directamente los rumbos, ya se utilicen como aparato especial, ya como formando parte de otro.

Destino de estas brújulas en los aparatos completos

Muchos Topógrafos suponen que es idéntico al de las declinatorias y no es así; porque, además de servir para orientar con la aproximación de estas los ejes del plano, tienen el mas interesante de servir de *testigo* de todos los rumbos ó azimutes, segun sus condiciones, que se miden por medio de los nónius en el limbo azimutal y esto puede evitar muchas equivocaciones de decenas y medias decenas de grado en las lecturas de este, que son las más frecuentes, porque en lo que mas se fija el operador es en las fracciones acusadas por los nónius y se confunden muy frecuentemente las centenas, decenas y medias decenas y consiguientemente las unidades de 1ᶜ con 6ᶜ, 2ᶜ con 7ᶜ, etc., etc., y la brújula lo advierte.

Pero hay más: los rumbos ó azimutes de la base de operaciones ó sea de estación á estación y mas aun los de la base de comprobación, deben determinarse con toda la seguridad y precisión posible leyendo los dos nónius azimutales, *lo que obliga á dar una vuelta alrededor del instrumento;* esto mismo hay que hacer, cuando el aparato no tiene mas que declinatoria, relativamente á todos los puntos de detalle motivando el mareo del operador y una pérdida considerable de tiempo, porque por los nuevos procedimientos son generalmente muchos los que se determinan con gran celeridad desde cada estación *sin que pueda prescindirse de la comprobación* de cada rumbo para evitar las frecuentes equivocaciones consiguientes y esto en parte se evita con las brújulas completas, pues leyendo el rumbo ó azimut en el limbo con el nónius A y viendo si aproximadamente coincide con el señalado por la aguja, queda hecha la comprobación y obtenido aquel con más que suficiente precisión; pero como para leer el rumbo en la brújula de limbo fijo ha de ponerse el operador en la dirección del eje de la aguja

y esto no puede hacerse muchas veces desde el sitio donde se leyó el nónius A y otras es muy difícil conseguirlo, porque se interponen los brazos de los caballetes, de aquí que no se resuelva la dificultad con esta clase de brújulas, *como se consigue con las de limbo móvil con prisma reflector*, que evitan todos los inconvenientes, por lo que son preferibles en grado sumo, como vamos á ver.

Brújula de limbo móvil con prisma reflector (1)

Como se indica en la figura 168, consiste tambien en una caja cilíndrica de poca altura colocada entre los caballetes del aparato sobre ó enrasando su base superior con la del platillo de los nónius al que está atornillada; en su centro, que se corresponde con el eje vertical de

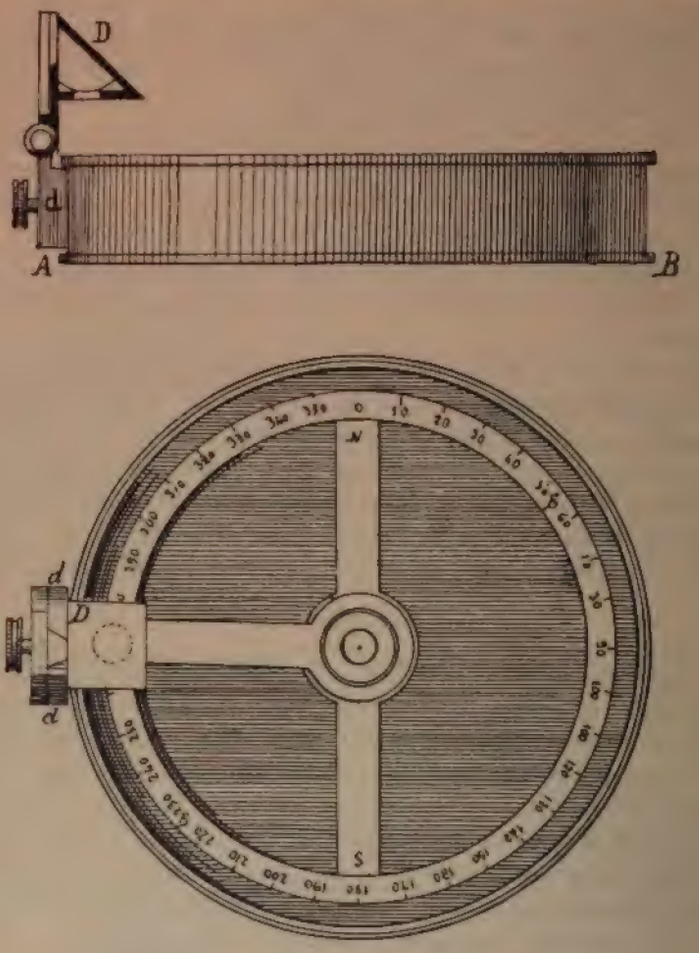


Fig. 168

aquél, está el estilete sobre el que se apoya y gira una aguja fuertemente imanada sosteniendo un limbo de aluminio que puede asegurarse al cristal con una palanca acodada y cuya graduación está numerada en el mismo sentido que el limbo azimutal; para que el cero corresponda al índice del prisma sobre el nónius A ó muy próximo á él, las puntas N. y S. de la aguja no coinciden con el diámetro 0ᵍ – 200ᵍ ó el (0° – 180°) sino con el que le es perpendicular.

En el punto correspondiente al 0ᵍ, ó sea en el plano vertical de los nónius A y B, lleva

(1) En 1302 Flavio Gioia hizo la brújula de limbo móvil usada ordinariamente en la marina. — Véase folleto de D. J. Ricart y Giralt, titulado: *Cristóbal Colón, Cosmógrafo*, pág. 18.

una fina punta de metal que en todos los casos señale los rumbos; pero cuando estos se utilizan se leen mediante el prisma de cristal, el que en la cara vertical lleva una raya, que sirve de índice verdadero, que en tal caso coincide con la imagen de la punta metálica, pues en ella aparece reflejada claramente la graduación, á cuyo efecto conviene que la otra cara cateto del prisma esté tallada en forma de casquete esférico para que la amplíe.

Para leer directamente los azimutes ó los rumbos, segun convenga, el prisma debe poderse mover y asegurarse al platillo de los nónius, á fin de colocarle en cada lugar y tiempo donde corresponda.

Las *condiciones necesarias* en esta brújula son las siguientes:

1.ª Que el limbo esté bien graduado y equilibrado, cuando el eje del aparato sea vertical y

2.ª Que el índice metálico y el del prisma coincidan con el cero del limbo de la brújula, cuando el plano de colimación del anteojo se halle en el meridiano magnético ó que el índice metálico señale la declinación cuando el otro del prisma coincida con el cero y el plano de colimación lo haga con el meridiano geográfico.

La comprobación de estas condiciones es análoga á lo antes dicho y es claro que la corrección de los índices se ha de hacer inclinando en el sentido conveniente el fijo y moviendo el prisma como sea necesario para conseguir la indicada coincidencia asegurándole en la posición oportuna.

Destino de la brújula de limbo móvil con prisma en los aparatos de que forma parte

Es enteramente igual al indicado para la de limbo fijo; pero tiene la inmensa ventaja de cumplir su misión sin el menor trabajo para el operador y sin los inconvenientes señalados para aquella.

En efecto: cuando se quieren obtener los rumbos, la graduación del limbo de la brújula aparece reflejada verticalmente en la cara del prisma 15 ó 20 milímetros sobre el nónius A y al dictar al escribiente el rumbo leído en el limbo azimutal se vé sin esfuerzo ninguno el que el índice del prisma señala en la graduación del limbo de la brújula en él reflejada, comprobando sencilla y perfectamente la lectura de las centenas, decenas y unidades de grado.

Cuando se quieran obtener los azimutes, el prisma estará algunos centímetros á la derecha ó á la izquierda (segun sea la declinación y el sentido de la numeración de la graduación de los limbos) del plano vertical que pasa por el cero de los nónius A y B y la comprobación se consigue del mismo modo.

La brújula de limbo móvil puede estar en su mayor parte cubierta con plancha de metal y esto permitirá colocar en su centro un nivel esférico para poner vertical el eje general del aparato haciendo innecesario el nivel ó los niveles cilíndricos á tal objeto fijados al platillo de los nónius, lo que, como ya hemos dicho, es preferible, porque la nivelación del aparato es mas fácil con el nivel esférico y hasta ganaría la estética del mismo; esto sin perjuicio de que se nivelasen los nónius del limbo vertical mediante el nivel cilíndrico de mayor precisión, que ordinariamente va unido á la pieza de aquellos.

102 — Caballetes.

Es su nombre propio, aunque algunas veces se les llamen *armas* ó *montantes*.

Su forma y condiciones varía mucho, no solo para cada clase de instrumentos, sino en cada una y por esto es mejor aplazar su descripción para cuando se haga de cada clase de aparatos; lo principal es observar en cada uno si cumplen *su misión de dar firme apoyo al eje de giro del anteojo* permitiéndole el movimiento de báscula que necesita con la suavidad y seguridad necesarias, mediante *coginetes* de hueco prismático ó cilíndrico bien ajustados y afinados y si presenta medio oportuno de corregir la falta de horizontalidad de aquel eje con sencillez y seguridad, lo cual es fácil de ver en cada caso, ó si aquella condición se verifica cuando el aparato está nivelado en los que no tienen esta corrección.

Los *caballetes* sirven tambien para fijar los tornillos de coincidencia del movimiento del anteojo y los de corrección de la pieza de los nónius, como se comprende fácilmente á la vista de los aparatos; moviéndose los segundos unas veces mediante el destornillador, otras con la aguja y otras á mano por tener sus cabezas como los tornillos de precisión; consideramos esta última forma inconveniente por las frecuentes incorrecciones á que dá lugar moviéndolos inadvertidamente si no tienen *tuerca de seguridad*, como la que utiliza, entre otros, Salmoiraghi.

103 — Limbo vertical y sus nónius.

En algunos teodolitos y taquímetros se utilizan limbos verticales cilíndricos ó en llanta de rueda; pero generalmente la forma adoptada es la plana vertical para los limbos y ligeramente cónica para los nónius.

La primera forma tiene el inconveniente de que hay que buscar la reflexión de la luz en el punto conveniente moviendo el cuerpo y colocándole algunas veces en posición molesta; la segunda es generalmente la que ofrece menos inconvenientes y dá mas facilidad para colocar los microscopios y reflectores sencillos, que ponen de manifiesto la coincidencia de las graduaciones del limbo y nónius.

Esto se consigue mejor cuando, como en el taquímetro de Richer, los nónius son completamente planos y están grabados en plancha concéntrica con el limbo; pero no ofrece gran dificultad con los delgadísimos que construyen Laguna, Salmoiraghi y Trougton, especialmente con los excelentes microscopios que utiliza el primero.

El limbo está, de ordinario, fuertemente unido al eje del anteojo y con él gira, teniendo su graduación numerada, en los modernos aparatos, de 0^c á 400^c y de tal manera dispuesta con relación á los nónius que, cuando el anteojo está horizontal, el cero de uno de estos, el de la derecha, I, señala 100^c y el del otro, II, marca 300^c, esto es, que se obtiene inmediata comprobación de los ángulos zenitales, como propuso y estableció Porro muy acertadamente; pues así se evitan muchas equivocaciones y la necesidad de anotar si el ángulo es de ascensión ó depresión, como es preciso hacerlo en los antiguos aparatos y ya digimos al hablar de la medición de esta clase de ángulos (núm. 61, pág. 151).

El sentido de la numeración de las graduaciones es el de izquierda á derecha colocándose ordinariamente el cero en la parte superior y horizontal la línea de los ceros de los nónius.

Estos se hallan en los extremos de la regla horizontal y otra perpendicular á ella baja hasta el primer tercio inferior de uno de los caballetes, al que se sujeta por los tornillos de corrección; en la intersección de las dos reglas tiene un agujero por donde pasa con suave rozamiento el eje de giro del anteojo girando á su vez la pieza de los nónius sobre el extremo superior de los caballetes en lo necesario para corregir su posición.

Cada constructor utiliza medios distintos; pero todos tienen los mismos fines; algunos ponen los nónius en la regla vertical ó uno solo, lo cual es molesto en el primer caso y priva en el segundo de la comprobación necesaria siempre; pero como es fácil de darse cuenta de las condiciones especiales de cada aparato á su vista, no hay para que nos entretengamos ahora en indicarlas.

Debemos sí hacer constar que por empañarse fácilmente las graduaciones, especialmente cuando se opera en climas húmedos ó en costas, es indispensable cubrir este limbo, como ya se hace por los buenos constructores con el horizontal, lo cual es sencillísimo mediante una plancha fija á la pieza de los nónius, que quedarían descubiertos al par que la parte correspondiente del limbo, mejora importante que se hará en el taquímetro perfeccionado de Laguna, según se nos ha ofrecido.

A la regla horizontal de la pieza de los nónius está unido un nivel cilíndrico de bastante sensibilidad, generalmente con corrección mediante roldanas, que es el que se utiliza para nivelar la línea de los ceros de los nónius ó mejor dicho la visual que la corresponde, y para rec-

tificar, cuando convenga, la verticalidad del eje general del aparato, lo cual hace innecesario el uso de los niveles de esta clase sobre el platillo de los nónius azimutales, en donde ofrece muchas ventajas el esférico, como hemos dicho.

104 — Anteojo y su nivel especial.

Nada tenemos que decir sobre el anteojo despues de lo consignado en el Capítulo V de la PRIMERA PARTE sino que, dado el sistema adoptado en casi todos los nuevos aparatos de que gire sobre un eje horizontal, es preciso que este giro sea completo para que sus comprobaciones especiales puedan realizarse fácilmente; mejor se harían si se hallase sobre collares, que no ofrecen los inconvenientes que se han supuesto para desecharlos, porque solo se utilizan en el momento de la completa comprobación y corrección de la coincidencia de los ejes de colimación y de figura y despues se puede asegurar el anteojo hasta formar una sola pieza con el limbo; pero esto no tiene tanta importancia que obligue al cambio radical de la construcción moderna.

En cierto modo tiene mas la costumbre introducida de colocar sobre el anteojo y *fijo á él* un nivel de gran sensibilidad, que resulta casi siempre inútil, porque no solo no puede emplearse mas que en los contadísimos casos en que conviene determinar la horizontal en una estación con mas precisión de la que puede deducirse del ángulo vertical medido por el limbo, sino que aquella horizontal no es fácil de comprobar siendo fijo el nivel, ya que no se puede utilizar la inversión, condición que se cumple muy bien con el nivel móvil fijable sobre las generatrices opuestas del tubo del anteojo mediante puntas y resortes, que muy acertadamente utiliza Salmoiraghi y es de desear imiten los demás constructores, como lo hará Laguna en su taquímetro perfeccionado.

El nivel móvil puede suplir en cierto modo las ventajas de los collares sin sus inconvenientes; el fijo, tan generalizado, puede decirse que resulta completamente inútil, porque lo que se dice de convertir por su medio el teodolito ó el taquímetro en nivel de anteojo no pasa de ser una ilusión.

CAPÍTULO II

DESCRIPCIÓN DE LOS PRINCIPALES APARATOS UTILIZADOS CON LOS PROCEDIMIENTOS ANTIGUOS DE LA TOPOGRAFÍA

105 — División de la materia.

Como quiera que con tales procedimientos se determinan, de ordinario, separadamente la proyección horizontal y las alturas relativas de los puntos característicos del terreno para conseguir su plano topográfico y aún muchas veces se limitan los trabajos á uno solo de tales objetos, era natural dar á conocer sus procedimientos y aparatos con la oportuna separación, explicando primero los destinados á la Planimetría y despues los correspondientes á la Nivelación siguiendo este orden, ya porque eran mas comunes los trabajos de la primera clase que los de la segunda, ya tambien porque para conseguir el plano topográfico mas ó menos completo era necesario proceder en esta forma.

Tal exclusivismo en el destino de los aparatos era incompatible con la economía en tiempo y en dinero que exigía la multiplicación de los trabajos consiguientes á los progresos de la civilización y en su consecuencia se fueron cambiando sucesivamente las condiciones de aquellos hasta conseguir por su medio simultáneamente los dos objetos y, porque el segundo no se obtiene con tanta precisión, no se abandonaron sus especiales aparatos, los niveles, sino que tambien se mejoraron estos para conseguirla mayor en los casos especiales que lo hacían necesario y en otros al propio tiempo la proyección horizontal.

Esto complicó considerablemente la explicación ordenada de los aparatos y aun de los procedimientos de la antigua Topografía, porque si hay algunos de aquellos de la primera clase, como las escuadras y sencillas pantómetras, brújulas y planchetas, que solo sirven para determinar la proyección horizontal y los niveles sin brújula ni limbo azimutal para calcular las alturas relativas, á ambos objetos pueden destinarse, y se destinan, las pantómetras, brújulas y planchetas perfeccionadas y singularmente los teodolitos, con la particularidad de que con estos aparatos no se obtienen las alturas como en los niveles y estos á su vez, cuando tienen brújula ó limbo azimutal, tambien se emplean en determinar la proyección horizontal de ciertos terrenos; de manera que no es fácil explicar cada aparato con sus sucesivos perfeccionamientos sin faltar á la clasificación general establecida ó es necesario ocuparse de ellos en lugares muy distintos.

No es por otra parte procedente, al ocuparse de la antigua Topografía, prescindir por completo de la división general en Planimetría y Nivelación para dar á conocer sus propios instrumentos; por lo que para resolver en lo posible la dificultad, teniendo en cuenta que es fácil, dados los antecedentes consignados, hacer conocer desde luego las condiciones de los aparatos propios de la Nivelación, creemos oportuno comprenderlos en el primer artículo de los dos, en que dividimos la vasta y compleja materia propia de este capítulo, y en el segundo la explicación de los demás aparatos con los sucesivos perfeccionamientos en cada uno realizados, en tanto no se hayan hecho con ellos directamente aplicables á los modernos procedimientos, por-

que en este caso ya deben ser comprendidos en el capítulo siguiente; y si bien con este proceder nos separamos del camino seguido por todos los autores, creemos que algo se ganará en la claridad con que la materia quedará expuesta.

ARTÍCULO PRIMERO

Aparatos propios de la Nivelación

106 — Clasificación.

Para conseguir el objeto que la Nivelación se propone, se utilizan planos horizontales ó superficies de nivel de alturas determinadas, el peso de la atmósfera, que, por suponerle proporcional á su altura, equivale en cierto modo al medio precedente, las pendientes ó sea la inclinación de las visuales correspondientes á determinadas alturas por unidad de distancia horizontal y finalmente la medida del ángulo que las visuales forman en cada estación con el plano horizontal combinada con la distancia, que en este la separa de cada punto, cuyo medio tiene tanta semejanza con el tercero, como el segundo con el primero; pero como el último se consigue con los goniómetros al par que la medida de los ángulos azimutales y de estos aparatos nos hemos de ocupar especialmente en el artículo siguiente, en este solo lo harémos de los que utilizan los otros medios indicados ó sea del *nivel de agua, de los reglones horizontales y de los niveles de pínulas y de anteojo, que utilizan el primer medio, de los barómetros que sirven para el segundo y de los clisímetros destinados al tercero.*

107 — NIVEL DE AGUA. — Fundamento, condiciones generales, precisión que con él se puede conseguir, manejo y aplicaciones.

Es sabido que, á causa de la gravedad, los líquidos libres y en reposo tienen la propiedad de presentar su superficie en forma esférica cuando comprenden una grande extensión como los mares, y plana de nivel, que es un elemento de aquella, cuando es pequeña, como la de los lagos y estanques y así mismo que cuando se hallan en vasos comunicantes alcanzan en ellos la misma altura.

Estas propiedades se han utilizado para determinar las alturas relativas ó diferencia de nivel entre los puntos del terreno.

Los griegos ya empleaban al efecto una canal prismática cerrada por sus extremos, *a b c d* (figura 169), cuya base, *b c*, colocaban á ojo próximamente horizontal y vertiendo en ella agua hasta que ocupara cerca de los dos tercios de su cabida perfeccionaban la horizontalidad levantando convenientemente los extremos hasta que el agua alcanzaba en ambos una altura igual sobre la base, á cuyo efecto trazarían en las caras líneas á ella paralelas; conseguido aquello las aristas en *a* y en *d* lo serían á la superficie del agua ó de nivel y midiendo su altura sobre el suelo, por su diferencia $a\,e - d\,c$, obtenían la altura de *c* sobre *e*. (1)

Si los puntos, cuya diferencia de nivel se deseaba conocer, estaban mas lejanos entre sí que la longitud de la canal, la que para ser manejable no podría tener mas de 5 metros, se había de trasladar en la misma alineación haciendo que el extremo *d c*, v. gr., se colocara sobre el punto y así se continuaría hasta llegar al punto deseado; pero se comprende fácilmente que, aunque la canal no tuviera mas que 20 centímetros de ancho y alto, resultaría extremadamente molesto y engorroso el manejo de esta suerte de nivel, á que los griegos llamaban *chorobates*.

(1) Aceptamos esta interpretación bastante libre de las indicaciones de Vitruvio. (Libri decem architecturæ, libro VIII, capítuloVI), porque es lo que puede ser de alguna utilidad y fácilmente comprensible, lo que no sucede con las pínulas y perpendículos á que hace referencia.

En los estanques, lagos y puertos se utilizaba, como ahora también se hace, la superficie del agua para la horizontal de comparación, determinando por medio de largas perchas rectas colocadas verticalmente ó por sondas la profundidad de cada punto en perfiles rectos, que permiten fijar fácilmente su situación en el plano.

Mr. Blondad y despues el General Morin formaron un nivel con un tubo flexible de 50 metros de largo y 14 milímetros de diámetro, que terminaba en otros dos de vidrio de 2 metros de largo ligados á dos reglas graduadas, que se ponian verticalmente sobre los puntos que se habían

Fig. 169

Fig. 170

de nivelar y llenándole de agua y elevando los extremos convenientemente hasta que esta quedara en reposo, la superficie que formaba en los dos tubos extremos era de nivel y se apreciaba su altura sobre las reglas, cuya diferencia daba también el desnivel buscado, teniendo cuidado de que siempre se conservara libre la comunicación del agua en los tubos y que el aire de los extremos la tuviera con la atmósfera para que en ambos ejerciera igual presión, porque de otro modo no se conseguiría el objeto; pero se comprende desde luego que, aunque tal nivel pudiera aplicarse en las minas y lugares obscuros ó puntos de no muy diferente altura, su manejo sería muy molesto y engorroso y lo mismo había de suceder con el nivel de *Debauve* formado tambien por un tubo flexible terminado en un extremo por otro de vidrio conteniendo mercurio, que haciendo equilibrio á la columna de agua permitía medir la diferencia de altura entre dos

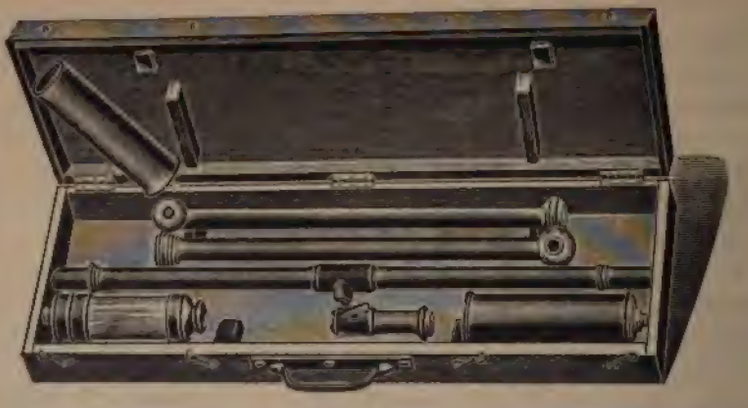


Fig. 171

puntos y aun con el más exacto de *Galland* consistente en un tubo de cauchouch de 100 metros de largo con un manómetro de cuadrante, que, *se dice*, daba la altura al centímetro y ha sido utilizado con buen éxito en los perfiles transversales de los proyectos de carreteras; así es que de todos estos medios el que ha subsistido, y puede en algunos casos aplicarse todavía, es el sencillo aparato conocido con el nombre de *nivel de agua*, en que el producido por ella en los tubos verticales sirve para dirigir la visual horizontal.

En la figura 170 se representa uno de los modelos mas usados y en la 171 el mismo desarmado y colocado en la caja que sirve para su transporte. (1)

(1) En esta disposición y con su trípode cuesta en la fábrica de Laguna, Zaragoza, 50 pesetas.

Como á su vista se comprende fácilmente, se compone de un tubo cilíndrico de latón de 1 á 1'50 metros de longitud formado por tres que se atornillan entre sí; encorvado en sus extremos en ellos se enroscan las armaduras de unos tubos de cristal de diámetro algo mayor y de 30 centímetros de largo, cuyo eje es perpendicular al del tubo de latón, para que, cuando este sea horizontal, se puedan poner próximamente verticales.

Generalmente los tubos de cristal ó *frascos* tienen la forma del que aparece destapado en la caja y para que no se vierta el agua al trasladar el aparato de una estación á otra se cierran con tapones de corcho, que atados con un cordón se sujetan al extremo del tubo largo cuidando de quitarlos en cuanto aquel se ha colocado próximamente horizontal.

Para evitar la rotura de los frascos en los transportes se cubren con tubos apropiados de metal, como el que suelto aparece en la caja y si estos llevan interiormente en el extremo cerrado plancha de corcho ó de cauchouch apropiada pueden los frascos cerrarse herméticamente sin necesidad de tapones especiales; pero como esto es necesario en el traslado de estación á estación y los tubos protectores embarazan, es mas común el uso de los tapones indicados.

En el centro del tubo horizontal ó de comunicación hay una abrazadera á que está unido por su parte inferior un mango hueco para sujetarle á la espiga del trípode mediante una esfera, que con las conchas, que lleva el mango, sirven al mismo objeto, al propio tiempo que forman un juego de nuez, que permite poner á ojo próximamente horizontal el tubo largo y verticales los dos frascos, á fin de que el agua que por uno de ellos se echa alcance en los dos la altura conveniente para dirigir la visual.

Se comprende fácilmente que con este sencillo juego se consiguen tales condiciones mejor que moviendo las piernas del trípode, como se ha de hacer cuando el aparato carece de aquel; pero uno y otro medio son muy molestos para cambiar la dirección de las visuales ó para afinar la puntería, ya que en el primer caso, con el sencillo mango hueco, es necesario hacerle girar en la espiga del trípode y si esta no entra en él muy holgadamente, lo cual ofrece inseguridad, no puede conseguirse sin grandes esfuerzos, molestos é inconvenientes, y en el segundo caso, con el juego de nuez, hay que aflojar las conchas y hacer el giro sobre la esfera perdiéndose fácilmente las condiciones indicadas y aun exponiéndose á verter el agua, lo que alteraría la altura de la superficie de nivel.

Estas molestias é inconvenientes se evitarían poniendo en el eje de la esfera y sobre ella un perno que permita al aparato girar libremente, cuando aquella está fuertemente apretada por sus conchas, lo cual es sencillísimo y produce economía de tiempo y de molestias; pues colocado horizontal el tubo mayor y verticales los dos frascos antes de la primera nivelada, tales condiciones se conservan en todas las direcciones que en la misma estación se den al aparato.

Para conseguir la horizontalidad del tubo mayor debe inclinarse conveniente y suavemente despues de aflojar un poco las conchas del juego, hasta que la superficie del agua aparezca en reposo en los dos frascos á la misma altura y para poner estos á la vista verticales basta moverlos perpendicularmente al eje del tubo mayor hasta que la superficie del agua coincida en ellos con su sección recta, á cuyos dos efectos *será conveniente señalarla con línea negra á la mitad y á los dos tercios de su altura*.

Para evitar los bruscos movimientos del agua en las indicadas maniobras, en los choques con el aparato y los producidos por el viento, se conservan cerrados los frascos con los corchos ó se tapa uno de ellos con la yema del dedo pulgar de la mano izquierda, lo que es mas sencillo, porque no impide hacer aquellos al propio tiempo hasta conseguir las condiciones deseadas en el aparato y que el agua quede pronto en reposo en tiempos calurosos, porque en días de viento es imposible conseguirlo, ni trabajar con este aparato.

Condiciones que debe reunir el nivel de agua

Para que este sirva bien á su objeto no basta que la superficie del agua en los dos frascos se halle en una visual á igual altura, es preciso que esta sea la misma en todas las posiciones que adquiera en su movimiento alrededor del eje sobre que gira para que todas las visuales di-

rigidas desde cada estación se hallen en el mismo plano horizontal y esto *se consigue siempre que los frascos tengan igual diámetro interior, que su eje sea perpendicular al del tubo mayor ó de comunicación, que el eje de giro se halle á igual distancia de aquellos y también sea perpendicular al tubo del mayor;* condiciones que muy fácilmente puede conseguir el constructor con tanto mayor motivo cuanto que no es indispensable se satisfagan con matemática precisión.

En efecto: si suponemos que el aparato en todas sus posiciones conserve horizontal el tubo mayor y verticales los frascos, es claro que siendo igual la sección recta de estos y la cantidad de agua contenida en el aparato, como es constante la que llena el primero serán iguales las porciones comprendidas en los frascos é idéntica la altura de su superficie de nivel sobre el eje del tubo mayor en todas las posiciones y por consiguiente las visuales por ella determinadas se hallarán en el mismo plano horizontal.

Si por el contrario, suponemos que, como se indica en la figura 172, el eje de giro del aparato no sea vertical, el del tubo mayor sólo será horizontal en una de sus posiciones é inclinado en todas las demas; pero siendo la misma la cantidad de agua é idéntica la que en ellas llena el tubo mayor, la comprendida en los frascos será siempre

$$C = s\,(a' + a'') = s\,(2\,a''')$$

representando por s la sección recta, por a' y a'' la altura que en cada frasco alcanza el agua en su eje, cuya superficie es en ambos de nivel y por a''' la altura media, que será constante, porque C y s lo son; por consiguiente todas las visuales de nivel pasarán necesariamente por el punto r y se hallarán en el mismo plano horizontal.

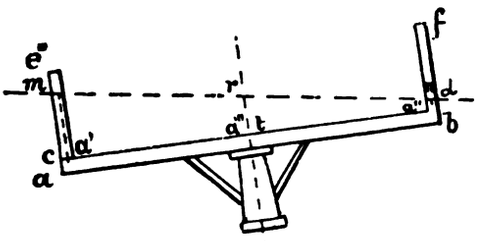


Fig. 172

Fácilmente se deduce de este sencillo razonamiento que si las condiciones prefijadas no se cumplen, serán otras tantas causas de error; porque, en efecto, si el diámetro de los frascos fuera diferente la suma de las alturas del agua en ellos contenida no sería constante; si el eje de giro no equidistara del de aquellos tampoco resultaría, cuando el tubo mayor tomara distintas inclinaciones, etc., etc., pero es inútil entretenernos mas en discutir estas causas de error, porque rarísima vez dejarán de cumplirse aquellas condiciones dentro de los amplios límites de precisión correlativos con la propia del aparato.

Alcance de la nivelada y error consiguiente á la falta de precisión de las visuales

Consiguientemente á los efectos de la capilaridad y de la atracción del vidrio para con el agua, la superficie de esta en los frascos no es plana sino cóncava en forma de casquete esférico invertido de radio tanto menor cuanto más lo sea el diámetro del tubo, contrariamente á lo que sucede con la columna de mercurio; en su consecuencia cuando á cierta distancia, que suele ser de 1 á 1'5o metros, se miran las dos columnas de agua que en los frascos aparecen, se las ven limitadas por dos rayas obscuras, que sirven para dirigir la visual de nivel que las superficies del agua en aquellos determinan, sin que ordinariamente sea necesario, como algunos suponen, mezclarla con un poco de vino tinto ú otra materia colorante para hacerlas mas perceptibles, (1) porque lo son bastante á una vista regular, ni generalmente tampoco con alcohol para que se conserve bien fluida á no ser en los días de muy baja temperatura.

Siendo los frascos de igual diámetro el grueso de tales rayas es idéntico; pero, como no se ven á la misma distancia, no aparecen así á nuestra vista y de aquí puede resultar mas ó menos inclinada sobre la superficie de nivel la visual por ellos determinada, sino se tiene especial cuidado al dirigirla.

(1) Algunos modelos tienen *obturadores* consistentes en cilindros metálicos pintados interiormente de negro ó rojo, que envuelven la base de los tubos dejando dos largas ventanas, que permiten ver la columna de agua por la parte en que se ha de dirigir la visual, y cuyo objeto es hacer con su reflexión mas notables las rayas precitadas.

Algunos Autores calculan el error consiguiente y deducen el *límite del empleo del nivel*, ó sea la longitud de cada nivelada, suponiendo que la visual esté determinada por la parte inferior de una de las rayas y la superior de la otra, deduciendo que la nivelada puede ser de 60 metros, admitiendo el error posible de un decímetro (¡); pero ni este es admisible, ni tampoco aquel supuesto.

Otros consideran justificado por la experiencia que la nivelada no debe ser de mas de 20 á 30 metros con error posible de $^1/_{1000}$ de ella ó 3 centímetros, que se reduce á $^1/_{4000}$ de la distancia cuando el desnivel se determina por una serie de niveladas á causa de las compensaciones naturales y tambien nos parece exagerado el error y demasiado limitada la longitud de la nivelada para un operador de vista regular que trabaje con algun cuidado.

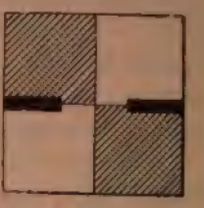


Fig. 173

En efecto: si al dirigir la visual se dispone el aparato de manera que entre las dos rayas aparentes de los frascos se presente el cuerpo de la mira y se mueve la plancha, *pues que miras de esta clase y no parlantes se deben utilizar con este nivel*, hasta que su línea de fé coincida con el eje de las dos rayas aparentes, conforme se indica en la fig. 173, es indudable que para una vista regular no será difícil hacer la coincidencia de los ejes de las rayas con menos error de un milímetro y suponiendo que los frascos disten entre sí 1'50 metros y la mira del aparato 60, á cuya distancia se verá bien la línea de fé de la plancha, el error consiguiente resultará de 4 centímetros.

Con tales supuestos el error medio por kilómetro será:

$$e_m = 4 \text{ centímetros } \sqrt{16'66} = 0'1632 \text{ metros}$$

Repitiendo la nivelación en sentido contrario y tomando la media de los resultados finales el error probable de la media será:

$$e'_m = \frac{0'1632}{\sqrt{2}} = 0'116 \text{ metros}$$

que, aunque admisible en ciertos trabajos, es muy superior al que suponía Busson-Descars, que le fijaba en 10 á 12 centímetros por miriámetro (Breton de Champ. — Tratado de Nivelación, pág. 288).

Usos del nivel de agua

Como dirémos al ocuparnos de los procedimientos de la Nivelación, no se coloca el aparato en ninguno de los puntos cuya altura se quiera determinar, sino en otro intermedio próximamente equidistante de ellos y tal que el plano de nivel por aquel determinado pase sobre todos ellos; pero no á mayor altura de la de la mira, al objeto de medir con ella la que de tal plano diste cada uno para conocer por sus diferencias las alturas relativas, sean dos ó mas las que desde la misma estación convenga determinar.

En ese punto se coloca el aparato disponiendo el trípode bien fijo al terreno y de manera que la espiga aparezca á la vista vertical ú horizontal el tubo mayor y verticales los dos frascos apretando entonces suavemente el juego de nuez; por uno de los frascos se echa el agua con cuidado (en la primera estación) hasta que en los dos aparezca á la mitad ó dos tercios de su altura y se hace que su superficie coincida, ó resulte paralela, con la sección recta de aquellos, utilizando al efecto las señales que la determinan, por cuyo medio se rectificará la horizontalidad del tubo largo y la verticalidad de los frascos moviéndolos convenientemente mediante el juego.

Para evitar los bruscos movimientos del agua y que esta se vierta, con la yema del dedo pulgar de la mano izquierda se tapa uno de los frascos cogiéndole con la misma mano para darle el giro conveniente mientras con la otra se mueve el tubo mayor y se le dá la dirección de

la primera visual, de manera que entre las rayas aparentes de los frascos quede el cuerpo de la mira, apretando el juego cuando todo esto se haya conseguido y tapando y destapando suave y alternativamente la boca del frasco para hacer que el agua quede en reposo en menos tiempo pues de no obrar así se pierde bastante esperando que le adquiera por sí misma; al propio efecto se ha de hacer también, (ó cubrir la boca de los frascos con tapones de corcho sin cerrarlos completamente) en días de viento, en los que es molestísimo y muy erróneo trabajar con este nivel por el continuo movimiento de la columna de agua, *lo que constituye uno de los mayores inconvenientes de este aparato.*

Hallándose en las condiciones expresadas, se separa el observador 1 á 1'5o metros de él y poniendo el ojo á la altura de la superficie del agua en los dos frascos dirige la visual por las dos rayas obscuras, que determinan el nivel, haciendo las señales oportunas para que el portamira mueva la plancha hasta colocarla en la forma indicada en la fig. 173 y advirtiéndoselo con la señal convenida se sujeta, contando y anotando su altura. (1)

Muchas veces hay que afinar la puntería para hacer que las rayas y la plancha de la mira tengan la deseada posición y esto es muy molesto cuando el nivel no tiene el movimiento horizontal libre sobre el juego, pues se ha de conseguir aquello con enojosos tanteos que se han de repetir para cada visual.

Determinada la altura de mira en un punto se coloca sucesivamente en todos los demás, procediendo como en el 1.° y es claro que si en este se halló, v. gr., que el punto del terreno estaba 1'54 metros bajo el nivel aparente del plano visual y en el 2.°, o'75, este resultará sobre aquel á 1'54 — o'75 = o'79 metros y así de los demás.

Para trasladar de una estación á otra el aparato lo mejor es tapar con la yema del dedo pulgar de la mano izquierda la boca de uno de los frascos cogiéndole con la misma mano y con la otra la cabeza del trípode inclinando el aparato hácia aquella y, cuando se ha llegado al punto que ha de servir de siguiente estación, se coloca el trípode con la mano derecha y se arregla el aparato sin destapar ni soltar el frasco cogido con la izquierda hasta haber colocado el tubo mayor próximamente horizontal y verticales los dos frascos, cuyas condjciones se rectifican despues como se ha dicho para la 1.ª estación.

Tambien se puede hacer el traslado del aparato cerrando fuertemente los dos frascos con tapones de corcho, que para que no se pierdan se atan á los extremos del tubo mayor; pero muchas veces se destapan aquellos con los movimientos bruscos de la columna de agua vertiéndose esta y otras se olvida el operador de quitarlos antes de dirigir la visual haciéndola errónea y para evitar esto y defender los frascos contra los choques, es preferible el uso de los tubos especiales con base interior de corcho ó de cauchouch que cierren bien aquellos, porque con aquel olvido, no poco frecuente con los corchos, no es posible, aunque sí que se vierta el agua al quitarlos de los frascos y de todos modos es siempre muy molesto llevar estas piezas sueltas, que se pierden ó se pisan frecuentemente sino se cuelgan al tubo mayor.

La frecuencia con que se vierte el agua del aparato en el traslado de una estación á otra, obliga á llevar provisión de ella en los lugares donde no se encuentra cerca de las estaciones para no verse obligado á suspender la operación y esto es bastante molesto.

De todo lo anteriormente expuesto se desprende que, si este sencillo y económico (2) aparato puede utilizarse en días de completa calma en trabajos de no mucha precisión, es de un manejo bastante molesto y exije mucho cuidado en su uso para que los resultados sean aceptables y por eso sus aplicaciones se reducen más cada día sustituyéndole, aun en los trabajos mas sencillos, con los niveles de anteojo.

---

(1) La observación hasta conseguir la coincidencia de la visual determinada por las dos *rayas* con la *línea de fé* de la mira es un poco molesta por la dificultad de mantener el ojo á la altura debida; pero no lo es tanto como suponen algunos Autores, cuando se tiene costumbre de mirar y se hace rápidamente.

(2) Su precio varía desde 14 pesetas, á que se venden los mas sencillos de hoja de lata sin juego alguno, hasta 55 que cuesta el representado en la figura 170 con su caja, y trípode.

108 — Reglones horizontales.

En la nivelación se utilizan los mismos reglones ya indicados (número 73) para la medición de las distancias; pero se debe cuidar de que sean en todas sus aristas rectos y perfectamente prismáticos, á fin de que, cuando la cara superior se ponga horizontal, lo sea la inferior, que es la que sirve para determinar las alturas mediante reglas graduadas de 1 á 1'50 metros de largo, 2 centímetros de espesor y 3 ó 4 de ancho, las que á ojo, con el auxilio de una aplomada ó con un pequeño nivel esférico se colocan verticalmente sobre los puntos del terreno.

Generalmente estas reglas son sencillas y entonces se sostiene en contacto con ellas el reglón apoyandole en la mano del obrero que la lleva y cuando aquel se ha puesto horizontal se mira y anota la altura á que se halla la cara inferior del reglón, por lo que son mas utilizados los de sección cuadrada ó rectangular; pero como al hacer esta observación mueve el peón muchas veces involuntariamente la mano, es mas cómodo y mas exacto sostener el reglón sobre una pequeña escuadra con abrazadera, que mediante un tornillo de presión se fija á la altura conveniente señalando exactamente y con seguridad la altura de la regla.

El juego completo se compone ordinariamente de dos reglones y dos reglas con un nivel de albañil ó de burbuja; pero para los terrenos difíciles es mejor disponer de 3 de los primeros, porque en algunos puntos se necesita utilizarlos como reglas; ademas los peones deben llevar cada uno dos baldosetas para colocar la cabeza del reglón y para apoyar la regla, especialmente en los terrenos que no sean muy duros, pues en los sueltos se cometen graves errores si no se toma esta precaución, que ademas tiene la ventaja de señalar los puntos durante la operación.

Como es facilísimo determinar la distancia horizontal en pequeñas porciones al propio tiempo que los elementos para hallar la diferencia de alturas entre dos puntos y siempre es conveniente determinar el *perfil* ó sea la intersección con el terreno del plano vertical que pasa por ellos, se procede de la manera siguiente.

Manejo de los reglones. — Supongamos que se quiera determinar el *perfil* entre los puntos A y G, (figura 174) y que el terreno sea medianamente suelto.

Colocada la baldoseta en el punto A de manera que su cara superior enrase con el terreno, el peón primero apoya en ella uno de los extremos del reglón en la dirección A G, á cuyo efecto se señala previamente, muchas veces, con una banderola ó jalón el punto G y los demas intermedios que sean necesarios; el operador coloca el nivel en el centro aproximadamente del reglón R y el peón sosteniéndole con una mano por cerca del extremo opuesto y con otra la regla, le levanta ó baja, según las indicaciones de aquél, hasta que el nivel indica que está horizontal, en cuyo momento, si antes no utilizó la regla para apoyar el reglón, la coloca verticalmente en el punto del terreno que su altura permita; pero como todo esto se consigue aproximadamente, cuando es práctico el peón, para hacerlo con mas precisión coloca la baldoseta en tal punto, sobre ella apoya la regla que cuidará de poner verticalmente y si la regla tiene escuadra se coloca por debajo del reglón levantándola ó bajándola hasta conseguir la perfecta horizontalidad de aquel sin perder la verticalidad de la regla y asegurando la escuadra se puede leer la distancia horizontal, *A a*, acusada por el reglón y la vertical, *B a*, leída en la regla, con lo cual se tendrán las distancias en ambos sentidos de *B* á *A*; pero debe cuidarse de contar la primera hasta la cara de la derecha de la regla y la segunda hasta la inferior del reglón para poder continuar ambas medidas.

Mientras el operador anota estas distancias sobre el cróquis ó sobre el registro previamente preparado, el peón segundo coloca su reglón, *R'*, sobre la baldoseta colocada en *B* y poniéndole aproximadamente en la alineación le levanta hasta que á ojo aparezca horizontal colocando la regla en el punto que su longitud permita; el operador rectifica inmediatamente despues la enfilación desde B, coloca el nivel en el centro y dirige la posición del reglón hasta que quede horizontal, el peón fija en el punto C la baldoseta, apoya en ella la regla verticalmente y sobre su escuadra el reglón y cuando todo está comprobado el operador anota la distancia horizontal, *B b*, y la vertical, C b.

Mientras tanto el peón primero coloca su reglón en la posición R' con las mismas precauciones y así se determinan las distancias C c y D c, que sumadas respectivamente con las precedentes darían la horizontal y vertical entre los puntos A y D.

Al continuar la operación se vé que el reglón no se puede apoyar en la baldoseta colocada en D, porque la vertiente opuesta del terreno supuesto no lo permite y para resolver esta dificultad se coloca el extremo opuesto en un punto tal como E, que permita colocarle horizontalmente, como se indica con el R''', si es posible, de manera que un extremo toque á la regla r'', sobre la cual se medirá la altura á que E se halla sobre D y sobre el reglón la distancia horizontal, á cuyo efecto y el de contar mas fácilmente las sucesivas se cambiarán los extremos del

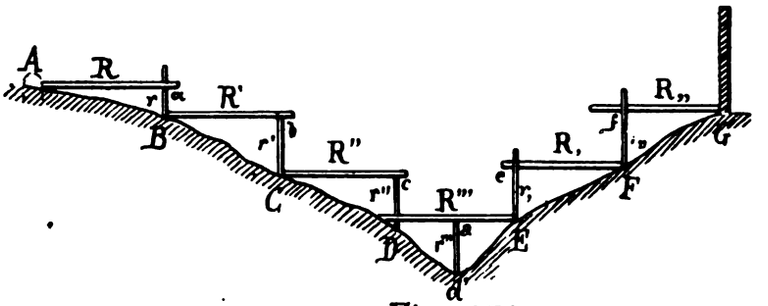


Fig. 174

reglón, porque así se tendrán directamente sobre él las porciones que se tomen y las alturas leídas en las reglas ya se deberán contar como positivas para hallar la diferencia de nivel de los puntos F y G relativamente al A.

En la descripción anterior hemos prescindido del d', reunión de aguas del terreno supuesto; pero se comprende fácilmente que su posición se determina relativamente al D ó al E mediante el reglón R''' y la regla r''', cuidando en el primer caso de descontar de la regla la altura de R''' sobre D y hallar la distancia horizontal teniendo en cuenta donde empieza la numeración de las partes del reglón en tal posición, que será E.

Para no complicar la explicación anterior dejamos de comprender un caso que ocurre muchas veces; es á saber, que por encontrar el perfil una roca saliente ó suelta, un hormiguero, un caballón ú otro pequeño obstáculo semejante no se pueda colocar sobre el terreno ninguno de los extremos del reglón horizontal, como se indica en la figura 175; pero es claro en presencia de la figura que para hallar la altura de A sobre B basta colocar el reglón horizontal sobre el obstáculo, medir con las reglas ó con el otro reglón las alturas A a y B b y restarlas cuidando de anotarlo claramente en el cróquis ó en el registro para evitar equivocaciones, que son muy frecuentes á los principiantes en casos semejantes.

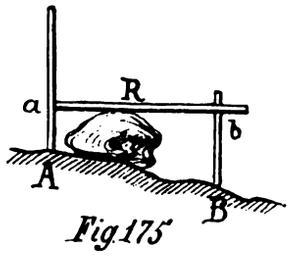


Fig.175

No menos se producen en la determinación de los perfiles cuando atraviesan pequeñas corrientes de agua con márgenes verticales ó inclinadas y fondo plano ó accidentado, de los resaltos naturales ó artificiales del terreno, vallados, zanjas, paredes de cierre, obras de fábrica, etcétera, pero como los medios utilizados para resolver las dificultades consiguientes son comunes á todos los aparatos su explicación corresponde á las prácticas de la nivelación y al ocuparnos de ellas los darémos á conocer.

Precisión que se puede conseguir en la nivelación con reglones horizontales

Como dependiente exclusivamente del cuidado con que se opere, no pueden fijarse sus límites, porque varían desde los errores mas groseros á la precisión que se consigue con buenos niveles; pero en los trabajos ordinarios solo á falta de estos se utilizan, porque con muchas mo-

lestias y gastos no se consigue ordinariamente mas precisión, y tal vez, ni tanta, como con el *nivel* de agua, por lo que es ya rara su aplicación aparte de los pequeños planos destinados á la construcción de obras de fábrica de todo género, en las que se emplean con exclusión casi siempre de todo otro aparato, como es bien sabido.

109 — Nivel de pínulas.

Uno de los mejores modelos utilizados es el representado en la figura 176.

Su trípode de seis brazos está, como de ordinario, unido á un juego de tres tornillos, cuya plataforma lleva en su centro un eje perpendicular, que se enchufa á suave rozamiento en el hueco de una columna, *m*, sólidamente unida á la regla C D, que por este medio puede girar libre y perpendicularmente alrededor de dicho eje.

En la región media de esta regla hay un nivel de burbuja, *n*, á ella unido con el juego de corrección, *h* y *t*, y en las extremas dos pínulas, *P* y *P'*, que sirven para dirigir las visuales.

Para que esto pueda hacerse en los dos sentidos opuestos y en caso necesario corregirse su

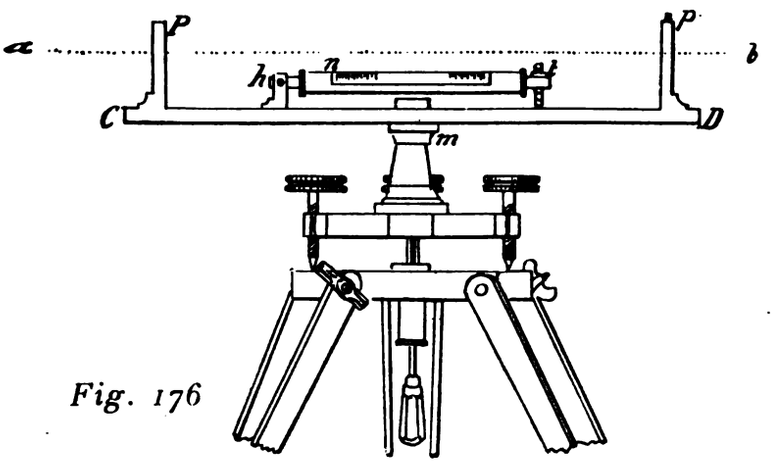


Fig. 176

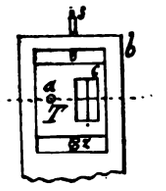


Fig. 177

falta de paralelismo con la regla, son de las condiciones indicadas en la figura 177; esto es, que cada una consiste en un agujero, *a*, de $^1/_3$ á $^1/_4$ milímetro de diámetro y una ventana, *c*, con cruz filar abiertos á la misma altura en un tablero, *T*, que puede moverse por el tornillo *s* y la espiral, *z*, en las guías de un bastidor, *b*, fuerte y perfectamente unido á la regla.

La extrema pequeñez del agujero ocular, *a*, tiene por objeto utilizar en la visual, *para fijarla*, tan solo los rayos centrales del cono luminoso correspondiente á la cruz filar, pues no formándose otra imagen que la retínica, si fuera mayor podría con los movimientos del ojo variar la inclinación produciendo un pernicioso paralaje, que inutilizaría el aparato, y si bien tal condición disminuye considerablemente la claridad de la imagen retínica, es indispensable en este caso, con el que erróneamente confunden muchos el del anteojo y por eso reducen el diámetro del agujero ocular perjudicando la visibilidad, porque en él la visual se determina por el *eje colimador* y el agujero ocular no tiene otro objeto que permitir al ojo *ver la coincidencia de la imagen del objeto con la cruz filar* y puede y debe ser por consiguiente de diámetro igual al de la pupila para aprovechar la máxima claridad.

Teniendo el tablero, *T*, 3 á 4 milímetros de espesor, la extrema pequeñez del agujero ocular haría muy pequeño el campo de visión del ojo y para aumentarle se ensancha interiormente en forma semi-esférica, de suerte que por la cara opuesta tiene el hueco de 3 á 3 $^1/_2$ mm. de diámetro.

Los hilos son de metal pintados de negro y suficientemente gruesos para que el ojo los perciba claramente y no se rompan.

Las visuales se dirigen aplicando el ojo al agujero, *a*, y mirando á la cruz filar de la pínula opuesta, que se ha de hacer coincidir con la línea de fé de la plancha de la mira moviendo ésta convenientemente.

El fin que nos proponemos conseguir con este aparato, como con todos los niveles, es que la visual, *a b* (figura 176) sea horizontal en todas direcciones engendrando un plano horizontal al que se refieran por las alturas de mira todos los puntos del terreno próximos al de estación y es claro que se conseguirá el objeto, cuando la base de la burbuja y la regla, C D, sean paralelas, el eje sobre que giran vertical y la visual, *a b*, paralela á la regla, C D, y de aquí las siguientes:

Verificaciones y correcciones

1.ª Bien asegurado el trípode al suelo y puesto de manera que su plataforma aparezca á la vista horizontal, se coloca la regla C D en la dirección de los tornillos del juego y mediante ellos se centra la burbuja del nivel; pónese despues en la dirección del tercer tornillo y con él se hace lo propio (1) y volviendo el aparato á la primera posición se rectifica la centración de la burbuja, si fuere necesario.

Esto conseguido se dará una semirevolución justa al aparato; si la burbuja está centrada la condición se verifica; en caso contrario se centra moviéndola la mitad con uno de los tornillos del juego y la otra mitad con el de corrección del nivel, repitiendo la observación hasta que no se altere la centración con la inversión.

2.ª Conseguido así el paralelismo de la base de la burbuja, de la regla y de la línea de la plataforma que une los dos tornillos, se colocará la regla en la dirección del tercero y con él se centrará la burbuja en caso necesario, con lo cual se habrá puesto horizontal la plataforma y por consiguiente vertical el eje general del aparato, que la es perpendicular por construcción.

Si las correcciones han sido bien hechas la burbuja del nivel permanecerá aproximadamente (2) centrada en todas las posiciones que se den á la regla haciéndola girar alrededor del eje; sino se consiguiera, á pesar de afinar con cuidado tales correcciones, el eje sería defectuoso y habría que desechar el aparato ó hacerle componer por un buen instrumentista si la descentración fuera muy notable.

3.ª No basta esto para conseguir la horizontalidad de la visual, porque esta puede estar inclinada respecto á la regla; para comprobarlo y corregirlo se coloca una mira á 40 ó 50 metros y mirando por el agujero ocular de la pínula P y la cruz filar de la P′ se enfila con aquella moviendo su plancha hasta que con su línea de fé coincida la cruz filar de P′; se asegura la plancha en esta posición, se hace girar el aparato, se centra la burbuja en caso necesario con un tornillo del juego, y con el agujero ocular de P′ y la cruz filar de P se dirige la visual inversa á la mira: si coincide con la línea de fé de la plancha, la condición se verifica; en caso contrario se toma nota de la altura de mira en las dos coincidencias, se coloca la plancha en la altura correspondiente á la semisuma y se mueve uno ó los dos tableros de las pínulas hasta que la visual pase por la línea de fé, repitiendo la operación para afinar.

Comparación entre el nivel de agua y el de pínulas

Indudablemente tiene este sobre aquel las ventajas de mayor facilidad en el transporte entre las estaciones y mayor seguridad en la dirección de la visual, porque en el de agua es difícil de

(1) Aconsejamos esto porque evita muchos tanteos en la rectificación del nivel, ya que, cuando el plano de la plataforma está muy inclinado en el sentido del tercer tornillo, es difícil conseguir la centración de la burbuja en la inversión de la regla, por no ser fácil hacer esta con entera exactitud.

(2) No es indispensable la absoluta centración con tal que al dirigir las visuales nivelantes se realice esta condición moviendo convenientemente uno de los tornillos del juego, pues, aunque esto hace variar el plano de nivel aparente de comparación, es su diferencia de alturas completamente despreciable, como demostrarémos en el número 120.

determinarla por la contínua movilidad de las columnas aun con ligeras brisas ó los mas pequeños choques; pero en cambio en el de pínulas la pequeñez del agujero ocular y el grueso necesario de los hilos hacen que no se vea tan clara la plancha de la mira y la exacta coincidencia de la cruz filar con su línea de fé, porque no es factible la comparación de los ejes de estas líneas como lo es con el nivel de agua y la horizontalidad de la visual depende de la sensibilidad del nivel de burbuja, que es poca en estos aparatos de poco precio; asi es que, si bien con el de agua es más molesto el transporte entre las estaciones y la observación y mas reducido el uso, porque en días de viento no puede utilizarse, puede ser con él algo mayor la nivelada y la precisión en días de completa calma; mientras que sucede lo contrario en los demás, porque el constante movimiento de las columnas de agua perturban la vista y dificultan la dirección de la visual y su coincidencia con la línea de fé de la plancha de la mira; de manera que si bien nada puede afirmarse en absoluto, pueden considerarse ambos tipos de análogas condiciones bajo los conceptos de alcance y precisión y *el de pínulas de mas general aplicación;* sin embargo se ha reducido tanto su uso con la generalización de los de anteojo, que al presente rara vez se emplean aun en los trabajos de menos importancia por los Topógrafos concienzudos é inteligentes.

Nivel de anteojo

110—**Clasificación en dos grupos.**

Su diferencia esencial con el de pínulas consiste en haber sustituído estas por un anteojo, y como por su medio se pueden leer las alturas de mira á mayor distancia y con mucha mas precisión, se utilizan en ellos *tubos de burbuja* (1) de mayor sensibilidad.

Esta clase de aparatos se han construído y se construyen de formas variadísimas; pero todos los modelos se pueden comprender en los dos grupos siguientes:

1.° *De nivelación lineal y*
2.° *De nivelación supercial.* (2)

Su diferencia característica consiste en que con los primeros no se pone ni conserva vertical el eje general del aparato, ni por lo tanto se consigue un plano horizontal con su inseguro giro azimutal, mientras que esto se alcanza muy aproximadamente con los del segundo grupo.

Algunos ilustradísimos Autores no admiten esta clasificación, porque pudiéndose obtener la horizontalidad de todas las visuales en cada estación directamente con la centración de la burbuja y hallándose todos en planos horizontales tan poco distantes entre sí que se pueden considerar confundidos en uno solo, *si se procura y consigue poner próximamente vertical el eje general en cada una,* no hay, en su concepto, motivo para hacer la separación; pero los Topógrafos prácticos no se conforman con esto y de todos modos para la explicación de los diferentes tipos es preferible esta clasificación, por cuyo motivo la admitimos sin perjuicio de que nos hagamos cargo de las razones alegadas por aquellos; prescindimos de tal clasificación en los niveles de pínulas, á que también puede aplicarse, por no alargar su exposición siendo ahora tan poco utilizados.

Antes de detallar los tipos principales de los dos grupos expresados, parécenos oportuno consignar, para que mejor se comprenda la importancia de cada uno, las

(1) Llamamos así la parte del aparato que hasta ahora hemos designado con el nombre de *nivel de burbuja* para evitar confusiones entre la parte y el todo en la explicación.

(2) En la nivelación lineal comprendemos el caso en que se trata de hallar la diferencia de nivel de puntos continuados mediante estaciones intermedias y en la superficial cuando desde cada una se determina la diferencia de nivel de muchos puntos, que se encuentran á su alrededor, por radiación ó con referencia á uno de los que de ella se visan.

111 — Condiciones esenciales de todo nivel de anteojo.

Son cuatro:

1.ª Correspondencia entre la sensibilidad del tubo de burbuja y la del anteojo.

2.ª Que los ejes óptico, geométrico y de colimación del anteojo coincidan en una sola recta en las condiciones explicadas en el número 33.

3.ª Que la enfocación del retículo se haga para todas las distancias sin alterar el eje de colimación.

4.ª Que la base de la burbuja ó el eje del nivel y el de colimación del anteojo sean paralelos.

1.ª *Correspondencia entre la sensibilidad del tubo de burbuja y la del anteojo.*

Aunque la potencia de tales aparatos depende de ambas sensibilidades, la primera es principalmente la que la carecteriza por ser la mas difícil de conseguir y de utilizar y la que responde mejor al objeto final del aparato, porque de nada en tal concepto serviría que pudiera apreciarse el milímetro de la mira colocada á 100 metros de distancia, para lo cual no necesita tener el anteojo excepcionales condiciones, si la sensibilidad de la burbuja no pasaba de 40″ ó 50′, como sucede en algunos niveles del comercio, ya que la incertidumbre en la inclinación de la visual alcanzaría á tal distancia á 19'4 y 24'2 milímetros respectivamente (1) ó á su mitad si se supone apreciable el medio milímetro en la posición de la burbuja, lo cual, observando con cuidado, no es difícil si se destaca claramente por medio de un reflector, aunque ciertamente no se aprecía tanto en las nivelaciones ordinarias.

Algunos ilustrados Autores ponen como condición la igualdad de tales sensibilidades; pero como es muy difícil el manejo en el campo sobre trípode de los niveles de sensibilidad superior á 10″, á la que, aun apreciando el medio milímetro de separación de la burbuja, lo que equivale á duplicar aquella, corresponde la incertidumbre en la mira de 2'5 m.m. por inclinación posible de la visual y esta magnitud se distingue bien á tal distancia con anteojos nada mas que regulares (2), resulta innecesario, bajo el concepto de la nivelación, exagerar las condiciones de sensibilidad de esta parte del aparato en los niveles y de tomarse grandes molestias para leer el milímetro en las alturas de mira, á lo que no corresponde la sensibilidad de la burbuja, resultando ilusoria la nivelación al milímetro, que se supone conseguir directamente con niveles muy medianos.

Pero si el anteojo no necesita ser de gran sensibilidad en tal concepto, si debe tenerla en el de diastímetro y por eso ahora, que se destinan á la vez á los dos objetos, se emplean de gran potencia en tales aparatos.

La discordancia entre ambas partes sería mucho mas funesta si la sensibilidad del nivel fuera mayor que la del anteojo, porque no solo se inutilizaría tal condición no pudiéndose apreciar en la mira la fracción correspondiente, sino que se dificultaría mucho su manejo consiguientemente á la instabilidad de la burbuja.

Conviene siempre conocer la sensibilidad del ó de los tubos de burbuja y del anteojo de cada aparato, condiciones que debieran consignarse con toda exactitud en los catálogos para compararlas y tenerlas en cuenta; en su defecto deben calcularse por los medios explicados (números 38 y 96); pero sin apelar á esto *se puede apreciar rápida y sencillamente la potencia de tales aparatos* de la manera siguiente, que en cierto modo resume aquellos.

---

(1) Esto resulta sencillamente de la aplicación de la fórmula A del número 6, pues se tiene:

$$l = \frac{40''}{206.265''} \times 100 = 19'4 \text{ m. m.}$$

$$l = \frac{50''}{206.265''} \times 100 = 24'2 \text{ m. m.}$$

(2) Admitiendo para esta clase de observaciones, en que la difracción produce todo su efecto, 90″ para la perspicacia de la vista, sería suficiente la amplificación de 18 diámetros.

Empiézase por fijar sólidamente al suelo el aparato poniendo próximamente vertical su eje general y se centra la burbuja; se coloca á 50 metros, v. gr., una mira bien vertical de frente á aquel y asegurada, y despues de enfocar cuidadosamente el ocular respecto al retículo y este al objetivo (1), se mueve la burbuja con uno de los tornillos del juego, ó por los medios que permita el aparato, hasta la exacta coincidencia de uno de sus extremos con una línea divisoria del tubo; se lee la altura de mira tomando nota de ella y después se mueve otra vez la burbuja por ejemplo, dos milímetros justos y se lee la nueva altura de mira anotándola también y hallando su diferencia con la anterior; si con el anteojo se percibe claramente al menos la cuarta parte de aquella diferencia las sensibilidades de la burbuja y del anteojo se corresponden sirviendo la primera de característica al aparato bajo el concepto nivelante; en caso contrario la del anteojo no es suficiente y si no puede desecharse el aparato, al utilizarlo se evitará el inútil trabajo de centrar la burbuja con tanto cuidado y se tendrá noción concreta de la potencia del aparato.

No se ha de limitar la experimentación á la observación indicada, sino que se ha de repetir á diferentes distancias, que pueden ser de 60, 70... 90 y 100 metros, para hallar la media general para la sensibilidad de la burbuja y del anteojo y su correspondencia.

También es conveniente hacer en algunas de estas distancias una observación complementaria muy importante para darse cuenta de las condiciones del movimiento de la burbuja y consiste en mover esta de medio en medio milímetro y leer las alturas correspondientes, con lo cual, al par que se comprueba el resultado obtenido con la primera observación en la distancia correspondiente, se conoce el tiempo necesario para que en estas pequeñas inclinaciones se mueva y alcance el equilibro la burbuja.

De estos datos se deduce fácilmente la sensibilidad de la burbuja y la del anteojo.

Supongamos que á la distancia de 100 metros haya resultado para la diferencia de alturas de mira 5 milímetros para cada uno recorrido por la burbuja en su tubo y que con el anteojo se distinga bien el doble m.m. pudiéndose apreciar claramente la mitad.

Resulta desde luego exceso de potencia del anteojo bajo el concepto nivelante, pero como esta condición no embaraza la observación y permite medir las distancias con más exactitud, se utiliza aquella y para las respectivas sensibilidades se tiene:

$$S = 206.265 \times \frac{5}{100.000} = 2'06'' \times 5 = 10'30''$$ para la burbuja

$$S' = 206.265 \times \frac{1}{100.000} = 2'06''$$ para el anteojo

cuyas condiciones no difieren de los de muchos buenos aparatos del comercio y sin embargo, como ya lo decían las alturas de mira, la sensibilidad del anteojo es quíntupla de la del nivel, aunque se reduce á 2'5 veces observando el medio milímetro en la posición de la burbuja, como puede hacerse.

2.ª *Que los ejes óptico, geométrico y de colimación coincidan en una sola recta en las condiciones explicadas en el número 33.*

Esta condición se comprueba y corrige como allí se dijo en los anteojos con collares sobre montantes en V y en los demás casos para cada uno se explicará oportunamente.

3.ª *Que la enfocación del retículo se haga para todas las distancias sin alterar el eje de colimación.*

Ya digimos en el número 33 (pág. 99) que esta es condición necesaria de todo buen anteojo; pero como es difícil de cumplir con exactitud matemática (2) conviene conocer la impor-

(1) Se debe cuidar muy especialmente de evitar todo error de paralaje, porque con él se hace imposible la observación exacta.

(2) Para conseguirla mayor es por lo que los constructores disponen la enfocación con el movimiento del objetivo, pues pudiendo ser mas largo el tubo que le lleva y el en que se enchufa que el propio del retículo, se consigue el movimiento con mas regularidad y seguridad y si bien esta enfocación produce error en la determinación de las distancias es este despreciable.

tancia del *error posible con la desviación tolerable* en su construcción y desde luego aquel puede comprobarse por los sencillos medios allí expuestos; veamos ahora como se puede calcular.

Sea A (Fig. 178) la cruz filar, B el centro óptico del objetivo y A B C la visual horizontal dirigida á una mira lejana M.

Supongamos que al visar otra M′ colocada muy cerca del aparato y separar el retículo del objetivo para enfocar la cruz filar, en lugar de continuar en la prolongación de B A se incline

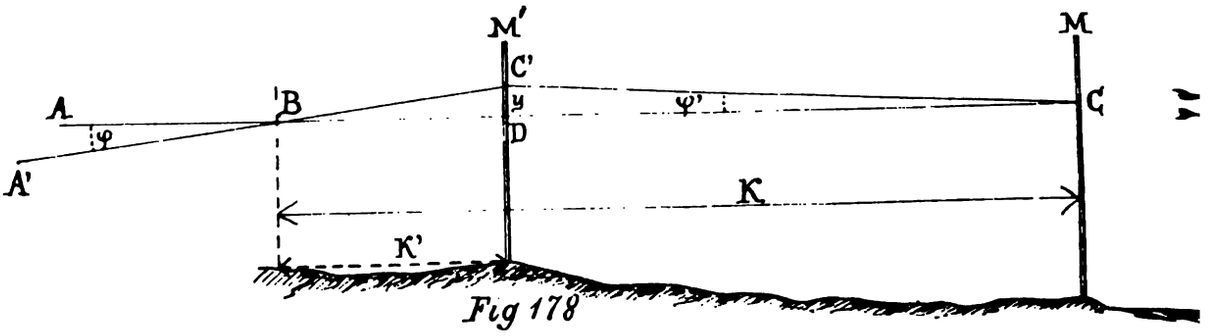


Fig 178

tomando la posición A′, (1) con lo que el nuevo eje de colimación encontrará á la mira M′ en C′ en vez de hacerlo en D, produciendo el error C′ D = y, que tratamos de determinar.

Llamando K á la distancia B C, K′ á la B D, φ al ángulo A B A′ y φ′ al C′ C D resulta:

En el triángulo B C′ D

$$y = K' \text{ tangente } \varphi$$

y por ser φ muy pequeño puede tomarse el arco por la tangente resultando

$$y = K' \varphi \qquad (1.^a)$$

En el triángulo C′ D C por la misma razón se tiene:

$$\varphi' = \frac{y}{K - K'} \qquad (2.^a)$$

y sustituyendo en esta el valor de y hallado en la (1.ª)

$$\varphi' = \frac{K'}{K - K'} \varphi' \qquad (3.^a)$$

Hace constar Salmoiraghi (2) que ningun constructor diligente permitirá que el valor de alcance á 10″ y en este supuesto y en el de ser la diferencia de las conjugadas de 100 metros 4 metros 40 milímetros, resulta segun las (3.ª) y (1.ª)

$$\varphi' = \frac{4}{96} \times 10'' = 0'4'' \text{ é } y = \frac{10''}{206.265''} \times 4 = 0'2 \text{ mm. próximamente.}$$

Este error es seguramente despreciable y no se haría notar en la comprobación indicada en el número 33 para las pequeñas distancias justificando las buenas condiciones del anteojo en tal concepto; pero como el Topógrafo no debe confiar enteramente en la diligencia y habilidad del constructor ha de hacer aquella comprobación y de ella deducir directamente el error para apreciar su importancia y si procede ó no desechar el aparato apoyándose precisamente en la autorizada opinión del Ingeniero Salmoiraghi.

(1) Suponemos que la enfocación se hace moviendo el tubo del retículo; si fuera el objetivo el que se moviera, el resultado final sería el mismo, aunque para su demostración habría que modificar la figura, porque permaneciendo invariable el punto A, el B cambiaría de posición.

(2) «Istrumenti e metodi moderni», página 633.

En efecto: si de la antedicha comprobación resultara á la distancia de 10 metros, por ejemplo, una desviación máxima en el giro de 2 milímetros ó y = 1 milímetro, despues de haber conseguido la coincidencia de los ejes á 100 metros, como de la fórmula (1.ª) se deduce que

$$\varphi = \frac{y}{K'}\text{; sería}$$

$$\varphi = \frac{0'001}{10} \quad \text{ó} \quad \varphi'' = 206.265 \times 0'0001 = 20'6''$$

ó sea doble de la tolerancia indicada, cuyo error se haría mas notable haciendo la comprobación á menor distancia.

Algunos ilustrados Topógrafos han utilizado la dificultad de cumplir exactamente la condición á que nos referimos para combatir el sistema de nivelación de Porro, con dos miras exagerando la importancia del referido error, que suponen aumenta con la distancia, cuando precisamente sucede lo contrario; pero de acuerdo con Salmoiraghi demostrarémos lo infundado de su oposición.

4.ª *Que la base de la burbuja ó el eje del nivel y el de colimación del anteojo sean paralelos.*

No sin justo motivo consideran los Topógrafos prácticos indispensable esta condición, porque solo con ella se puede conseguir la visual de nivel aparente libre de todo error sistemático sin mas que centrar con cuidado la burbuja, con lo cual se hace la observación y los registros lo mas sencillos posible en la nivelación lineal y en la superficial.

Es cierto que en los aparatos en que no es fácil la comprobación y corrección instrumental de tal condición puede calcularse el ángulo de inclinación de tales ejes, evaluar en milímetros la corrección que debe hacerse en las alturas de mira para cada 100 metros ó por metro de distancia y de esta manera conseguir la nivelación lineal ó superficial con la misma precisión que si aquella condición se cumpliera; pero es indudable que con esto se complican los trabajos haciéndolos muy enojosos con los antiguos niveles no diastimométricos y algo tambien con los modernos y esto no lo aceptan gustosamente los Topógrafos.

Lo mismo sucede en la nivelación lineal utilizando el sistema de Porro de dos miras ó el conocido recurso de colocar el aparato á igual distancia de los puntos observados, cuyos procedimientos tienen ademas el inconveniente de no ser aplicables á la nivelación superficial. Como quiera que con los aparatos, en que es posible corregir instrumentalmente la falta de paralelismo de los dos ejes, se pueden utilizar, cuando conviniere, cualquiera de estos métodos, no cabe duda que tiene importancia la condición de que se trata y que en tal concepto ofrecerán ventaja los aparatos que permitan comprobarla y corregirla directamente, si al propio tiempo garantizan su conservación, porque si esto no sucede pueden dar motivo á errores, ya que se opera en la creencia de que sean paralelos los dos ejes y no se toman en la observación los datos necesarios para comprobarlo y corregir àquellos; por lo que, cuando no se aplican los indicados métodos, se debe comprobar y en caso necesario corregir tal condición con alguna frecuencia.

La manera de hacer esta comprobación y la corrección procedente varía en los distintos tipos de aparato y por eso la aplazamos para cuando de cada uno nos ocupemos; ahora conviene indicar el modo de determinar el ángulo que entre sí pudieran formar los dos ejes de colimación y del nivel y de anular los errores á él consiguientes por los procedimientos indicados, ya que estos medios son utilizables con todos los niveles de anteojo.

112 — Determinación del ángulo formado por los dos ejes y aplicación de su corrección.

Suponiendo que previamente se haya comprobado y corregido en lo posible el aparato, colócase sobre el punto M (Figura 179) haciendo que el eje sea próximamente vertical y perfectamente centrada la burbuja; en otro punto, *m*, distante 50 ó 60 metros, se pone una mira

bien vertical, fija y de frente al aparato y se lee la altura Q m = H á que la encuentra el eje de colimación del anteojo, que, si fuera paralelo á la base de la burbuja, se confundiría con la línea de nivel aparente, y por consiguiente H = z expresaría la altura de aquella sobre el punto del terreno *m*.

Supongamos que no sucede así y representemos por O P la línea de nivel aparente, por z su altura sobre *m*, por φ el ángulo que el eje de colimación forma con la vertical Z M del punto de estación y centro del aparato y por K la distancia horizontal M m = O P, la que con un anteojo analático se determinará con bastante precisión aun en el supuesto de no ser para-

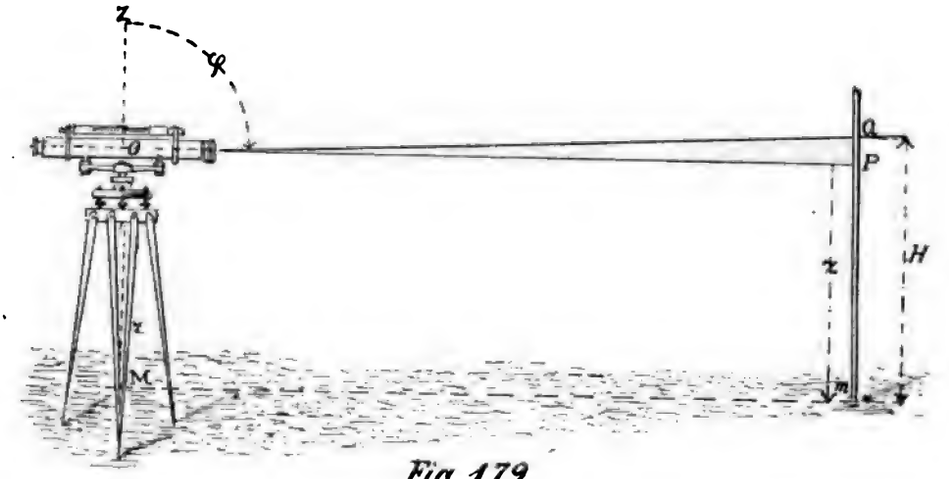


Fig 179

lelos los dos ejes de colimación y del nivel, porque el ángulo que entre sí formen será bastan pequeño para que no tenga influencia sensible en tal determinación.

En el caso representado por la figura es H > z; pero las consideraciones que nos conduc rán á las fórmulas finales serían las mismas si z > H, en cuyo caso, como de las mismas fórm las resultaría, sería φ > 100ᶜ. Esto consignado para evitar dudas, pasemos á determinar las fó mulas que nos han de servir para anular el error sistemático de una ú otra manera.

En el triángulo O P Q se tiene

$$Q\,P = H - z = K \cot.\,\varphi \qquad (4.^a)$$

Si se hace igual observación sobre una mira colocada en otro punto *m'*, se tendrá tambi

$$H_1 - z_1 = K_1 \cot.\,\varphi \qquad (5.^a)$$

pues todos los datos serán diferentes escepto el valor de φ, que será constante si se cuida en a bos casos de centrar exactamente la burbuja.

Restando miembro á miembro estas dos ecuaciones resultará la igualdad

$$(H-H_1) - (z-z_1) = (K-K_1) \cot.\,\varphi$$

y haciendo para simplificar la anotación

$$H-H_1 = d\,H;\ z-z_1 = d\,z;\ K-K' = d\,K$$

la ecuación anterior se convertirá en esta otra

$$d\,H - d\,z = d\,K \cot.\,\varphi \qquad (6.^a)$$

en la cual son desconocidas d z y cot. φ; pero si cambiamos de estación y hacemos análogas o servaciones sobre las mismas miras, que no se habrán tocado de los puntos *m* y *m'* recojeré los datos necesarios para llegar á otra ecuación enteramente análoga á la (6.ª), en la que los v lores de d z y cot. φ serán los mismos, pues se refieren á la diferencia de nivel entre los punt *m* y *m'* y al ángulo φ, que no variará con tal que se cuide de centrar bien la burbuja.

Distinguiendo los datos variables obtenidos desde la primera estación con el índice 1 y los de la segunda con el 2 tendrémos las dos ecuaciones análogas siguientes:

$$^1d\,H - d\,z = {}^1d\,K \cot.\,\varphi \qquad (7.^a)$$

$$^1d\,H' - d\,z = {}^2d\,K' \cot.\,\varphi \qquad (8.^a)$$

de las que resulta

$$\cot.\,\varphi = \frac{^1d\,H - d\,z}{^1d\,K}$$

$$\cot.\,\varphi = \frac{^2d\,H' - d\,z}{^2d\,K'}$$

$$\frac{^1d\,H - d\,z}{^1d\,K} = \frac{^2d\,H' - d\,z}{^2d\,K'}$$

$$(^1d\,H - d\,z)\,{}^2d\,K' = (^2d\,H' - d\,z)\,{}^1d\,K$$

y haciendo las operaciones indicadas y despejando

$$d\,z = \frac{^2d\,H'\,{}^1d\,K - {}^1d\,H\,{}^2d\,K'}{^1d\,K - {}^2d\,K'} \qquad (9.^a)$$

y restando de la (7.ª) la (8.ª)

$$\cot.\,\varphi = \frac{^1d\,H - {}^2d\,H'}{^1d\,K - {}^2d\,K'} \qquad (10.^a)$$

Estas dos fórmulas son las utilizadas por Porro en su sistema de nivelación con dos miras, deduciéndose de la (9.ª) que se puede hallar con precisión la diferencia de nivel entre dos puntos con un aparato descorregido, con tal que se visen las miras sobre ellos colocadas desde dos estaciones y se mida ó calcule la distancia de cada una á cada punto para poder resolver tal fórmula y de la (10.ª) que se puede determinar el valor de cot. φ con independencia de la diferencia de nivel entre los puntos observados.

Concretándonos por ahora á la (10.ª) y teniendo en cuenta que el valor de φ es constante y que de la (4.ª) se deduce que

$$z = H - K \cot.\,\varphi$$

resulta que podemos por su medio hallar la diferencia de nivel entre dos puntos con un aparato en que no exista el paralelismo referido, pues bastará corregir los valores de las alturas de mira del error K cot. φ, que serán negativos cuando $\varphi < 100^c$ y positivos cuando $\varphi > 100^c$ y restar aquellas como si tal paralelismo existiera.

Para facilitar esta corrección se determina el valor en milímetros de cot. φ para 100 metros ó para cada uno de distancia y con este coeficiente, que será constante para cada aparato, en cuanto no varíe la posición relativa de los dos ejes del tubo de la burbuja y el de colimación, se modificarán convenientemente las alturas de mira segun la distancia á que se hallen de la estación; esto implica la necesidad de conocer estas distancias, lo cual es grandísimo inconveniente con los antiguos niveles de anteojo no diastimométrico y tambien resulta, aunque mucho menor, con los que tienen esta condición, porque el cálculo del error, aunque sencillo, es por su repetición molesto y oneroso, poniendo en evidencia las ventajas que en tal concepto presentan los aparatos en que puede corregirse la falta de paralelismo de los ejes.

También es consiguiente que no debe calcularse el valor de cot. φ ó coeficiente de corrección con una sola observación, sino que debe tomarse la media de varias hechas con todo cuidado para hacerlo con seguridad.

Supongamos que procediendo así se haya encontrado que el valor medio de φ es de 90° 0'24"; esto es que el ángulo de los dos ejes es de 24"; pues aplicando la fórmula (A) del número 6 tendrémos en milímetros para la corrección positiva por cada 100 metros de distancia

$$c^{mm.} = \frac{24 \times 100.000}{206.265} = 11'635 \text{ mm.}$$

y si las alturas de mira observadas sobre los dos puntos m y m', distantes respectivamente de la estación 123'5 m. y 97'4 m., fueran $H = 6'436$ m. y $H' = 2'728$ m., resultará para la corrección

de la 1.ª: $c = 1'235 \times 11'635 = 14'37^{mm.}$ y $z = 6'436^{m.} + 14'37^{mm.} = 6'4504$ m.
de la 2.ª: $c' = 0'974 \times 11'635 = 11'33^{mm.}$ y $z' = 2'728^{m.} + 11'33^{mm.} = 2'7398$ m.
y para la diferencia de nivel buscada $d\,z = 3'7111$ m.

cuyos cálculos se pueden simplificar suprimiendo muchos decimales y aun suponiendo el coeficiente de corrección igual á 12 milímetros por cada 100 metros de distancia en este caso, haciéndose de memoria la corrección; de no obrar así resultaría molesta esta y complicados los registros.

113 — Dos maneras de anular los errores consiguientes á la falta de paralelismo de los ejes de colimación y del tubo de la burbuja en las nivelaciones lineales.

Esto se consigue con el procedimiento de nivelación con dos miras del eminente Porro utilizando la fórmula (9.ª) anterior, que dá las alturas verdaderas de mira con independencia del ángulo φ; pero se comprende cuan molesta y complicada resultaría su aplicación teniendo que hacer los varios cálculos, que ella implica.

Salmoiraghi para evitarlo y aun la necesidad de medir ó tener en cuenta las distancias ha modificado felizmente la fórmula poniendo una condición en el procedimiento muy fácil de cumplir, con la cual le ha hecho sencillamente realizable.

Si se supone, dice, que en la fórmula (9.ª) sea

$$^1d\,K = -\,^2d\,K'$$

se convertirá en esta otra mucho más sencilla

$$d\,z = \frac{^1d\,H + {}^2d\,H'}{2} \qquad (11.ª)$$

de manera que con la semisuma de las diferencias de alturas de mira obtenidas desde las dos estaciones se tiene la diferencia de nivel de los dos puntos y como sencillamente se puede cumplir la condición sin medir las distancias, resulta el procedimiento aplicable sin complicaciones.

En efecto: sean m y m' (Fig. 180) los dos puntos del terreno, cuya diferencia de nivel se desée determinar; pónganse sobre ellos dos miras, M y M' perfectamente verticales; colóquese el aparato primero en el punto A á 8 ó 10 metros de m y desde él determínense las alturas de mira ^1H y $^1H'$ sobre las dos miras; colóquese despues el aparato en el punto B próximamente tambien á 8 ó 10 metros de m' y en una posición respecto á m' análoga á la que respecto á m tenía el punto A, pues resultará así que ^1K y $^1K'$ serán próximamente iguales respectivamente á $^2K'$ y ^2K y las diferencias $^1K - {}^1K' = -\,(^2K - {}^2K')$ que es la condición deseada.

Como la distancia de 8 á 10 metros puede apreciarse á la vista con menos error de medio metro y la situación de A y B respectivamente con relación á m y m', de manera que el cuadrilátero A m m' B resulte próximamente un paralelógramo, serán A m' y B m muy poco diferentes y sin medirlas se satisfará la condición impuesta con suficiente precisión para que el valor de d z de la fórmula (11.ª) resulte exacto dentro de los límites de la más estrecha tolerancia.

Para demostrarlo hallemos primero la diferencia entre las fórmulas (9.ª) y (11.ª) y apliquemos al resultado un error exagerado en la apreciación de las distancias y nos convencerémos de la verdad de nuestras afirmaciones precedentes. — La diferencia será:

$$\varepsilon = \frac{^2d\,H'\,{}^1d\,K - {}^1d\,H\,{}^2d\,K'}{{}^1d\,K - {}^2d\,K'} - \frac{{}^1d\,H + {}^2d\,H'}{2}$$

y reduciendo se obtiene

$$\varepsilon = \frac{(^2d\,H' - {}^1d\,H)\,({}^1d\,K + {}^2d\,K')}{2\,({}^1d\,K - {}^2d\,K')} \qquad (12.ª)$$

y para apreciar la importancia de esta diferencia, que sería el error que se cometería utilizando la fórmula (11.ª) en lugar de la (9.ª), supongamos que por falta de buena apreciación de las distancias ^1K y $^2K'$ y de la posición relativa de las estaciones A y B con relación á los puntos *m* y *m'* se haya cometido en la diferencia $^1d\,K$ un error de 3 metros y otro igual y contrario en la $^2d\,K'$, de manera que en la suma resulte un error de 6 metros, lo cual es muy

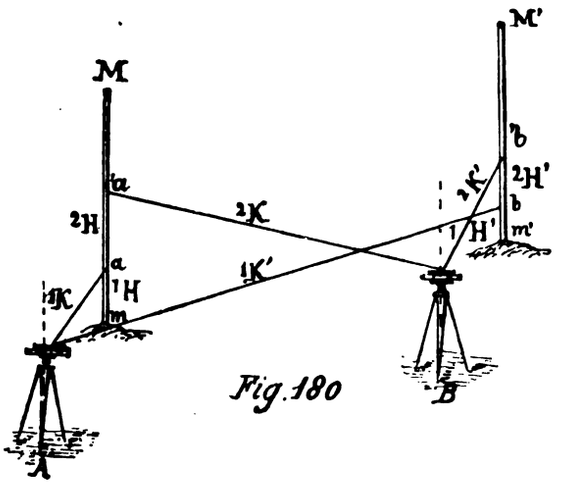


Fig. 180

exagerado; supongamos también que la incorrección del aparato sea tal que en la diferencia $^2d\,H' - {}^1d\,H$ resulte un error de 3 centímetros y finalmente que siendo las distancias mayores $^1K'$ y ^2K de 100 metros, las menores ^1K y $^2K'$ sean de 10, lo que dá para $^1d\,K$ y $^2d\,K'$ 90 metros y como la segunda es negativa su diferencia se convierte en suma de suerte que sustituyendo estos valores en la fórmula (12.ª) resulta

$$\varepsilon = \frac{0'03\text{ m.} \times 6\text{ m.}}{360} = 0'0005\text{ m.}$$

Este error corresponde á la inclinación de 1″ y como en los niveles utilizables en Topografía es de todo punto imposible emplear tubos de burbuja de tanta sensibilidad, resulta evidente que se puede utilizar la fórmula (11.ª) de Salmoiraghi con toda confianza tomando las precauciones recomendadas para la elección de los puntos de estación, lo cual es bien sencillo y con ella no se complican los registros ni los cálculos de una manera notable y ofrecen las diferencias de altura de mira constante comprobación, lo que sobradamente compensa el mayor trabajo que supone sobre el procedimiento ordinario de simple observación.

Otra manera de anular la incorrección del aparato, de que nos venimos ocupando, es el conocido y *muy aplicado* recurso de colocarle á igual distancia de los dos puntos, cuya diferencia de nivel se quiere medir, por cuyo medio se anulan todas las incorrecciones del aparato y los errores consiguientes á la diferencia del nivel aparente sobre el verdadero y á la refracción, como se comprende fácilmente y se corrobora suponiendo en la fórmula (6.ª) $d\,K = 0$, porque

entonces sería d z = d H; pero esta condición implica no sólo la medición de las distancias sino determinada y precisa posición del punto de estación ó de uno de los puntos que se han de nivelar y esto coarta mucho la libertad del operador y complica el trabajo.

Pero debe tenerse presente que esa igualdad de las distancias no ha de ser absoluta, basta que sea aproximada.

En efecto: suponiendo que siendo la distancia de la estación al punto de atrás de 100 metros, la que la separa del de delante sea de 110 y que la inclinación de la visual sobre la línea de nivel aparente alcance á 5″; resulta, segun la fórmula (6.ª)

$$d\,H - d\,z = 10 \times \cot.\,\varphi = \frac{5''}{206.265''} \times 10^{m.} = 0'00024 \text{ metros}$$

cuyo error es despreciable y no lo es menos el consiguiente en tales distancias á la diferencia del nivel aparente sobre el verdadero y á la refracción, como es fácil de comprender en vista de lo dicho en el número 50, de manera que, á excepción de las nivelaciones de grande precisión, cuando el aparato esté comprobado y corregido pueden apreciarse tales distancias á la vista sin temor de incurrir en errores sensibles; pero este procedimiento tiene el inconveniente de no suministrar comprobaciones directas, condición que no debe olvidarse nunca.

PRIMER GRUPO

Aparatos de nivelación lineal

114 — Nivel de Chezy.

Como se vé en la fig. 181, que le representa, este nivel de anteojo, en otros tiempos de bastante nombradía, aunque poco utilizado en España, solo difiere de ciertos modelos de los mas usados del segundo grupo en la manera de unirse al trípode y de nivelar los ejes del tubo de la burbuja y el de colimación, pues carece del juego de tornillos nivelantes, lo que hace se le incluya entre los del primer grupo.

La regla A B, á que están fijos los montantes que sostienen el anteojo y tubo de la búrbu-

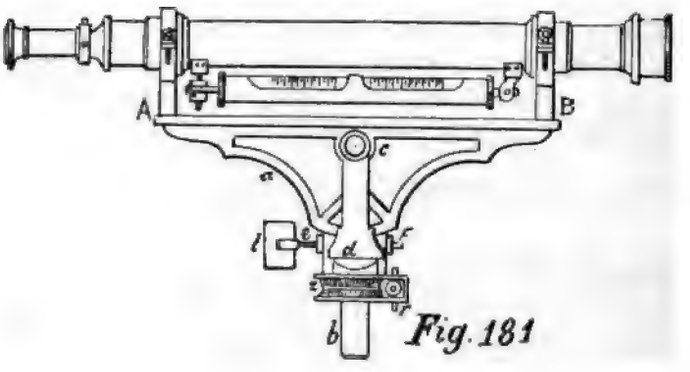


Fig. 181

ja, bascula con ellos alrededor de un eje horizontal proyectado en c, puesto en su centro y sostenido por los montantes c d, haciendo girar el tornillo sin fin t, cuya espiral engrana con el arco e F dentado exteriormente.

La espiga b se enchufa en la plataforma del trípode permitiendo el movimiento azimutal rápido del aparato, que se detiene apretando un tornillo unido á la plataforma de aquel; pero en este caso se puede dar á la parte superior un suave movimiento de coincidencia con el piñón r, que engrana con la garganta del tambor z.

Esta construcción implica:

1.° Dificultad suma en conseguir la verticalidad del eje general c b, porque ha de ser consiguiente á la horizontalidad de la plataforma del trípode mediante el movimiento de sus brazos.

2.° Inseguridad en el movimiento brusco azimutal, cuando el agujero en que se enchufa la espiga b es de madera por el mucho juego que ha de tener el enchufe para no dificultarle con los cambios de humedad del aire y

3.° Poca estabilidad de la parte superior del aparato como dependiente del engranaje del arco dentado e F y del tornillo sin fin t.

Como por otra parte no economiza tiempo en la puesta en estación y centración de la burbuja comparándole con los provistos de juego de tornillos nivelantes, no resulta recomenble esta forma, ya desechada, aun en los paises en donde antes mas se apreciaba.

Verificaciones y correcciones

De las cuatro condiciones esenciales consignadas en el número 111:

La 1.ª, se comprueba como allí se dijo y no es susceptible de corrección, pero debe hacerse siempre que se adquiera ó haga cargo de un aparato para conocer la exactitud que con él se puede conseguir y el cuidado con que se debe operar para obtener la precisión posible y deseada en cada caso.

La 2.ª, por tener el anteojo giratorio sobre collares, se comprueba y corrige fácilmente como se dijo en el número 33.

La 3.ª, se comprueba y calcula el error posible como se dijo en los números 33 y 111.

La 4.ª, se comprueba y corrige de la manera siguiente:

Supongamos en primer lugar que los collares del anteojo sean iguales.

Colocado el trípode de manera que su plataforma resulte próximamente horizontal, utilizando al efecto un nivel de burbuja suelto, y enchufada la espiga b, se centra exactamente la burbuja del tubo unido al anteojo; se saca este con cuidado de sus sostenes y se le invierte extremo por extremo volviendo á colocarle en ellos; si la burbuja está centrada en la nueva posición, esto demostrará que la recta que une las bases de apoyo de los collares es horizontal y tambien lo será el eje de colimación por serlo el del cilindro de aquellos; si la burbuja no está centrada en la segunda posición se observa su separación de la primitiva y se repite la operación para cerciorarse de que no ha intervenido en ello algun golpe ó movimiento del terreno con los realizados por el observador y cuando de esta suerte se conoce la entidad de la descentración de la burbuja por error instrumental se corrige la mitad con el tornillo t y la otra mitad con las roldanas del tubo del nivel; repítese la comprobación y corrección hasta que en las dos posiciones opuestas de este tubo permanezca centrada la burbuja, en cuyo caso su base ó el eje del nivel será paralelo á la base de apoyo del anteojo y consiguientemente tambien al eje de colimación, porque estos últimos lo son despues de la segunda comprobación *en el supuesto admitido de la igualdad de los collares.*

Conviene asegurarse de que la condición 4.ª se cumple y á tal efecto sin tocar el aparato se colocará una mira á 50 ó 60 metros bien vertical; aflojando el tornillo de presión se mueve con las dos manos la regla A B hasta que la visual encuentre la mira; se aprieta aquel tornillo; con el piñón r se afina la puntería y con el t se centra exactamente la burbuja y se visa la mira tomando nota de la altura á que la encuentre el eje de colimación; se saca el anteojo de sus sostenes y se le invierte extremo por extremo; se dá una semirevolución al aparato y afinando la puntería y la centración de la burbuja como antes, se lee la nueva altura de mira; si esta coincide con la anterior, la condición se verifica; si la diferencia no excede de la que corresponde á la sensibilidad del nivel, fácil de calcular, se supone corregido el aparato; si fuera mayor, se dirige la visual ó eje de colimación á la altura media moviendo el tornillo t y despues se centra la burbuja con las roldanas de su tubo, con lo cual quedará corregido el aparato.

Si los collares no fueran iguales no lo quedaría, y el operador se apercibiría de ello en la comprobación complementaria al visar de nuevo la mira despues de la inversión del anteojo extremo por extremo, porque como la base de apoyo de los collares sería horizontal con la rec-

tificación del tubo de burbuja y el eje de colimación el de un tronco de cono y por consiguiente inclinado á aquella y en la nueva inversión del anteojo, cambiando de lugar las bases de aquel cambiaría también la inclinación del eje de colimación en sentido inverso, no se llegaría nunca á la coincidencia en las alturas de mira con las visuales contrarias.

En efecto: si A B y C D (fig. 182) son los diámetros de los collares, que para mayor sencillez de la figura hacemos exageradamente desiguales, constituirán un tronco de cono, cuya base de apoyo, B D, será horizontal, después de corregido el tubo de burbuja, é inclinado el eje, E F, de colimación por coincidir con el del cono segun la comprobación 2.ª y, al invertir el anteojo extremo por extremo y nivelar de nuevo la B D ó D′ B′ con la centración de la burbuja, su eje será F′ E′, que cortará al anterior en un punto equidistante de los dos collares formando un ángulo duplo del que el eje de colimación forma con la generatriz del cono.

La inclinación del eje de colimación se puede descubrir y calcular fácilmente por el procedimiento explicado en el número 112 mediante la fórmula (10.ª) y también directamente, como

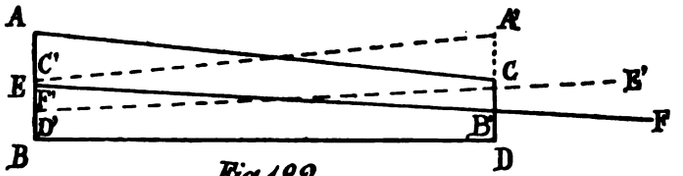


Fig 182

se hace en los talleres de construcción, si se dispone de un tubo de burbuja de gran sensibilidad y con pies apropiados que permitan apoyarle sobre los mismos collares; pues es indudable que al colocarle sobre la generatriz A C del cono (Fig. 182) despues de centrada la burbuja del aparato como se ha dicho, no sólo indicará sino que medirá en segundos la inclinación de aquella y la del eje, que será la mitad de la que acuse la burbuja.

Con este conocimiento es fácil arreglar el tubo de burbuja del aparato, de manera que después de su centración acuse la horizontalidad del eje; pues basta moverle con su tornillo de corrección hasta que la burbuja del nivel de prueba ocupe la media de su separación del centro y centrar la burbuja propia del aparato con sus roldanas de corrección.

Cuando se determine la inclinación mediante la fórmula (10.ª) del número 112 se calcula la altura de mira á ella correspondiente á la distancia á que se coloque la mira y leída la que señala el eje de colimación, después de hecha la corrección en el supuesto de ser iguales los collares, se restará de ella ó se sumará, segun que el collar de la parte del objetivo sea mayor ó menor que el otro, la altura correspondiente á la inclinación del eje, se le dirigirá á la altura resultante y se centrará la burbuja con sus roldanas; pero no se puede invertir el anteojo ni utilizar la media de las dos alturas de mira que con ello se obtendrían.

Para formarse ideas concretas sobre la *importancia del error consiguiente á la desigualdad los collares*, cuando no se hace la corrección antes indicada, bastará consignar la fórmula que pone en relación con la distancia y aplicarla á un caso particular.

Llamando *e* al error aludido, *r* y *r′* á los radios de los collares, *d* á la distancia que hay entre ellos y *D* la que separa la mira del mas próximo al objetivo, fácilmente se deduce que

$$e = \frac{(r' - r)}{d}(D + d)$$

y suponiendo $r' - r = 0'1$ milímetro, $d = 30$ centímetros y $D = 100$ metros

$$\text{resultará } e = \frac{0'0001}{0'30} \times 100'30 = 0'0334 \text{ metros } 33 \text{ milímetros,}$$

que constituye un error intolerable; por esta razón se exige la igualdad de los collares en los niveles de anteojo giratorio con menos error de $^1/_{500}$ de milímetro, lo cual solo consiguen los buenos instrumentistas.

Como el mismo error puede por otra parte resultar de la interposición de una partícula de ılvo entre el collar y su sosten, se comprende la necesidad de limpiarlos escrupulosamente durante s observaciones de comprobación y de asegurar despues fuertemente el anteojo á sus sostenes.

La exposición de incurrir en tales errores accidentalmente ha sido causa de la preferencia ıe algunos ilustres Topógrafos dan á los niveles de anteojo fijo sobre los que le tienen giratoo, por mas que esta condición permita fácilmente comprobar y conseguir la completa coincii:ncia de los ejes de este.

15 — Nivel de anteojo para los agricultores.

En la figura 183, se representa en la escala de $^1/_2$ poniendo en evidencia sus pequeñas diensiones y la extrema sencillez de su manejo acomodado á las condiciones de las personas á ıienes se destina.

El tubo de la burbuja está asegurado ó soldado al anteojo, cuyos movimientos de enfocación se hacen á mano no existiendo otros tornillos que los indispensables, *a a*, para la correcón del eje de colimación, cuando esto fuese necesario, que ocurre pocas veces, pues el cons-

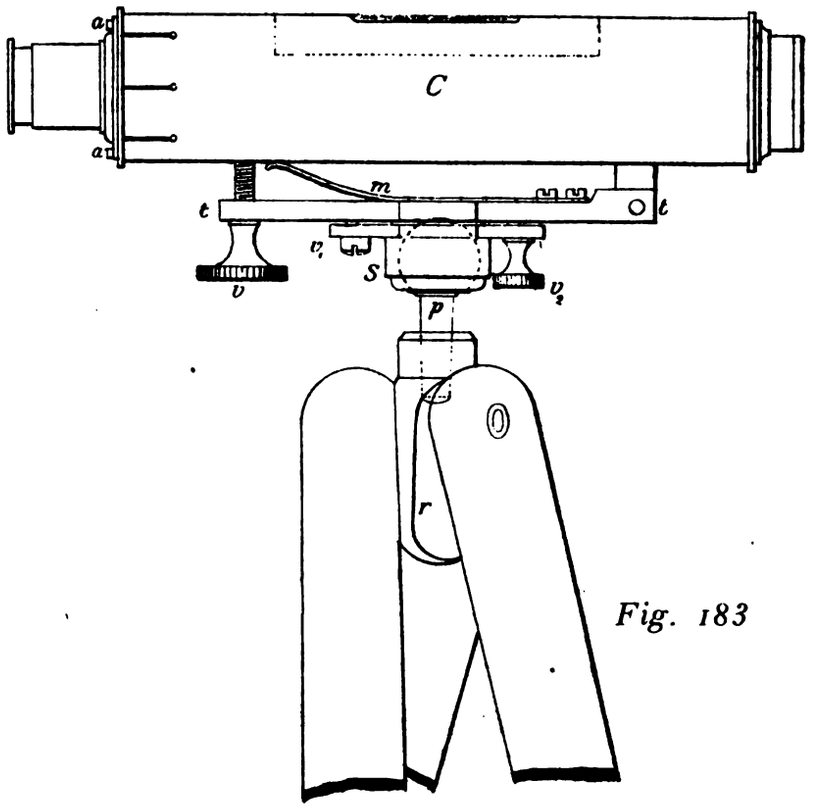


Fig. 183

·uctor cuida de hacerle paralelo al del nivel y aun la coincidencia del eje óptico y este con el e colimación; pero como este puede desaparecer con la rotura de los hilos del retículo, para su :posición y en caso necesario corregir la centración de la cruz filar, se han puesto los tornillos ıdicados, *a a*.

El anteojo y el tubo de la burbuja pueden bascular juntos en algunos grados de inclinaón alrededor del eje proyectado en t unido á la regla t t′ mediante el tornillo v y el muelle m.

Los tornilos v_1 y v_2 relacionan con la regla $t\,t'$ la envoltura de la esfera S, que unida á la ;piga, p, con que se une al trípode, forman un juego de nuez, que permite toda clase de moimiento al anteojo y nivel y estos movimientos bruscos se suavizan y detienen apretando el ırnillo v_2

La espiga, *p*, se enchufa en la pieza de bronce, r, que hace de plataforma del sencillo trípode propio de este aparato.

Su manejo es sencillísimo; colocado el trípode de manera que el eje de la pieza *r* resulte vertical, lo que es más fácil de apreciar á la vista que la horizontalidad de la cara superior de su pequeña plataforma, se enchufa la espiga y aflojando el tornillo v_2 se dirige el anteojo á la mira y se centra la burbuja aproximadamente utilizando el juego de nuez; se asegura despues este con el tornillo v_2 y con el *v* se centra exactamente la burbuja para leer despues la altura de mira, todo lo cual se hace rápidamente; pero basta fijarse un poco en las condiciones de estabilidad del trípode para comprender que en tal aparato no se utilizarán tubos de burbuja de mucha sensibilidad, ni es necesario ya que el destino de este aparato es el mismo del nivel de agua y los de pínulas, á que con ventajas notorias va reemplazando en Inglaterra, que es donde se construyó primero para uso de las personas menos peritas de los campos en los trabajos de drenage, riegos, etc.

A esta propagación del aparato contribuye su poco coste, que con su trípode y mira de tres metros con él utilizada es de 190 francos en casa del Ingeniero Salmoiraghi, (Milán).

Verificaciones y correcciones

De las cuatro condiciones esenciales consignadas en el número 111.

La 1.ª, puede comprobarse como allí se dijo.

Las 2.ª y 3.ª, no pueden comprobarse ni menos corregirse, pero se satisfacen por construcción y

La 4.ª, puede comprobarse por el sistema de observación de dos miras desde dos estaciones mediante la resolución de la fórmula 10.ª del número 111 y corregirse como se ha dicho para el nivel de Chezy, mediante el movimiento de la cruz filar con los tornillos *a a*.

Aunque somos poco partidarios de los trípodes sencillos y del juego de nuez en los aparatos de nivelación, consideramos muy recomendable el de que nos ocupamos para sustituir el nivel de agua, y los de pínulas en los trabajos á que estos se destinan.

116 — Nivel de anteojo de bolsillo.

A 110 liras (1) vende Bardelli, de Turin, el nivel representado en la figura 184, que puede tener el mismo destino que el anterior.

Es aún menor que este; pues su anteojo solo tiene 12 centímetros de largo y el objetivo 22 mm. de diámetro, pudiéndose, según en el catálogo se dice, leer el centímetro de la mira á cerca de 60 metros.

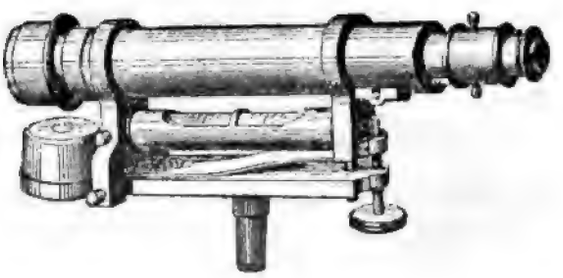


Fig. 184

El nivel esférico unido á la regla permite colocar próximamente vertical la espiga de unión al trípode, pero en cambio carece de juego de nuez y esto dificultará su manejo; por lo demás su analogía con el precedente, no obstante las diferencias aparentes, hace innecesarias mas explicaciones para su uso y destino, aunque creemos que no dará tan buenos resultados.

(1) En este precio vá comprendido el trípode, bolsa y correas para llevar el aparato en bandolera.

117 — Nivel de anteojo unido al tubo de la burbuja y esta reflejada juntamente con el retículo.

Tomándolas del Catálogo de Reiss representa el ilustre Erede (1) las condiciones de este nivel en las figuras 185, 186, 187 y 188.

En la 1.ª aparece el aparato montado en su pié; en la 2.ª su sección longitudinal que pone de manifiesto las condiciones de construcción; en la 3.ª la sección trasversal demostrando como

Fig. 185

se presentan al observador el retículo y la imagen reflejada de la burbuja y en la 4.ª aparece el aparato en su estuche.

Fijando la atención en las condiciones indicadas en la figura 186 se comprende que son enteramente análogas á las del *nivel para los agricultores* (número 115) á excepción de la situación de la burbuja y manera de observar su centracción, ofreciendo en este concepto ventajas indudables el modelo de que nos ocupamos.

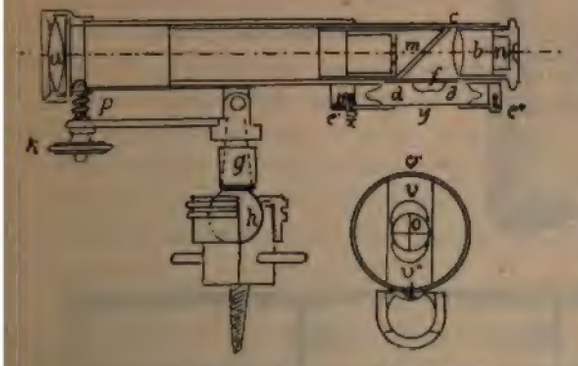


Fig. 186

Fig. 187

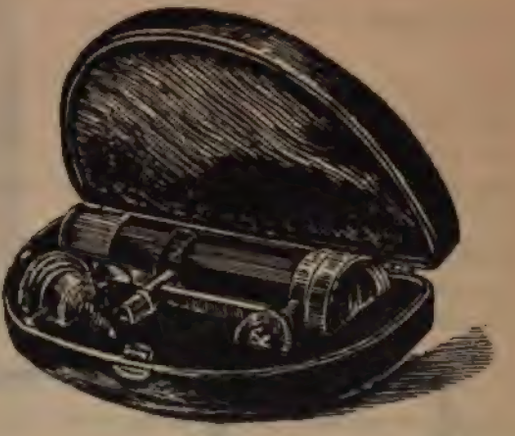


Fig. 188.

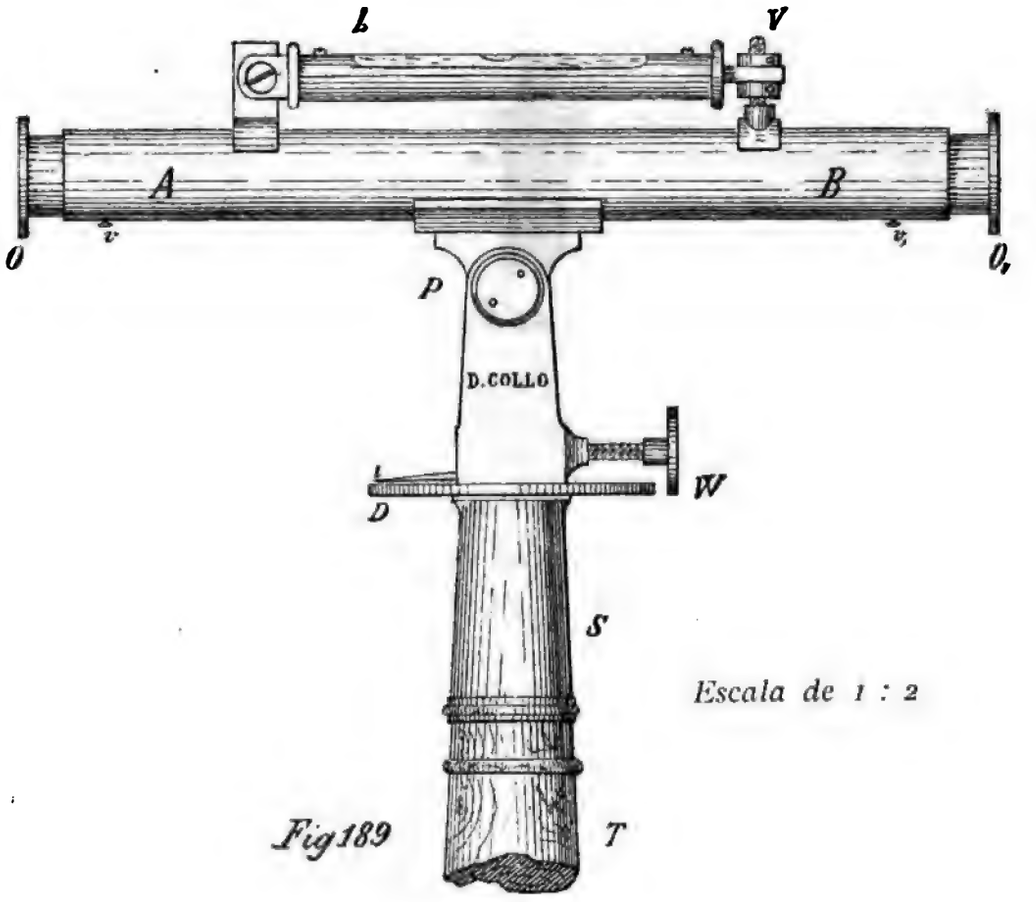
La luz que penetra por la ventana, *y*, figura 186, ilumina la burbuja, *f*, que se refleja en el espejo c d haciendo que su imagen se presente vertical al ojo del observador y como el espejo tiene en su medio un orificio, m, que permite ver al mismo tiempo el objeto y la cruz filar, esta y la burbuja centrada se le presentan á la vista en la forma representada en la figura 187, de suerte que aprecia instantáneamente la centración de la burbuja, que en caso necesario corrige con el tornillo, K, y hace la lectura de mira correspondiente.

(1) «Elementi di Topografia». Florencia, 1894. — Páginas 303 y 304.

No conocemos el precio de este aparato que, en igualdad de condiciones de construcción y de precio, consideramos preferible á los precedentes por la condición expresada, que evita muchos errores y permite dar mayor sensibilidad á la burbuja.

118 — Nivel de visual recíproca de Jadanza.

En 1833 propuso el Prof. Stampfer, de Viena, sustituir los niveles de agua y de pínulas por otro de anteojo de visual recíproca; pero puso fijas las dos lentes, que le constituyen, haciendo con esto que solo fuera utilizable por los observadores de vista normal é incorregible el funesto error de paralaje.



Escala de 1 : 2

Fig 189

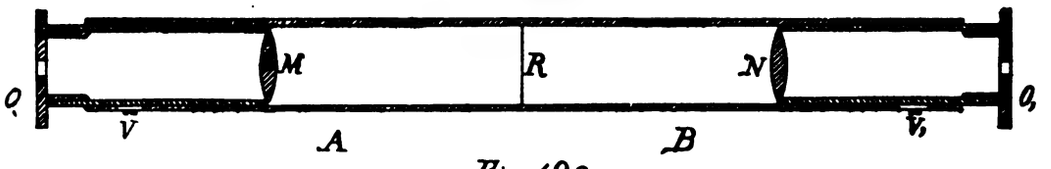


Fig 190

Para evitar estos inconvenientes el distinguido ingeniero y Prof. de la Escuela de Turin, señor Jadanza, proyectó é hizo construir en 1894 el que vamos á dar á conocer ajustándonos á su propia descripción; pues en vista de su sencillo manejo é ínfimo precio (1) pudiera ser de alguna aplicación.

(1) Con caja y trípode cuesta 65 liras en casa del constructor Domenico Collo, Turin.

En la figura 189 aparece, en la escala de $^1/_4$, montado sobre su sencillo trípode y la 190 es una sección longitudinal del anteojo, consistente en un tubo, A B, que tiene fijo en su medio el retículo R y en sus extremos se enchufan otros dos, O M y N O_1, provistos interiormente de lentes iguales de distancia focal R M = R N y exteriormente de los orificios O y O_1, que alternativamente sirven para aplicar el ojo ó para dar entrada á los rayos centrales emitidos por el objeto visado, los que refractándose en la lente correspondiente van á formar su imágen sobre el plano del retículo, la cual se vé al par que este desde el extremo opuesto mediante la lente que lleva el tubo allí enchufado.

Por ser iguales las distancias focales de las dos lentes este anteojo no tiene verdadera amplificación, pues es igual á 1 y si bien la pequeña abertura del orificio, O ú O_1, que se coloca del lado del objeto visado reduce considerablemente el haz luminoso, que llega á la lente objetiva disminuyendo su claridad, la imagen no se verá peor que á la simple vista, porque el ojo del observador está libre de la influencia de los rayos luminosos emitidos por los demas objetos, que mas ó menos perturban la imagen retínica; tales orificios deben ser de 4 á 5 mm. de abertura para no obscurecer inútilmente la imagen.

Sobre el tubo A B (figura 189) están soldados los pies del nivel cilíndrico de burbuja, L, con roldanas de corrección, V, y ambos pueden girar verticalmente alrededor del perno, P, cuyo movimiento se detiene con el tornillo, W, y acimutalmente alrededor del eje vertical sobre el platillo, D, pudiéndose apreciar la amplitud de tal movimiento por el índice, i, sobre otro platillo, en que están marcados dos diámetros perpendiculares para que el aparato pueda utilizarse como escuadra y fácil y económicamente podría dividirse en grados para apreciar toda clase de ángulos; finalmente este platillo está soldado al manguito tronco-cónico, S, para enchufarle en la espiga, T, del trípode.

Para utilizar este nivel, *cuando se halla corregido*, basta colocarle con su trípode sobre el punto de estación de manera que el eje del manguito, S, y la pieza que lleva el perno, P, sea próximamente vertical, lo cual se consigue fácilmente á la vista ó por comparación con un sencillo perpendículo y moviéndole con la mano se dirige el anteojo hacia la mira.

Suponiendo que esté del lado de esta el orificio, O_1, se moverá el tubo O M hasta que el operador vea claramente los hilos del retículo, R, y la imagen de la mira.

Levantando y bajando un poco el ojo descubrirá si hay ó no error de paralaje, que en caso de existir anulará moviendo el tubo N O_1 hasta enfocar perfectamente el retículo relativamente á la lente N, que entonces hace de objetivo; se afina despues la puntería y con el tornillo, W, se centra la burbuja leyendo la altura de mira, si es parlante ó haciendo bajar la plancha y que lea su altura el porta-mira, si es de corredera.

Estas son las que ordinariamente se usan con este aparato como con los niveles de agua y pínulas; pero el señor Jadanza considera preferible utilizar una mira parlante, en que estén pintados los decímetros alternativamente de blanco y negro ó rojo apreciándose á la vista los centímetros.

Si el aparato está corregido, como hemos supuesto, la operación está terminada; pero, si se quiere comprobar con la observación recíproca, basta hacer girar acimutalmente el aparato hasta que la lente, M, pase á hacer de objetivo; se arreglan los tubos N O_1 y M O en la forma antes indicada para que se vean claramente los hilos y la imagen sin paralaje; se centra nuevamente la burbuja y se lee la nueva altura de mira; en caso de ser diferente de la anterior, la buscada será la semisuma de las dos.

Verificaciones y correcciones

De las cuatro condiciones esenciales consignadas en el número 111.

La primera puede y conviene comprobarla como allí se dijo al adquirir ó encargarse de un aparato para conocer el grado de precisión con que se puede operar con él.

La segunda y tercera no son posibles y se suponen cumplidas por el constructor dentro de los límites de apreciación de esta clase de aparatos.

La cuarta se comprueba y corrige en la forma indicada para el uso con la visual recíproca; si las dos alturas resultantes son iguales, la condición se verifica; en caso contrario se pone la línea de fé de la plancha á la altura media y á ella se dirige la visual con el tornillo W; con ello se descentrará la burbuja que se centrará nuevamente con las roldanas V.

Las condiciones del anteojo inducen á utilizar un tubo de burbuja de poca sensibilidad y de la de ambos se deduce que, si este aparato puede reemplazar ventajosamente á los niveles de agua y de pínulas, no alcanzará la precisión que se puede conseguir con los antes descritos.

Observación general. — Resulta de las precedentes descripciones que los aparatos de este *primer grupo, á excepción del nivel de Chezy* ya abandonado en todas partes quizá por esto mismo, *son todos de sencilla construcción, muy portátiles y económicos*, como si considerándose inconveniente su carácter distintivo se les limitara á trabajos de reconocimiento y otros poco importantes encargados á personal poco ilustrado; sin embargo en rigor pudiera en el mismo grupo comprenderse el *gran nivel de precisión del eminente Porro* por su gran semejanza con los descritos en los números 116 y 117; no lo hemos hecho, porque, aunque carece de juego de tornillos nivelantes, ya en él se atiende á la nivelación de la plataforma de su resistente trípode mediante un nivel esférico y al movimiento de sus brazos con tornillos especiales y ademas porque el que de tal forma construye Salmoiraghi ya tiene aquel juego, que le dá el carácter de los del segundo grupo y en él le comprendemos.

En consonancia con tal idea predominante, el anteojo y el nivel de tales modelos son de poca sensibilidad y al suprimir tornillos y cremallera se ha creído dar mayor facilidad en su manejo al personal indocto, pero no sucede así; pues es mas fácil y rápida la enfocación con tornillo y cremallera que á mano, lo cual constituye un inconveniente en tales aparatos, que esto no obstante ofrecen ventajas indudables sobre el de agua y pínulas que han venido á reemplazar.

SEGUNDO GRUPO

Aparatos de nivelación superficial

119 — Clasificación en cuatro tipos.

El grandísimo número de distintos modelos que de los aparatos de este segundo grupo se han construído, y se construyen todavía, pueden clasificarse en los cuatro tipos siguientes:

Primer tipo. — *Con anteojo y tubo de burbuja libres y el segundo sobre el primero.* — Sistema Lenoir.

Segundo tipo. — *Con anteojo libre y tubo de burbuja unido á la base de los montantes con ó sin corrección.* — Sistema de Lerebours y Egault.

Tercer tipo. — *Con anteojo libre y tubo de burbuja unido á él por debajo ó por encima, con ó sin corrección.* — Sistema de Dollond y de compensación de Breihaupt y

Cuarto tipo. — *Con anteojo y tubo de burbuja fijos.* — Sistema de Grawat, Porro y Salmoiraghi.

En esta clasificación nos separamos algo de las admitidas por los ilustres Ingenieros Salmoiraghi y Erede, porque, en nuestro concepto, los tipos segundo y tercero, que aquel comprende en uno solo (1) ofrecen diferencias en la comprobación y corrección de las condiciones esenciales de estos aparatos; y el movimiento vertical del anteojo, propio de los goniómetros, que sirve de carácter distintivo á Erede para formar un quinto tipo (2), no le conceptuamos de bastante importancia para ello con tanto mayor motivo cuanto que en tales aparatos, que por excepción se utilizan como niveles, se encuentran combinados el anteojo y el tubo de burbuja

(1) «Istrumenti e metodi moderni», pag. 647.

(2) «Elementi di Topografía». 1894), pag. 305.

en todas las formas propias de los demás tipos, como verémos al ocuparnos de ellos y entonces será ocasión de indicar la manera de comprobarlos y corregirlos bajo este concepto.

Tal vez fuera conveniente separar los aparatos de uso ordinario de los destinados á trabajos de grande precisión para llamar sobre ellos la atención de los que los hayan de utilizar; pero como reunen las mismas condiciones características de los tipos expresados sin otra diferencia que tener el anteojo y tubo de burbuja de mayor sensibilidad con algunos detalles destinados á utilizarla con más seguridad, no hacemos aquella separación, aunque cuidarémos de describirlos especialmente al hacerlo de sus similares discutiendo brevemente si por sus condiciones especiales de construcción pueden ó no satisfacer su delicado objeto tan cumplidamente como suponen los Ingenieros que los utilizan.

Primer tipo. — *Niveles con anteojo y tubo de burbuja libre y el segundo sobre el primero.* — Sistema de Lenoir.

120 — Nivel-circulo de Lenoir.

Durante la primera mitad del siglo XIX este nivel prestó grandes servicios especialmente en Francia, en donde se utilizó casi exclusivamente hasta que se construyó el de Egault, de que luego nos ocuparémos y fué el precursor del modelo austriaco muy usado en Alemania, que tambien darémos á conocer.

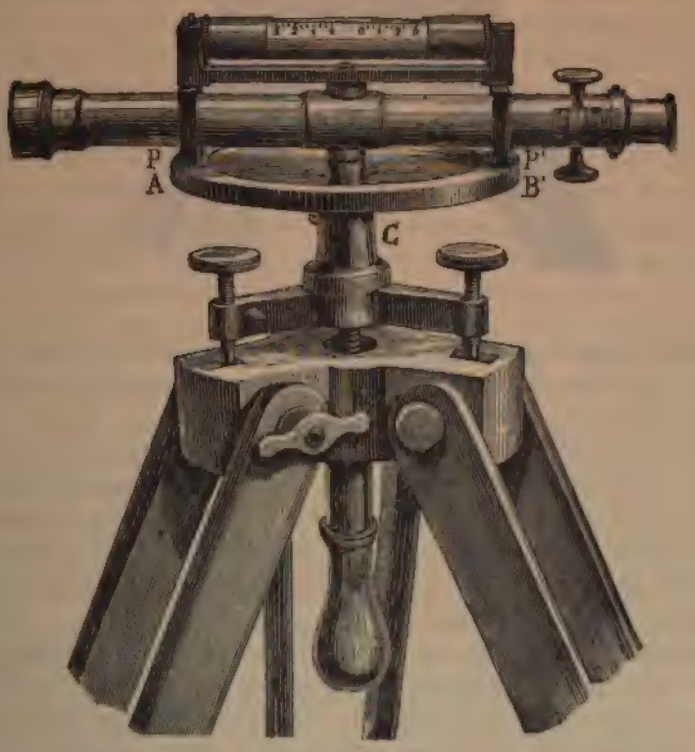


Fig. 191

La (figura 191) representa el modelo primitivo, tal como le construye Bardelli en Turín (1) y la 192 el que se hace en los talleres de Salmoiraghi (2) quien, sin alterar las condiciones esenciales, ha mejorado las de construcción, como fácilmente se comprende á la vista de la figura.

(1) Con plato de 17 centímetros, anteojo de 30 m.m. de diámetro en el objetivo y 35 centímetros de distancia focal, con caja y trípode le vende á 125 liras.

(2) Su precio es de 185 liras.

De cuatro partes independientes se compone este aparato:

1.° *El trípode*, que es de los comunes de seis bazos, pero puede sustituirse por cualquiera otro de los que ofrecen mayor estabilidad.

2.° *El juego de tornillos nivelantes*, que no ofrecen otra particularidad que llevar soldado en la parte superior de la columna, que sobre su plataforma se levanta, un plato perpendicular á su eje y con una corona circular realzada sobre el fondo, para que sobre ella se apoye el anteojo ó el nivel y, para que el primero gire alrededor del eje del aparato, en el centro del plato se levanta un cilindro en que se enchufa una de las espigas soldadas al collar central del anteojo perpendicularmente á su eje de figura; de manera que haciendo horizontal la corona del plato resulta vertical el eje general y el anteojo gira horizontal y libremente sobre aquel.

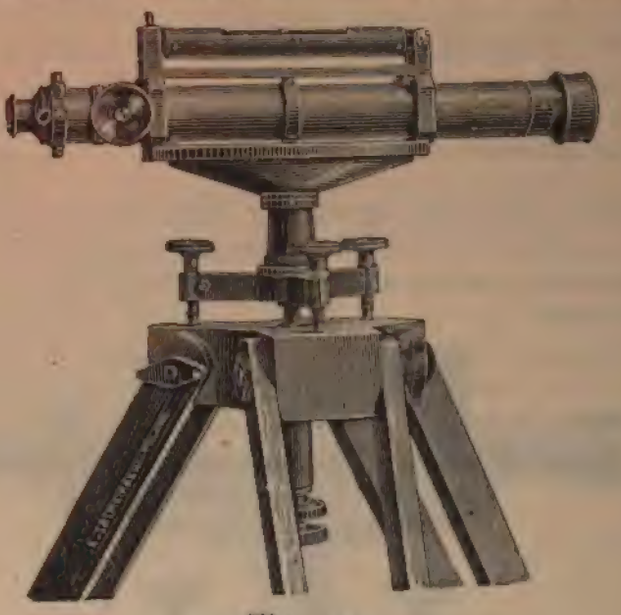


Fig. 192

Este plato puede estar graduado para utilizarle como limbo azimutal; en algunos así sucede y de aquí el nombre de *nivel-círculo*, con que se conoce este aparato; y en el modelo á que nos referimos la corona solo sirve de apoyo, no está graduada.

3.° *El anteojo* ofrece de particular, ademas del fuerte collar central y las dos espigas opuestas que se utilizan como ejes de rotación sobre el plato y para asegurar el nivel, como en la figura se indica, que está soldado interiormente á dos prismas perfectamente iguales y de base cuadrada, permitiéndole tomar cuatro posiciones perpendiculares sin alterar la del prisma resultante de la unión de los dos soldados al tubo cilíndrico del anteojo y reemplazan el uso de los collares sobre sostenes en V ó circulares y

4.° Finalmente *el tubo de burbuja* es enteramente igual á los que sueltos se destinan á la nivelación de las reglas; pues son planas las bases de sus pies y pueden colocarse sobre las caras superiores de los prismas del anteojo ó sobre la corona del plato y para asegurarle en cierto modo al primero la espiga superior de este penetra en un orificio abierto en la regla de la base del tubo de burbuja.

El juego se asegura al trípode por un tornillo de unión ordinario ó de otra manera cualquiera; pero el tubo de burbuja y el anteojo se pueden sacar en cada momento y esto se ha de hacer para evitar su caída en el traslado del aparato de una estación á otra; de manera que si tal condición es una ventaja en la comprobación de sus condiciones y en ciertos casos en las maniobras de la observación, es un grave inconveniente por las molestias que ocasiona en los traslados de estación á estación y no menos por dejar la superficie de la corona expuesta á alteraciones por golpes, á oxidarse y ensuciarse motivando errores de no poca importancia, como luego verémos

VERIFICACIONES Y CORRECCIONES

1.ª *La correspondencia entre la sensibilidad del tubo de la burbuja y la del anteojo* se comprueba en la forma explicada en el número 111.

2.ª *Que los ejes ópticos, geométrico y de colimación del anteojo coincidan en una misma recta,* se comprueba y corrige como se explicó en el número 33, á cuyo efecto se quitará el tubo de burbuja y se colocará el anteojo sobre la corona del plato en las cuatro posiciones que permiten los prismas, que hacen de collares.

3.ª *Que la enfocación del retículo se haga para todas las distancias sin alterar el eje de colimación,* se comprueba como se dijo en el número 33, deduciendo el ángulo de desviación para la distancia mínima y el error que en cada una se cometa como allí y en el número 111 se explicó.

4.ª *Que la base de la burbuja ó el eje del nivel y el de colimación del anteojo sean paralelos.*

Comprobada la 2.ª condición y hecha la corrección oportuna, se procede para la 4.ª de la manera siguiente:

Colócase el trípode con el juego bien sujeto al terreno de manera que el plato aparezca á la vista horizontal; sobre la corona se ponen los pies del tubo de burbuja en la dirección de dos tornillos del juego y con ellos se centra la burbuja, se le coloca despues en la del tercer tornillo del juego y también con él se centra aquella, volviendo á colocar el nivel en la primera posición afinando la centración de la burbuja con los primeros tornillos del juego; se invierte el tubo de burbuja extremo por extremo y si aparece centrada en esta nueva posición quedará justificado que el tubo de burbuja está bien y que el diámetro correspondiente de la corona es horizontal; en otro caso para conseguir todo esto se centrará la burbuja moviéndola la mitad de la diferencia con su tornillo especial de corrección y la otra mitad con los correspondientes del juego repitiendo la operación hasta conseguirlo y despues se coloca en la dirección del tercer tornillo del juego centrando la burbuja con él y así se habrá hecho horizontal el plato.

Quítase el tubo de burbuja y se coloca el anteojo, cuyo eje de colimación será también horizontal, si los dos prismas son perfectamente iguales; porque, según la segunda comprobación, debe confundirse con el eje del prisma que tuviera por base aquellos y para comprobar esta condición necesaria, exactamente igual á la de los collares cilíndricos y de cuya necesidad nos ocupamos en el número 114 demostrando la importancia del error consiguiente á pequeñas desigualdades en aquellos, se coloca el nivel sobre el anteojo; si la burbuja queda centrada la condición se verifica al menos en los límites apreciables por el tubo de burbuja; en caso contrario se comprueba con dos posiciones invertidas extremo por extremo del tubo de burbuja, cuál es el prisma mayor y la importancia de tal desigualdad para corregirla.

Esto se hace colocando el anteojo sobre una mesa y por debajo del prisma mayor un papel esmeril muy fino, sobre el que se frota la base del prisma, no como suponen algunos hasta que se haya hecho la corrección, sino hasta conseguir la mitad de la misma haciendo la restante con la base opuesta; pues de no tomar esta precaución se descorrige la segunda condición inclinando el eje de colimación y para evitarlo conviene proceder por tanteos y repetir la segunda comprobación que probablemente obligará á desgastar en igual cantidad las otras dos caras del mismo prisma para que quede de bases perfectamente cuadradas.

Como el tubo de burbuja ordinariamente utilizado con estos aparatos, que por su sencillísima construcción son de poco precio, no suele ser muy sensible, conviene comprobar la horizontalidad de la visual á la distancia de 100 metros por el procedimiento explicado en el número 112 para convencerse si ha de tenerse ó no en cuenta el error consiguiente á la falta de paralelismo entre los ejes de colimación del anteojo y el del nivel de burbuja.

MANEJO DE ESTE NIVEL

No puede ser mas sencillo; pues colocado sobre el punto de estación de manera que á la vista aparezca horizontal el plato, se afina colocando el anteojo y consiguientemente el tubo de la burbuja en la dirección de dos tornillos del juego centrándola con ellos; se hace lo mismo

con el 3.° despues de poner aquellos en su dirección y así nivelado el plato y el eje de colimación se visa la mira que sucesivamente se coloca en los diferentes puntos del terreno y las alturas sobre ella leídas expresarán la distancia vertical de los mismos al plano determinado por el eje de colimación en su movimiento de rotación.

INCONVENIENTES GRAVÍSIMOS DE ESTE APARATO

Basta tener presente que la corona del plato sobre que se apoyan los prismas del anteojo y estos mismos, sobre los que lo hacen los pies del tubo de burbuja, están constantemente expuestos á la lluvia y al polvo y recordar lo que digimos (número 113) sobre los graves errores consiguientes á pequeñas desigualdades en los collares, á lo que equivale la interposición de una partícula de polvo ó una gota de agua entre la corona y la base de un prisma, para convencerse de la facilidad suma con que tales errores pueden cometerse y al mismo fin conducen los desgastes irregulares de la corona y de las bases de los prismas con los giros del anteojo sobre aquella mas ó menos cubierta de polvo, que hace de esmeril; así que no es extraño que este tipo de niveles haya caído en desuso.

121 — Nivel austríaco.

Comprendemos con este nombre los distintos aparatos, de que nos vamos á ocupar ahora, porque en Austria se construyó y generalizó primero el modelo originario, que algunos consideran como simple perfeccionamiento del de Lenoir antes descrito; sin embargo de él se distingue por importantes diferencias de construcción, que le dan tan excelentes condiciones que,

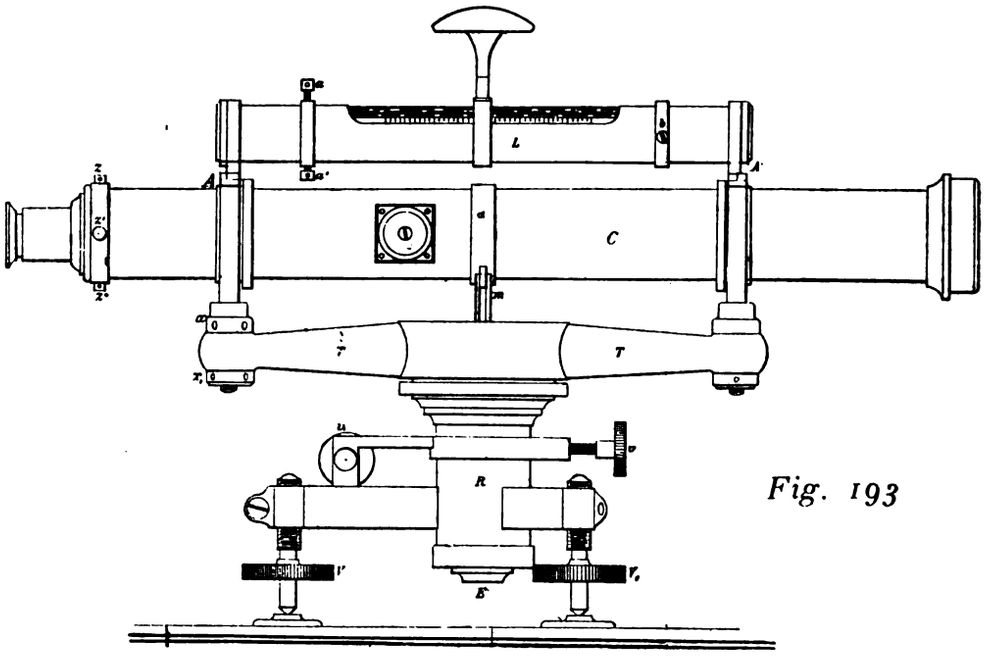


Fig. 193

con las oportunas modificaciones de detalle, según veremos, ha servido y sirve para las nivelaciones de grande precisión; pero como todos tienen las condiciones características del mismo tipo hemos creído oportuno reunirlos en este número.

Utilizamos para su descripción general el modelo que construye Salmoiraghi y del que se ocupa especialmente (1) como característico del tipo de anteojo y tubo de burbuja libres, aunque es de los de uso ordinario y de los mas sencillos, como aparece en la figura 193, que en escala de $^1/_3$ le representa.

(1) «Istrumenti e metodi moderni», páginas 635 - 640.

El trípode es generalmente el de seis brazos; pero se utiliza también el llamado inglés y todos los demas de mucha estabilidad, uniéndose á él el aparato por los distintos mecanismos consiguientes.

El juego es de tres tornillos y, como en la generalidad de los niveles de este grupo y en los goniómetros, lleva en el centro de la plataforma soldado á ella perpendicularmente un cilindro, R, hueco en su interior, en que se enchufa á suavísimo rozamiento un eje unido perpendicularmente á la fuerte barra, T T, que puede así girar libremente en un plano paralelo al de la plataforma del juego ó detenerse con el tornillo de presión, ν, y adquirir el suave movimiento de coincidencia con el ν_1.

Este mecanismo implica una diferencia notable con el aparato de Lenoir; porque su plato horizontal está sustituído por el eje de la barra, T T, que le produce mas ó menos exactamente en su movimiento giratorio y para que esto se consiga es indispensable que ajusten perfectamente el eje y su envolvente y conveniente (1) que ambos sean perpendiculares al plano de la plataforma y al eje geométrico de la barra, T T.

En los extremos de esta se levantan perpendicularmente á su eje dos montantes con horquilla circular ó en forma de V, en que descansan los collares A A' del anteojo y para evitar la flexión de este, otro collar, *a*, enteramente igual y de ellos equidistante lo hace sobre un muelle, *m*, en forma de lira con poleas en el extremo de sus ramas para no entorpecer el movimiento giratorio del anteojo, lo cual es muy importante, porque la menor flexión de este hace cambiar notablemente sus ejes produciendo errores notables; por lo que sería de desear que en los aparatos con anteojo pesado y colocado sobre caballetes separados se exigiera á los constructores utilizaran tan excelente precaución.

Uno de estos montantes está fijo á la barra; pero el otro puede levantarse ó bajarse algunos milímetros mediante las roldanas x y x, para corregir la altura de los collares y conseguir que su eje geométrico, que es el del anteojo, sea perpendicular al vertical del aparato.

Los collares A, A' y *a* han de ser de igual diámetro y estar dispuestos de manera que formen un cilindro perfecto, cuyo eje será el geométrico del anteojo y para que pueda hacerse su coincidencia con el de colimación la cruz filar puede moverse en dos sentidos perpendiculares mediante los tornillos z, z', z'' y z'''.

El anteojo se cierra y ajusta á las horquillas de los sostenes con aldavillas rectas ó circulares, que abrazan sus collares extremos por la parte superior permitiendo sin embargo á voluntad del operador girar sobre su eje geométrico, invertirle extremo por extremo ó fijarle completamente.

Sobre los collares A y A' se apoyan los de base cilíndrica del tubo de burbuja, L, que puede corregirse en el sentido vertical por los tornillos *a* y *a'* y en el azimutal por los *b* y *b'*.

De manera que todos y cada uno de los órganos de este aparato están provistos de los medios de corrección necesarios.

En la manera de relacionar el anteojo y el tubo de burbuja con el resto del aparato, se observan también notables diferencias con el de Lenoir evitándose los inconvenientes gravísimos que indicamos para este, porque despues de corregido aquel se pueden fijar tales partes á la barra impidiendo la interposición de materias extrañas entre los pies del tubo de burbuja y los collares y de estos con las horquillas; así es que este aparato permite utilizar anteojos y tubos de burbuja de mayor sensibilidad y ya la figura 194 indica una construcción mas esmerada que la utilizada en el modelo de Lenoir.

---

(1) Nótese que consideramos *indispensable* el exacto ajuste de los ejes y solo *conveniente* su perpendicularidad al plano de la plataforma y al eje de la barra y sin embargo esta condición es tan indispensable como la primera para conseguir con el giro de la barra y consiguientemente del eje de colimación del anteojo y el del tubo de burbuja planos horizontales, como se exige para los aparatos en que el tubo de burbuja está unido á la base; pero como esto no sucede en este modelo, en que puede con el tubo de burbuja ponerse fácilmente horizontal en cada momento el eje de colimación sin alterar sensiblemente el plano de nivel aparente de la estación, por eso no es tan indispensable la expresada condición.

VERIFICACIONES Y CORRECCIONES

Las tres primeras condiciones esenciales de las consignadas en el número 111 se comprueban y en lo posible se corrigen como se ha dicho para el nivel-círculo de Lenoir.

Para comprobar y, en caso necesario, *corregir la 4.ª, esto es el paralelismo entre la base de la burbuja ó el eje del nivel y el de colimación del anteojo, se procede de la manera siguiente:*

Bien asegurado al suelo el trípode de manera que su plataforma aparezca á la vista horizontal y á él el juego, se coloca el anteojo en las horquillas de los sostenes, se enfoca cuidadosamente el ocular respecto al retículo y este con relación al objetivo visando un punto lejano bien definido; hácese girar el anteojo sobre sus collares para comprobar la coincidencia de los ejes geométrico y de colimación corrigiendo la posición de la cruz filar con los tornillos z, z', como se ha dicho y se pone el anteojo en la dirección de dos tornillos del juego despues de cerrar las aldavillas.

Colócase el tubo de burbuja sobre los collares y se centra con los tornillos del juego; inviértese extremo por extremo el tubo de burbuja y si esta permanece centrada, *queda justificado el paralelismo de la base ó del eje del nivel con sus bases de apoyo* ó sea con la arista superior del cilindro de los collares; en caso contrario se centra nuevamente la burbuja moviendo la mitad de la separación con los tornillos del juego y la otra con los de corrección, *a* y *a'*, repitiendo la observación hasta que en las dos posiciones opuestas del tubo de burbuja se conserve esta centrada y lo mismo ha de suceder moviéndole en el sentido perpendicular al eje geométrico del anteojo corrigiendo el defecto, en caso necesario, con los tornillos *b* y *b'*. Con lo hasta aquí hecho quedan separadamente corregidos el anteojo y el tubo de burbuja resultando horizontal la generatriz superior del cilindro de los collares y también el eje de colimación, *cuando aquellos son iguales;* pero no cuando no lo son, como dejamos demostrado en el número 113.

Para comprobarlo, en cuanto lo permita la sensibilidad del tubo de burbuja, se quita este, se abren las aldabillas con cuidado; se saca el anteojo invirtiéndole extremo por extremo y se vuelve á colocar aquel sobre los collares, que serán iguales si la burbuja permanece centrada y en caso contrario su separación expresará el duplo del ángulo de inclinación del eje de colimación, que en todo caso puede calcularse y corregirse como digimos en el número 113, teniendo en cuenta que en este caso la generatriz del cono de los collares que se pone horizontal con el tubo de burbuja es la superior y no la inferior, como entonces sucedía y que después de tal corrección la horizontalidad del eje de colimación solo se obtiene para una posición del anteojo respecto á los sostenes, es decir que no se le puede invertir extremo por extremo sin alterarla.

Para hacer vertical muy aproximadamente el eje general del aparato, al objeto de que el de colimación describa un plano, se coloca el anteojo en la dirección de dos tornillos del juego, se centra con ellos la burbuja y se da al conjunto una semirevolución azimutal; si la burbuja aparece centrada en esta nueva posición es prueba de la perpendicularidad del eje general con la línea de nivel en aquella dirección; en caso contrario se centra nuevamente moviéndola la mitad con los tornillos del juego y mitad con las roldanas x y x'; pónese después el anteojo en la dirección del tercer tornillo del juego y con él se centra nuevamente la burbuja, repitiéndose estas dos últimas comprobaciones y correcciones hasta que la burbuja permanezca próximamente centrada en todas direcciones.

Conviene completar estas operaciones con la siguiente comprobación.

Se coloca una mira á 50 ó 100 metros, segun sea la potencia del anteojo, y se léen las alturas de mira resultantes para las cuatro posiciones recomendadas por Egault, son á saber: 1.ª, en la en que se halle el anteojo despues de las maniobras precedentes; 2.ª, haciéndole girar sobre su eje de figura 180°; 3.ª, sacándole de las horquillas y colocándole invertido extremo por extremo de manera que queden con ellas en contacto las mismas generatrices de los collares y dándole una semirevolución alrededor del eje vertical y 4.ª, haciéndole girar nuevamente sobre su eje de figura 180°, cuidando en todas estas posiciones de centrar exactamente la burbuja con los tornillos del juego: si las lecturas son iguales el aparato estará bien corregido; si las diferencias son tales que pueden atribuirse á la falta de sensibilidad del tubo de burbuja ó á error de lectu-

ra, se considerará que lo está también; si fueren mayores, se comprobará y corregirá de nuevo afinando antes de asegurar las partes y por de contado teniendo en cuenta el error consiguiente á la calculada desigualdad de los collares, que no se corrige con la media de las cuatro antedichas alturas de mira, como creen muchos Topógrafos y suponía Egault, que le daba como línea del nivel aparente exenta de todo error sistemático, sin serlo en tal supuesto.

Su manejo

Resulta de lo que acabamos de consignar que el manejo del aparato, cuando está bien corregido, se reduce á poner el trípode sobre el punto de estación bien asegurado al suelo y de manera que su plataforma aparezca horizontal; se enfoca cuidadosamente el ocular del anteojo á la vista del observador utilizando un punto lejano bien definido y se le pone en la dirección de dos tornillos del juego, con los cuales se centra la burbuja; lo mismo se hace con el tercer tornillo despues de poner el anteojo en su dirección; pónese de nuevo en la 1.ª comprobando y en caso necesario corrigiendo con los dos tornillos del juego la centración de la burbuja; se le dá media revolución para comprobar la perpendicularidad del eje vertical á su base, que en caso necesario se centrará nuevamente mitad con los tornillos del juego y mitad con las roldanas x, x' y poniéndole en la dirección del tercer tornillo del juego con él se centra nuevamente aquella, repitiendo estas comprobaciones y correcciones hasta que quede centrada en toda la vuelta de horizonte; con lo cual *está el aparato en estación*, como acostumbra á decirse.

Bastará después leer las alturas de mira para cada punto del terreno cuidando de enfocar bien para cada uno, de modo que se evite todo error de paralaje y de centrar exactamente la burbuja con los tornillos del juego para conseguir el objeto que se desea.

Hemos supuesto que el anteojo y el tubo de burbuja estaban asegurados entre sí á sus sostenes, porque es lo que consideramos mejor; otros Topógrafos prefieren dejarlos libres y hacer para cada punto las cuatro observaciones propuestas por Egault tomando la media de las cuatro alturas de mira resultantes para cada punto, al objeto, se dice, de evitar los errores residuos consiguientes á la incompleta corrección del aparato y á los defectos de lectura; pero como por su medio no se evitan los inconvenientes indicados para el modelo del círculo de Lenoir, antes bien se dá ocasión á ellos con tantos giros é inversiones, ni el de la desigualdad de los collares y por otra parte se pierde tiempo y complica la observación y los registros, no consideramos aceptable este procedimiento; creemos preferible corregir bien el aparato asegurando sus partes, hacer con todo cuidado la observación única y utilizar el procedimiento explicado en el número 113, que suministrará medios de comprobación suficientes con igual ó menor trabajo equiparando esta clase de aparatos á los de anteojo y tubo de burbuja fijos con la ventaja de mayor facilidad en su comprobación y rectificación, que se deben hacer de tanto en tanto y siempre despues de largos trasportes en carruaje ó caballerías y cuando el aparato haya recibido algun golpe.

Con un aparato bien corregido se obtiene mejor resultado en una observación hecha cuidadosamente, que con el término medio de varios realizadas en condiciones peligrosas.

122 — Niveles del mismo tipo construídos por Laguna.

En los talleres del Ingeniero D. Amado Laguna (Zaragoza) se construyen dos modelos del tipo austriaco que pueden utilizarse con provecho.

El primero representado en la fig. 194, tiene, segun la instrucción que le acompaña, el anteojo distanciómetro de 5" de sensibilidad, de 8" el tubo de nivel, una excelente brújula de 85 milímetros de diámetro con limbo dividido en medios grados y otro azimutal de 14 centímetros graduado sobre plata con nónius que aprecia 1', de manera que este aparato no solo sirve para hacer las nivelaciones ordinarias sino también para determinar al propio tiempo el plano geométrico; su precio es de 380 pesetas.

El segundo, representado en la fig. 195, no tiene limbo azimutal, pero en cambio es su

Fig. 194

Fig 195.

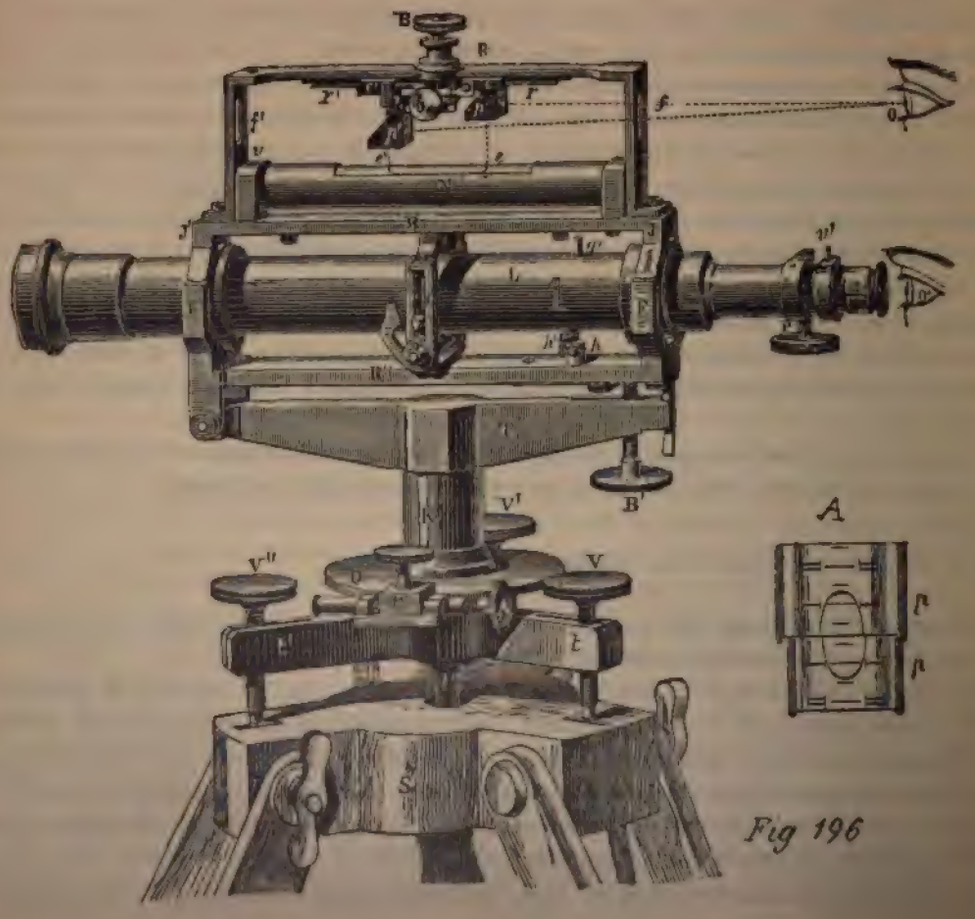


Fig 196

construcción más esmerada y, como destinado á las nivelaciones de grande precisión, la sensibilidad del anteojo alcanza á 3'5" y el tubo de burbuja á 5", siendo además de depósito de reserva para que la burbuja pueda tener siempre la misma longitud. (Su precio, 580 pesetas).

Aunque las condiciones del tubo de burbuja permiten ver fácilmente la posición de esta, sería conveniente poderla observar por reflexión desde el ocular, no solo porque se aprecia mejor su centración sino porque evita todo movimiento del observador; el constructor adiciona el reflector cuando se le pide y vende este excelente modelo con su trípode y caja á 650 pesetas.

123 — Nivel del mismo tipo construído por Berthélemi.

También A. Berthélemy (1) utiliza el mismo tipo para sus niveles de precisión siendo los ordinarios de la forma representada en la fig. 196, en que se utilizan dos prismas, p y p', para dar por reflexión los extremos de la burbuja tal como aparece en el detalle A comprendido en la misma figura.

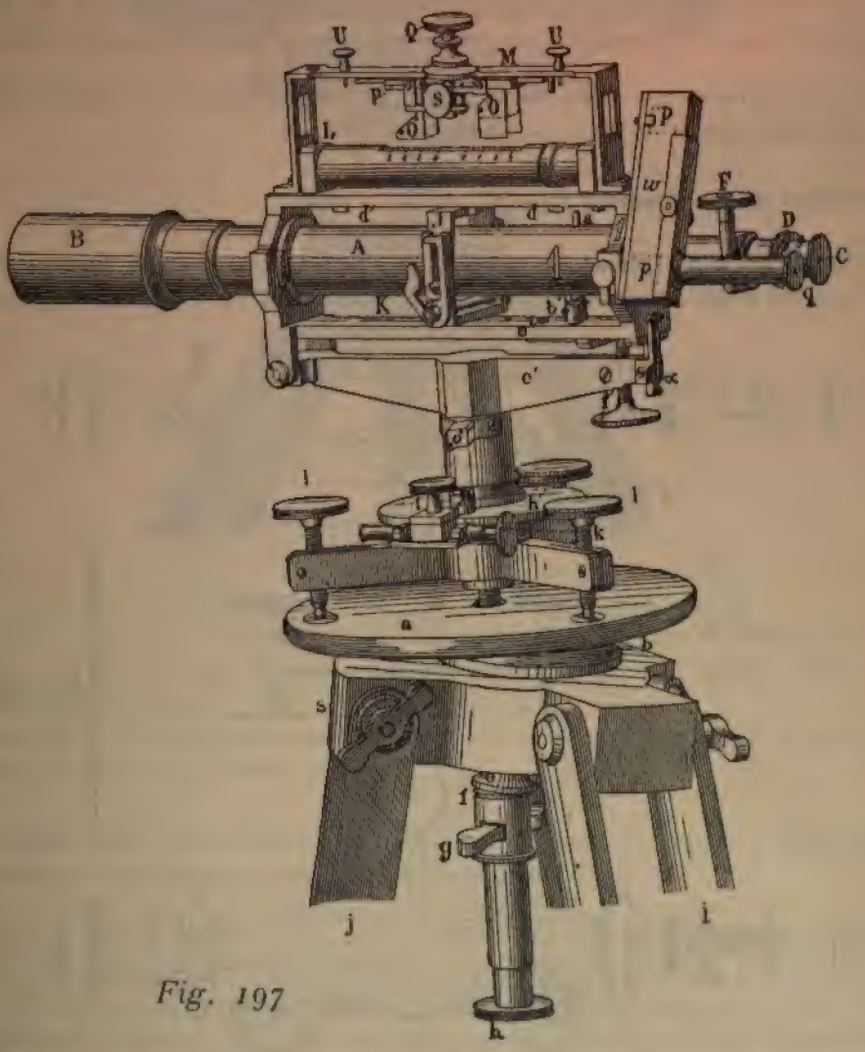


Fig. 197

Este modelo mejorado en su construcción con algunos detalles, que minuciosamente describe el ilustrado Ingeniero M. Lallemand en su libro, *Nivellment de haute précision*, se utiliza

(1) Paris, rue Dauphine, 16.

exclusivamente en los trabajos que bajo su dirección se están realizando para conseguir la nivelación general de Francia con menos error, segun dice, de 1 milímetro por kilómetro.

Para que se tenga idea de este complicado aparato, más expuesto á errores que el de la figura 195 y los de igual destino de Porro y Salmoiraghi, de que luego nos ocuparémos, en la fig. 197 aparece tal como M. Lallemand le representa para su descripción general en el libro citado, en que por medio de figuras apropiadas se describen los mas insignificantes detalles; prescindimos de ellos y creemos innecesario ocuparnos de su comprobación y corrección, pero no lo es consignar que: segun allí se dice, pág. 83, *el radio de curvatura del tubo de burbuja es de 50 metros, la amplificación del anteojo de 25 diámetros, la abertura eficaz del objetivo 36 milímetros, la distancia focal 36 centímetros y el peso del aparato con su trípode 12 kilógramos*, siendo de lamentar que no se diga el diámetro y condiciones del disco ocular, que tanta importancia tiene en la potencia de los anteojos; todo lo que induce á presumir que hay alguna exageración en la supuesta precisión conseguida, pues es triple de la señalada por la *Comisión internacional para la medición del grado europeo* en su reunión de 1864 en Berlin y lo corroboran las apreciaciones admitidas en las causas del error accidental en la nota de las páginas 83 y 86, que nos parecen excesivas, así como los resultados obtenidos por el Ingeniero V. Baggi con el nivel de precisión de Salmoiraghi indudablemente de iguales condiciones que el de que tratamos.

Segundo tipo. — *Niveles con anteojo libre y tubo de burbuja unido á la regla de los montantes con ó sin corrección.* — Sistema de Lerebours y Egault.

124 — Niveles de Lerebours y Egault.

El nivel de *Lerebours*, que en dos proyecciones representamos en la figura 198, no difiere esencialmente del modelo austriaco, á parte las condiciones de construcción, sino en que el

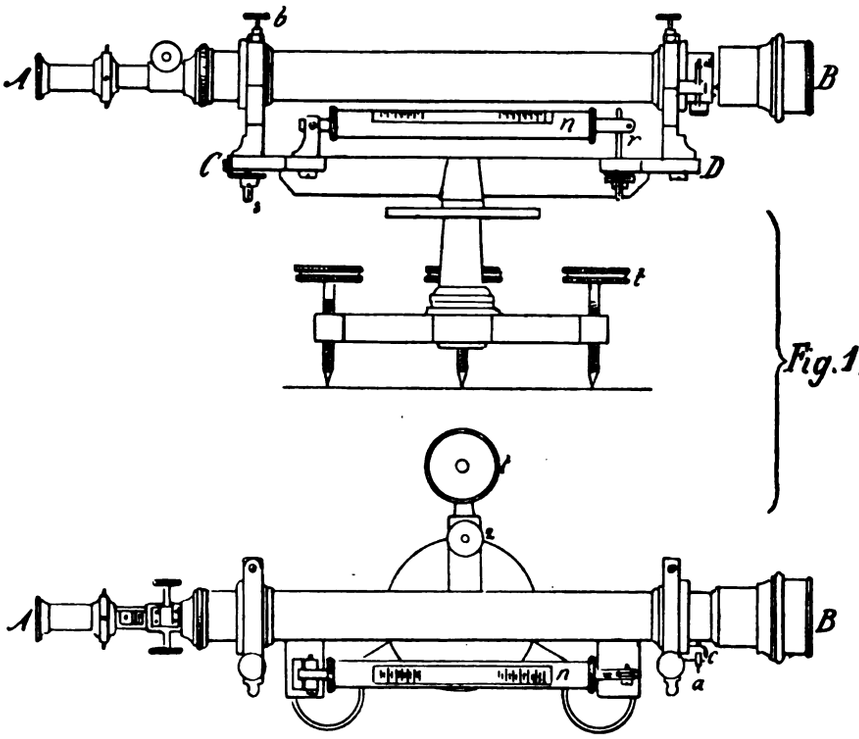


Fig. 198

tubo de burbuja está unido á la regla de los soportes en lugar de ser libre y poderse colocar sobre el anteojo, diferencia característica de los dos tipos.

El ingeniero *Egault* no hizo mas que cambiar el juego de tres tornillos por otro de dos y

dos muelles opuestos, lo cual en verdad no se utilizó mucho; pero para hacer innecesaria la completa corrección del aparato y para evitar los errores de la incorrección estableció el sistema de las cuatro observaciones, de que ya hemos hablado (página 328); y como creía é hizo creer que por su medio se evitaban todos los errores, lo cual no es cierto relativamente á la desigualdad de los collares, no solo se dió su nombre á este sistema de observación, sino también al tipo de niveles de que ahora nos ocupamos, no creyendo por consiguiente necesario describir el nivel que se le atribuye.

125 — Modelos del mismo tipo construídos por Salmoiraghi y Laguna.

Salmoiraghi construye dos modelos de este tipo con condiciones de construcción indudablemente mejores que las de los de Lerebours y Egault.

El primero, sencillo, que vende al precio de 270 liras, está representado en la figura 199.

Fig. 199.

El segundo, con limbo azimutal y anteojo analático y de 40 mm. de diámetro el objetivo, que permite levantar el plano al propio tiempo que se hace la nivelación, cuesta en Milán 400 liras y está representado en la figura 200.

El ingeniero D. Amado Laguna construye en sus talleres de Zaragoza el modelo que se representa en la figura 201 y cuesta 230 pesetas.

126 — Verificaciones, correcciones y manejo de esta clase de niveles.— Inconvenientes del método de la cuádruple observación de Egault.

Teniendo en cuenta que estos aparatos son de las mismas condiciones que los de igual procedencia del tipo anterior, de los que solo difieren en la colocación del tubo de burbuja que caracteriza este tipo, no hay para que detenerse en su descripción ni en la COMPROBACIÓN y CORRECCIÓN de *las tres primeras condiciones esenciales*, señaladas en el número 111; pero no sucede lo mismo en cuanto á la cuarta, ó sea al modo de comprobar y corregir el *paralelismo entre el eje del nivel y el de colimación*, porque estando el tubo de burbuja fijo á la base no puede procederse como digímos para los modelos del tipo precedente.

Prescindimos de cuanto se refiere al limbo azimutal y de la condición diastimométrica del

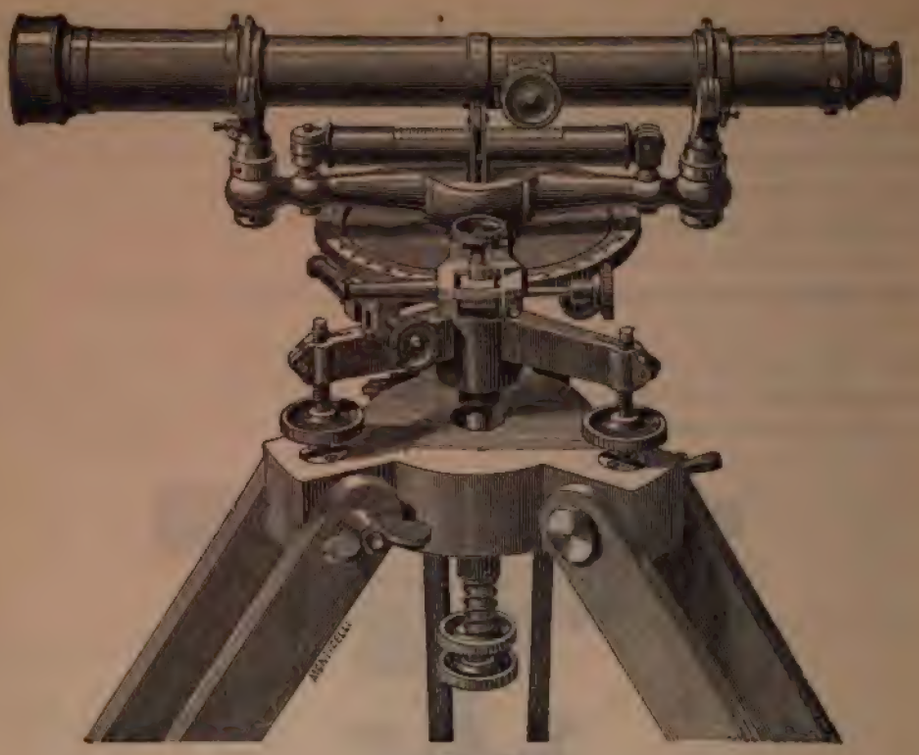


Fig. 200

Fig. 201.

anteojo, no solo porque no existe en todos los modelos citados, ni tiene relación con el objeto final de los aparatos de que ahora nos ocupamos, sino porque se comprende fácilmente á la vista de la figura 200, en que aparece, que apretado el tornillo de presión correspondiente y aflojado el que relaciona al eje general soldado á la plataforma del juego todas las partes superiores, estas giran libremente como si tal limbo no existiera, pues con aquella condición forman como una sola pieza.

Veamos como se puede *comprobar y corregir la cuarta condición expresada* sin economizar detalles, aunque incurramos en repeticiones, para evitar dudas á los menos doctos.

Póngase el trípode bien asegurado al suelo, de manera que á la vista aparezca horizontal su plataforma y sobre ella bien sujeto el aparato.

Enfóquese con cuidado el ocular respecto al retículo para que se vea con la mayor claridad la cruz filar y ambos relativamente al objetivo visando un punto lejano bien determinado.

Colóquese la barra, y por consiguiente el tubo de burbuja y el anteojo, en la dirección de dos tornillos del juego y con ellos céntrese la burbuja, haciendo lo propio con el tercer tornillo despues de colocar en su dirección la barra y vuélvase esta á la primera posición corrigiendo en caso necesario, la centración de la burbuja con los dos primeros tornillos.

Dése á toda la parte superior una semi-revolución exacta utilizando la dirección de aquellos y si la burbuja permanece centrada *quedará demostrado que el eje del tubo de burbuja es perpendicular al vertical de rotación;* en caso contrario se centrará aquella moviéndola la mitad de la separación con los mismos tornillos del juego y la otra mitad con las roldanas de corrección del tubo de burbuja, repitiéndose esta operación hasta que en las dos posiciones opuestas la burbuja permanezca centrada y esto conseguido se hará lo propio con el tercer tornillo, despues de colocar la barra en su dirección, con lo cual el eje de rotación será vertical y estará corregido el tubo de burbuja, cuyo eje engendrará un plano horizontal en su rotación, si permanece centrada la burbuja en toda la vuelta de horizonte; pero con todo esto no habremos hecho mas que la mitad de la comprobación y corrección.

Suponiendo realizada la coincidencia de los ejes geométrico, ópticos y de colimación del anteojo, como se dijo en el número 111 y comprobada la condición tercera allí explicada, podrá suceder que el eje de colimación sea ó no horizontal; esto se podría comprobar directamente sobre el aparato si se dispusiera de un tubo de burbuja independiente, pues, como para el tipo anterior, se comprobaría si el eje geométrico era horizontal é iguales los collares; pero careciendo de él no se puede prescindir de hacer la observación sobre una mira.

Al efecto se coloca esta á 50 ó 100 metros, se dirige hácia ella el anteojo enfocando cuidadosamente el retículo para evitar todo error de paralaje y se lee y anota la altura de mira; se saca el anteojo de sus sostenes cambiándole extremo por extremo y haciendo girar al aparato y centrando con cuidado la burbuja se lee nuevamente la mira; si su altura es igual á la anterior, dentro de los límites de sensibilidad del tubo de burbuja y del anteojo, *se verifica el paralelismo deseado;* en otro caso el eje de colimación resulta inclinado á la línea de nivel aparente.

Esta inclinación puede ser producida por dos causas diferentes: es la primera que siendo cilindros perfectamente iguales los collares del anteojo, uno de los sostenes esté mas bajo que el otro y *la segunda* que la desigualdad de los collares motive la inclinación del eje de colimación en diferentes sentidos en las dos posiciones de la inversión del anteojo, aunque se hallen á igual altura las generatrices de apoyo en los sostenes.

La primera causa se corrige fácilmente; pues basta modificar la altura del sostén movible mediante las roldanas que le sujetan á la barra hasta que la visual encuentre la mira á la altura media de las dos obtenidas y la otra mitad con el tornillo correspondiente del juego, repitiendo la corrección hasta conseguir la misma altura de mira en las dos posiciones invertidas del anteojo.

La segunda es de imposible rectificación por los medios que presenta el aparato; pues, aunque fuera posible colocar horizontal el eje de colimación en una posición, se inclinaría en la invertida y precisamente esta imposibilidad de rectificación indicaría la causa verdadera y debe

tenerse esto presente al hacer las comprobaciones y rectificaciones de los aparatos, porque por no recordarlo muchos Topógrafos se fatigan inútilmente procurando conseguir una corrección imposible.

Si el tubo de burbuja y el anteojo fueran bastante sensibles podría descubrirse y calcularse el error determinando, según se explicó en el número 112, la cot. φ en cada una de las dos posiciones del anteojo y su diferencia daría á conocer la inclinación de la generatriz del cono que en tal caso forman los dos collares y de ella, y de la distancia que los separa, la diferencia de sus diámetros; esto permitiría tambien hacer que en una posición del anteojo su eje de colimación fuera horizontal, como ya digimos; pero de todos modos se ha de reconocer que es mucho mas sencillo y exacto llegar á tales resultados utilizando un tubo de burbuja independiente de grande sensibilidad, sin perjuicio de comprobar los resultados con la observación á una mira lejana.

Como ya digimos, página 328, *en que consiste el sistema de observación de Egault* y los inconvenientes que ofrece, no nos ocuparémos mas de él; pero sí debemos hacer constar que reduciéndose á hacer las mismas maniobras aconsejadas para la comprobación y rectificación del paralelismo del eje de colimación y el de nivel no corrigiendo el aparato, sino los resultados de la observación, no tiené realmente este sistema la importancia que se le ha querido dar y esto con tanto mayor motivo cuanto que al sacar el anteojo de los sostenes se corre el riesgo de que

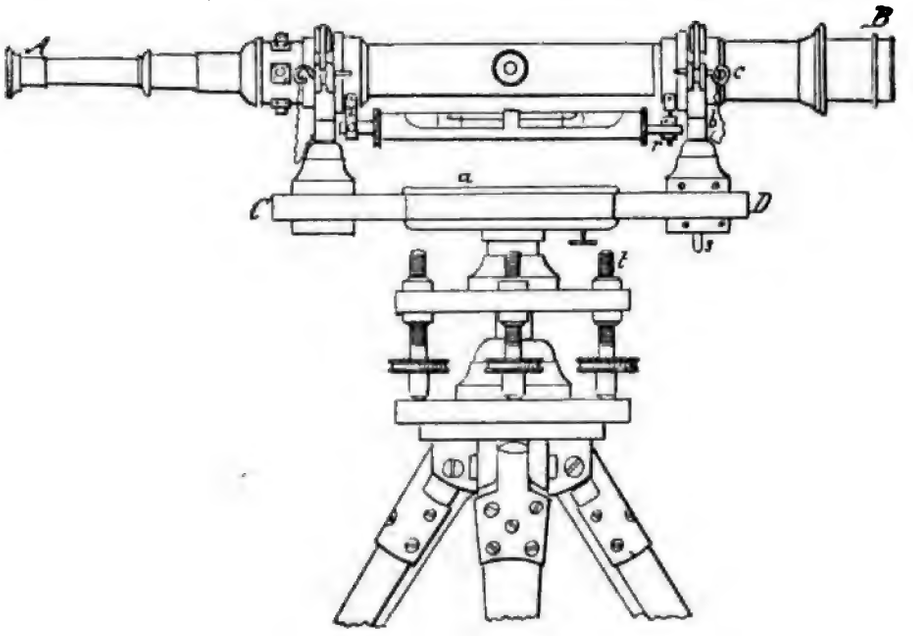


Fig. 202

la interposición de una partícula de polvo entre los collares y la base de apoyo produzca errores que no desaparecen en la cuadruple observación; de suerte que esta en lugar de evitar toda clase de errores, como se creía y aun se cree por muchos Topógrafos, con suma frecuencia y facilidad produce otros mayores que los consiguientes á la incompleta corrección del aparato, además de motivar pérdida no despreciable de tiempo y no pocas molestias y, lo que casi es peor, que confiando en las ventajas de la media aritmética de las cuatro alturas ninguna se determine con todo cuidado.

Repetimos que en nuestro concepto *es preferible corregir bien el aparato asegurando sus piezas, comprobarle de vez en cuando y utilizar el procedimiento explicado* (número 113) *para tener comprobación, ó á lo sumo hacer dos observaciones girando el anteojo sobre su eje de figura, porque con este movimiento no se corre el peligro de la interposición del polvo si las aldavillas son cilíndricas.*

El *manejo de esta clase de aparatos*, cuando están bien corregidos y aseguradas sus partes, es sumamente sencillo; pues se reduce á poner vertical el eje general en la forma antedicha en cada estación y á centrar exactamente la burbuja con los tornillos del juego en el momento de visar á la mira en cada uno de los puntos, anotando la altura resultante y relacionar las estaciones con la observación reciproca, esto es, visando desde cada una la siguiente y de esta la anterior para tener la altura relativa de cada plano parcial de nivel, que en conjunto forman la superficie de nivel de comparación.

De cuanto dejamos dicho sobre los *dos tipos precedentes* fácilmente se deduce, que, aunque no presentan diferencias notables, *es preferible el primero, con tal que se disponga su construcción de manera que el tubo de burbuja pueda asegurarse al anteojo y este á los sostenes;* pues cuando están sueltos, como sucede con el de Lenoir, es su manejo molesto y peligroso.

TERCER TIPO. — *Niveles con anteojo libre y tubo de burbuja unido á él por debajo ó por encima, con ó sin corrección.* — SISTEMAS DE DOLLOND Y DE COMPENSACIÓN DE BREITHAUPT Y OTROS.

127 — Nivel de Dollond y otros análogos.

En la figura 202 se representa en la forma en que se utilizó durante muchos años; esto es: con *anteojo terrestre*, brújula, *a*, unida á la regla *C D* y juego de cuatro tornillos: ahora el anteojo es, como el de casi todos los aparatos topográficos, astronómico y el juego de tres tornillos.

Las buenas condiciones del anteojo y del tubo de burbuja y las excelentes de construcción de este aparato hicieron que fuera y sea todavía muy estimado en todas partes.

Entre los Ingenieros norteamericanos está muy generalizado el uso del nivel representado en la figura 203, que construye Gurley de Troy, el que en nada substancial difiere del de Dollond.

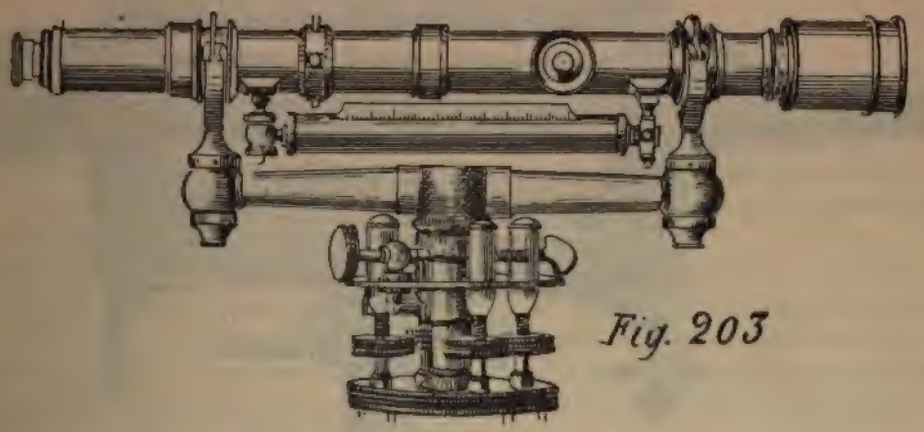


Fig. 203

A la vista de estas figuras se comprende que el tubo del anteojo sirve de armadura al de burbuja, cuya corrección permitirá fácilmente poner horizontal la base de los collares; pero, como ya digimos en el número 114, esto no justifica la horizontalidad del eje de colimación, aun después de hacer la coincidencia con el de figura del anteojo, como allí tambien demostramos y para conseguir instrumentalmente esta necesaria justificación ó sea la comprobación de la igualdad de los collares, se han utilizado diferentes medios, que conviene conocer.

Uno consiste en utilizar un tubo de burbuja con doble graduación, como se hace en el *nivel de Lingke e C. de Freiberg*, representado en la figura 204; pues es claro, que si despues de hecha la coincidencia de los ejes de colimación y de figura del anteojo (segunda del núm. 111) y la corrección del tubo de burbuja mediante la inversión de aquel extremo por extremo, se le hace girar sobre su eje de figura hasta que el tubo de burbuja ocupe la parte superior, es indu-

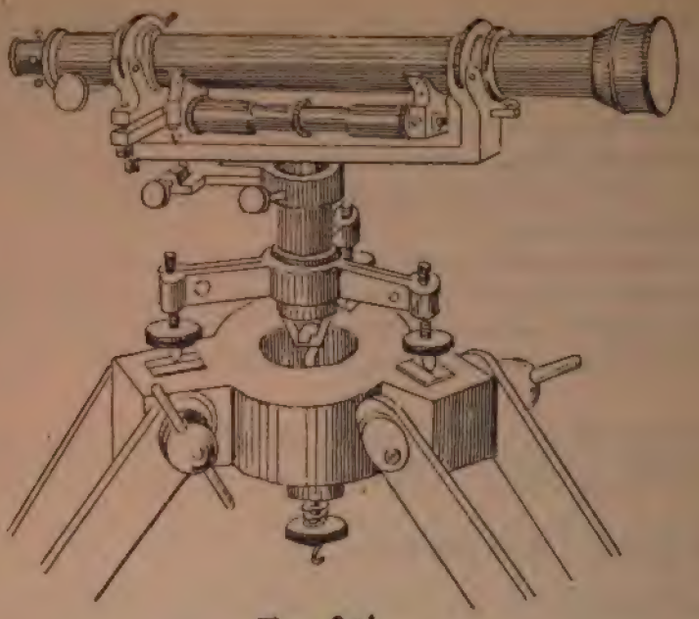


Fig 204

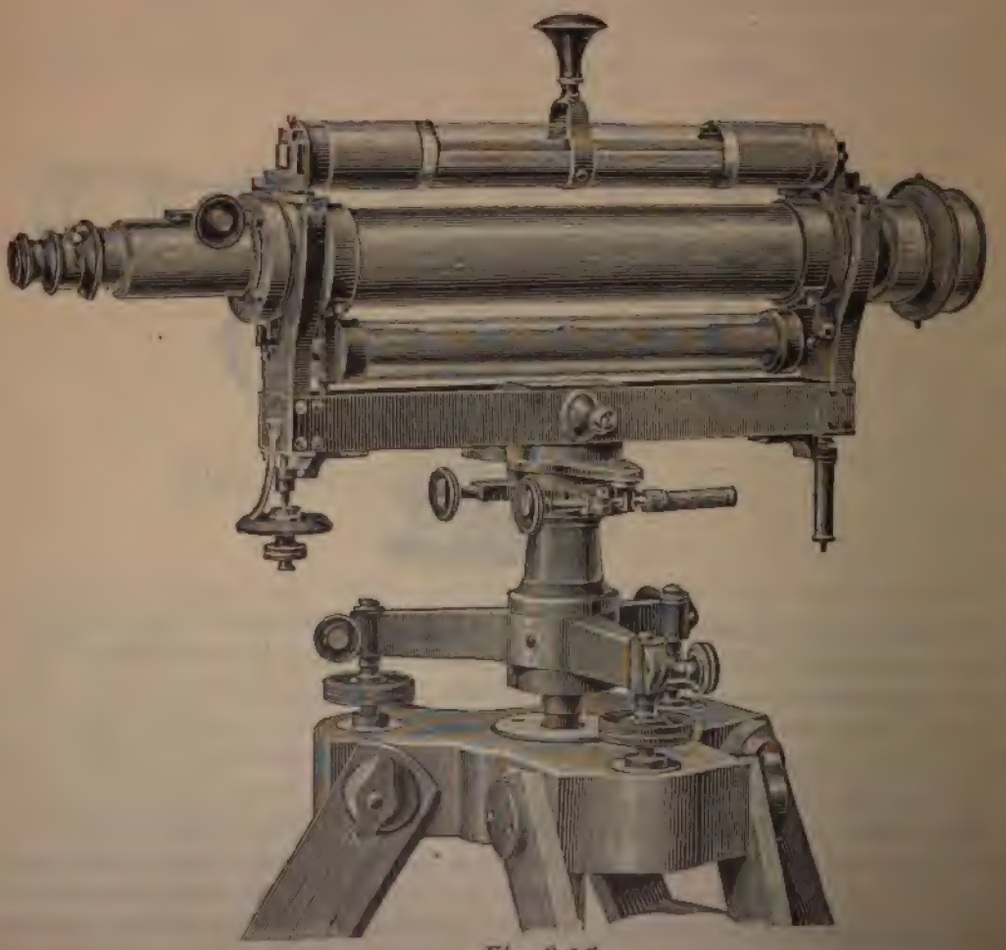


Fig. 205.

dable que la graduación inferior de la primera posición nos indicará si los collares son ó no iguales, porque vendrá su eje ó la base de la burbuja á ocupar una posición paralela á la recta B D de la figura 182 y, como entonces digimos, si es bastante sensible, nos permitirá deducir la diferencia de los diámetros de los collares y poner, á su pesar, horizontal el eje de colimación.

Pero este medio no resuelve la dificultad sino mediante otra mayor, porque es mas difícil construir un tubo de burbuja con doble graduación de las condiciones necesarias para que sus indicaciones sean exactas, como se deduce de lo que sobre este particular digimos (número 96), que construir collares de igual diámetro y con esta condición es innecesaria tal reforma.

Otro medio utilizado por *Breithaupt en su nivel de compensación* (1) consiste en hacer que el tubo del nivel sea giratorio sobre su eje de figura, que debe ser paralelo á la base de la burbuja centrada; pues en todas las posiciones del giro del anteojo se puede comprobar si su eje de figura, y por consiguiente el de colimación, permanece horizontal ó, lo que es equivalente, si los collares son perfectamente iguales.

Aunque este medio es mas fácilmente practicable que el anterior, tambien exige mucho cuidado en la colocación del eje de giro, porque á poco que se incline ha de dar malos resultados.

Finalmente, Salmoiraghi ha resuelto la dificultad para su *nivel de grande precisión*, mediante dos tubos de burbuja de sensibilidad de 3″, uno unido á la parte inferior de los collares del anteojo y otro que se apoya sobre ellos en la superior, como aparece en la fig. 205, y es evidente que por su medio se comprueba fácilmente la horizontalidad de las aristas opuestas de tales collares y consiguientemente su igualdad. (2)

Despues de cuanto llevamos dicho sobre esta clase de aparatos parécenos innecesario entretenernos en describir detalladamente los de que ahora nos ocupamos y esto con tanto mayor motivo cuanto que las condiciones y correcciones especiales de sus partes integrantes se deducen claramente de las figuras que los representan.

Verificaciones y correcciones

Las condiciones esenciales, 1.ª, 2.ª y 3.ª, de las consignadas en el número 111 se comprueban y corrigen como allí y en el número 33 digimos y se indicó en el 120 para el nivel-círculo de Lenoir.

La 4.ª ó *sea el paralelismo entre el eje de colimación y el del tubo de burbuja* se comprueba y corrige de la manera siguiente en los dos primeros modelos (fig. 203 y 204) suponiendo que se verifiquen las tres primeras.

Puesto el anteojo en la dirección de dos tornillos del juego, con ellos se centra la burbuja; se invierte aquel, extremo por extremo y si la burbuja permanece centrada, quedará comprobado que su base es paralela á la de los collares y por consiguiente al eje de colimación si son iguales; pero no en caso contrario, segun demostramos en el número 114 sin que de ello podamos convencernos por medios instrumentales y solo sí recurriendo á los procedimientos que entonces digimos.

Con el modelo de Lingke (figura 204) resolveríamos la dificultad dando al anteojo una se-

---

(1) Nos parece impropia esta denominación, porque induce á erróneo concepto; mejor sería llamarle *de comprobación*.

(2) Este excelente modelo tiene un potente anteojo con objetivo de 50 milímetros de diámetro y dos oculares con amplificación de 30 y 45 diámetros; los tubos de burbuja de 3″ de sensibilidad con doble envoltura, de vidrio el inferior y de metal forrado con paño el superior y otro pequeño nivel esférico para la colocación del trípode; finalmente el tornillo de elevación con tambor graduado puede utilizarse en casos determinados. Las condiciones de construcción son excelentísimas y su *precio en Milán 700 liras.*

De las delicadas experiencias hechas por el Ingeniero V. Baggi con el primer ejemplar construído de este modelo resultó un error medio de 2'05 milímetros por kilómetro habiendo hecho en cada jornada de 4 horas 22 estaciones por término medio, lo que indica la facilidad de su manejo y la precisión de los resultados. — Véase el opúsculo del Ingeniero V. Baggi: «Alcune considerazioni sulla livellazione topografica.» — Turin, 1894.

mirevolución sobre su eje, porque colocado el tubo en la parte superior, la segunda graduación nos daría á conocer el duplo de la inclinación del eje de colimación, segun demostramos en el número 114, en el supuesto de que las dos graduaciones del tubo de burbuja fueran concordantes y suficientemente sensibles y lo mismo se conseguiría con el modelo de Breithaupt bastando dar al tubo de burbuja, colocado en la parte superior del anteojo con su semirevolución, otra igual, que pusiera la graduación en la parte superior.

Si en la inversión del anteojo extremo por extremo no resultara la burbuja centrada, se corregirá la mitad con el tornillo especial del tubo de burbuja y la otra mitad con los del juego repitiendo la operación hasta conseguir la centración en las dos posiciones opuestas.

Si de las comprobaciones indicadas para los modelos de Lingke y Breithaupt resultara desigualdad en los collares no podría hacerse la corrección directa; pero sí podrá conseguirse el paralelismo deseado por los procedimientos indicados en el número 114 para una posición determinada del anteojo.

Finalmente con el modelo de Salmoiraghi (figura 205) después de quitar el tubo de burbuja superior se comprueba y corrige con el inferior el paralelismo entre la base de su burbuja y la de los collares con la inversión del anteojo extremo por extremo, corrigiendo la descentración de la burbuja con su especial tornillo de corrección y con el del juego; conseguido esto se comprueba la igualdad de los collares mediante el tubo de burbuja móvil después de corregido por el procedimiento ordinario.

Antes de asegurar las piezas de corrección para despues trabajar con confianza, el Topógrafo debe hacer las pruebas de comprobación complementaria de que hablamos en el número 121 y aun determinar la cot. φ como digimos en el número 112; pues, en caso de incompleta corrección, vale mas afinarla y asegurar despues todas las piezas incluso el anteojo, que acudir al sistema de observación de Egault, que á tantos errores expone con la interposición del polvo, etc., etc.

Manejo de estos aparatos

Estando comprobados y corregidos su manejo es sencillísimo; pues basta hacer vertical su eje general centrando la burbuja mediante los tornillos del juego en dos posiciones perpendiculares, como se hace de ordinario, y cuidar de corregir con ellos las pequeñas descentraciones que se observen al visar la mira en cada punto.

Sin embargo, para evitar los errores consiguientes á la descorrección accidental del tubo de burbuja, es prudente comprobarla en cada estación observando si subsiste la centración en la semirevolución del aparato corrigiendo la mitad de la separación alterando convenientemente la altura del montante que lo permita y la otra mitad con los tornillos del juego, aunque casi siempre bastará hacerlo simplemente con estos; pero si la descentración es notable debe hacerse la comprobación y corrección completa como antes se ha dicho, y, si por cualquier motivo no pudiera hacerse, utilizar el sistema de observación de Egault cuidando muy especialmente de que se conserven perfectamente limpios los collares del anteojo y las abrazaderas de los sostenes en que se apoyan y giran: para conseguir con seguridad buenos resultados *toda precaución es poca.*

Cuarto tipo. — *Niveles con anteojo y tubo de burbuja fijos.* Sistemas de Grawats, Porro y Salmoiraghi.

128 — Breve descripción de estos niveles.

En la figura 206, que representa el de Grawats, aparecen claramente sus condiciones generales de construcción.

Las roldanas, *r*, que sujetan el tubo de burbuja, n, al anteojo, se utilizan para su rectificación; el otro pequeño tubo de burbuja, *n'*, para poner próximamente vertical el eje del aparato

sin necesidad de hacerle girar y el prisma, e, para que el observador vea reflejada la burbuja del primero sin separarse del ocular, condición necesaria con los niveles muy sensibles para evitar la descentración de la burbuja con el movimiento del terreno; pero estas dos condiciones se satisfacen mejor y mas fácilmente con el uso del nivel esférico y el espejo utilizados por Porro y Salmoiraghi en el modelo, de que luego hablarémos.

El anteojo de objetivo de gran diámetro y pequeña distancia focal, que antes se componía de tres lentes y era de excelentísimas condiciones, está soldado á dos prismas que le unen á la regla, A B, pudiéndose inclinar con relación á ella por el movimiento de los tornillos, *s*, y para que despues de la corrección no sufran alteración se cubren con los cilindros cerrados que aparecen en la figura.

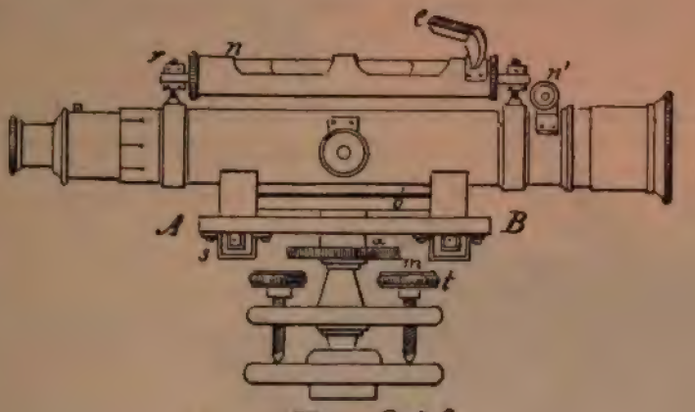


Fig. 206

En la caja cilíndrica, *b*, hay una brújula de limbo móvil, cuyo diámetro 0° — 180° debe estar en el plano vertical del eje de colimación ó dispuesta de modo que cuando el índice atornillado en su cara lateral coincide con el 0°, lo cual se observa con una lente fija por su pié al mismo cilindro, el eje de la aguja se encuentre en aquel plano y por consiguiente permita medir los rumbos de todas las visuales sin que el observador tenga que separarse del sitio desde donde las dirige y lee las alturas de mira.

Desenroscando la tuerca *m* toda la parte superior del aparato gira libremente y se detiene enroscándola, lo que permite dirigir el anteojo con movimiento brusco hacia donde convenga; pero no hay tornillo de coincidencia y este es un inconveniente grave especialmente cuando se quiere obtener, al par que la nivelación, el plano geométrico.

Finalmente, con juego de cuatro tornillos y mediante rosca del eje se une á un trípode, que ordinariamente es de los de seis brazos ó los llamados ingleses.

Este aparato, que ahora se construye con pequeñas variaciones, pero con anteojo indudablemente inferior, era muy apreciado por los Topógrafos en general y los ingleses le preferian y aun prefieren á todos los demás, tal vez por sus excelentes condiciones de construcción, tal vez porque, como Porro y Salmoiraghi, creen que este tipo dá mayor precisión, seguridad y sencillez en su manejo; luego verémos que no todos los Topógrafos han tenido ni tienen la misma opinión dando la preferencia á otros tipos.

Trougthon construía tambien un modelo tan semejante al de Grawats que sólo diferia de él en que era incorregible el tubo de burbuja, pues le soldaba al del anteojo, que utilizaba de menor diámetro y mayor distancia focal, colocando sobre ambos la brújula ordinaria apoyada en cuatro columnitas; de manera que resultaba el aparato de peores condiciones que el de Grawats; por lo que sin duda fué modificando sus primeras formas, que despues sustituyó con las análogas al tipo de Dollond, fig. 202, que sostuvo bien la competencia con el de Grawats.

El insigne Porro, que teniendo muy en cuenta la negligencia de muchos Topógrafos olvidó que no todos los constructores de aparatos eran tan ilustrados y concienzudos como él, defen-

dió con excesivo calor la idea de hacerlos incorregibles, porque consideraba preferible que bien corregidos y asegurados por el constructor el Topógrafo no tuviera que cuidarse de esto ó en todo caso que utilizara procedimientos que permitieran descubrir el error y los medios de corregirle numéricamente en cada caso conservando inalterable la posición de las piezas integrantes de cada aparato, y por eso no quiso construir otros niveles que los de anteojo y tubo de burbuja fijos combinando uno singularísimo y de gran potencia, pues en él utilizó un anteojo

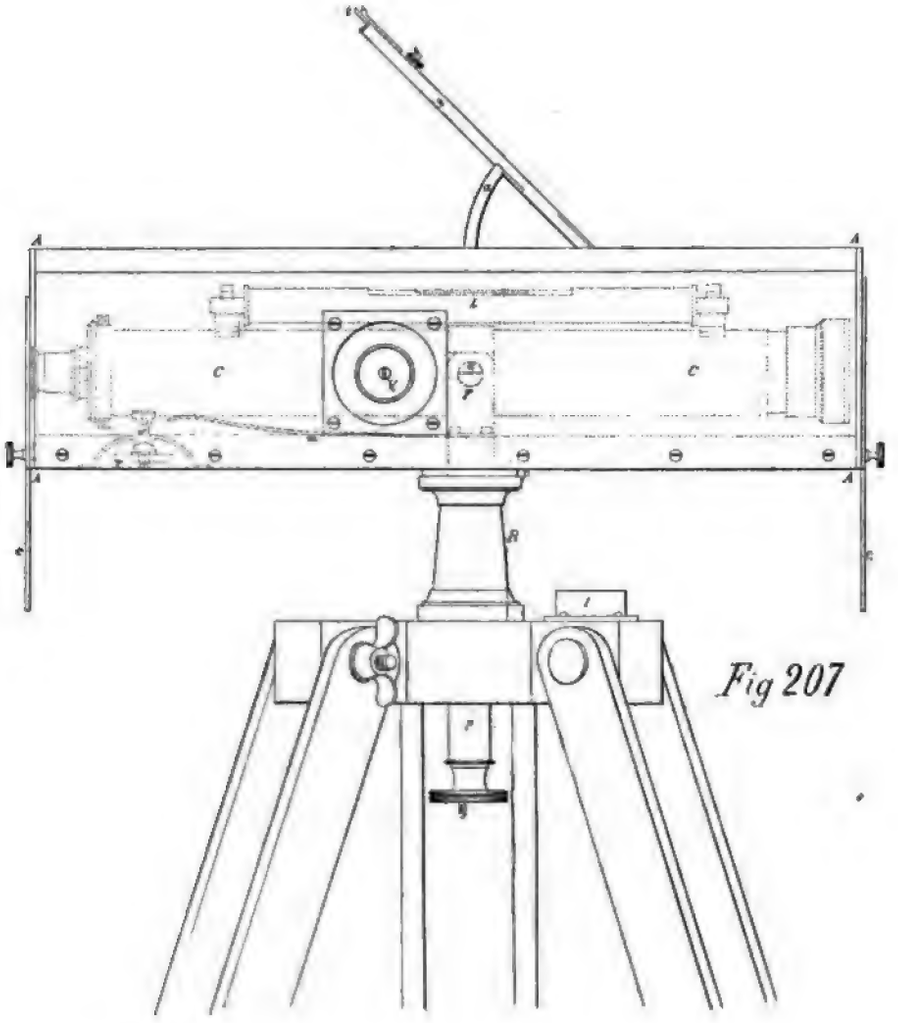


Fig 207

con objetivo de 60 milímetros de diámetro y ocular de amplificación de 80 veces y un tubo de burbuja de 40 centímetros de largo, 100 metros de radio y consiguiente sensibilidad de 2".

Experimentado este aparato por el ilustre Ingeniero Villani en la nivelación perimetral de Milán de longitud desarrollada de 11.000 metros con 146 estaciones utilizando el método de dos miras de Porro, cerró el polígono con un error de 18'7 centímetros ó sea de 0'13 mm. en cada una por término medio.

Con arreglo á este modelo, Salmoiraghi compuso y construye otro con anteojo de objetivo de 55 milímetros de diámetro y distancia focal de 35 centímetros, ocular ortóspico con amplificación de 30 diámetros, analático con micrómetro de $^1/_{100}$ y tubo de burbuja de 100 metros de radio, que destina á las nivelaciones de grande precisión (1) y se representa en las figuras 207 y 208 en la escala respectivamente de $^1/_5$ y $^1/_4$, y otro de uso mas corriente, aunque de las mismas condiciones generales de construcción, que vende á 350 liras y se representa en la fig. 209.

(1) El precio de este modelo es en Milán de 650 liras.

En la 207, se hace ver con linea interrumpida la disposición del tubo de burbuja, L y del anteojo C; aquel unido á este mediante tornillos de seguridad que solo puede tocar el constructor al montar y corregir el aparato y el anteojo giratorio sobre el eje formado por la punta de los dos tornillos v y v, (fig. 208) mediante el muelle *m* y el tornillo de cabeza exterior V, que aparece en la base de la caja en la fig. 209.

Con el de igual clase V_1, se enfoca el retículo respecto al objetivo moviendo este y á mano se hace lo propio con el ocular respecto á aquel, despues de haber descubierto los extremos de la caja de madera, en que vénse perfectamente encerrados anteojo y tubo de burbuja bajando las tapas de corredera *e* y *e*, y para que la burbuja quede iluminada se levanta hasta la inclinación de 45° parte de la tapa superior, en que hay un espejo que la refleja, como aparece en la figura 208, para que el observador vea su posición sin separarse del ocular.

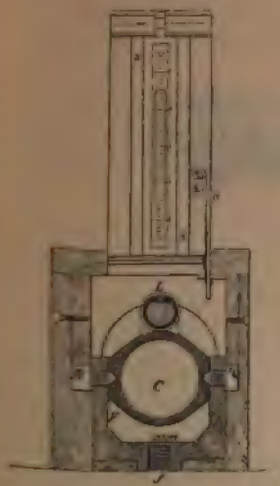


Fig. 208

Fig. 209.

La sección trasversal de la caja por el eje de giro del anteojo (fig. 208) pone en claro sus condiciones, la del semicollar de bronce, F, que sirve de apoyo á tal eje, la unión de aquella á la columna, R, por el enrosque, f m, del extremo del eje, *P*, y la forma en que á la vista del observador se presenta la graduación del tubo de burbuja y esta, en el espejo de la tapa móvil.

Bajando y asegurando esta y subiendo las de corredera de los extremos, el anteojo y el tubo de burbuja quedan perfectamente encerrados en la caja de madera, que ademas se guarda en una bolsa de cuero con correas para trasportarla en bandolera; de manera que quedan aquellos defendidos del polvo, de la lluvia y de los golpes y bastante tambien de las temperaturas extremas, todo lo cual contribuye á hacer inalterable su posición respectiva.

Sobre la plataforma del tripode se encuentra un nivel esférico *l*, que sirve para poner vertical el eje general del aparato con suficiente precisión y rapidez, pues los brazos del tripode terminan en largos tornillos que permiten alargarlos ó acortarlos convenientemente; esto sin embargo sin ser tan sencillo como el juego de tornillos ha de restar estabilidad al tripode y tal vez por eso en el modelo de la fig. 209 se ha utilizado el juego de cuatro tornillos.

La supresión en este del nivel esférico y en ambos de los tornillos de presión y coincidencia en el movimiento azimutal es un defecto que debería corregirse, porque aquello obliga poner el aparato en dos posiciones perpendiculares para conseguir la verticalidad del eje general y la del tornillo de coincidencia causa muchas molestias cuando se visa la mira para leer altura con los tres hilos del retículo; no hay medio más cómodo, seguro y rápido para hacer

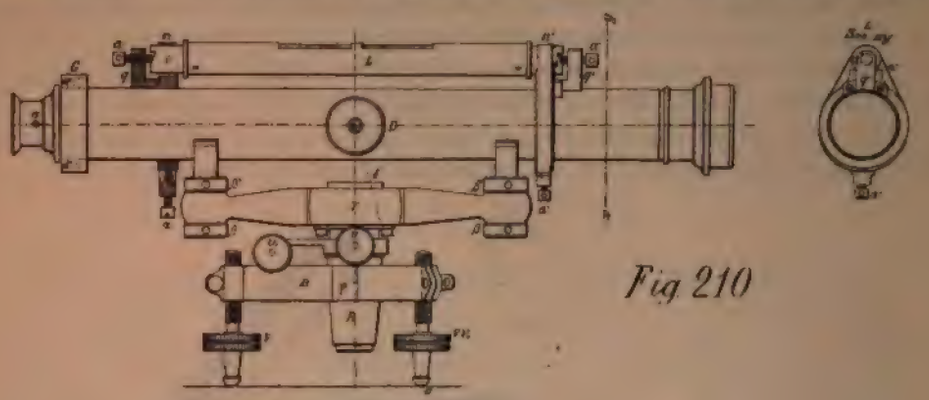


Fig 210

Fig. 211.

observación que los tornillos de presión y coincidencia, que permiten conducir la visual rápida ó paulatinamente á donde convenga.

Como la generalidad de los Topógrafos prefieren los aparatos que tengan condiciones de corrección instrumental aun en los de este tipo, sin duda porque están escarmentados y confían poco en la diligencia y escrupulosidad de las casas constructoras, Salmoiraghi construye de este tipo otro modelo que en parte satisface tales deseos, segun aparece en la figura 210, que en la escala de $^1/_4$ le representa delineado en una posición y parte de él en sección y en otra algo diferente y montado en el trípode del tipo inglés la fig. 211, á cuya vista se puede hacer bien cargo de sus condiciones generales de construcción.

En efecto: con juego de tres tornillos y movimiento rápido y lento mediante los ν y ν_1, puede ponerse vertical el eje general sin mover el anteojo utilizando al efecto el nivel esférico l; el anteojo puede inclinarse con las dobles roldanas β y β' y moverse su retículo utilizando los cuatro tornillos, que en la figura 210 se indican, despues de separar el collar G quitando los tornillos σ que le sujetan: finalmente aflojando los a y a' se separan los anillos del muelle, n, n', y con los tornillos α y α' se inclina el eje del tubo de burbuja respecto al del anteojo, á cuyo efecto los extremos de aquel están cortados en forma cónica en dos sentidos opuestos; pero estos tornillos, no tienen movimiento cuando colocados los anillos se aprietan con los α y α'.

De esta suerte todas las piezas tienen corrección y medios para hacer despues invariable su posición respectiva; solo deja de ser posible la comprobación de la coincidencia de los ejes de figura, óptico y de colimación del anteojo en tanto este se halle unido á la traviesa T; pero á tal efecto podria hacerse independiente y colocarle sobre dos montantes en V, como se hace en los talleres de construcción ó reparación y despues de bien asegurados los tornillos del retículo, a, a'... se cubren y defienden con la pieza G asegurándola á su vez con los tornillos σ.

129 — Manejo de los precedentes aparatos y demostración de la poquísima importancia del error que se comete no poniendo perfectamente vertical el eje general, cuando se centra la burbuja con los tornillos del juego en cada visual.

Suponiendo que hayan sido comprobados y corregidos por el constructor y que este haya asegurado la posición relativa del tubo de burbuja y el anteojo, *condiciones que se consideran características de este tipo de niveles*, su manejo resulta muy sencillo; pues basta colocar el aparato en la estación con el eje próximamente vertical, á cuyo efecto en el de la figura 206 se utilizarán los niveles n y n' y en los de las figuras 207 y 210 el esférico l, y despues dirigir la visual á la mira, cuidando de centrar la burbuja exactamente con los tornillos del juego, ó el V de la figura 207, en cada una, lo mismo que se hace con todos los demás niveles de anteojo.

Puede prescindirse de centrar la burbuja tomando nota de las graduaciones del tubo señaladas por sus extremos para calcular y corregir despues las alturas de mira del error consiguiente á la inclinación de la visual; pero como no es difícil conseguir la centración de la burbuja en el momento de la lectura de la mira, cuando aquella puede verse reflejada desde el ocular y esto evita los indicados cálculos y la complicación de los registros, es preferible proceder así, especialmente en las nivelaciones ordinarias, en que la sensibilidad del tubo de burbuja no excede de 10"; en las de grande precisión, en que se utilizan los de 2", ya es mas discutible la preferencia, aunque en verdad sea dicho consideramos mas fácil conseguir y conservar la centración durante los momentos de la lectura que conservar la burbuja quieta en cualquiera otra parte del tubo; los que esto prefieren y se entretienen en hacer cálculos enojosos, no tienen en cuenta muchas veces que la burbuja no conserva la misma posición en el momento de la lectura de la mira que en la de la graduación del tubo y de aquí sus ilusorias preferencias. (1)

Hemos dicho que al dirigir la visual á la mira se debe centrar la burbuja inclinando consiguientemente el anteojo, ya mas ó menos directamente, como en los aparatos representados en las figuras 181, 183, 184, 185, 196 y 207, ya con los tornillos del juego como se hace en todos los demas y como esto hace variar algo el plano de nivel aparente en que deben hallarse todas las dirigidas desde cada estación y ha dado esto motivo á muchos Topógrafos á que rechacen esta maniobra suponiéndola funesta, vamos á demostrar la *poquísima importancia del error que puede ocasionar* refiriéndonos al modelo de la fig. 210.

Debemos advertir que esta demostración se puede aplicar á cualquiera de los niveles de anteojo

(1) En la nueva nivelación general de Francia, que se está realizando con muy grande precisión, se exige la centración de la burbuja en el momento mismo de las lecturas de mira, como veremos en el Capítulo II, de la Sección tercera del volumen 2.°

antes descritos en cuyo manejo deba utilizarse la indicada centración incidental, como hemos indicado al hablar del de cada uno y que suponemos que el aparato está convenientemente corregido: pues que la descentración de la burbuja, que se corrige con la maniobra referida, es solo consiguiente á la incompleta verticalidad del eje general, porque se puso á ojo ó utilizando un sencillo nivel esférico.

Aunque este solo tuviera de radio 60 centímetros, no sería difícil, procediendo con cuidado, que se dejara el eje general del aparato con menor inclinación de 5', que es próximamente la sensibilidad de aquel; pues en él se nota claramente la descentración de un milímetro en cualquier sentido; supongamos sin embargo que esta alcance á 10' al dirigir una visual después de haber estado perfectamente centrada la burbuja al determinar la altura de mira anterior, ya que así tendrémos la máxima separación de los dos planos de nivel y por consiguiente el mayor error que se puede cometer con la propuesta maniobra.

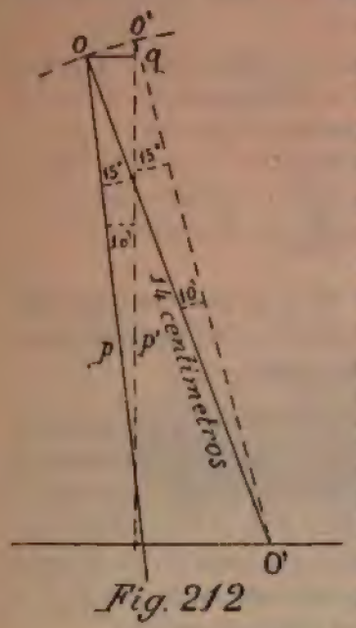


Fig. 212

Es evidente que al centrar la burbuja del tubo superior con el tornillo V (Fig. 210) se hace girar todo el aparato alrededor del eje formado por los puntos de apoyo, O, de los dos opuestos y el punto D, intersección del eje de colimación con el general del aparato, describirá un arco de 10' con un radio igual á la distancia que le separa de la recta, que une los puntos de apoyo de los tornillos V y VV y el punto *p*, medio de la parte del eje comprendida por el espesor de la plataforma del juego, describirá también un arco de 10' con el radio p O'; el primer radio, D O' es de 14 centímetros, el segundo, p O' es de 66 milímetros y de 15° el ángulo que el 1.° forma con el eje general del aparato.

Para hacer mas fácilmente comprensible la demostración representamos en la figura 212 por *o p* la posición inclinada del eje, por o' p' la corregida ya vertical, pero exagerando el ángulo de inclinación, pues sería imposible poner en evidencia las figuras parciales si se le hiciera de 10'.

Ahora bien: el arco *o o'*, que describe el punto *o*, vale,

$$1 \text{ m.} = \frac{600''}{206265} \times 0'14 = 0'407 \text{ milímetros}$$

y se puede considerar como un *elemento recto del arco*.

El triángulo o O' o' es isósceles y valiendo el ángulo en O' 10', el o o' O' valdrá 89° 55' y como el p' o' O' vale, segun el supuesto, 15°, el o o' q del triángulo formado bajando desde o la perpendicular o *q* á la vertical, valdrá 74° 55' y de este triángulo se deduce que el error buscado es:

$$o'q = o\,o' \times \cos.\ o\,o'\,q = 0'407 \text{ m.m.} \times 0'2602 = 0'106 \text{ m.m.}$$

De manera que el error que se comete aun con supuestos tan exagerados es muy poco mayor de un décimo de milímetro y por consiguiente completamente despreciable contrariamente á lo que creen muchos Topógrafos, que se toman muchas molestias para poner y conservar perfectamente vertical el eje del aparato; pero esto no es aconsejar ni defender la negligencia en la puesta en estación de todos los aparatos, sino combatir simplemente la preocupación que motiva no pocas molestias y sobresaltos: DESPUES DE BIEN CORREGIDAS Y ASEGURADAS LAS PIEZAS INTEGRANTES Y DE PONER APROXIMADAMENTE VERTICAL DICHO EJE, LO QUE IMPORTA ES CENTRAR BIEN LA BURBUJA EN EL MOMENTO DE HACER LA LECTURA DE MIRA SIN PREOCUPARSE POR LAS PEQUEÑAS DESCENTRACIONES QUE PUEDAN OCURRIR CON LOS GIROS SUCESIVOS DEL APARATO PARA OBSERVARLA EN OTROS PUNTOS.

130 — Comprobaciones y rectificaciones.

La *primera* de las cuatro condiciones esenciales consignadas en el número 111 se comprueba como allí se dijo.

La *segunda* no es posible comprobarla despues de montados los aparatos y por consiguiente el movimiento del retículo, que algunos tienen, solo puede servir al constructor para centrar la cruz filar antes de asegurar el anteojo; sin embargo en el representado en la figura 210 puede este desmontarse fácilmente quitando las roldanas inferiores β y colocándole sobre dos horquillas iguales en V hacer la comprobación y corrección como se ha explicado para los aparatos que le tienen libre; preferible es no hacer esta maniobra especialmente con los aparatos de casas constructoras formales, confiando en que se habrá hecho la corrección antes de montar el anteojo.

La *tercera* no tiene la importancia que algunos suponen, como demostramos en el número 111; pero, en todo caso, se puede comprobar, no corregir, por el procedimiento siguiente:

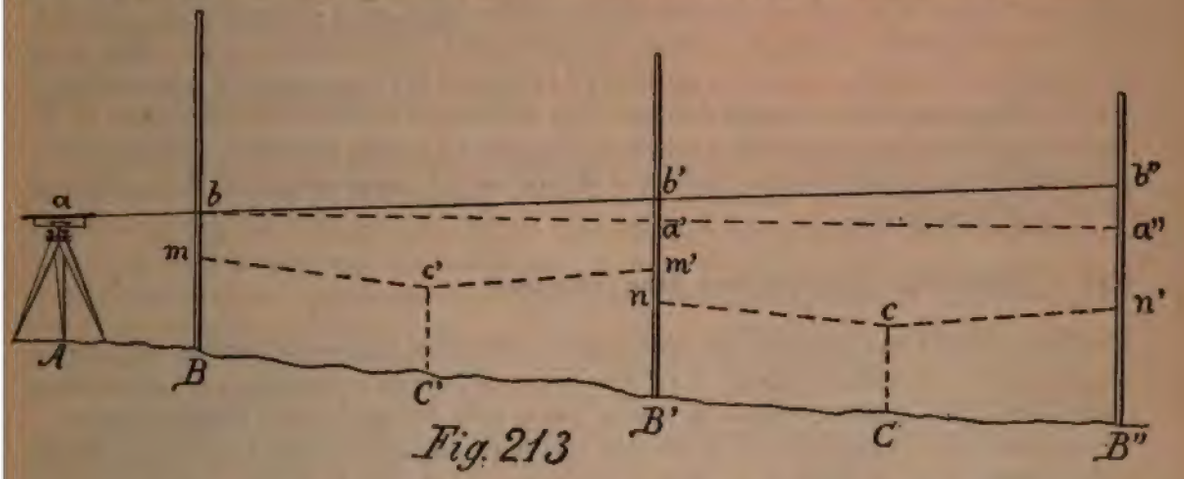


Fig. 213

En terreno que no sea muy accidentado se colocan tres miras, B, B' y B'' (figura 213) en alineación y de manera que B' diste de las otras dos 40 metros por ejemplo; se coloca el aparato en el punto C equidistante de B' y B'' determinando los puntos n y n' que serán de nivel; colocándose despues en C' se determinan los m y m' que también lo serán y colocándose finalmente en A, cerca de B, se leen las alturas de mira $B\,b$, $B'\,b'$ y $B''\,b''$.

Añadiendo á $B'\,m'$ la diferencia $m\,b$ y restando esta suma de $B'\,b'$ se conocerá la magnitud $b'\,a'$; sumando á $B''\,n'$ las diferencias $n\,m'$ y $m\,b$ y restando esta suma de $B''\,b''$ se conocerá $b''\,a''$, que, según se comprende á la vista de la figura, deberá ser dupla de $b'\,a'$ y si tal sucede la visual $a\,b\,b'\,b''$ será única, recta, justificando la condición expresada, puesto que las distancias $A\,B$, $A\,B'$ y $A\,B''$ son muy diferentes y por consiguiente sus conjugadas lo serán también.

Si por las condiciones del terreno ó la inclinación del eje de colimación no resultaran las de la figura, seria fácil croquizar la correspondiente y de ella deducir como deberian combinarse las distintas alturas de mira para llegar al mismo resultado.

La *cuarta* condición se puede comprobar por distintos procedimientos.

Puede determinarse el ángulo de inclinación del eje de colimación relativamente al del tubo de burbuja como se dijo en el número 112; una vez conocido se determina la corrección que corresponde á la altura de una mira colocada á 100 metros y moviendo el anteojo, por los tornillos s en el aparato de la figura 206 ó las roldanas β y β' en el de la 210, se hace que la visual vaya á parar á la altura correspondiente; con ello se habrá descentrado la burbuja y se centra de nuevo mediante sus roldanas de corrección en el primero y los tornillos a y a' en el segundo despues de aflojadas las cintas de acero con los tornillos α y α'; se deben repetir las comprobaciones para afinar la rectificación asegurando despues las piezas.

También puede comprobarse al par que se hace de la condición tercera, pues si la visual $a\,b''$ (figura 213), cuando se ha centrado cuidadosamente la burbuja, no coincide con la horizontal $b\,a'$ es claro que no se verifica la condición y se corrige el defecto moviendo el anteojo en la forma antedicha hasta que la visual pase por a' y centrando despues la burbuja por sus tornillos de corrección; pero como la altura $B\,b$ habrá variado algo, se lee la nueva y la que alcance en la mira $B'\,b'$ determinando la que en ella y en la $B''\,b''$ corresponde á la nueva posición del punto b haciendo una corrección análoga á la anterior dirigiendo la visual á la altura correspondiente á la nueva visual en la mira $B''\,b''$ y así se continuará hasta que la visual sea de nivel que se justificará con las alturas de las tres miras hechas las correcciones antes indicadas para determinar la $b\,a'$.

Finalmente puede también comprobarse esta condición con la observación recíproca, esto es, poniendo el aparato en estación en los mismos puntos en que se colocan las miras; pues es claro que si de A á B se comete un error que aumenta la altura de B sobre A, de B á A se cometerá un error igual que disminuirá la misma diferencia de alturas y por consiguiente la semisuma expresa la verdadera diferencia de nivel y calculando en su consecuencia la altura de mira que corresponde á la segunda posición del aparato se inclinará el anteojo del modo antes dicho hasta que su eje de colimación encuentre á la mira en la altura calculada, centrando despues la burbuja con sus tornillos de corrección: en este caso en lugar de poner el aparato en los lugares de las miras es mas sencillo y exacto no tocar estas y ponerle delante de ellas de manera que el ocular venga casi á tocarlas, pues así se determina mas sencillamente su altura sobre el pié de la mira respectiva.

131 — ¿Cuál de los tipos descritos debe preferirse?

Difícil es dar á esta pregunta una contestación categórica; porque la bondad del aparato depende en gran manera del esmero con que se hayan construído y combinado sus partes integrantes, de lo cual también depende su precio, que es muy diferente, según hemos indicado.

El ilustre Salmoiraghi trata (1) de resolver esta importantísima cuestión y si bien se decide por el tipo de anteojo y nivel fijos para las nivelaciones de grande precisión, en las ordinarias los considera todos buenos y en todo caso preferible el segundo tipo, sistema Egault, por ser su construcción mas sencilla y por la mayor facilidad en la instalación.

Funda su opinión en que en las nivelaciones de grande precisión es necesario utilizar tubos de burbuja de sensibilidad de 2" ó 3" y que esto no es posible cuando ellos y el anteojo se hacen girar ó se invierten extremo por extremo; pero creemos que con este razonamiento, que es indudable, lo que se combate es el sistema de observación de Egault, que exige estas peligrosas maniobras: en nuestro concepto los aparatos en que el anteojo y tubo de burbuja son libres, facilitan con esta condición su comprobación y corrección y solo para esto se debe utilizar; pero despues se deben asegurar las piezas convirtiéndolos en los de aquel tipo y por consiguiente no puede haber inconveniente para utilizar en ellos los tubos de burbuja de mayor sensibilidad; pues la diferencia está entre unos y otros en que en los fijos se deja á cargo del constructor las comprobaciones y correcciones y en los de anteojo y tubo de burbuja móviles puede hacerlas el Topógrafo asegurándolas despues y como no solo no se debe confiar tan absolutamente en el constructor, ni es imposible la incorrección con los movimientos bruscos y golpes que en los transportes pueden recibir, parécenos que, en igualdad de las condiciones de construcción, los Topógrafos deben preferir los tipos de anteojo y tubo de burbuja móvil y entre estos los que tienen el segundo sobre el primero en condiciones de poderle invertir extremo por extremo (modelo de la figura 195) para comprobar la igualdad de los collares y mejor aún con uno de estas condiciones y otro unido al anteojo por la parte inferior, precisamente como sucede en el aparato de la figura 205 y esto lo mismo para las nivelaciones ordinarias que

(1) «Istrumenti e metodi moderni», páginas 657 - 661.

para las de grande precisión; pero para estas con la condición de poder observar por reflexión la burbuja en el momento mismo de leer la mira ó al menos pocos segundos despues y sin que el observador tenga que moverse ó á lo mas un poco la cabeza; pues si así no se procede con los tubos de burbuja de sensibilidad de 2″ ó 3″ se expone á cometer errores, ya se centre aquella, ya se la deje descentrada; por todo lo cual mientras no se doten de reflectores apropiados los excelentes aparatos representados en las figuras 195 y 205 serán preferibles los de las 196 y 207, en el supuesto, se entiende, de igualdad de potencia y de bondad de construcción; *no hay que olvidarlo:* con las grandes sensibilidades de la burbuja, centrada ó no centrada, es indispensable la simultaneidad de la lectura del tubo y de la mira sin que entre estas dos observaciones intervenga ningún movimiento y como con la centración de la burbuja es mas pronta y exacta la observación, mas sencilla la anotación y resolución, la consideramos preferible.

Para las nivelaciones que solo exijan la sensibilidad de 10″ á 20″ son por el contrario muy recomendables los modelos representados en las figuras 195, 205 y 210 y poco los del primitivo tipo de Lenoir por lo muy expuestos á errores notables con la interposición del polvo entre los prismas y la corona en que se apoyan.

132 — Miras utilizadas con los niveles.

Porque las miras son utensilios complementarios de los aparatos de que nos hemos ocupado, no podemos prescindir de hacer aquí á ellas alguna referencia; pero como ya en el número 57 describimos con suficientes detalles los dos tipos fundamentales y los demás modelos solo difieren en la manera de presentar la *línea de fé* en las de corredera, como ya allí indicamos, y en las parlantes en las condiciones de la graduación, numeración, modo de plegarlas y sostenerlas verticalmente, condiciones que se suelen poner de manifiesto en los catálogos ilustrados de las casas constructoras, debemos ahora concretarnos á consignar algunas consideraciones críticas sobre la manera como los modelos más generalizados cumplen sus *condiciones esenciales.*

Es la *primera*, que teniendo la altura necesaria pueda reducirse convenientemente y que no sea excesivo su peso para que resulte cómodo su transporte sin perjudicar á la *rigidez y estabilidad vertical*, que deben ofrecer en el momento de cada observación.

Cuando por la situación y accidentación del terreno, en que se ha de trabajar, no sea necesaria grande altura de mira, una tabla de *pinabete* de 2 metros de largo, 8 á 10 centímetros de ancho y 2'5 de espesor con regatón de hierro, puede satisfacer bien tales condiciones, porque con poco peso y cómodas dimensiones presenta espacio suficiente á una clara graduación sin dar motivo á que el viento inclinándola ó arqueándola dificulte conservarla vertical, ya que es suficientemente rígida esta madera y recta se conserva, cuando se elige de fibra que lo sea, con crecimientos regulares y si está bien curada y oleada antes de pintar la graduación.

Cuando fuera necesaria mayor altura de mira, pero no largos transportes, puede servir una tabla análoga de 4 metros de largo reforzada por su cara posterior con una costilla ó listón semicilíndrico de la misma madera y de 3 centímetros de ancho; pero, como ya es mas difícil conservarla vertical, conviene terminar el regatón con punta que asegure el pié al suelo, poderla coger con agarraderos de argolla ó rectos, como los representados en la figura 78 (número 57), ponerla vertical con una aplomada colgada en la cara posterior ó mejor aún con un nivel esférico, cuya base alargada se mete en un hueco abierto en la tabla perpendicularmente al eje de la mira y finalmente poderla asegurar en esta posición con un tornapunta en horquilla sobre la que se apoyan los agarraderos rectos; pues montándose en él el portamira y apretándola contra la horquilla, despues de puesta vertical, la conserva así mucho tiempo sin molestia.

La madera de pinabete sin nudos, de fibra recta y bien curada es de las que mejor satisfacen á las condiciones de rigidez y ligereza y es la menos sensible á la humedad, especialmente si se la dan algunas capas de blanco albayalde en frío; pero, como no tiene grande resistencia á los rozamientos con cuerpos duros, conviene preservarla con costeras de caoba ú otra mas dura y de fibra recta, cuando á aquellos están expuestas las miras.

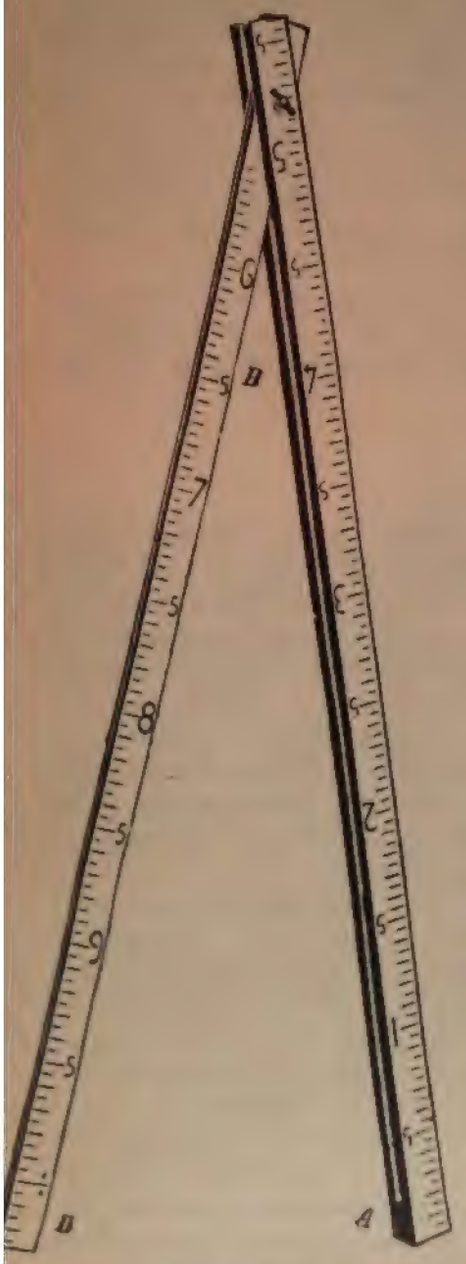


Fig. 214

Fig. 215

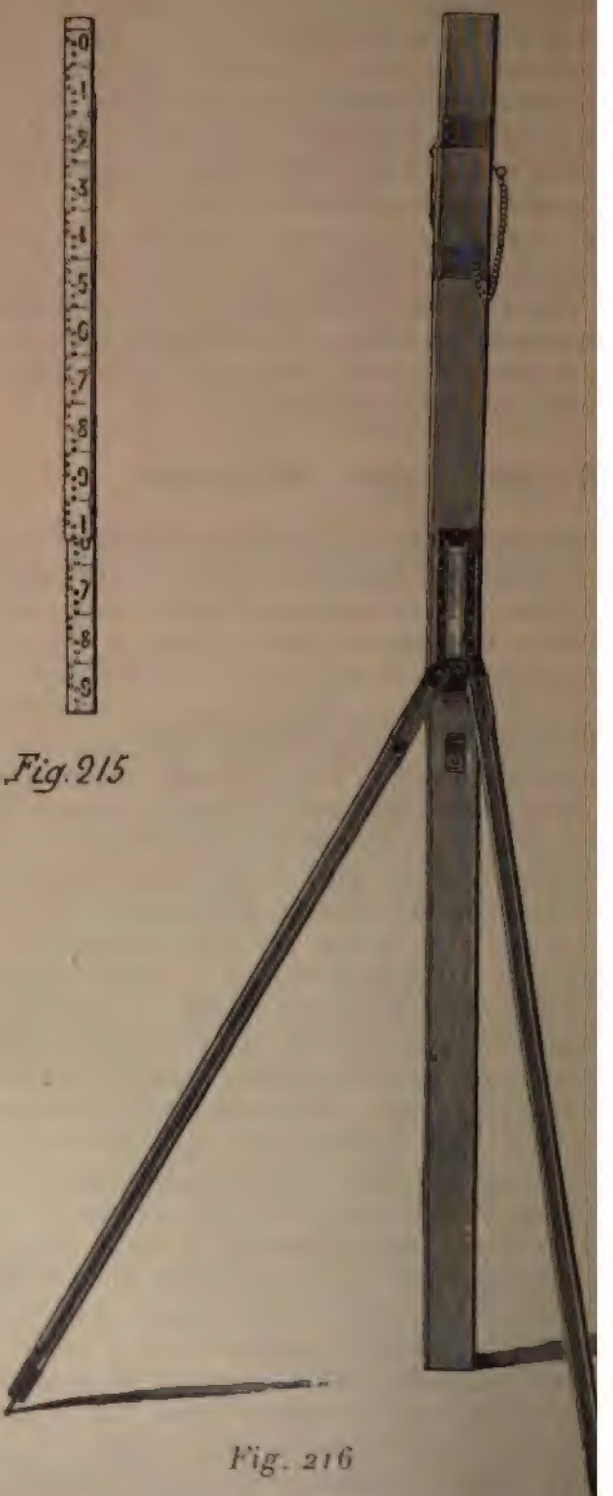


Fig. 216

Tal vez con iguales precauciones pudiera utilizarse sin inconveniente la madera de plátano de regulares crecimientos.

Esto naturalmente se refiere á las miras parlantes; pues para las de corredera, que han de ser de pequeña sección y delgados filetes, no serviría ninguna madera blanda y por eso en las mejores se utiliza el doradillo para la pieza *b* de la figura 77 (número 57) y para la *a* la de majagúa ú otras equivalentes.

Para tener en cuenta los cambios de longitud de la mira de pinabete con los de la temperatura y la humedad del aire en las *nivelaciones de grande precisión*, los señores Goulier y Richard hicieron muchas experiencias proponiendo el primero la *mira de compensación*, que minuciosamente describe M. Lallemand en su interesante libro sobre la *Nivellement de haute precision;* pero como *todas estas influencias combinadas no producen variaciones superiores á medio milímetro por metro*, ni es fácil tenerlas en cuenta en las nivelaciones ordinarias de la Topografía, parécenos innecesario ocuparnos aquí de ellas.

El ancho de 10 centímetros es necesario para que descontando 12 á 15 mm. por las costeras protectoras quede espacio suficiente para que la graduación y numeración sean claramente legibles á 150 metros; pues si bien se reducen en lo posible á 100 las niveladas, cuando se desea obtener bastante exactitud, es necesario dejar amplio margen para poderlas extender á mayor distancia para reducir sin graves inconvenientes el número de estaciones; ciertamente que si á la mira se la diera mayor anchura mejor podría conseguirse la lectura á mayor distancia; pero hay que tener en cuenta que el viento obraría con mucha mayor intensidad é inclinando ó encorvando la mira causaría mucha molestia al que la sostiene.

Finalmente el espesor de 2'5 centímetros de la tabla es casi siempre suficiente para darle la rigidez indispensable sin aumentar innecesariamente el peso y el volumen.

Hasta ahora hemos supuesto que por ser innecesarios los transportes á grandes distancias fuera posible utilizar miras de una sola pieza, que son las mas sencillas y rígidas; pero tal supuesto se cumple rara vez y ordinariamente se componen de varias piezas, que permiten plegarlas para reducir su longitud.

Al efecto se han utilizado muchos medios: Porro propuso y Salmoiraghi utiliza la forma de navaja de afeitar, como aparece en la figura 214; otros hacen correr una de las tablas por el dorso de la otra sujetándolas con medias abrazaderas, como se indica en la figura 215; otros descomponiéndolas en tres cuerpos hacen los dos inferiores en forma de caja y el superior de tabla, que se enchufa en la caja del medio y las dos en la inferior, como en las llamadas inglesas representadas en las figuras 80 y 81 (número 57), otros descomponiéndolas en tres tablas con bordillo saliente por su medio y fuertes pasadores con rosca y tuerca de orejetas las mantienen una sobre otra ó replegadas, como se indica en la figura 82 (número 57); otros unen las dos tablas con visagras que permiten adosar una sobre la otra ó ponerla á su continuación y asegurarla en esta forma por medio de un largo pasador sujeto al dorso de la inferior.

Todos estos mecanismos y otros utilizados pueden servir bien siendo fácil de comprender sus ventajas é inconvenientes; en nuestro concepto el de la figura 82 es preferible, con tal que el ancho total de la pieza inferior sea de 12 centímetros, el medio de 10'5 y el superior de 9, á fin de que la graduación y numeración comprendan al menos 8 centímetros para que sean claramente visibles á la distancia de 150 ó mas metros.

Las miras de mas de 3 metros no se pueden tener fijas sin *agarraderos* y *tornapuntas:* Salmoiraghi emplea dos de estos sin aquellos en el modelo representado en la figura 216 en el que, si bien se puede variar el punto de contacto de la mira con cada uno facilitando la puesta vertical, la carencia de agarraderos dificultará la maniobra del portamira, á quien en el traslado de un punto á otro estorbarán los tornapuntas, aunque los adose á la tabla de la mira.

La figura 217 representa la mira de compensación utilizada por Lallemand en los trabajos de nivelación general de Francia en el momento de observarla; en ella los movimientos giratorios de cada puntal facilitan la puesta vertical de la mira y la traviesa que los une sirve de agarradero al portamira, que obrará con mas descanso que con la de la figura 216; pero tam-

bién le estorbarán en los traslados, aunque se han tomado varias disposiciones para evitarlo.

Mas sencillo y cómodo nos parece utilizar un solo tornapunta en horquilla con agarraderos rectos que se atornillen á los costados de la mira y en ellos se apoyen las puntas de la horquilla; pues si bien costará algo mas ponerle de manera que la mira resulte vertical, en cambio una vez conseguido y sobre él montado el portamira contra la horquilla aprieta la mira con los agarraderos y descansadamente la mantiene quieta mucho rato y en los traslados el puntal le sirve de bastón.

Fig. 217

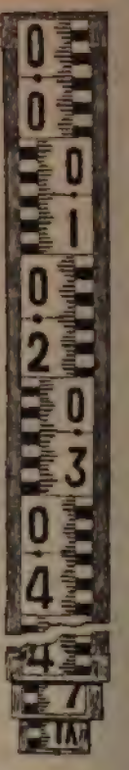


Fig 218

La segunda condición esencial de las miras parlantes es que su *graduación* y *numeración* estén dispuestas de tal modo que rápida, sencilla y seguramente se dé cuenta el observador de la altura en ellas señalada por el hilo ó los hilos del retículo.

La *graduación* debe hacerse de manera que hasta la distancia de 100 metros, aceptada como tipo de la nivelada en los trabajos de precisión, pueda apreciarse el milimetro de su altura con los anteojos de los buenos aparatos; esto sería imposible si en milimetros se dividiera la mira, porque, por efecto de la difracción, se presentaría á la vista del observador una superficie grisácea, en que no distinguiría individualmente ninguna linea.

Este inconveniente se ha evitado dividiendo los decímetros en centímetros solamente, que se pintan alternativamente de dos colores muy distintos, blanco y rojo ó blanco y negro ó bien señalándolos con líneas de 2 mm. y de 3 á 4 centímetros de largo y apreciando á la vista la parte del centímetro señalada por el hilo del retículo.

¿Cuál de los dos medios debe preferirse?

Las opiniones están sobre este particular muy divididas y es natural que así suceda, porque falta poner una condición, la potencia del anteojo.

Cuando esta sea tal que se vean bien las líneas de 2 mm., que sirven para la graduación, creemos con Porro y Salmoiraghi que será preferible el segundo medio, porque la difracción no influye tan perniciosamente como en la alternativa de los centímetros pintados y la apreciación de la fracción ó de los milímetros podrá hacerse mejor, como se deduce de lo que digimos en el número 26 sobre la perspicacia de la vista; pero si la potencia del anteojo no llega á aquel límite, se impone la primera graduación y aún la de 2 centímetros, aún que dificulte la apreciación de sus fracciones.

El eminente Porro, que estudió esta cuestión con el detenimiento que merece é hizo con tal motivo muchas experiencias, resolvió esta dificultad para sus *miras taquimétricas* construyendo los tres modelos, que oportunamente (número 207) darémos á conocer y están en consonancia con la potencia del anteojo de cada uno de sus tres clepes; pero como la unidad de la división es de 4 centímetros, que respectivamente subdividió en 2, 5 y 10 partes, para que según el anteojo disponible y la distancia á que debiera colocarse la mira se utilizara la que mas conviniera, no es posible dedicar estas miras á la nivelación sin complicar los registros.

En consecuencia de todo esto la graduación por centímetros ó dobles centímetros pintados alternativamente de los colores indicados es la mas generalizada; aunque en el caso antes indicado va ganando terreno la graduación por líneas defendida ahora por Salmoiraghi y que aparece en los modelos de las figuras 214 y 217.

Algunos constructores, como se indica en la figura 218, subdividen el centímetro mediante trazos de 2 milímetros que colocan en faja especial delante de aquellos; pero esto debe desecharse, porque sin favorecer la apreciación, pues á cortas distancias ya se confunden tales líneas presentando á la vista una superficie gris á consecuencia de la difracción, ocupan la cuarta parte de la cara de la mira obligando á hacer mas cortos los rectángulos de los centímetros con perjuicio de su visibilidad; lo que sí conviene es señalar sus mitades con líneas semejantes, pero solo de 5 mm. de largo, que aisladas se ven mejor y por eso se han admitido en el modelo representado en las figuras 78 y 79 (número 57).

Colocar todos los centímetros determinados por masas ó por líneas en una mitad de la cara de la mira y en la otra los números de los decímetros continuados de 0 á 40 separándolos con una línea, como aparece en las figuras 214, 217 y en las tres muestras comprendidas en la 219, no nos parece conveniente, porque á distancia algo considerable no será fácil distinguir donde acaba cada decímetro y habrá dificultad en contar los centímetros y apreciar sus fracciones.

No ofrecerá tanta confusión haciendo la graduación en la forma representada en la figura 220; pero seguramente á distancias algo considerables la faja gris de los centímetros ó dobles centímetros perjudicará la visibilidad y la indicación de los medios decímetros producirá dudas.

Las cuatro combinaciones indicadas en la figura 221 tampoco son aceptables, porque reducen la longitud de los rectángulos de los centímetros y obligan á hacer los números poco visibles, siquiera en la 1.ª, 3.ª y 4.ª se hagan mas aparentes los decímetros.

Consideramos á todas las indicadas preferible la graduación utilizada en las figuras 78 y 79, porque con ella se distinguen fácilmente los decímetros, medios decímetros y centímetros y se aprecian sencillamente sus fracciones en las pequeñas distancias dejando ancho campo para poner en cada decímetro los números indicativos de los metros y decímetros, que no pueden confundirse por ser los primeros rojos y negros los segundos y de esta suerte al mirar la posi-

ción de cada hilo se leen desde luego los números del metro y decímetro correspondiente. el medio decímetro está también claramente determinado, los centímetros por su longitud se cuentan fácilmente y sus fracciones se aprecian con mucha sencillez, cuando la distancia lo permite.

Fig 219

Fig. 220

Fig. 221

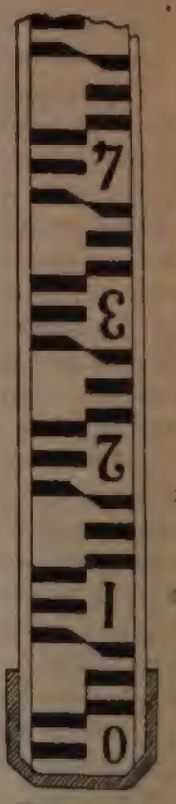


Fig 222

No menos recomendable es el modelo de graduación indicado en la figura 222, en que los medios decímetros ó dobles decímetros alternan en las mitades de la cara de la mira quedando así claramente determinados sin perjuicio de la numeración de los metros y decímetros.

La forma y dimensiones de los números requieren especial cuidado, porque se dificulta su visibilidad antes que la graduación de los centímetros ó dobles centímetros; su altura no debe

ser menor de 3 centímetros y su espesor de uno: las formas utilizadas en las figuras 79 y 222 son las mas recomendables por sus condiciones de visibilidad y, como ya se ha indicado, deben pintarse de rojo vivo los de los metros y de negro los de los decímetros ó dobles decímetros para evitar equivocaciones.

Porque los anteojos ahora utilizados en los aparatos topográficos son todos astronómicos, los números se escriben todos invertidos para que directos aparezcan al observador; pero como cuando en el campo del anteojo no aparecen los de dos decímetros indicando la dirección en que se han de contar los centímetros y milímetros y Bourdaloué observó que de esto dependían muchos errores de los cometidos en las muchas nivelaciones que se hicieron bajo su dirección, propuso que se escribieran paralelamente al eje de la mira, con lo cual leyéndolos en el sentido ordinario de izquierda á derecha esta indica en cual se deben contar los centímetros y milímetros; no es despreciable esta observación y como nada cuesta ni perjudica la observación, debe admitirse, si bien debemos hacer constar que ninguna dificultad hemos encontrado en la práctica con la numeración ordinaria.

Finalmente creemos oportuno hacer constar que para que las miras conserven sus condiciones en los grandes transportes, se las deben embalar de dos en dos en cajones apropiados, que las defiendan de roces, golpes y humedades; pues de no hacerlo así se deterioran con mucha frecuencia en los trenes, coches y caballerías.

Barómetros y fórmulas con ellos utilizadas

133 — Generalidades y clasificación de la materia.

Aunque sin hacerse funestas ilusiones no pueda considerarse el barómetro como instrumento topográfico de precisión por la inseguridad de los datos que suministra, no por eso deja de ser de grande utilidad para el Topógrafo, que por su medio puede determinar aproximadamente con grande economía de tiempo y de molestias la *altitud* del lugar, en que haya de operar y la *altura relativa* entre puntos que le convenga conocer y no le sea fácil medir con las nivelaciones ordinarias; de manera que, recordando las ventajas é inconvenientes de la brújula, bien podemos afirmar que *esta es á los goniómetros como el barómetro á los niveles* y así como la brújula, no obstante sus infidelidades, es para el Topógrafo utilísimo aparato, no lo es menos el barómetro á pesar de la inseguridad de sus indicaciones y por consiguiente es preciso que aquel conozca bien sus condiciones para que pueda sacar provecho de las buenas y en lo posible evitar las malas utilizando tal aparato con oportunidad y conciencia de su valor.

El barómetro no dá á conocer directamente la altitud del lugar en que se encuentra, sino la presión atmosférica que allí obra; pero de esta se deduce aquella teniendo en cuenta las distintas causas que motivan sus variaciones y las leyes que las rigen mediante fórmulas, que combinan las influencias principales á la vez que las modificaciones que experimenta por diversas causas la columna barométrica indicadora en cada momento de la presión de la atmósfera.

La manera de medir esta la dió á conocer Torricelli en 1643 con el siguiente experimento:

Se toma un tubo de vidrio de 80 ó mas centímetros de largo, 6 á 10 mm. de diámetro interior y cerrado por uno de sus extremos. Colocado verticalmente se le llena de mercurio y tapando el extremo abierto con el dedo pulgar se coloca invertido verticalmente en una cubeta llena también de mercurio, como aparece en la figura 223. En cuanto se quita el dedo baja el mercurio hasta una altura variable con la altitud del lugar de observación y otras condiciones, de que despues nos harémos cargo, pero que siempre hace equilibrio á la presión atmosférica, pues obrando esta sobre la superficie del mercurio de la cubeta *m n* y no sobre la base superior del de la columna del tubo, por quedar vacía la parte superior ó *cámara barométrica* y estando ambas en comunicación, la presión que gravita sobre todos los elementos superficiales del líquido de la cubeta ha de ser la misma y consiguientemente la columna de mercurio equilibrará la presión atmosférica.

Por lo tanto, si esta aumenta ó disminuye, así también lo hará aquella y si en lugar de mercurio se utiliza otro líquido menos pesado, la altura que alcance la columna barométrica estará con la del mercurio en razón inversa de las densidades de los dos líquidos.

Así lo justificaron las experiencias de Pascal; la primera hecha al pié y en la cima del Puy-de-Dôme, en que se observó que la columna de mercurio alcanzaba en la cima 8 centímetros de altura menos que al pié de aquella montaña y la segunda en Rouen utilizando vino tinto en lugar de mercurio, en la que alcanzó la columna 10'40 metros, esto es, una altura 13'6 veces mayor que la del mercurio, que es precisamente la razón inversa de los pesos específicos de los dos líquidos.

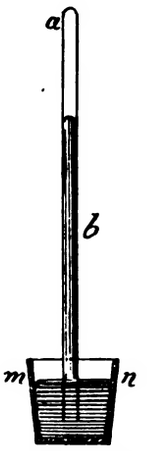


Fig 223

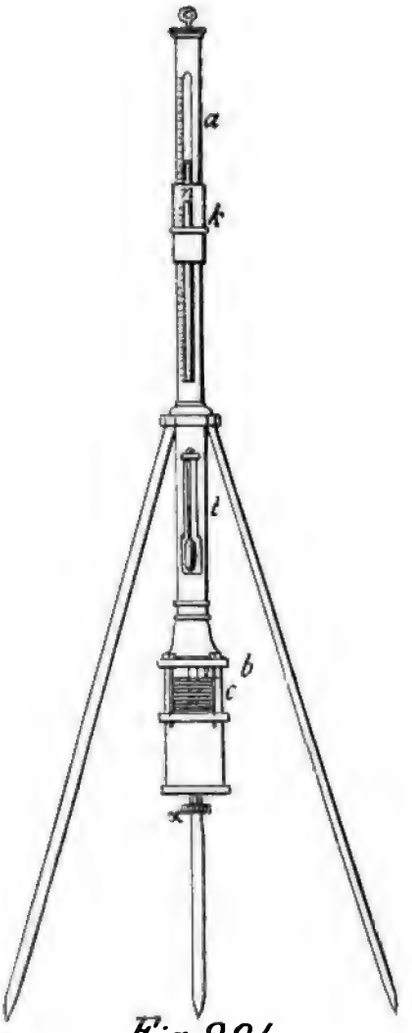


Fig. 224

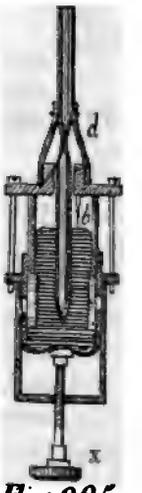


Fig. 225

El experimento de Torricelli sirvió de fundamento á la construcción de los barómetros de mercurio de *Fortin* y *Gay-Lussac;* pero Vidi demostró en 1848 que podía también medirse la presión atmosférica mediante las deformaciones que experimenta una caja metálica cerrada y vacía, de lo que se originaron los llamados *aneroides* ú *olostéricos*, entre los cuales los mas apreciados y al presente generalizados son el de *Hottinjer* y el de *Naudet* y finalmente Wollaston desarrollando las indicaciones de Fahrenheit y Cavallo sobre las aplicaciones que en la medida de la presión atmosférica pudiera tener el principio demostrado en Física de que ***la temperatura de ebullición de un líquido depende de la presión á que este se encuentra sometido en su superficie,*** construyó el *termobarómetro*, que á aquel uso también se destina.

De cada una de estas tres clases de aparatos y de las fórmulas utilizadas para deducir de los datos, que cada uno suministra, la altitud ó la altura relativa de los puntos de observación nos vamos á ocupar con los detalles suficientes, para que los Topógrafos puedan utilizarlos oportunamente.

134 — Barómetro Fortin.

Representado en la figura 224 pone de manifiesto que Fortin no hizo casi otra cosa que facilitar la experimentación de Torricelli en cualquier momento y lugar, dando los medios de medir con relativa precisión la altura de la columna mercurial y su temperatura.

En efecto: este aparato se compone de una *cubeta*, *c*, con mercurio y de un tubo, *a*, á ella perpendicular y en comunicación, también casi lleno del mismo metal, en el que aparece la cámara y la columna barométrica, exactamente lo mismo que en la figura 223, pues que de la misma manera y por igual motivo se producen; pero para defender el tubo de cristal y medir la altura de la columna barométrica está metido en otro tubo de metal con abertura longitudinal, que permite ver el extremo superior de la columna y graduado en milimetros (1) á partir del extremo de una punta de marfil, b, fija á la base superior de la cubeta, á fin de conocer en cada momento la verdadera altura de la columna barométrica, á cuyo efecto debe aquella coincidir con la superficie del mercurio de la cubeta; pero como esta sube ó baja segun la cantidad que pasa al tubo por efecto de la presión, es necesario poder modificar la forma y posición de la cubeta para que la superficie del mercurio enrase con la punta de marfil ó cero de la escala.

A tal efecto la cubeta es de las condiciones indicadas en la figura 225; esto es, compuesta de un cilindro de cristal unido por la parte superior á una plancha de metal por cuyo centro penetra el tubo vertical y se pone en comunicación con la atmósfera por la piel *d* que los une y por la inferior le cierra una gamuza, *m*, que conteniendo el mercurio permite variar la capacidad de la cubeta mediante el movimiento del tornillo exterior, x, y consiguientemente subir ó bajar la superficie mercurial hasta que esté en contacto con la punta de marfil ó cero de la escala del tubo, lo cual se consigue muy fácil y exactamente, pues reflejándose la segunda en la primera como en un espejo se hace perceptible la coincidencia.

Como en la figura 225 aparece, la mitad inferior de la cubeta está envuelta por un cilindro de metal, en cuya base se enrosca el tornillo x, unido á la base superior por cuatro listoncillos que defendiendo el cilindro de cristal permiten ver el mercurio de la cubeta y hacer la coincidencia de su superficie con la punta de marfil ó cero de la escala.

Para apreciar con exactitud la altura de la columna barométrica se utilizaba antes el tubo de corredera K, que en su abertura longitudinal lleva un nónius, *n*, pero ahora se usa en la forma representada en la figura 226, dando movimiento á la pieza del nónius, m, con el tornillo que se indica y cuyo piñón engrana con los dientes de uno de los lados de la abertura del tubo de metal.

Fijo á este se halla un termómetro centígrado, t, (2) que dá la temperatura del mercurio de la columna, dato necesario para su corrección.

El trípode que aparece en la figura 224 es generalmente de metal y no tiene otro objeto

---

(1) Los ingleses y norteamericanos suelen utilizarlos divididos en pulgadas y décimas: 1 pulgada = 25'3995 milímetros.

(2) Los ingleses y norteamericanos utilizan el de Fahrenheit, cuyo cero corresponde á la temperatura que se obtiene por una mezcla de partes iguales de sal amoniaco y nieve; el punto correspondiente á la ebullición del agua destilada está marcado con el número 212 y el de la fusión del hielo corresponde á 32° de esta escala; de manera que

$$100^c = (212 - 32)\ F \text{ de donde}$$
$$5c = 9\ F$$

y por consiguiente para reducir á centígrados, por ejemplo, 125 F, se restará de estos 32 y la diferencia se multiplicará por $^5/_9$, resultando $125 - 32 = 93$; $93 \times {}^5/_9 = 51'67^c = 125$ F.

que conservar vertical el barómetro á la altura conveniente, á cuyo efecto Salmoiraghi los une mediante un juego de suspensión de Cardan.

Fig 226

Finalmente para transportarle sin peligro se hace subir paulatinamente el mercurio en la cubeta hasta su base superior con lo que se llena también el tubo vertical, en cuyo caso se puede invertir sin inconveniente y en esta forma se guarda, juntamente con su trípode, en una bolsa de baqueta como la representada en la figura 227, que permite trasladar el aparato en bandolera.

Si no se tomara la precaución de levantar la gamuza de la cubeta hasta que esta y el tubo queden llenos de mercurio, con el golpe de este en el extremo cerrado del 2.° se rompería al invertir el aparato.

El manejo de este se reduce á colocarle en el trípode segura y verticalmente; á bajar con el tornillo, x, (figura 225) el mercurio de la cubeta tanto como sea necesario para que quede libre la punta de marfil, dejándole un buen rato (de 30^{m} á 40^{m}) en reposo; á hacer la coincidencia de dicha punta con su imagen y, despues de dar unos golpecitos con un cuerpo duro en la columna y en la cubeta para que los meniscos adquieran su forma propia, rectificando en caso necesario la coincidencia de la punta de marfil y de su imagen, á mover la corredera del tubo hasta que su arista correspondiente al cero del nónius enrase con la superficie de la columna barométrica, leyendo en la escala del cilindro los centímetros y milímetros, las décimas en el nónius y en el termómetro la temperatura del mercurio, de cuyos datos se toma nota.

Fig. 227

Correcciones de la altura barométrica leída

Suponiendo que la punta de marfil coincida con el *cero* de la escala de la columna barométrica, lo cual debe comprobarse previamente con el catetómetro ó con una regla graduada y dos escuadras, que permitan medir exactamente la distancia de dicha punta á una de las divisiones principales de la escala y ver si es la por ella señalada tomando, en caso necesario, nota de la diferencia para modificar en su consecuencia la altura barométrica leída directamente, es preciso hacer en esta diferentes correcciones antes de utilizarla en la fórmula general.

1.ª Corrección por depresión capilar.

Por efecto de la *capilaridad* se deprime la altura de la columna mercurial en razon inversa del diámetro interior del tubo; pero esta razón no es constante, porque varía con la impureza y oxidación del mercurio, con su viscosidad y según que el menisco, que se forma á causa de no mojar el mercurio al vidrio, tenga lugar subiendo ó bajando la masa en el tubo y en la cubeta, porque es indudable que, aunque en menor escala, tambien en ella se forma menisco y existe depresión por no ser grande su diámetro en los aparatos destinados á ser manejados en el campo.

Se han propuesto distintos medios para calcular la corrección correspondiente y conviene conocerlos, no solo para que cada uno utilice el que considere mejor, sino también para que se comprenda que este dato fundamental no es enteramente exacto y por consiguiente no puede ser de precisión el aparato que le suministra á parte de otros motivos de duda, que iremos consignando.

Breton de Champ, en la nota XII, página 293, de su excelente Tratado de Nivelación, propone se utilicen al efecto las dos Tablas siguientes calculadas por Bouvard fundándolas en la teoría de las acciones capilares de Laplace y las experiencias de Gay-Lussac, por mas que Breton no considere cierto el supuesto de Bouvard de que la

depresión por capilaridad solo depende del diámetro interior del tubo permaneciendo constante el menisco consiguiente, cuyas variaciones ya se habian notado y despues ratificaron las experiencias de Bravais poniendo en evidencia que *la depresión varia en los mismos barómetros*, como es consiguiente á las causas antes indicadas.

Este procedimiento sin embargo parece mas racional que los aconsejados por otros autores, porque con él se tiene en cuenta la depresión del mercurio en la cubeta, que mayor ó menor no dejará de existir.

Las tablas indicadas son las siguientes:

I. TABLA DE LAS DEPRESIONES DEL MERCURIO EN EL BARÓMETRO DEBIDAS Á LA CAPILARIDAD

Diámetro interior del tubo	Depresión	Diferencias	Diámetro interior del tubo	Depresión	Diferencias
mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
21'00	0'028	0'004	11'50	0'293	0'037
20'50	0'032	0'004	11'00	0'330	0'042
20'00	0'036	0'005	10'50	0'372	0'047
19'50	0'041	0'006	10'00	0'419	0'054
19'00	0'047	0'006	9'50	0'473	0'061
18'50	0'053	0'007	9'00	0'534	0'070
18'00	0'060	0'008	8'50	0'604	0'080
17'50	0'068	0'009	8'00	0'684	0'091
17'00	0'077	0'010	7'50	0'775	0'102
16'50	0'087	0'012	7'00	0'877	0'118
16'00	0'099	0'013	6'50	0'995	0'141
15'50	0'112	0'015	6'00	1'136	0'170
15'00	0'127	0'016	5'50	1'306	0'201
14'50	0'143	0'018	5'00	1'507	0'245
14'00	0'161	0'020	4'50	1'752	0'301
13'50	0'181	0'023	4'00	2'053	0'362
13'00	0'204	0'026	3'50	2'415	0'487
12'50	0'230	0'030	3'00	2'902	0'692
12'00	0'260	0'033	2'50	3'594	0'985
11'50	0'293		2'00	4'579	

II. TABLA QUE PONE EN RELACIÓN LA DISTANCIA DE LA PUNTA DE MARFIL Á LA PARED INTERIOR MAS PRÓXIMA DE LA CUBETA CON EL DIÁMETRO INTERIOR DEL TUBO DE PRESIONES

Diámetro interior del tubo	Distancia de la punta á la pared de la cubeta	Diferencias	Diámetro interior del tubo	Distancia de la punta á la pared de la cubeta	Diferencias
mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
20'00	20'43	2'83	13'50	4'45	0'49
19'50	19'60	2'40	13'00	3'96	0'44
19'00	17'20	2'05	12'50	3'52	0'39
18'50	15'15	1'78	12'00	3'13	0'35
18'00	13'37	1'58	11'50	2'78	0'31
17'50	11'79	1'40	11'00	2'47	0'27
17'00	10'39	1'23	10'50	2'20	0'24
16'50	9'16	1'07	10'00	1'96	0'21
16'00	8'09	0'93	9'50	1'75	0'18
15'50	7'16	0'81	9'00	1'57	0'16
15'00	6'35	0'71	8'50	1'41	0'14
14'50	5'64	0'64	8'00	1'27	0'12
14'00	5'00	0'55	7'50	1'15	0'11
13'50	4'45		7'00	1'07	

Para explicar el manejo de estas Tablas las aplicarémos á un caso.

Supongamos que el diámetro interior del tubo sea de 9'5 mm. y que la punta de marfil diste de la pared de la cubeta 5'6o mm.

Según la Tabla I la depresión en el tubo será de . . . . . o'473 mm.
A la distancia de 5'6 mm. corresponde, en la Tabla II, 14'5 de diámetro y á este, en la Tabla I, la depresión . . . . . o'143 mm.
pues la diferencia. . . . . o'330 mm.

debe sumarse á la altura barométrica directamente leída.

Como Bouvard suponía constante esta depresión para un diámetro y una distancia de la punta de marfil á la pared de la cubeta, propuso que el constructor arreglara la punta de marfil de manera que ya se incluyera el error de depresión en la lectura directa de la altura barométrica; pero siendo variable no puede esto hacerse si se quiere medir con alguna precisión.

Ganot hace caso omiso de la depresión producida en la cubeta y propone se calcule en cada caso utilizando la Tabla de Delcros, en que se determina en función del diámetro del tubo y la altura ó flecha del menisco en cada caso.

El diámetro interior del tubo debe darle el constructor por ser imposible medirle sin desmontar el aparato, como en el caso anterior y en todos los demas.

Para medir la altura del menisco se coloca la línea del cero del nónius de la corredera sucesivamente en la base y en el vértice de aquel y la diferencia de alturas de la escala dará la que se busca.

La Tabla de Delcros es de la forma expresada en el siguiente espécimen. (1)

DIÁMETRO interior en milímetros	ALTURA DE LA FLECHA DEL MENISCO											
	mm. 0'2	0'3	0'4	0'5	0'6	0'7	0'8	0'9	1'0	1'2	1'4	1'6
4	0'60	0'89	1'16	1'41	1'65	1'86	2'05	2'21	2'35	»	»	»
6	0'24	0'36	0'48	0'59	0'70	0'80	0'90	0'99	1'07	1'21	1'32	»
8	0'12	0'18	0'24	0'30	0'35	0'40	0'46	0'50	0'55	0'64	0'71	0'77
10	0'07	0'10	0'13	0'16	0'19	0'22	0'25	0'28	0'31	0'35	0'40	0'44
12	0'04	0'06	0'07	0'09	0'11	0'13	0'14	0'16	0'18	0'21	0'23	0'25
14	0'02	0'03	0'04	0'06	0'07	0'08	0'09	0'10	0'11	0'12	0'14	0'15

Su manejo no exige explicación alguna.

Examinando las depresiones correspondientes al diámetro de 10 milímetros se observa qu el ejemplo resuelto con las Tablas de Bouvard supone que el menisco tenga al menos 1 milí metro de altura.

Giol y Soldevilla en su tratado de Nivelación (pág. 217) insertan una Tabla que difier muy poco de la I de Bouvard sin expresar quien la calculó y no es por consiguiente necesari — que la reproduzcamos.

Finalmente copiamos á continuacion los resultados experimentales obtenidos por Laplac

Diámetro interior del tubo en m.m.	Depresión del nivel del mercurio en m.m.
5	1'505
7	0'881
9	0'535
11	0'351
13	0'205
15	0'124

y como el constructor dá ó debe dar siempre el diámetro interior del tubo es fácil hacer es corrección.

2.ª — Corrección por dilatación de la escala.

Grabada la escala barométrica sobre el tubo de latón es consiguiente que sus division es tendrán las variaciones correspondientes á la dilatación lineal de tal metal con los cambios de temperatura y por lo tanto que á la altura barométrica leída, ya corregida del error por capilaridad, se ha de añadir lo que corresponda por la dilatación de la parte de escala comprendida en aquella á la diferencia de temperatura entre la del momento de la observación leída en el termómetro unido al barómetro y la que el latón tenía al grabarse la escala, cuyo dato debe dar el constructor ó determinarse experimentalmente sujetándole á la acción de distintas temperaturas y comparando con una buena escala de marfil su graduación.

Los que suponiendo que esta se hizo á la temperatura de 0c. admiten para la corrección

(1) En la página 170 del Anuario del Observatorio de Madrid correspondiente á 1878 se inserta una Tabla enteramente análoga, en que varía el radio del tubo de 0'2 en 0'2 milímetros y la altura del menisco en otro tanto á partir de 0'4 hasta 1'6: esta Tabla es otro extracto de la Delcros, que no insertamos por considerar suficiente para la generalidad de los casos el espécimen consignado.

todos los señalados por el termómetro en el momento de la observación se exponen á hacer una corrección exagerada, porque no es regular que aquello sucediera.

El coeficiente de dilatación del latón es o'oooo186 por cada grado centesimal y por lo tanto si llamamos *h* á la altura corregida que buscamos, *h'* la ya corregida por capilaridad y t la diferencia de temperaturas expresadas se tendrá:

$$h = h' (1 + o'oooo186.\ t)$$

Es de advertir que si la diferencia de temperatura fuera negativa, lo cual podrá ocurrir fácilmente cuando la del momento del grabado de la escala sea bastante alta, la corrección sería tambien negativa y así mismo que si tal diferencia no llega á 10° se puede despreciar la corrección en la generalidad de los casos.

3.ª — Corrección por reducción á 0° de la columna barométrica.

En la fórmula general que utilizarémos para determinar la altitud del punto de observación ó la altura relativa entre dos puntos, no se tiene en cuenta la temperatura del mercurio en los puntos observados y es por consiguiente necesario reducir la altura barométrica, corregida de los errores precedentes, á 0° para hacerlas comparables, ya que siendo distinta la densidad del mercurio á diferentes temperaturas con una misma presión atmosférica serían también diferentes las alturas de la columna barométrica, porque estas están en razón inversa de sus densidades.

Por consiguiente si llamamos:

H á la altura barométrica á la temperatura t, distinta de 0°
h » » » 0°
d y *d'* la densidad del mercurio á las temperaturas de t° y 0°

resultará:

$$H : h :: d' : d$$

y si representamos por 1 el volumen de h, el de H lo estará por $1 + D\ t$, siendo D el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio ó el aumento que experimenta por cada grado centesimal de temperatura, que es $^1/_{5550}$ de su volumen á 0°, y tenemos en cuenta que para el mismo peso que equilibra al de la atmósfera, los volúmenes están en razón inversa de las densidades,

$$\text{resulta} \qquad 1 + D\ t : 1 :: d' : d$$

$$\text{y por consiguiente} \qquad H : h :: 1 + D\ t : 1$$

$$\text{de donde} \qquad h = \frac{H}{1 + D\ t}$$

y sustituyendo por D su valor $\qquad h = \dfrac{H}{1 + \dfrac{t}{5550}} = \dfrac{5550 \times H}{5550 + t}$

Para evitar la molestia de estos cálculos se ha formado la Tabla que insertamos en la página siguiente, en que se expresa en fracciones de milímetro lo que se ha de rebajar las alturas barométricas consignadas en la primera columna para las distintas temperaturas de 1° á 9° y es como sigue que para las decenas ó décimas de estos se ha de correr convenientemente la coma de las fracciones de corrección.

Para evitar dudas aplicarémos esta Tabla á un caso particular.

Supongamos que á la temperatura de 17° se haya observado una altura barométrica, que, despues de corregida por capilaridad y dilatación de la escala, haya resultado de 760 mm.: para reducirla á la temperatura de 0° se procederá del modo siguiente:

TABLA PARA LA REDUCCIÓN DE LAS ALTURAS BAROMÉTRICAS Á 0c

Las alturas y las correcciones están expresadas en milímetros.

Alturas	1c	2c	3c	4c	5c	6c	7c	8c	9c
450	0'073	0'145	0'218	0'290	0'363	0'436	0'508	0'581	0'654
55	073	147	220	294	367	441	514	587	661
60	074	149	223	297	371	445	520	594	668
65	075	150	225	300	375	450	525	600	675
70	076	152	228	303	379	455	531	607	683
475	0'077	0'153	0'230	0'307	0'383	0'460	0'537	0'613	0'690
80	077	155	232	310	387	465	542	620	697
85	078	157	235	313	391	470	548	626	704
90	079	158	237	316	395	474	554	633	712
95	080	160	240	320	399	479	559	639	719
500	0'081	0'161	0'242	0'322	0'402	0'483	0'564	0'644	0'725
05	081	163	244	325	407	488	569	650	732
10	082	164	246	328	411	493	575	657	739
15	083	166	249	332	415	497	580	663	746
20	084	167	251	335	419	502	586	670	753
525	0'085	0'169	0'254	0'338	0'423	0,507	0'592	0'676	0'761
30	085	171	256	341	427	512	597	683	768
35	086	172	258	345	431	517	603	689	775
40	087	174	261	348	435	522	609	696	782
45	088	175	263	351	439	526	614	702	790
550	0'089	0'177	0'266	0'354	0'443	0'531	0'620	0'708	0'797
55	089	179	268	357	447	536	625	715	804
60	090	180	270	361	451	541	631	721	811
65	091	182	273	364	455	546	637	728	819
70	092	184	275	367	459	551	642	734	826
575	0'093	0'185	0'278	0'370	0'463	0'555	0'648	0'741	0'833
80	093	187	280	374	467	560	654	747	840
85	094	188	283	377	471	565	659	753	848
90	095	190	285	380	475	570	665	760	855
95	096	192	287	383	479	575	671	766	862
600	0'097	0'193	0'290	0'386	0'483	0'580	0'676	0'773	0'869
05	097	195	292	390	487	584	682	779	877
10	098	196	295	393	491	589	687	786	884
15	099	198	297	396	495	594	693	792	891
20	100	200	299	399	499	599	699	799	898

Alturas	1c	2c	3c	4c	5c	6c	7c	8c	9c
625	0'101	0'201	0'302	0'403	0'503	0'604	0'704	0'805	0'906
30	101	203	304	406	507	609	710	811	913
35	102	204	307	409	511	613	716	818	920
40	103	206	309	412	515	618	721	824	927
45	104	208	312	415	519	623	727	831	935
650	0'105	0'209	0'314	0'419	0'523	0'628	0'733	0'837	0'942
55	105	211	316	422	527	633	739	844	949
60	106	213	319	425	531	638	744	850	956
65	107	214	321	428	535	642	749	857	964
70	108	216	324	431	539	647	755	863	971
675	0'109	0'217	0'326	0'435	0'543	0'652	0'761	0'869	0'978
80	109	219	328	438	547	657	766	876	985
85	110	221	331	441	551	662	772	882	993
90	111	222	333	444	555	667	778	889	1'000
95	112	224	336	448	559	671	783	895	1'007
700	0'113	0'225	0'338	0'451	0'564	0'676	0'789	0'902	1'014
05	114	227	341	454	568	681	795	908	1'022
10	115	229	343	457	572	686	800	914	1'029
15	116	230	345	460	576	691	806	921	1'036
20	117	232	348	464	580	696	811	927	1'043
725	0'117	0'233	0'350	0'467	0'584	0'700	0'817	0'934	1'051
30	118	235	353	470	588	705	823	940	1'058
35	118	237	356	473	592	710	828	947	1'065
40	119	238	357	477	596	715	834	953	1'072
45	120	240	360	480	600	720	840	960	1'080
750	0'121	0'242	0'362	0'483	0'604	0'724	0'845	0'966	1'087
55	122	243	365	486	608	729	851	972	1'094
60	122	245	367	489	612	734	857	979	1'101
65	123	246	369	493	616	739	862	985	1'108
70	124	248	372	496	620	744	868	992	1'116
775	0'125	0'250	0'374	0'499	0'624	0'749	0'873	0'998	1'123
80	126	251	377	502	628	753	879	1'005	1'130
85	126	253	379	506	632	758	885	1'011	1'137
90	127	254	382	509	636	763	890	1'018	1'145
95	128	256	384	512	640	768	896	1'024	1'152
800	0'129	0'258	0'386	0'515	0'644	0'773	0'902	1'030	1'159

Altura leída y corregida por capilaridad y corrección . . .		760'00
A 10° le corresponde la corrección de	— 1'22	—2'08
A 7° » »	— 0'86	
Altura corregida á 0°		757'92

Cuando la altura barométrica no se halle en la primera columna de la Tabla bastará tomar las fracciones de corrección en la línea de la que mas se la aproxime sin necesidad de interpolaciones por ser despreciables las diferencias.

Para evitar los cálculos, aunque sencillos enojosos, que exigen las correcciones *segunda* y *tercera* se ha formado el cuadro gráfico siguiente, que permite determinar desde luego la corrección que por ambos conceptos se ha de hacer á la altura barométrica observada.

Como en la figura 228 aparece, se han tomado por abscisas las alturas barométricas leídas, ya corregidas del error por capilaridad, y por ordenadas las temperaturas del mercurio expresándose por las curvas trazadas la corrección indicada en la línea de la derecha apreciándose la fracción por la distancia entre las dos curvas, que comprenden la intersección de la abscisa y ordenada correspondiente en cada caso.

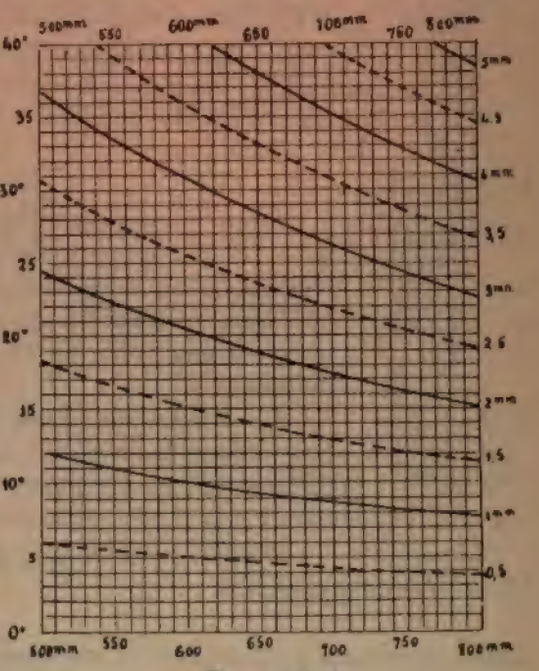


Fig. 228

Si por ejemplo la lectura barométrica, ya corregida del error por capilaridad, es de 700 milímetros y 15° la temperatura del mercurio, se vé que la intersección de la abscisa y ordenada correspondiente se encuentra entre las curvas de 1'5 y 2 milímetros de corrección, casi á igual distancia de ellas y por consiguiente la buscada será de 1'74 milímetros, que se restará de la dada 700 resultando para la altura barométrica *reducida á cero grados* 698'26 milímetros; mientras que la obtenida haciendo los enojosos cálculos de las fórmulas antes consignadas es de 698'3 milímetros, cuya diferencia es despreciable.

Si la tempetatura del mercurio fuera menor que *cero* la corrección sería positiva, porque se supone que á esta temperatura se grabó la escala del aparato; no siendo así resultaría algo exagerada la corrección como dejamos indicado.

135 — Barómetro de Gay-Lussac.

Consiste en un tubo de vidrio encorvado en dos ramas desiguales, como aparece en la figura 229, de las cuales la mayor hace el mismo oficio que en el de Fortin y la menor de cubeta, que por un pequeño agujero lateral se pone en comunicación con el aire.

Para que burbujas de este no pasen á la columna y cámara barométrica se reduce mucho el diámetro en la curvatura de unión en la generalidad de los que se construyen y como así no se evitaba completamente, Bunten utilizó el procedimiento indicado en la figura 230, en que terminando el tubo mayor en afilada punta no permite el paso de las burbujas de aire, aunque estas se introduzcan en el mercurio del tubo-cubeta, porque se depositan en el ensanche del tubo en que penetra el mayor.

La columna de mercurio que hace equilibrio al peso de la atmósfera es la comprendida entre las superficies de los meniscos, que se forman en los dos tubos, y para medirla hay dispuestas (figura 230) dos pequeñas escalas con graduación en sentido inverso á partir de un

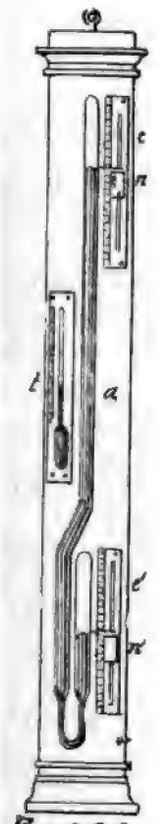


Fig. 229

punto intermedio, que se coloca cerca de *a*, y que llevan dos correderas con nónius, por cuyo medio se miden las alturas respectivas apreciando las décimas de milímetro; la altura barométrica es la suma de las indicadas por los ceros de estos nónius.

El termómetro, t, sirve para conocer la temperatura del mercurio.

El manejo de este aparato es idéntico al indicado para el de Fortin con la sola diferencia de que la altura de la superficie de los meniscos se determina haciéndola coincidir con la respectiva línea de los nónius.

Para su transporte se debe también invertir el aparato para que la cámara barométrica quede llena de mercurio; pero se ha de hacer tal inversión con mucho cuidado á fin de no romper el tubo con el golpe que en otro caso daría la columna mercurial y despues guardarle en una bolsa apropiada; pero como no hay, como en el de Fortin, medio de sujetar el mercurio es mas peligroso con los bruscos movimientos y con las inversiones involuntarias.

Fig. 230

Correcciones

Por ser de igual diámetro el tubo de la columna barométrica y el de la cubeta se creía antes que los meniscos habían de ser de igual altura haciendo innecesaria la *corrección por capilaridad;* no es aquel supuesto enteramente exacto por las razones antes apuntadas; pero es indudable que su diferencia es de poco valor.

La corrección por dilatación de las escalas de latón es también insignificante por su corta longitud, cuando están fijas á madera; pero no si lo están á plancha de latón, en cuyo caso será igual á la calculada para el barómetro de Fortin.

Finalmente la *corrección por reducción á 0° de la columna barométrica es idéntica á la antes explicada.*

136 — Fórmulas utilizadas para determinar la altitud y las alturas relativas con las presiones atmosféricas medidas con los barómetros de mercurio.

Fórmula general de Laplace

Siendo:

z la diferencia de altura entre los dos puntos de observación;

H y h las alturas barométricas ya corregidas de los errores por capilaridad, por dilatación de escala y por la temperatura del mercurio, de que nos hemos ocupado en el número 13 y correspondientes respectivamente al punto mas bajo y mas alto de los dos de observación,

T y t las temperaturas en grados centesimales del aire en cada uno de ellos y

L la latitud media (1) de los mismos;

se tendrá según Laplace:

$$z = 18370^{m}\left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right)(1 \pm 0'00323 \cos. 2\,L)\,(\text{Log. } H - \text{Log. } h).$$

Para que se comprendan las condiciones de admisibilidad de esta fórmula, mas completa que la de Halley, hemos de consignar los razonamientos y datos en que se fundó Laplace para

(1) Para determinar aproximadamente este dato en España, cuando no se tenga á mano su mapa, puede utilizarse el estado inserto en el número 12, capítulo II de la primera parte, página 45.

deducirla, lo que al propio tiempo dará ideas claras sobre la racionalidad de sus sucesivas simplificaciones.

Si suponemos la atmósfera dividida en capas de igual altura $a\,a'$, $a'\,a''$... (figura 231) suficientemente pequeñas para que cada una de ellas pueda considerarse de densidad uniforme, las alturas de los puntos a, a' y a''... sobre la base $a\,p$ forman una progresión aritmética creciente, cuya razón es $a\,a'$

$$\therefore o.\ a.\ a'.\ a''.\ a'''... \qquad (1.^a)$$

Representando ahora por p, p', p''... los pesos de las porciones de la atmósfera que respectivamente gravitan sobre las bases $a\,p$, $a'\,p'$, $a''\,p''$... de las diferentes capas que consideramos, $p - p'$ será el peso de la capa inferior, $p' - p''$ el de la superior inmediata y así sucesivamente.

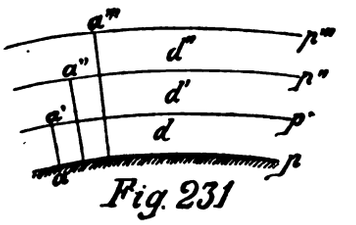


Fig. 231

Por otra parte el peso P de un cuerpo homogéneo cualquiera se obtiene multiplicando su densidad, D, por su volumen, V; esto es, $P = D.\ V$ y por consiguiente será $V = \frac{P}{D}$; si pues llamamos d, d'... á las densidades de las diferentes capas en que hemos considerado dividida la atmósfera, teniendo en cuenta que sus volúmenes son sensiblemente iguales á no grandes alturas de ella, se tendrá

$$\frac{p - p'}{d} = \frac{p' - p''}{d'} = \frac{p'' - p'''}{d''} \qquad (2.^a)$$

de donde resulta para las dos primeras fracciones la proporción siguiente:

$$p - p' : p' - p'' :: d : d' \qquad (3.^a)$$

y como las densidades de un mismo fluído elástico sometido á presiones diferentes son proporcionales á los pesos que le comprimen, se tendrá también

$$d : d' :: p' : p''$$

de cuya proporción y la 3.ª resulta

$$p - p' : p' - p'' :: p' : p''$$

Igualando los productos de extremos y medios y simplificando se deduce la siguiente:

$$p : p' :: p' : p''$$

y procediendo en la misma forma con las fracciones 2.ª y 3.ª se deduce que

$$p' : p'' :: p'' : p'''$$

y por consiguiente para todas, la progresión geométrica decreciente

$$\therefore p : p' : p'' : p'''...$$

y como las alturas barométricas en los puntos a, a', a''... á que llamarémos h, h', h''... son proporcionales á los pesos p, p', p''... se tendrá también:

$$\therefore h : h' : h'' : h'''... \qquad (4.^a)$$

luego para alturas que crecen en progresión aritmética los pesos de la atmósfera y las columnas barométricas que los miden, decrecen en progresión geométrica; y por lo tanto pueden considerarse los términos de la progresión (1.ª) como los logaritmos de sus correspondientes en la (4.ª). Falta modificar esta última para que resulte análogamente dispuesta á la del sistema de los logaritmos ordinarios, á cuyo efecto se hará que sea creciente dividiendo la unidad por cada uno de sus términos y multiplicándolos despues por h, con lo que se tendrá:

$$\therefore 1 : \frac{h}{h'} : \frac{h}{h''} : \frac{h}{h'''}.... \qquad (5.^a)$$

De las progresiones (1.ª) y (5.ª) resulta entonces:

$$a' = \log.\frac{h}{h'};\quad a'' = \log.\frac{h}{h''};\quad a''' = \log.\frac{h}{h'''}$$

Para hallar ahora el desnivel, z, que existe entre dos puntos, a' y a''', por ejemplo, se tendrá:

$$z = a''' - a' = \log.\frac{h}{h'''} - \log.\frac{h}{h'} = (\log. h - \log. h''') - (\log. h - \log. h') = \log. h' - \log. h'''$$

Llamando C al coeficiente constante necesario para convertir esta clase de logaritmos en los ordinarios, ya que las progresiones de aquellos son distintas de las que dieron lugar á los tabulares, resultará la fórmula

$$z = C\,(\log. h' - \log. h''') \qquad (6.ª)$$

en la que solo falta determinar el valor de la constante C.

A tal efecto, teniendo en cuenta que á la temperatura de *cero grados centesimales,* al nivel del mar y en la latitud de 45°, el mercurio es 10.467 veces mas pesado que el aire y que la columna barométrica alcanza la altura de 76 centímetros, deducirémos que á una diferencia de nivel z = o'10467 met. corresponde la de o'00001 m. en la columna barométrica siendo por lo tanto o'76001 su altura en el punto mas bajo de la distancia vertical representada por z.

Sustituyendo estos valores en la fórmula (6.ª) resultará:

$$o'10467^m = C\,(\log. o'76001^m - \log. o'76^m);$$

el valor del factor comprendido en el paréntesis es

$$\begin{aligned} \log. o'76001 &= \bar{1}'8808193 \\ -\log. o'76 &= -(\bar{1}'8808136) \\ & \qquad o'0000057 \end{aligned}$$

y sustituyéndole en la ecuación anterior y despejando C resultará

$$C = \frac{o'10467}{o'0000057} = 18.363.$$

Laplace por procedimientos mucho mas complicados y precisos encontró para valor de este coeficiente

$$C = 18312$$

Halley había antes hallado

$$C = 18328'4$$

y Ramond de Carbonieres por experiencias muy precisas hechas en los Pirineos encontró

$$C = 18336$$

cuyas diferencias influyen poco en el resultado final.

Aceptando por de pronto el valor del coeficiente determinado por Laplace, su fórmula mas sencilla se reduce á lo siguiente:

$$z = 18.312\,(\log. H - \log. h) \qquad (7.ª)$$

que podría resolverse muy sencillamente por medio de una tabla previamente calculada, si influencias extrañas no obligaran á modificarla para evitar, en lo posible, los errores consiguientes.

Uno de estos depende de la *temperatura del aire,* pues habiendo calculado la fórmula (7.ª) en el supuesto de ser aquella o° y dilatándose el aire por cada grado centesimal en o'00375 de su volumen á o°, si la media entre las dos estaciones es $\frac{T+t}{2}$, la altura aumentará en proporción de o'00375 $\left(\frac{T+t}{2}\right)$ y por consiguiente la fórmula (7.ª) se convertirá en esta otra:

$$z = 18312 \left(1 + 0'00375 \frac{T+t}{2} \right) \left(\log. H - \log. h \right) \quad (8.^a)$$

Pero esto es en el supuesto de estar el aire perfectamente seco y como siempre tiene mas ó menos vapor de agua, que modifica su densidad, se hace precisa una nueva corrección, que no puede ser muy segura, porque la cantidad de vapor en el aire contenido en distintos lugares y en tiempos diferentes varía no poco; por eso Laplace se concretó á modificar el coeficiente 0'00375 en el mas sencillo de 0'004 convirtiendo la fórmula (8.ª) en la siguiente:

$$z = 18312 \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000} \right) \left(\log. H - \log. h \right) \quad (9.^a)$$

con lo cual se vá justificando que todas estas fórmulas son solo aproximadas y por lo tanto que no puede haber en los resultados la precisión que algunos suponen.

Otra causa de error y consiguiente motivo de corrección de la fórmula, *es la acción distinta de la gravedad* sobre la columna barométrica y sobre el aire atmosférico en las dos estaciones por razón de su diferente distancia al centro de la Tierra y también por las distintas condiciones orográficas y geognósticas de esta en aquellas.

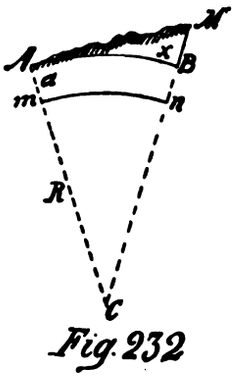


Fig. 232

La gravedad ejerce sobre la columna de mercurio, como sobre todos los cuerpos, una atracción cuya intensidad está en razón inversa de los cuadrados de las distancias, á que sucesivamente pueden hallarse del centro de la Tierra. La densidad del mercurio en ambas estaciones se hallará por consiguiente en razón inversa de los mismos cuadrados y como siendo la misma la base de la columna barométrica sus alturas son proporcionales á las densidades del mercurio, resultará que estas lo serán inversamente á los cuadrados de las distancias al centro de la Tierra y por consiguiente si *A* y *M* (figura 232) son las estaciones, *a* la altura de la mas baja sobre el nivel, *m n*, del mar, z la del punto M sobre A, y R el radio de la Tierra, siendo h y H las alturas de la columna barométrica en los puntos M y A, se tendrá

$$h : H :: (R + a + z)^2 : (R + a)^2$$

de la cual se deducen los valores

$$H = h \left(\frac{R+a}{R+a+z} \right)^2 \quad \text{y} \quad h = H \left(\frac{R+a+z}{R+a} \right)^2$$

Si sustituyéramos estos valores de H y h en la fórmula (9.ª) se tendría en cuenta el error consiguiente á la distinta acción de la gravedad en el concepto de la distancia de los puntos al centro de la Tierra, no en el de su diferente acción según las condiciones orográficas y geognósticas, pero así y todo se complicaría mucho la fórmula y para evitarlo habiendo observado que aproximadamente se conseguiría el mismo resultado aumentando en 48 unidades el coeficiente general, se ha hecho así admitiendo el de 18360.

De una manera análoga se ha deducido que para tener en cuenta la diferente acción de la gravedad por la humedad del aire era preciso multiplicar el valor hallado en la fórmula anterior modificada por el factor $\left(\frac{R + a + \frac{z}{2}}{R} \right)$, que complicaría mucho más los cálculos y que podría esto evitarse aumentando 10 unidades al coeficiente general, con lo cual la fórmula resulta:

$$z = 18370 \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000} \right) \left(\log. H - \log. h \right) \quad (10.^a)$$

Finalmente como la *acción de la gravedad varía con la Latitud* del lugar, por hacerlo su distancia al centro de la Tierra por ser esta elipsoidal, se ha deducido que el valor antes hallado

había de multiplicarse por el factor (1 — o'00323 × cos. 2 L), en que L es la Latitud del lugar de observación y ordinariamente la media de las dos estaciones, llegándose á la fórmula general

$$z = 18370 \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) (1 \pm o'00323 \cos.\ 2\ L)\ (\log.\ H - \log.\ h). \qquad (A)$$

Cuando L = 45°, como el cos. 2 L = o, se puede suprimir el factor 3.°; cuando L > 45° como cos. 2 L es negativo se utiliza el signo menos en dicho factor y el positivo cuando L < 45°.

La fórmula (A) es la general de Laplace con que encabezamos este número y hemos creído oportuno indicar su deducción para que sobre ella y las demás que consignarémos se tengan ideas concretas.

En el *resumen de las fórmulas* de este número harémos su aplicación á un caso particular para que se vea la disposición del cálculo y el resultado que se consigue en comparación con las demás.

Fórmula de Ramond de Carbonieres

Teniendo en cuenta la poca importancia del factor 3.° de la fórmula general de Laplace cuando la latitud difiere poco de 45° y las condiciones climatológicas más comunes, M. Ramond modificó aquella sustituyéndola por la más sencilla siguiente:

$$z = 18393 \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) \left(\log.\ H - \log.\ h\right) \qquad (B)$$

Apliquémosla al caso en que sean:

$$H = 743'7\ ;\ T = 19^{c.}$$
$$h = 684'1\ ;\ t = 15'5$$

Los valores de H y h se suponen corregidos de los errores por capilaridad, dilatación de la escala y temperatura del mercurio superior á o°.

Disposición del cálculo

$$1 + \frac{2\,(T+t)}{1000} = 1 + o'069 = 1'069$$

$$\begin{aligned} \text{Log. } H &= \text{log. } 743'7 = 2'87140 \\ \text{Log. } h &= \text{log. } 684'1 = 2'83512 \\ \text{Log. } H - \text{log. } h &= o'03628 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log. (log. } H - \text{log. } h) &= \text{log. } o'03628 = 2'55965 \\ \text{Log. } 18393 &= 4'26455 \\ \text{Log. } \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) &= \text{log. } 1'069 = o'02898 \\ \text{Log. } z \ \ldots\ . &= 2'85318 = \text{Log. } 713'3 \text{ metros.} \end{aligned}$$

Fórmula de Babinet

Las observaciones y experiencias realizadas por Babinet le demostraron que, cuando la diferencia de altura entre los dos puntos de observación no pasa de 1000 metros, podrá sin grave error sustituirse las fórmulas precedentes por la más sencilla (1) siguiente:

$$z = 16.000 \left(\frac{H-h}{H+h}\right) \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) \qquad (C)$$

(1) La mayor sencillez de esta fórmula consiste en que puede fácilmente resolverse sin el auxilio de las Tablas logarítmicas, porque cuando estas se utilizan no es más sencilla la solución que con la fórmula de Ramond.

Aplicándola al caso anterior, resulta:

$$H - h = 59'6\ ;\ H + h = 1427'8\ ;\ 1 + \frac{2\,(T+t)}{1000} = 1'069$$

$$\begin{aligned}
&\text{Log. } 16.000 \ldots\ldots\ldots\ldots = 4'20412\\
&\text{Log. } (H-h) \ldots = \text{log. } 59'6 = 1'77525\\
&\text{Log. } (H+h) \ldots = \text{log. } 1427'8 = -3'15465\\
&\text{Log. } \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) = \text{log. } 1'069 = 0'02898\\
&\text{Log. } z = \overline{2'85370} = \underline{\text{Log. } 714 \text{ metros}}
\end{aligned}$$

Este resultado solo difiere del anterior en 70 centímetros, lo cual es muy admisible.

Fórmula y Tablas de Litrow

Este la dió la forma siguiente:

$$z = \left(A + \frac{A\,(T+t)}{500}\right) - \left(A' + \frac{A'\,(T+t)}{500}\right)$$

que se convierte en la siguiente de más fácil aplicación.

$$z = \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right)(A - A') \qquad (D)$$

en la cual A y A' representan las *altitudes* correspondientes á las alturas barométricas h y H, calculadas para estas, en el supuesto de ser 762'5 al nivel del mar y 0° la temperatura del aire, (1) en la Tabla que se inserta en la página siguiente, que sirve también para hallar directamente la *altitud aproximada* de un lugar cualquiera, pues basta hacer el cálculo de uno de sus términos suponiendo t = 0°

Teniendo en cuenta que en la primera casilla se consignan los centímetros de la altura barométrica, en la segunda las altitudes correspondientes y en las demás la corrección que se debe hacer en la correspondiente al centímetro de cada línea, segun los milímetros que le sigan, no ofrecerá dificultad alguna el uso de esta Tabla; pero para evitar dudas á los principiantes buscaremos la altitud ó valor de A ó de A' correspondiente á la presión de 675'4, será:

$$\begin{aligned}
&\text{para } 670 = \ldots\ldots\ 1032'7\\
&\left.\begin{aligned}&\text{para } 5 = -59'4\\ &\text{para } 0'4 = -4'7\end{aligned}\right\} - 64'1\\
&\text{para } H = 675'4,\ A = \overline{968'6} \text{ metros.}
\end{aligned}$$

Aplicándola al mismo caso que nos sirvió en las dos fórmulas anteriores resultará:

$$1 + \frac{2\,(T+t)}{1000} = 1 + 0'069 = 1'069$$

Cálculo de A'		Cálculo A	
H = 743'7		h = 684'1	
740 = ...	238'9	680 = ...	914'4
3 = — 32'3		4 = — 46'9	
0'7 = — 7'5	— 39'8	0'1 = — 1'2	— 48'1
A' =	199'1	A =	866'3

(1) En las zonas templadas se considera como *presión media al nivel del mar y á la temperatura de 12 c.* 762'9 *m.m.* de la columna barométrica, y como reduciéndola á 0° mediante la Tabla inserta en la pág. 362 se reduce á 761'4, se ve que Litrow tomó por base una presión algo mayor teniendo en cuenta, sin duda, la Latitud.

$$A - A' = 866'3 - 199'1 = 667'2 \text{ metros}$$

$$\times\ 1'069$$

$$60048$$

$$40032$$

$$6672$$

$$713'2368$$

$$z = 713'24 \text{ metros}$$

Cuyo valor de z coincide con el determinado por la fórmula de Ramond.

TABLA DE ALTITUDES DE LITROW

H	0mm	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm
45	+ 4212'2	—17'7	— 35'4	— 53'1	— 70'7	— 88'3	—105'8	—123'3	—140'8	—158'2
46	4036'6	17'3	34'6	51'9	69'1	86'3	102'7	120'6	137'7	154'8
47	3864'8	16'9	33'9	50'8	67'7	84'5	101'3	118'1	134'8	151'5
48	3696'6	16'6	33'1	49'7	66'2	82'7	99'2	115'6	132'0	148'3
49	3531'9	16'2	32'5	48'7	64'9	81'1	97'2	113'3	129'3	145'3
50	3370'6	16'0	31'9	47'8	63'7	79'5	95'3	111'0	126'2	142'5
51	3212'4	15'7	31'3	46'8	62'4	77'9	93'4	108'9	124'3	139'7
52	3057'3	15'4	30'7	46'0	61'2	76'5	91'7	106'8	122'0	137'1
53	2905'1	15'0	30'1	45'1	60'0	75'0	89'9	104'8	119'7	134'5
54	2755'8	14'8	29'5	44'2	58'9	73'6	88'3	102'9	117'5	132'0
55	2609'2	14'5	29'0	43'4	57'8	72'3	86'6	101'0	115'3	129'6
56	2465'3	14'2	28'5	42'7	56'8	71'0	85'1	99'2	113'3	127'4
57	2323'9	14'0	28'0	41'9	55'8	69'7	83'6	97'5	111'3	125'1
58	2185'0	13'8	27'5	41'2	54'9	68'6	82'2	95'8	109'4	123'0
59	2048'5	13'6	27'1	40'6	54'0	67'5	80'9	94'3	107'6	121'0
60	1914'2	13'3	26'6	39'8	53'1	66'3	79'5	92'6	105'8	118'9
61	1782'2	13'1	26'2	39'2	52'2	65'3	78'2	91'2	104'1	117'1
62	1652'3	12'9	25'8	38'6	51'4	64'2	77'0	89'7	102'5	115'2
63	1524'5	12'7	25'4	38'0	50'6	63'2	75'8	88'3	100'8	113'4
64	1398'7	12'5	25'0	37'4	49'8	62'2	74'6	86'9	99'3	111'6
65	1274'8	12'3	24'5	36'8	49'0	61'2	73'4	85'6	97'7	109'8
66	1152'9	12'1	24'2	36'3	48'3	60'3	72'3	84'3	96'3	108'2
67	1032'7	11'9	23'8	35'7	47'5	59'4	71'2	83'0	94'8	106'5
68	914'4	11'7	23'5	35'2	46'9	58'5	70'2	81'8	93'4	105'0
69	797'8	11'6	23'1	34'7	46'2	57'7	69'2	80'7	92'1	103'5
70	682'8	11'4	22'8	34'1	45'5	56'8	68'1	79'4	90'7	102'0
71	569'5	11'2	22'4	33'6	44'9	56'0	67'2	78'3	89'5	100'6
72	457'8	11'1	22'2	33'2	44'2	55'3	66'3	77'3	88'3	99'2
73	347'6	10'9	21'9	32'7	43'6	54'5	65'4	76'2	87'0	97'8
74	238'9	10'7	21'5	32'3	43'0	53'7	64'5	75'2	85'8	96'5
75	131'7	10'6	21'3	31'9	42'5	53'0	63'6	74'2	84'7	95'3
76	+ 25'9	10'5	21'0	31'5	41'9	52'4	62'8	73'2	83'6	94'0
77	— 78'5	10'4	20'7	31'1	41'4	51'7	62'0	72'3	82'6	92'8
78	181'6	10'2	20'4	30'6	40'8	51'0	61'2	71'3	81'5	91'6
79	283'3	10'1	20'2	30'3	40'4	50'4	60'5	70'5	80'5	90'5

La altitud aproximada del punto inferior se obtendrá multiplicando

$$A'\left(1 + \frac{2\,T}{1000}\right);$$ esto es $199'1 + 0'038 \times 199'1 = 206'7$ metros.

Fórmula y tabla de Gauss

Este célebre astrónomo y físico alemán convirtió la fórmula de Ramond en la siguiente:

$$\text{Log. } z = \text{log. } A + \text{log. } B$$

en la cual el logaritmo de A se halla inserto en la Tabla siguiente con relación á la suma de las temperaturas (T + t), puesto que corresponde al producto de los dos primeros factores de la fórmula de Ramond $18393\left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right)$ y se compone de dos partes; la primera en que constan los logaritmos de la parte entera de la suma de las temperaturas y la segunda la corrección *aditiva* de las décimas de grado, que aquella pueda contener y corresponde á la última ó dos últimas cifras de la mantisa de aquel; de manera que si la suma de tales temperaturas es, por ejemplo, 45'7° resultará para el log. A 4'30208 + o'00058 = 4'30266.

El valor de B depende de las alturas barométricas, H y h, en las dos estaciones y de las temperaturas del mercurio en ellas, T' y t', y en cada caso se deberá calcular por las reglas siguientes:

De la diferencia de los logaritmos de las alturas barométricas se restará el producto de 7 por la diferencia de las temperaturas, T' — t', considerándole del 5.° órden decimal y esta diferencia será el valor de B.

Después se suma su logaritmo con el de A y se tendrá el de z y su número correspondiente será la altura buscada.

Con la aplicación de esta fórmula y Tabla se supone que la latitud media de los lugares de observación es de 45°, es decir que, como en la fórmula de Ramond, se hace caso omiso del tercer término de la general de Laplace ($1 \pm 0'00323$ cos. 2 L) por su poca importancia; pero, en caso necesario, se puede tener en cuenta multiplicando el valor hallado para z por los coeficientes de la Tabla siguiente, que al efecto hemos calculado, y sumar el producto al valor de z.

Para que mejor se comprendan las reglas indicadas y el uso de la Tabla de Gauss apliquémoslas al mismo ejemplo que nos ha servido en las fórmulas anteriores añadiendo las temperaturas del mercurio, T' y t', en las dos estaciones, puesto que se toman en cuenta en el cálculo de z, aunque podríamos prescindir de ellas no haciendo la corrección correspondiente para poner el caso en las mismas condiciones que en la aplicación de las fórmulas precedentes: los datos serán, pues, los siguientes:

Estación inferior: H = 743'7 ; T = 19° ; T' = 17° }
Estación superior: h = 684'1 ; t = 15'5 ; t' = 14'3 } Latitud media = 40.°

T + t = 34'5 ; T' — t' = 2'7

7 (T' — t') = 18'9

Log. H = Log. 743'7 = 2'87140
Log. h = Log. 684'1 = 2'83512

Diferencia = o'03628
7 (T' — t') — 19

B = o'03609

Log. B = Log. 0'03609 = $\bar{2}$'55739
Log. A = (Véase Tabla) = 4'29362
Log. z = 2'85101 = Log. 709'6 metros.

La diferencia entre este valor de z y el hallado con la fórmula de Ramond es consiguiente la corrección hecha con relación á la temperatura del mercurio, que en la segunda y en la aplicación de las demás fórmulas y Tablas no se tuvo en cuenta; prescindiendo de tal corrección resulta para z 713'2 metros, que coincide perfectamente con el valor hallado con la fórmula Ramond.

TABLA HIPSOMÉTRICA DE GAUSS

Log. de A. — Argumento (T + t)

—10°	4'25588	9°	4'27240	28°	4'28831	47°	4'30367
9	676	10	325	29	914	48	446
8	765	11	410	30	996	49	525
7	853	12	495	31	4'29077	50	604
6	941	13	580	32	159	51	683
5	4'26028	14	664	33	241	52	762
4	116	15	749	34	322	53	841
3	204	16	833	35	403	54	919
2	291	17	917	36	484	55	997
1	378	18	4'28001	37	565	56	4'31075
+ 0	465	19	085	38	646	57	153
1	552	20	168	39	727	58	231
2	638	21	252	40	807	59	309
3	725	22	335	41	888	69	387
4	811	23	418	42	968	61	464
5	897	24	501	43	4'30048	62	542
6	983	25	584	44	128	63	619
7	4'27069	26	667	45	208	64	696
8	154	27	749	46	287	65	773

0°,1	8	0°,4	33	0°,7	58
2	17	5	42	8	66
3	25	6	50	9	75

TABLA DE CORRECCIÓN POR LATITUD

Latitud	Coeficiente	Latitud	Coeficiente	Latitud	Coeficiente	Latitud	Coeficiente
1°	0'00323	19°	0'00255	29°	0'00171	39°	0'00067
5°	318	21°	240	31°	152	41°	45
10°	304	23°	224	33°	131	43°	23
15°	280	25°	208	35°	110	45°	00
17°	267	27°	190	37°	089	47°	— 23

RESUMEN DE LAS FÓRMULAS ANTES CONSIGNADAS Y SU APLICACIÓN Á UN CASO PARTICULAR

1.ª FÓRMULA GENERAL DE LAPLACE.

$$z = 18370^{m.}\left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right)\left(1 \pm 0'00323 \cos. 2L\right)\left(\text{Log. H} - \text{Log. h}\right)$$

Apliquémosla al caso en que sean:

Estación inferior: H = 702'6 ; T = 20'6^c ; T' = 18'2^c
Estación superior: h = 524'8 ; t = 15'4^c ; t' = 13'7^c
} Latitud media = 40.°

tendrémos:

$$1 + \frac{2\,(T + t)}{1000} = 1 + 0'002 \times 36 = 1'072 \quad (1)$$

$$1 - 0'00323 \cos. 2\,L = 1 - 0'00323 \times 0'309\ (2) = 0'999$$

$$\text{Log. H} - \text{log. h} = \log. 702'6 - \log. 524'8 = \begin{cases} 2'84671 \\ -\ 2'71999 \\ \hline 0'12672 \end{cases}$$

Log. 18370 = 4'26411
Log. 1'072 = 0'03019
Log. 0'999 = $\bar{1}$'99957
Log. 0'12672 = $\bar{1}$'10284
Log. z = 3'39671 = Log. 2493 metros.

2.ª Fórmula de Ramond de Carbonieres.

$$z = 18393 \left(1 + \frac{2\,(T + t)}{1000}\right) \left(\log. H - \log. h\right)$$

---

(1) Como el log. del factor $\left(1 + \frac{2\,(T + t)}{1000}\right)$ se utiliza en las cuatro primeras fórmulas que proponemos, ha parecido oportuno calcular la Tabla siguiente en que se consignan con relación á la suma de las temperaturas (T + t), que se hace de memoria, evitando así la molestia consiguiente.

Logaritmos del factor $\left(1 + \frac{2\,(T + t)}{1000}\right)$

T + t	Log.	T + t	Log.	T + t	Log.	T + t	Log.	T + t	Log.
−10^c	$\bar{1}$'99123	+ 6	0'00518	+21^c	0'01787	+36^c	0'03019	+51^c	0'04218
− 9	$\bar{1}$' 211	7	604	22	870	37	100	52	297
− 8	$\bar{1}$' 300	8	689	23	953	38	181	53	376
− 7	$\bar{1}$' 388	9	775	24	0'02036	39	262	54	454
− 6	$\bar{1}$' 476	10	860	25	116	40	341	55	532
− 5	$\bar{1}$' 564	11	945	26	202	41	423	56	610
− 4	$\bar{1}$' 651	12	0'01030	27	284	42	503	57	689
− 3	$\bar{1}$' 739	13	115	28	366	43	583	58	766
− 2	$\bar{1}$' 826	14	199	29	449	44	663	59	844
− 1	$\bar{1}$' 913	15	284	30	531	45	743	60	922
0	0'00000								
+ 1	00087	16	358	31	612	46	822	61	999
2	173	17	452	32	694	47	902	62	0'05077
3	260	18	536	33	776	48	981	63	154
4	346	19	620	34	857	49	0'04060	64	231
5	432	20	703	35	938	50	139	65	308

(2) En este caso consideramos preferible utilizar para la multiplicación el coseno natural que se halla en las *tablas taquimétricas* concretándole á las 3 primeras cifras por la insignificancia del producto.

Utilizando los cálculos preparatorios y los logaritmos precedentes para los números iguales resulta:

$$\begin{aligned} \text{Log. } 18393 &= 4'26465 \\ \text{Log. } 1'072 &= 0'03019 \\ \text{Log. } 0'12672 &= \bar{1}'10284 \\ \hline \text{Log. } z &= 3'39768 = \underline{\text{log. } 2498'5 \text{ metros.}} \end{aligned}$$

3.ª Fórmula de Babinet.

$$z = 16.000^{\text{m.}} \left(\frac{H-h}{H+h}\right)\left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right)$$

$$H - h = 177'8 \; ; \; H + h = 1227'4$$

$$\frac{H-h}{H+h} = \frac{177'8}{1227'4} = 0'1448$$

$$z = 16.000 \times 0'1448 \times 1'072 = \underline{2483'8 \text{ metros.}}$$

4.ª Fórmula modificada de Litrow.

$$z = \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right)\left(A - A'\right)$$

$$1 + \frac{2(T+t)}{1000} = 1'072$$

Cálculo de A

$$\begin{array}{lll} & h = 524'8 & \\ \text{(Tabla)} & \left\{\begin{array}{l} 520 \;.\;.\;.\;.\;.\; 3057'3 \\ \left.\begin{array}{l} 4 = -61'2 \\ 0'82 \quad -12'2 \end{array}\right\} -73'4 \end{array}\right. & \\ & A = 2983'9 & \\ & A' = -653'2 & \\ & A - A' = 2330'7 & \end{array}$$

Cálculo de A'

$$\begin{array}{lll} & H = 702'6 & \\ \text{(Tabla)} & \left\{\begin{array}{l} 700 \;.\;.\;.\;.\;.\; 682'8 \\ \left.\begin{array}{l} 2 = -22'8 \\ 0'6 = -6'8 \end{array}\right\} -29'6 \end{array}\right. & \\ & A' = 653'2 & \end{array}$$

$$z = 2330'7 \times 1'072 = \underline{2498'5 \text{ metros.}}$$

5.ª Fórmula y Tabla de Gauss.

$$\text{Log. } z = \text{log. } A + \text{log. } B$$

$$\begin{array}{llll} \text{Estación inferior: } H = 702'6^{\text{mm.}} & ; \; T = 20'6 \; ; & T' = 18'2 & \\ \text{Estación superior: } h = 524'8 & ; \; t = 15'4 \; ; & t' = 13'7 & \text{Latitud media} = 40^\circ \\ & T + t = 36'0 \; ; & T' - t' = 4'5 & \\ & & 7(T' - t') = 31 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Log. } H &= \text{log. } 702'6 = 2'84671 \\ \text{Log. } h &= \text{log. } 524'8 = 2'71999 \\ \text{Diferencia} &= 0'12672 \\ \text{Corrección } \left(7(T' - t')\right) &= -31 \\ B &= 0'12641 \end{aligned}$$

Log. B = log. o'12641 = $\bar{1}$'10178
Log. A (Veáse Tabla) = 4'29484
Log. z = $\bar{3}$'39662 = log. 2492'4 metros.

Si se prescinde de la corrección 7 (T' — t'), que no se ha tenido en cuenta en las fórmulas precedentes, resulta lo siguiente:

Log. B = log. o'12672 = $\bar{1}$'10285
Log. A (Veáse Tabla) = 4'29484
Log. z = 3'39769 = log. 2498'5 metros

cuyo resultado coincide con los obtenidos con las fórmulas de Ramond y de Litrow y difiere del de la de Laplace mas que el conseguido teniendo en cuenta la corrección; pero es de advertir que en la de Laplace se tiene en cuenta la corrección por Latitud y como para hacerlo en las demás se habrían de multiplicar los valores hallados para z por el coeficiente o'00056, que se encuentra para la latitud de 40° en la Tabla inserta al hablar de la fórmula y Tabla de Gauss, haciendo esta multiplicación y prescindiendo en todas de la temperatura del mercurio (T' y t'), pues suponemos reducidas á 0° las alturas barométricas, se deducen los resultados siguientes para valor de z.

Con la fórmula de Laplace.	z = 2493	metros.
Con la id. de Ramond	z = 2499'9	»
Con la id. de Babinet.	z = 2486'0	»
Con la id. de Litrow	z = 2499'9	»
Con la id. de Gauss (sin corrección).	z = 2499'9	»

Observación sobre los resultados obtenidos con la aplicación de las cinco fórmulas antes consignadas

La igualdad en el resultado de la aplicación de las fórmulas de Ramond, Litrow y Gauss hace ver que es indiferente utilizar una ú otra y la pequeña diferencia con el obtenido con la de Laplace, que pequeña es si se tiene en cuenta la grande altura relativa entre los puntos considerados, nos demuestra que son las cuatro admisibles y no tanto la de Babinet, cuyo resultado se separa bastante mas de la media; pero todo esto no justifica que en la práctica se puedan determinar las alturas relativas ni las altitudes con la misma precisión mediante aisladas observaciones, porque la relación entre la presión y la altura es inconstante á causa de las muchas é indeterminables influencias por causas extrañas y aun por las mismas que se suponen habidas en cuenta; *no hay, pues, que hacerse ilusiones sobre la precisión de las alturas así medidas;* no sucede lo mismo si las observaciones pueden repetirse durante muchos días bien elegidos y haciendolas simultaneamente y tomando toda clase de precauciones; pues con las medias de las alturas barométricas y temperaturas así determinadas los resultados serán muy aceptables; en días tempestuosos ó ventosos ó en que los movimientos bruscos de la columna barométrica indiquen su próxima aparición, es inútil utilizar el barómetro para medir alturas, porque los resultados son completamente engañosos.

Barómetros metálicos ú holostéricos

137 — Generalidades.

Aunque, como ya digimos, número 133, Vidí inventor de estos aparatos dió al suyo el nombre de *barómetro aneroide* (1) y con este nombre son vulgarmente conocidos, no le aceptamos por impropio y si el de *barómetros holostéricos*, con que ahora más justamente se les llama, pues que de partes sólidas se componen.

(1) La palabra *aneroide* quiere decir *gas que no es aire* y *holostérico compuesto de partes sólidas.*

Los Ingenieros ya no utilizan el de *Vidi* ni el de *Bourdon* por su poca seguridad y precisión, por lo que nos concretarémos á describir los hoy con justicia preferidos de *Hottinjer* y *Naudet*.

138 — Barómetro holostérico de Hottinjer.

En las figuras 233, 234, y 235 se representa respectivamente en perspectiva, sección vertical y una parte del tambor con la escala é índices.

El modelo número 2, (1) se destina á la medición de alturas de 4 á 5000 metros, tiene 80 milímetros de diámetro y 70 de altura siendo su precio de 160 francos.

Descripción

En el fondo de la caja cilíndrica *g g* (fig. 234) hay colocada y á él fija otra de acero, *a*, sencillamente cilíndrica, de caras muy delgadas y acanaladas en sus bases, en cuyo interior se ha hecho el vacío, y que toma el nombre de *cámara barométrica holostérica*.

Un resorte tensor, *b*, está sujeto por un extremo á la base superior de la cámara barométri-

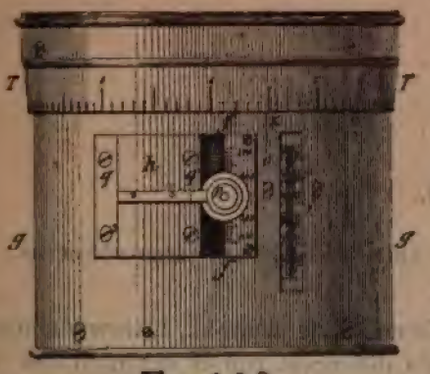


Fig 233

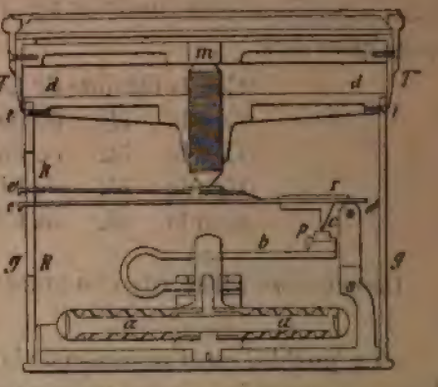


Fig 234

ca y en el otro tiene una pieza de ágata, *p*, sobre la que mediante el cuchillo *c* descansa una palanca *e'' e* que gira alrededor de un eje colocado en el extremo de los soportes *S*.

Sobre la palanca *e'' e* y á ella atornillado en *r*, hállase un resorte de acero *e' r* llamado *resorte sensible*, que presenta al exterior de la caja, *g g*, una cara rectangular con un trazo paralelo á la base de ésta, que sirve de índice, como aparece en la figura 236 en coincidencia con otro igual del extremo de la palanca *e'' e* y para que pueda verse su respectiva posición y coincidencia, en la caja, *g g*, hay la abertura prismática *R R* y en las correderas, *q q*, (fig. 233) se desliza una pieza que lleva un microscopio, *p*, que permite ver aquella coincidencia de los índices y el punto de la escala *f f* que señalen.

Fig. 235

En esta escala están numeradas las centenas 500, 600, 700 y 800 de mm. de presión barométrica subdivididas en dobles decenas, que también en ella se cuentan, haciéndose de las decenas, unidades y décimas en el tambor *T T*, (fig. 233) como vamos á decir; esta escala está unida á la caja, *g g*, por medio de dos tornillos, que permiten corregir su posición por comparación con un barómetro de mercurio, á cuyo efecto son alargados los agujeros en que penetran.

Próximo á la escala se encuentra asegurado un termómetro centesimal, que dá en cada momento la temperatura del aparato y en otro libre que le acompaña se determina la del aire.

---

(1) Entre los distintos modelos que construye Th. Usteri-Reinacher, de Zurich, sucesor de Hottinjer y C.ª elegimos el número 2 para la descripción por ser el más apropiado á las necesidades de los ingenieros.

En la parte superior de la caja, *g g*, una plancha circular, *d d*, (fig. 234) á ella unida con tornillos, *t*, lleva en el centro una tuerca en que se enrosca otro *micrométrico*, *m*, fuertemente unido al tambor *T T*, que en su base exterior-inferior está dividido en cien partes iguales con sus decenas numeradas (Fig. 233).

El paso de rosca está calculado de tal manera que se corresponda con una de las divisiones de la escala, f f, (fig. 235) de suerte que los números de las decenas del tambor indican unidades de milímetro de presión holostérica y sus unidades las décimas y para determinar unas y otras está señalado en la pared de la caja, *g g*, un índice K, de tal suerte que, cuando con él coincida el *o* de la graduación del tambor, el índice del *resorte sensible e' r*, (fig. 234) coincida con una de las divisiones de la escala, *f f*, si delante de ella se encuentra.

En la base superior del tambor y cubiertas por un grueso cristal, hay dos tablas *calculadas especialmente para cada aparato* y de las que una sirve para corregir la *presión barométrica holostérica leída* del error consiguiente á la *división* y la otra del de la *temperatura* (1) á fin de convertir aquella en *presión barométrica mercurial á* 0^c y separadamente se acompaña otra Tabla, en la que mediante la *temperatura del aire* y la *presión media aproximada* se encuentra la altura correspondiente á cada milímetro de presión barométrica corregido; multiplicando esta altura por la diferencia de presiones determinadas para dos puntos de estación se tiene su altura relativa en metros.

Aunque podríamos prescindir de esta última Tabla, porque una vez conocidas las alturas barométricas mercuriales á 0^c se pueden determinar las altitudes y alturas relativas por cualquiera de los procedimientos explicados para los barómetros de mercurio, no estará de más consignar á continuación las tres Tablas referidas, las dos primeras correspondientes al ejemplar número 3543.

TABLA I

Corrección relativa á la división

A	Corr.	A	Corr.	A	Corr.	A	Corr.	A	Corr.
800	+ 1'6	740	+ 0'4	680	— 2'9	620	— 5'9	560	— 7'3
790	+ 1'5	730	0'0	670	— 3'5	610	— 6'3	550	— 7'3
780	+ 1'4	720	— 0'5	660	— 4'0	600	— 6'6	540	— 7'3
770	+ 1'2	710	— 1'0	650	— 4'5	590	— 6'8	530	— 7'2
760	+ 1'0	700	— 1'6	640	— 5'0	580	— 7'0	520	— 7'1
750	+ 0'7	690	— 2'2	630	— 5'5	570	— 7'2	510	— 6'9

TABLA II

Corrección relativa á la temperatura del aparato

T	Corr.	T	Corr.	T	Corr.	T	Corr.
0^c	0'0	8^c	0'30	16^c	0'65	24^c	1'55
2	0'05	10	0'35	18	0'80	26	1'95
4	0'10	12	0'45	20	1'00	28	2'35
6	0'20	14	0'55	22	1'25	30	2'70

(1) Esta es aditiva ó sustractiva segun que la temperatura del aparato sea menor ó mayor que 0^c.

TABLA III

VALOR EN METROS DE ALTURA POR CADA MILÍMETRO DE PRESIÓN BAROMÉTRICA SEGÚN LA TEMPERATURA MEDIA $\frac{t+t'}{2}$, Y ALTURA MEDIA BAROMÉTRICA $\frac{A+A'}{2}$

$\frac{t+t'}{2}$	$\frac{A+A'}{2}$									
	760	750	740	730	720	700	680	660	640	620
± 0°	10'76	10'96	11'18	11'44	11'66	12'14	12'57	12'79	13'21	13'54
+ 5	10'95	11'16	11'38	11'65	11'87	12'37	12'80	13'02	13'45	13'79
+ 10	11'15	11'36	11'59	11'86	12'09	12'59	13'03	13'25	13'69	14'04
+ 15	11'35	11'56	11'79	12'07	12'30	12'81	13'26	13'49	13'93	14'29
+ 20	11'54	11'77	12'00	12'28	12'51	13'03	13'49	13'72	14'18	14'54
+ 25	11'74	11'97	12'20	12'49	12'73	13'26	13'72	13'96	14'42	14'79
+ 30	11'94	12'17	12'41	12'70	12'94	13'48	13'95	14'19	14'66	15'04
+ 35	12'14	12'37	12'61	12'91	13'15	13'70	14'18	14'42	14'89	15'29

El aparato va encerrado y asegurado en un estuche forrado interiormente de terciopelo y exteriormente de piel chagrin para conservar la temperatura y evitar su deterioro y mediante apropiada correa se le transporta cómodamente en bandolera.

SU FUNCIONAMIENTO

Cuando la presión aumenta, las bases de la *cámara barométrica*, *a a*, se aproximan á la de la caja, á que la inferior está sujeta, el resorte tensor, *b*, baja y como sobre él descansa por el cuchillo, *c*, la palanca *e e''* baja también indicando su línea de fé sobre la escala el aumento de la presión.

En el caso contrario las paredes de la *cámara barométrica* se separan, el resorte *b* se levanta elevando la palanca *e e''*, cuyo extremo *e* nos manifiesta sobre la escala, *f f*, este movimiento.

Para apreciar con facilidad y precisión la fracción de las decenas de mm. señalada por el índice en la escala, moverémos el tambor *T T*, en el sentido en que marchan las agujas del reloj y como con él gira el tornillo micrométrico, *m*, y aprieta el resorte sensible *e' r* bajándole, podrémos hacerlo hasta que su índice esté en la misma recta que el extremo *e* en la forma que se indica en la figura 235 y en este caso el índice k del tambor nos permitirá leer en su graduación las unidades de mm. de presión, que serán las decenas de su graduación, y las décimas de mm. de aquella, que serán sus unidades; de manera que si como aparece en la figura 235 el índice *e* señala un punto intermedio á 720 y 730 en la escala *f f* y el k en el tambor 35'5, la presión indicada por el aparato será 723'55 mm., leyéndose la señalada en la escala con la lente y la fracción del tambor á la simple vista.

Esta presión, corregida de los errores por división y temperatura con auxilio de las Tablas I y II antes insertas, DEBE SER EQUIVALENTE Á LA ALTURA BAROMÉTRICA DADA POR UN BARÓMETRO DE MERCURIO REDUCIDA Á 0° y es la que se utiliza para determinar las altitudes y alturas relativas con la Tabla III ó con las fórmulas y Tablas explicadas al tratar de los barómetros de mercurio.

VERIFICACIONES Y CORRECCIONES

Las condiciones principales y esenciales á que debe satisfacer este aparato son las siguientes:

1.ª Que cada división de la escala, *f f*, reducidas á la temperatura de 0° las alturas barométricas entre que se halle, equivalga á 10 mm. de presión barométrica mercurial también reducidas á 0° las que las comprendan; pues siendo muy diferentes los coeficientes de dilatación

del acero y del mercurio (1) se debe tener en cuenta la influencia de la temperatura, si bien no influyen de la misma manera sus volúmenes en la indicación de la presión.

2.° Que las divisiones señaladas en la escala, *f f*, con los números 500, 600, 700 y 800 se correspondan con las de igual graduación en la columna mercurial con la propia reducción.

3.° Que cada vuelta del tambor haga mover el índice correspondiente, *e'*, una de las divisiones de la escala *f f*.

Las dos primeras verificaciones se conseguirán comparando las indicaciones del *holostérico* con un buen barómetro de mercurio sometiéndolos al mismo tiempo á distintas presiones y temperaturas y reduciendo las de cada uno á 0°.

Si no coinciden los resultados, se procurará conseguirlo con el movimiento especial de la escala y en caso necesario se formará una tabla análoga á la preinserta número I, si la que consta en el aparato no satisface al objeto, pues á este efecto se coloca en él en vista de las experiencias realizadas por el constructor.

La 3.° comprobación se hará colocando el *cero* de la graduación del tambor enfrente del índice k de la caja, en cuyo caso el del resorte sensible coincidirá con una de las divisiones de la escala, *f f*; si no lo hiciese, como esta no se puede mover sin perjudicar la condición 2.°, lo mejor será señalar un nuevo índice, K, con una aguja de acero despues de bien comprobadas las condiciones precedentes y cuando tal coincidencia se haya conseguido se darán al tambor 4 ó 5 revoluciones completas y exactas al fin de las que el índice del resorte *e' r* debe coincidir con la división de la escala, *f f*, que se separa de la de partida 4 ó 5 divisiones, repitiendo la observación en distintos puntos para comprobar las condiciones del tornillo micrométrico; si la coincidencia aludida se verifica, la condición se satisface; en otro caso se moverá el tambor en el sentido conveniente hasta conseguirla y el índice K dirá el error en *mas* ó en *menos* cometido y de su cuarta ó quinta parte, (según que se hayan dado 4 ó 5 vueltas) se tomará nota para modificar con ella las lecturas sucesivas, no olvidando la clase de unidad de mm. de presión á que se refiere, que todo lo mas serán las décimas y centésimas de milímetto.

Uso del aparato

Conviene comparar con frecuencia las indicaciones de los holostéricos con un barómetro de mercurio para cerciorarse de que se conservan en buen estado, *porque, teniendo en ellos tanta influencia la elasticidad de los resortes y variando esta con los cambios bruscos de temperatura y de presión*, están muy expuestos á graves perturbaciones y el Topógrafo á incurrir en notables errores.

Una vez convencido de su buena conservación para medir la altura relativa entre dos ó mas estaciones procederá de la manera siguiente:

1.° Sin sacar el aparato de su estuche abrirá este y le colocará á una altura conveniente para poderle observar con comodidad haciendo que su base sea próximamente horizontal, sus índices y escalas bien iluminados, pero que no les dé el sol, ni, en cuanto sea posible, reciba directamente la acción de vientos fuertes, humedades y cambios bruscos de temperatura: es decir que se ha de elegir bien la estación y abrigar el aparato de estas influencias perturbadoras en lo posible.

2.° Se colocará la lente á la distancia conveniente para que se vean con claridad las divisiones de la escala y los índice *e* y *e'* y si este se hallara mas bajo que el *e* se hará girar el tambor de derecha á izquierda hasta que se halle por encima para hacer despues la coincidencia de arriba á abajo, como siempre debe hacerse y dando unos golpecitos en el cristal se observará si cambia la posición de los índices al cesar su movimiento, en cuyo caso se continuarán aquellos hasta que se paren en la misma división.

3.° Dejando pasar 30^{m} ó 40^{m} se hará despues girar el tambor de izquierda á derecha hasta conseguir la coincidencia de los índices *e* y *e'*, que se observará con el microscopio y al propio

(1) El coeficiente de dilatación cúbica del acero templado es 0'0000371 85 y el del mercurio 0'0001843.

tiempo se leerán las centenas y dobles decenas de mm. de presión que á ellos correspondan y en el índice K las unidades, décimas y centésimas á la vista, lo propio que la temperatura indicada en el termómetro fijo y en el libre, cuyos datos se anotarán ordenadamente en el registro previamente preparado para ello, así como también el día, la hora y el estado de la atmósfera para que se conozcan las condiciones de admisibilidad de la observación.

Si, como es siempre conveniente, las observaciones se hacen simultáneamente en las dos estaciones con dos barómetros, deben antes compararse, lo mismo que los relojes y la manera de ver de los dos observadores para tener en cuenta las diferencias encontradas y hacer la observación, en cuanto sea posible, al medio día por ser cuando la presión sufre menos variaciones; finalmente también conviene repetir la observación cambiando de estación los observadores y aceptando para diferencia de alturas la media aritmética de los resultados obtenidos con las distintas presiones y temperaturas observadas.

Apliquémos todo lo dicho á un caso particular designando por

z la diferencia de nivel entre las dos estaciones.

A y A′ las presiones holostéricas en milímetros leídas en la mas baja y en la mas alta.

H y h las presiones holostéricas corregidas con las Tablas I y II de los errores por división y por la temperatura del aparato en cada estación y *que deben resultar equivalentes á las alturas de la columna de mercurio en los barómetros de esta clase corregidos de los errores por capilaridad, por dilatación de la escala y reducidos á* 0^c.

T y t las temperaturas del aparato en las estaciones mas baja y mas alta.

T′ y t′ las correspondientes al aire en las mismas estaciones.

Supongamos que en las observaciones se hayan hallado:

Estación inferior: $A = 725'00^{mm}$; $T = 18^c$; y $T' = 16^c$
Estacion superior: $A' = 719'90^{mm}$; $t = 16^c$; y $t' = 14^c$

Corrección de A		Corrección de A′	
A	$= 735'0$	A′	$= 719'90$
Corrección por división . .	$+ 0'2$	Corrección por división . .	$= -0'50$
Corrección por temperatura.	$- 0'8$	Corrección por temperatura.	$= -0'65$
H. . .	$= 734'4$	h. . .	$= 718'75$

$$\frac{T' + t'}{2} = 15^c; \quad \frac{H + h}{2} = \frac{1453'15}{2} = 726'57$$

Con estos datos y mediante la interpolación correspondiente se encuentra en la Tabla III PARA CADA 1 MM. DE PRESIÓN 12'15 metros de altura y como H — h = 15'65 mm., la altura buscada será

$$z = 15'65 \times 12'15 = 190'15 \text{ metros.}$$

Calculando con los valores de H, h, T, t y T′ t′ anteriores el valor de z por las fórmulas y Tablas de Litrow y Gauss, se obtiene respectivamente 183'7 y 182'2 metros lo que indica que la Tabla III dá resultados algo exagerados, pues que los obtenidos con aquella ya lo son relativamente á la de Laplace, según consta en el resumen consignado en la página 375.

139 — Barómetro holostérico Naudet.

En concepto del ilustre Ingeniero Salmoiraghi este barómetro holostérico es y debe ser el preferido á todos los demás y es también el mas generalizado.

De él hace una detallada descripción en su excelente libro tantas veces citado «Istrumenti

e metodi moderni di Geometria applicata», (páginas 383-397) (1) y nada mejor podemos hacer para cumplir nuestro objeto que consignar un extracto de ella, pues es la mas completa y razonada que conocemos, intercalando algunas consideraciones propias, porque juzgamos algo excesivo el entusiasmo que tan ilustre Ingeniero tiene por esta clase de aparatos.

En la figura 237 se representa su mecanismo interior y en la 236 la cara superior, en que se halla la graduación y la aguja indicadora permitiendo ver las ondulaciones de la *cámara holostérica T T'*, de iguales condiciones generales á la del holostérico de Hottinjer y que por el apéndice *C* se fija á la fuerte plancha *P Q*.

Soldada á la base superior, *A*, de la cámara se encuentra una columnita, s, que atraviesa

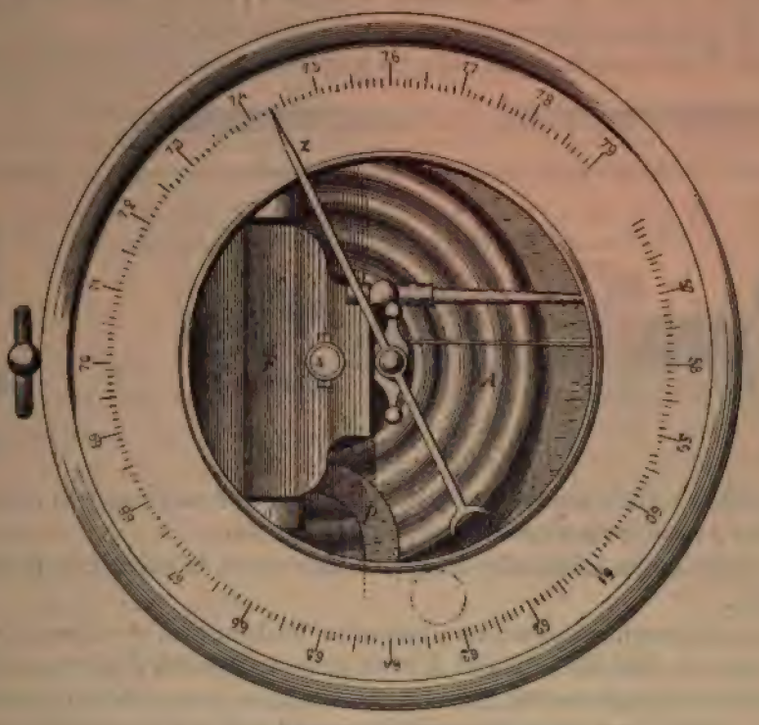


Fig. 236

el canto de un fuerte muelle de acero, *F*, uniéndose entre sí mediante un clavo cuadrado, *m*, que se apoya sobre el muelle por una de sus aristas y el extremo de este queda fijo á la plancha fuerte é invariable, *P Q*, por dos soportes, *S*, poniendo en íntima dependencia los movimientos de la cámara barométrica y del muelle *F*.

En su consecuencia, cuando aumenta la presión atmosférica la base superior, A, de la cámara cede y sigue cediendo hasta que la tensión del muelle equilibra el exceso de presión; por el contrario, cuando la presión atmosférica disminuye el muelle obra levantando la base A hasta que la fuerza del muelle y la presión vuelven á equilibrarse.

«*Se puede decir que el muelle hace las veces del mercurio en los barómetros comunes; y para obtener esto es necesario tener cuidado, sea al forjar el muelle, sea al aplicarle al clavo m, de que las oscilaciones del punto en que se fija se verifiquen siempre, cualquiera que sea la disminución de la presión á que se sujete el instrumento;*» pero si esta comparación es admisible en términos generales no lo es en absoluto, porque la elasticidad de los metales ofrece retrasos y alteraciones notables con el tiempo y especialmente si el muelle ha estado sujeto á bruscos movimientos, lo que no sucede con el mercurio, si bien algo de esto ocurre en las pequeñas fluctuaciones por la

(1) De cuanto en él dice sobre barómetros de mercurio y metálicos ha formado un pequeño é interesante Manual, que se vende á 2'50 liras y ha traducido al castellano D. Lorenzo Codazzi.

dificultad que tiene de mojar el vidrio del tubo, como se comprobará observando la altura del menisco.

De todos modos, reconocido el principio, solo falta convertir estos pequeños movimientos alternativos y casi rectilíneos del muelle en otros circulares y mayores para que los pueda notar el observador y en esto está la principal diferencia entre este holostérico y el de Hottinjer, que utiliza un mecanismo mas sencillo.

En el de Naudet consiste en lo siguiente: al extremo *a* figura 237, del muelle vá unido un brazo, que en *b* se articula con otro mas corto, *b c*, que obra sobre un eje.

En la placa *P Q* está fija una columnita *r* y á ella asegurada una lámina *p q* en forma de mesa, descansando en uno de sus extremos el perno V, fig. 238, que á la mitad de su altura tiene la polea W y en su extremo superior la aguja indicadora z z.

En la polea W está arrollada una cadenita muy fina unida á una barra articulada *e f* mon-

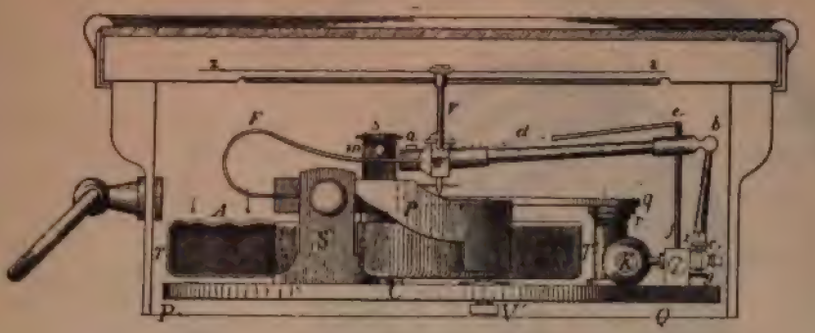


Fig. 237

Fig. 238

tada en el eje citado y que continua por debajo de él doblándose en ángulo recto y por lo tanto los brazos *d e* y *f g* forman un sistema de palancas acodadas.

La figura 238 presenta los detalles del perno central con la polea que comunica el movimiento al índice.

La figura 239 representa á su vez en proyección horizontal el eje *oo* antes aludido. Como en ella se vé, sobre él juega un balancín, K h, de pesos desiguales, el que por medio de la varilla plegada *h* se une á la palanca *b c*, que á su vez lo hace al muelle *F;* la varilla *h* antes de unirse en *e* con la palanca *b c* presenta una parte prismática y mas gruesa, en donde se introducen los tornillos 1 y 2, cuyas extremidades tocan con la palanca acodada *e f g*.

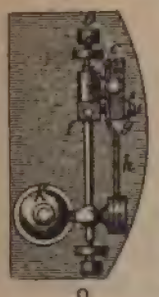


Fig. 239

Veamos ahora como obra este mecanismo. El muelle mueve la palanca *a b;* esta á la *b c* y esta á la *h*, la cual por medio de las puntas de los tornillos 1 y 2 obra sobre la palanca *e f g* y por lo tanto sobre la cadena que está arrollada á la polea W estirándola ó aflojándola según la dirección en que se mueve la palanca *a b*. Cuando la cadena se afloja un muelle en espiral σ (figura 238), como el volante de un reloj, obra sobre el perno y le hace girar en el sentido opuesto.

El peso K sirve para mantener la adherencia de los tornillos 1 y 2 á la palanca *e f g;* los dos tornillos sirven también para la primera rectificación de la posición del índice.

Como puede necesitarse rectificar el barómetro despues de encerrado el mecanismo en su caja, tiene esta por fuera la cabeza de un fuerte tornillo V' figura 237, que obra sobre el sostén del muelle.

Algunos de estos barómetros tienen en la cara superior un termómetro de tubo encorvado para conocer la temperatura del aparato, lo cual es siempre conveniente por mas que difiera poco de la del aire; pues aquella se tiene en cuenta en las correcciones.

Se construyen diferentes modelos que pueden clasificarse en los tres tamaños y cuatro clases siguientes:

1.° *De bolsillo* ó reloj altimétrico de precio 60 francos.

2.° *Tamaño mediano*, con muestra de 60 milímetros de diámetro y presiones de 620 á 790 milímetros; la graduación es de 170 partes, cada una de las cuales corresponde á 1 milímetro de presión; su precio es de 70 francos.

3.° *Tamaño normal* para Ingenieros: la muestra de estos tiene más ó menos 110 mm. de diámetro y se hacen de dos clases:

a) Con presión limitada entre 610 y 790 mm.; la escala es de 360 partes correspondiendo cada una á $^1/_2$ mm. de presión y

b) Con presiones de 390 á 780 mm.; graduación de 390 partes, correspondiendo cada una á 1 mm. de presión.

Este último modelo puede servir para alturas hasta de 5000 metros; los otros para las de 2400 á 3000; el precio de los modelos *a* y *b* es de 120 francos.

Los de las dos primeras clases, dice Salmoiraghi, no son de tanta aproximación como el último, *que merece tanta fé como un barómetro de mercurio*, lo que nos permitimos poner en duda por las razones apuntadas y porque la apreciación procede de un pequeñísimo movimiento de la cámara barométrica multiplicado por un mecanismo, que por su complicación no puede corresponder matemáticamente á su combinación teórica estando influido por tantas causas extrañas.

Condiciones de la graduación

Demuestra Salmoiraghi la conveniencia de que la de los dos primeros modelos se haga por prueba directa de centímetro en centímetro de presión á la temperatura media y la de los *normales* en partes iguales aproximadamente equivalentes á milímetros de presión mercurial á 0^c de temperatura, pues así responden más exactamente á las variaciones de la presión y se pueden corregir mejor de los errores consiguientes á la falta de igualdad de las dos graduaciones, holostérica y mercurial, y á los motivados por los cambios de temperatura.

De los llamados *compensados* de las primeras clases dice que no dan mejor resultado que los ordinarios y cuestan mucho más.

Corrección de los errores en los normales

Estas se refieren á las pequeñas diferencias que subsisten despues que el constructor ha conseguido aproximar las divisiones holostéricas á los milímetros mercuriales reducidos á 0^c y que son *debidas á la no absoluta proporcionalidad entre la amplitud del movimiento rotatorio del índice, á las variaciones de presión y las inevitables consiguientes á los cambios de temperatura;* es por consiguiente necesario buscar coeficiente de corrección que anule estos errores en las presiones holostéricas leídas; al efecto discurre Salmoiraghi de la manera siguiente:

Sea L la lectura hecha en el barómetro holostérico y B_o la presión dada por el de mercurio reducida á cero y corregida de todos los errores propios de los barómetros de mercurio; sea B la presión indicada por estos á la temperatura T y α el coeficiente de dilatación del mercurio,

$$\text{tendremos:} \quad B_o = \frac{B}{1 + \alpha T}$$

Para los holostéricos se podrá expresar la presión B_o con la fórmula

$$B_o = L + \varphi T + \psi L \qquad (a)$$

denotando por φ T la corrección necesaria por variación de la temperatura T y con ψ L la corrección de presión, correspondiente al lugar en que se encuentra el índice sobre la graduación, que son precisamente las dos correcciones hechas en las presiones determinadas con el holostérico de Hottinjer por medio de las Tablas I y II.

El problema se reduce á determinar experimental y separadamente las dos funcionet φ y ψ.

Empezando por la φ T y dándola la forma $\varphi T = a + b T$ compararémos la presión holos-

térica con la mercurial reducida á cero en un mismo lugar á la misma presión y distintas temperaturas y como es consiguiente que entonces la corrección representada por ψ L estará comprendida en el término constante *a* de la función φ, es decir, en la diferencia entre la presión leída en el barómetro holostérico supuesto á cero grados y B_o, tendremos:

$$B_o - L = a + b\,T$$

en cuya ecuación B_o, L y T son datos obtenidos directamente y haciéndolos para distintas temperaturas se tendrán otras tantas ecuaciones, que combinadas dos á dos nos permitirán hallar diferentes valores correspondientes á los coeficientes *a* y *b* y utilizando el método de los mínimos cuadrados se llegará á obtener para tales coeficientes valores que correspondan á la mínima diferencia de $B_o - L$.

Hecho así por Salmoiraghi en un caso particular encontró las diferencias que á continuación consignamos para que se tenga idea de su importancia según la temperatura.

Observaciones	Temperatura	$B_o - L = \varepsilon$
1.ª	1'5c	+ 0'26
2.ª	2'2	+ 0'15
3.ª	3'4	— 0'05
4.ª	5'6	— 0'40
5.ª	8'7	— 0'89
6.ª	8'2	— 0'81
7.ª	10'5	— 1'18
8.ª	15'4	— 1'96
9.ª	18'8	— 2'51
10.ª	20'5	— 2'78
11.ª	25'2	— 3'53
12.ª	28'0	— 3'98

y utilizando los mínimos cuadrados halló finalmente para valor medio de los coeficientes

$$a = \quad 0'499 \quad \acute{o}\ a = \quad 0'50$$
$$b = -\,0'1599 \quad \acute{o}\ b = -\,0'16$$

que sirven perfectamente para convertir sencillamente las presiones holostéricas leídas en el barómetro utilizado en tales experiencias en presiones mercuriales á *cero grados en el mismo lugar*.

Como las condiciones de construcción y de los metales empleados en los holostéricos normales son casi idénticas el valor del coeficiente *b* varía tan poco que en muchas experiencias realizadas siempre se ha encontrado comprendido entre — 0'14 y — 0'18 y que el de *a* depende exclusivamente de la posición inicial del índice del barómetro.

Para determinar los errores debidos á la variación de presión antes representados por la función ψ L, es necesario también recurrir á la vía experimental; porque si el valor de esta función en las experiencias precedentes se puede considerar invariable y comprendido en el coeficiente *a*, no sucede lo mismo cuando por el cambio de lugar varía la presión, pues la diferencia entre las leídas en las escalas barométricas, holostérica y mercurial, reducidas á cero, puede ser muy sensible y es necesario anular este error.

Estas experiencias no se pueden realizar en el gabinete como las precedentes, en que permaneciendo constante ó poco menos la presión varía sólo la temperatura; pues si bien algunos al efecto han utilizado la máquina neumática no da buenos resultados.

En su consecuencia Salmoiraghi determina el coeficiente de corrección de los holostéricos que vende colocándolos á diferentes alturas hasta 1000 metros de altitud comparándolos con un buen barómetro de mercurio en cada estación y entrega con cada uno que expende una certifi-

cación en que hace constar los coeficientes hallados para cada uno; veáse las fórmulas y razonamientos que al efecto utiliza.

Considerando como punto de partida de las medidas sucesivas, la presión con que se hicieron los experimentos para deducir los coeficientes *a* y *b* y llamando L'_o las diversas lecturas ya corregidas de los efectos de la temperatura y división, B_o la presión mercurial *inicial y que corresponde exactamente á la lectura corregida* L_o, despues de trasladarse con los dos barómetros, mercurial y holostérico á una altura dada, que tenga B'_o como presión mercurial reducida á cero, la relación entre estos elementos será:

$$B'_o = L'_o + K (B_o - L'_o) \quad (b)$$

de la cual se deduce fácilmente el valor de K. La repetición del experimento á diferentes alturas manifestará hasta donde se puede considerar como constante el valor de K y por lo tanto la corrección proporcional.

Segun las experiencias realizadas por Salmoiraghi con holostéricos normales resulta que K permanece en general constante para las presiones comprendidas entre 760 mm. y 640 mm.; se empieza á encontrar alguna anomalía en el segundo decímetro, pero tan pequeña que casi para 20 centímetros de disminución en la presión se puede aceptar el valor de K, determinado en una sola experiencia, en un cambio de presión de 10 centímetros; pero, como esta coincidencia pudiera ser casual, aconseja que se hagan repetidos experimentos á distintas alturas y cada uno forme su Tabla de coeficientes especial para sus aparatos.

En las por él practicadas ha encontrado que el *valor de K varía de 0'07 á 0'02* y como generalmente no será grande el factor $(B_o - L'_o)$ por quien se ha de multiplicar no resultará *ordinariamente* muy importante la corrección y despreciable en las pequeñas diferencias de altura.

De lo dicho resulta que cualquiera puede calcular Tablas de corrección utilizando las fórmulas siguientes:

$$\varepsilon = a + b\,T\,;\; L_o = L + \varepsilon$$
$$h = L_o + K (B - L_o)$$

en las cuales:

h, es la altura barométrica que se busca en columna de mercurio á cero grados;
L, la lectura en la muestra del barómetro holostérico;
a y *b*, los dos coeficientes antes explicados;
T, la temperatura del barómetro holostérico, que se leerá en su termómetro ó en el libre, si aquel no le tiene;
K, el coeficiente de corrección de que se ha hablado antes y
B, la *presión inicial* de comprobación que debe ser la más elevada posible para evitar cambios de signos (1) y por de contado reducida á 0°

Determinados los valores de *h* para dos ó más estaciones se calculará su altitud ó altura relativa utilizando las fórmulas y Tablas explicadas en el número 136.

Advertencias prácticas para el uso de los barómetros holostéricos

Cuando éstos sólo han de servir para observaciones de poca precisión y proceden de una buena casa constructora basta compararlos con un barómetro normal de observatorio para conocer el error eventual de colocación del índice, que se puede corregir por medio del tornillo V', fig. 237.

Las lecturas deben hacerse con el barómetro siempre en la misma posición, horizontal ó vertical y antes de leer la graduación dar unos golpecitos hasta que en el movimiento consiguiente del índice se pare constantemente en la misma graduación.

(1) La presión inicial B podría ser la en que se determina el valor de la constante *a*; que por medio del tornillo V', fig. 237, se puede reducir á cero.

Cuando con él se determinan las cotas de un perfil, á pequeñas distancias consiguientemente, se lleva el aparato colgado de un dedo evitando golpes, pues así se pone su temperatura en consonancia con la del aire, con lo cual se evita tener que esperar en cada estación á que esto suceda.

En la traslación á puntos lejanos en ferrocarril, coche ó caballería conviene acortar la correa para evitar golpes al aparato y en las paradas se le conserva en su estuche sobre una mesa horizontalmente mejor que colgado en la pared.

El Topógrafo debe cuidar de hacer repetidas experiencias comparativas con un buen barómetro de mercurio, no sólo para determinar ó comprobar los expresados coeficientes de corrección sino también para cerciorarse de que no se modifican con el tiempo y cambios bruscos de temperatura y de presión. Con estas precauciones cree Salmoiraghi «que *el holostérico queda transformado en un barómetro de mercurio de los mejores, con todas sus ventajas y sin sus inconvenientes*», opinión respetabilísima, pero que no aceptamos sin reserva por las razones ya indicadas y que viene á ratificar el mismo Salmoiraghi al decir poco despues que *para medir con la mayor precisión posible la altura de una montaña,* por de contado con barómetro, *es conveniente utilizar uno de mercurio.* de manera que aquella afirmación solo se refiere á alturas relativas que no lleguen á 100 metros, como son las de los perfiles, que es para los que considera preferibles los holostéricos.

140 — Termobarómetro ó hipsómetro de ebullición.

Fig. 240

Ya digimos al hablar de la clasificación de los distintos barómetros (número 133) que Wollaston desarrollando las indicaciones de Fahrenheit y Cavallo había el primero construído este aparato, cuyo objeto final no es otro que medir con grande exactitud la temperatura á que el agua entra en ebullición á diferentes altitudes, pues las presiones correspondientes son conocidas, cuando se dán aquellas temperaturas, por la Tabla de relaciones, que luego consignarémos.

Como en la figura 240 aparece en la escala de 1 : 3, el termobarómetro consiste en un pequeño recipiente sostenido por tres varillas y destinado á contener el agua, que allí se introduce hasta el tercio de su altura por un orificio que se cierra herméticamente con el tornillo F.

En la base superior del recipiente se fija un sistema de tres tubos de doble pared y que se enchufan uno en otro como los de un anteojo, colocándose dentro del interior el termómetro destinado á medir la temperatura de ebullición cuidando que la bola del mercurio no toque al agua.

Una lamparita de alcohol A se coloca debajo del recipiente para producir la ebullición del agua.

El vapor que de esta se produce sube por la cavidad interna de los tubos envolviendo el termómetro hasta su parte superior, donde encuentra la abertura dejada entre las dos paredes de los tubos y la tapa superior y desciende por su hueco hasta salir por el orificio G, con cuya disposición se evitan las pérdidas de calor.

Montado el aparato, se enciende la lámpara y pocos minutos despues hierve el agua, el mercurio del termómetro sube, oscila un poco y luego queda fijo señalando en la escala termométrica grabada en su tubo la temperatura de ebullición.

Como para que esta sea de 82°, ó 440 milímetros de presión, es necesario elevarla á la altitud de 4 á 5000 metros, basta que la graduación termométrica comprenda desde 85° á 100°; pero en cambio ha de ser extremadamente sensible para que permita leer directamente las décimas y apreciar las centésimas, ya que, como se verá en la Tabla, á cada una de

TABLA DE LAS PRESIONES EN ALTURAS BAROMÉTRICAS REDUCIDAS Á CERO SEGÚN LA TEMPERATURA Á QUE EMPIEZA LA EBULLICIÓN DEL AGUA

Temperatura de ebullición en grados centígrados	Presión barométrica	Temperatura de ebullición en grados centígrados	Presión barométrica	Temperatura de ebullición en grados centígrados	Presión barométrica	Temperatura de ebullición en grados centígrados	Presión barométrica
c	mm.	c	mm.	c	mm.	c	mm.
85'5	441'37	89'5	514'58	93'5	599'37	97'5	695'21
85'6	443'06	89'6	516'56	93'6	601'64	97'6	697'74
85'7	444'76	89'7	518'54	93'7	603'91	97'7	700'26
85'8	446'46	89'8	520'54	93'8	606'19	97'8	702'80
85'9	448'18	89'9	522'54	93'9	608'48	97'9	705'35
86'0	449'89	90'0	524'55	94'0	610'77	98'0	707'89
86'1	451'62	90'1	526'56	94'1	613'07	98'1	710'45
86'2	453'35	90'2	528'58	94'2	615'38	98'2	713'01
86'3	455'09	90'3	530'61	94'3	617'69	98'3	715'77
86'4	456'84	90'4	532'65	94'4	620'01	98'4	718'15
86'5	458'59	90'5	534'69	94'5	622'34	98'5	720'72
86'6	460'35	90'6	536'75	94'6	624'68	98'6	723'30
86'7	462'12	90'7	538'81	94'7	627'02	98'7	725'89
86'8	463'90	90'8	540'87	94'8	629'37	98'8	728'48
86'9	465'68	90'9	542'95	94'9	631'72	98'9	731'08
87'0	467'47	91'0	545'03	95'0	634'08	99'0	733'69
87'1	469'27	91'1	547'11	95'1	636'45	99'1	736'29
87'2	471'07	91'2	549 21	95'2	638'82	99'2	738'91
87'3	472'88	91'3	551'31	95'3	641'21	99'3	741'53
87'4	474'70	91'4	553'42	95'4	643'59	99'4	744'15
87'5	476'53	91'5	555'54	95'5	645'99	99'5	746'78
87'6	478'36	91'6	557'66	95'6	648'39	99'6	749'41
87'7	480'20	91'7	559'79	95'7	650'80	99'7	752'05
87'8	482'05	91'8	561'93	95'8	653'21	99 8	754'70
87'9	483'91	91'9	564'08	95'9	655'63	99'9	757'35
88'0	485'77	92'0	566'23	96'0	658'06	100'0	760'00
88'1	487'64	92'1	568'39	96'1	660'49	100'1	762'66
88'2	489'52	92'2	570'56	96'2	662'93	100'2	765'32
88'3	491'40	92'3	572'73	96'3	665'38	100'3	767'99
88'4	493'29	92'4	574'91	66'4	667'83	100'4	770'66
88'5	495'19	92'5	577'10	96'5	670'29	100'5	773'34
88'6	497'10	92'6	579'30	96'6	672'75		
88'7	499'01	92'7	581'50	96'7	675'22		
88'8	500'93	92'8	583'71	96'8	677'70		
88'9	502'86	92'9	585'93	96'9	680'18		
89'0	504'79	93'0	588'15	97 0	682'67		
89'1	506'74	93'1	590'38	97'1	685'17		
89'2	508'68	93'2	592'62	97'2	687'67		
89'3	510'64	93'3	594'86	97'3	690'18		
89'4	512'61	93'4	597'11	97'4	692'69		

las primeras corresponden muy aproximadamente 2 mm. de presión mercurial á cero; aquello se consigue sin dificultad; pero conviene comprobarlo de tiempo en tiempo.

Mientras se toma la temperatura del agua con ese termómetro especial, con otro libre se hace de la del aire; que son los únicos datos necesarios.

La mayor dificultad es leer con exactitud la temperatura de ebullición, porque cuando se saca el termómetro se enfría rápidamente y no se evita por completo el error haciendo el termómetro de máxima, como se había propuesto, estrechando al fuego la parte del tubo capilar inmediata á la bola, de suerte que el mercurio, á causa de la dilatación, pasa al tubo, pero no vuelve naturalmente á la bola permitiendo hacer más fácilmente la lectura, porque de todos modos el mercurio contenido en el tubo capilar se contrae bajando la temperatura en toda la longitud del tubo en la proporción de 1 : 5412 por cada grado centesimal y este error no será despreciable si el observador no se apresura á hacer la lectura sin dar tiempo á que el termómetro se enfríe.

Fig. 241

Fig 242

Se hacen de varios tamaños, hasta de bolsillo, pero aun los mayores son instrumentos portátiles; porque cerrados los tubos se guarda todo en un estuche de cuero con correa, como aparece en la figura 241 (1).

Otro modelo de termobarómetro mas pequeño y sencillo se representa en la figura 242 y con dos termómetros, uno de máxima para medir la temperatura de la ebullición del agua y otro para la del aire, con todos los demas accesorios, le vende Salmoiraghi al precio de 75 fr.

Conocida con exactitud la temperatura de la ebullición se encuentra en la Tabla anterior la presión barométrica mercurial á 0°, con la que y la temperatura del aire se calcula la altitud ó la altura relativa de las estaciones por las fórmulas y Tablas explicadas para los barómetros de mercurio (número 136).

141 — Procedimientos preferibles en las nivelaciones barométricas.

Para completar el interesante estudio de la medición de altitudes y alturas relativas con el barómetro, teniendo en cuenta que la relación entre aquellas y la presión, que es la cantidad medida con tales aparatos, es tan frecuentemente perturbada por causas imposibles de apreciar completamente que la presión, aún reducida á 0° de temperatura, en un mismo lugar oscila durante el dia ordinariamente en 2 ó 3 mm. y en ciertos casos hasta mas de 20 mm., de una

(1) Un termobarómetro de las condiciones indicadas, con dos termómetros normales garantidos al decimo de grado y su estuche cuesta en casa de Salmoiraghi, 125 francos.

estación del año á otra de 16'41 á 36'09 mm., como se notó en el Observatorio de Madrid en el decenio de 1860 á 1869 y mas aún cuando se avecinan fuertes vientos y tempestades y por eso tales aparatos se utilizan con provecho en la previsión de estas, es indudable que el Topógrafo se expondría á grandísimos errores si en la determinación con ellos de las altitudes y alturas relativas no procediera con sumo cuidado eligiendo para hacerlas días muy claros, secos y calmosos y no combinara las observaciones de manera que se comprueben y, en lo posible, se anulen las influencias extrañas, que no puede conocer ni menos medir, lo cual se puede en gran parte conseguir por los dos procedimientos siguientes, en que por colocarse las estaciones á pequeñas distancias y alturas relativas hacen al propio tiempo innecesaria la aplicación de los coeficientes a, b y K á que antes hemos hecho referencia.

Por de contado que siempre se han de comparar y corregir previamente los dos barómetros que se utilicen con uno normal de mercurio y entre sí para que sus indicaciones se correspondan y de no poderlo conseguir se tomará nota de la diferencia, Δ, de sus indicaciones para la misma presión y temperatura, esto es, en el mismo lugar y tiempo, á fin de corregir los datos que cada uno suministre.

Procedimiento poligonal

Una vez determinadas las estaciones intermedias que se han de hacer entre las extremas, objeto principal de la nivelación barométrica, y la hora en que en cada una se ha de realizar la observación, esta se practica por los dos observadores en la primera estación anotando las diferencias de presión y temperatura que resultaran de sus lecturas en el respectivo aparato; quedándose uno en aquella estación el otro se trasladará á la segunda y á la hora convenida hacen los dos la observación; despues pasa el de la primera á la segunda y el de esta á la tercera y así sucesivamente hasta que llegando el segundo á la última y el de detrás á la anterior á la hora correspondiente hacen la observación reuniéndose despues en la estación extrema, en que repiten la observación simultánea de comprobación y si la diferencia resultara igual á la obtenida en la primera estación quedaría comprobada la buena conservación del aparato; quédase despues en ella el observador que iba detrás y pasando el otro á la estación penúltima se continua la operación en sentido inverso hasta reunirse ambos en la estación primera, en que se repite la observación simultánea de comprobación; si en esta ó en la realizada en la última estación se notara distinta diferencia sería fácil con la repetición de las observaciones intermedias hallar donde empezó la perturbación ó tuvo lugar el desperfecto del aparato y casi siempre habrá medio de corregir los errores y de determinar no solo las alturas relativas de las estaciones extremas sino que también las de las intermedias constituyendo las cotas de un perfil mas ó menos detallado.

En estas y en todas las observaciones barométricas conviene conocer el estado de la atmósfera en el momento de realizarlas y especialmente la dirección y fuerza del viento, porque, aunque con la simultaneidad y repetición del procedimiento explicado se anulan ó al menos se aminoran en gran parte las influencias extrañas, no hay que olvidar que la de los vientos depende en gran manera de las condiciones topográficas y forestales de cada estación, ya que no es la misma en la base que en la falda ó cúspide de una montaña, ni en una ladera que en otra, ni tampoco si aquella está ó no al abrigo del viento por masas arbóreas ú otros objetos y es indudable que en el aparato influye la presión lateral que el viento produce obrando directamente sobre él ó sobre la masa de aire que le rodea y los cambios repentinos de los hidrometeoros influyen también y motivan perturbaciones que no podrían explicarse racionalmente sin tales datos.

En buen tiempo los resultados medios obtenidos con el procedimiento poligonal pueden ser bastante exactos y seguros.

Procedimiento radial

Establecido un observador en la estación central, comparados en ella los dos barómetros y tomada nota de sus diferencias en presión y temperatura si no se pueden corregir, el primer

operador observa su aparato cada 5^m y anota la presión y temperatura del aparato y del aire mientras el segundo hace lo propio en las demás estaciones anotando la hora, en que en cada una tiene lugar regresando despues á la central, en que se repite la observación simultánea de comprobación para cerciorarse de la buena conservación de los aparatos; si esto se verifica de los datos observados á la misma hora, que corresponden á la central y demás estaciones, se deducen sus alturas relativas con probabilidades de acierto; pero nunca con la seguridad que dá el procedimiento poligonal, pues falta la repetición comprobatoria que dá á este mayor precisión y seguridad.

Si en el terreno hubiera puntos de cotas conocidas y seguras, en ellos se hará estación y servirán para comprobar la operación.

Si los puntos cuya altura se quisiera determinar fueran pocos y visibles desde la estación central, en esta se concretarian las observaciones al tiempo en que en aquellos se realizan, avisándose mutuamente los operadores.

Este segundo procedimiento es mas rápido que el primero, pero también menos seguro y exacto; pero en muchos casos puede bastar al objeto operando con buenos barómetros y en tiempo seguro y despejado.

Observación final. — Teniendo en cuenta que con los goniómetros y sistemas modernos se determina á la vez la planimetría y nivelación con rapidez, precisión y economía, creemos inoportuno utilizar los barómetros para determinar las alturas relativas de los puntos característicos del terreno en los estudios de vías de comunicación, canales, planos catastrales y otros trabajos de este género; pero en cambio podría con ellos determinarse tan sencillamente la altitud de grandísimo número de puntos de las cuencas y divisorias de nuestro montañoso suelo sin que costara un céntimo al Estado utilizando los viajes, que frecuentemente realizan en su servicio todo el personal de los cuerpos facultativos civiles y militares, que consideramos sería muy conveniente proporcionar barómetros á todos los centros provinciales, á fin de que en toda expedición recogieran los datos necesarios para calcular aquellas y se comunicaran los resultados al ministerio de Agricultura y Obras Públicas ó al Instituto Geográfico, que podría utilizarlos en el Mapa de España despues de comprobar aquellos que se repitieran en cada punto por el mismo ó distinto personal y él mismo debiera concretar á esto sus nivelaciones independientemente de las de precisión que á otros objetos realiza; porque hacerlas con nivel á tal objeto en valles y collados parécenos inútil y muy costoso; hacemos tales indicaciones para que se vea que los barómetros pueden tener mucha aplicación y que no confiamos en que en breve se realice el Catastro matemático, que daría por resultado, entre otros importantísimos, un mapa topográfico inmejorable.

Clisímetros y eclímetros

142 — Clasificación.

Aunque muchos Topógrafos comprenden entre los eclímetros todos los goniómetros, que permiten medir los ángulos verticales al objeto de determinar, con ellos y las distancias horizontales, las alturas relativas entre los puntos del terreno, ya digimos (número 106), al hacer la clasificación de los aparatos de esta sección, que de ellos prescindiríamos por el momento comprendiendo en esta 3.ª clase solo los que dan directamente *las pendientes ó tangentes por unidad de distancia horizontal* y como la pronta solución de este problema y de su inverso de señalar sobre el terreno líneas de pendientes determinadas son de uso frecuentísimo en los proyectos de vías de comunicación, canales, saneamientos y otros análogos, el conocimiento de los *clisímetros* tiene mucha importancia y con tanto mayor motivo cuanto que cumplen también el objeto de los niveles de análoga construcción y, los que al presente se construyen, el de los Taquímetros en terrenos no muy accidentados; pero como hemos de aplazar los últimos para la 2.ª sección, porque á ella pertenecen, ahora solo nos ocuparémos de los propios de la prime-

ra, aunque estén modernizados, ó sea de los *clisímetros de perpendículo, de pínulas y de anteojo* dando á conocer de esta última clase los modelos de Chezy, Salmoiraghi, Laguna y Sanguet, por ser los que mayor aplicación pueden tener.

143 — Clisímetros de perpendículo.

Como resulta de la figura 243, en que le representamos, no difiere del *nivel de albañil*, de que ya nos ocupamos en el número 95 (figura 131), mas que en la graduación del travesaño H J que dá directamente la pendiente ó permite colocar el reglón, C D, sobre que descansa, en la que convenga estando el *cero* en la línea de fé correspondiente á la horizontalidad de la base y marcados los centímetros por metro horizontal de la tangente del ángulo de inclinación; y como pudiendo ser la distancia E K de 30 centímetros cada una de las tangentes será de 3 milímetros se pueden marcar sus mitades y apreciar los cuartos ó sean las pendientes de 2'5 mm. por metro y no mas por el grueso y rozamientos del hilo del perpendículo.

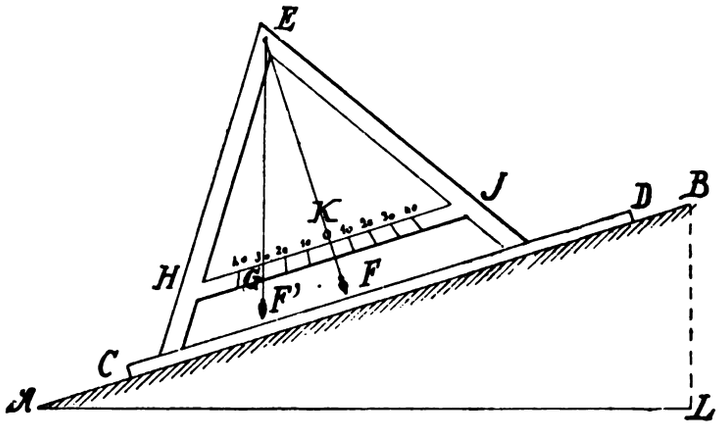


Fig. 243

En la figura solo se señalan las decenas, que van numeradas en ambos sentidos á partir del cero para utilizarle en las pendientes y en las rampas.

Su construcción es sencillísima, pues la magnitud correspondiente al centímetro de altura por metro de distancia horizontal es la centésima parte de la distancia E K del punto de suspensión del perpendículo al de la arista del travesaño en la línea de fé, como se deduce de los triángulos rectángulos J E K y B A L, que son semejantes por ser iguales los ángulos J E K y B A L, que tienen sus lados perpendiculares y de ello resulta que

$$E K : K J :: A L : B L$$

y si K J es 1, 2 ó 3 centésimas de E K es consiguiente que B L lo será de A L.

La comprobación del punto *cero* ó línea de fé de este aparato se hace enteramente del mismo modo que se dijo para el nivel de albañil y la de la graduación, ya midiendo directamente la distancia E K y las partes de la graduación, ya colocando el reglón C D con la inclinación conveniente para que siendo A L de uno ó dos metros la altura L B sea sucesivamente de 1, 2, 3, etc. centímetros y viendo si el perpendículo coincide con las líneas correspondientes del travesaño, invirtiendo el aparato en cada caso para comprobar la graduación de la parte opuesta.

Solo á falta de otros aparatos puede utilizar este el Topógrafo en sus trabajos; pero no sucede lo mismo en la construcción de ciertas obras, en que puede prestar buenos servicios por su extrema sencillez y manejo, que permiten construirle en cualquier pueblo y ponerle en manos del más modesto albañil.

144 — Clisímetro de pínulas.

Si en el nivel descrito en el número 109, figura 176, en lugar de ser las dos pínulas iguales á la representada en la figura 177 se hace que una de ellas sea de las condiciones que se indican en la figura 244, quedará el nivel de pínulas convertido en clisímetro de la misma clase; porque

cuando la plancha T ocupe la posición que en la figura aparece, esto es en coincidencia el cero de su nónius con el de la escala del bastidor, es la misma la altura de la cruz filar y el agujero ocular de las dos pínulas sobre la regla horizontada y si aquella sube de manera que el cero del nónius coincida con las líneas marcadas en la escala del bastidor con los números 2, 4, 6, etcétera, ó los intermedios, la visual tendrá la inclinación que aquella señala y tal inclinación será ascendente, en *rampa*, si se aplica el ojo á la pínula menor y descendente, en *pendiente*, si á la pínula mayor.

Veamos más detalladamente las condiciones de esta pínula.

Dentro del bastidor, *a*, se mueve, segun guías abiertas en él, el tablero T que lleva, como en la pínula pequeña, una ventana con cruz filar y á la altura de esta un agujero ocular hallándose los de las dos pínulas á la misma altura de la regla, cuando el tablero T toca á la base del bastidor, que es cuando el cero del nónius trazado en aquel coincide con el de la graduación grabada en este; aflojando el tornillo de presión *r* el tablero queda libre y se puede subir ó bajar á mano con el boton *d* y cuando aquel se aprieta solo puede tener un movimiento lento por medio del tornillo *x*, que se enrosca ó desenrosca en el tubo *b* á que el tablero *T* queda unido mediante el tornillo *r*.

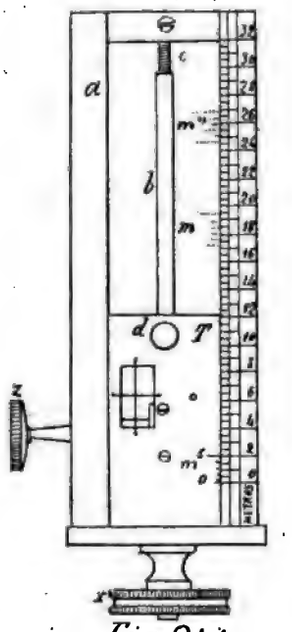


Fig 244

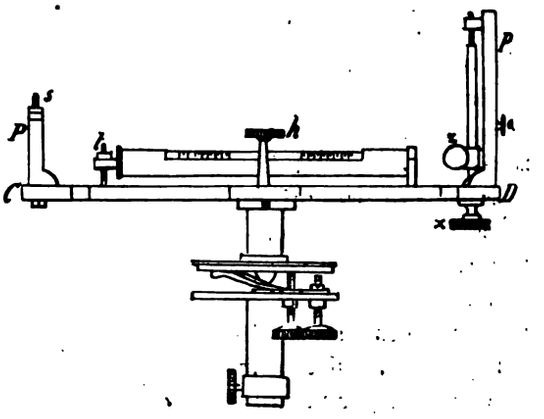


Fig 245

La graduación del bastidor está hecha de manera que las divisiones de la derecha por pares numeradas sean centésimas de la distancia que separa las dos cruces filares y corresponden á *centímetros de altura por metro de distancia horizontal* y como están divididas en mitades y con el nónius se pueden apreciar las quintas partes de estas, resultan apreciables las pendientes de milímetros por metro.

En la figura 245 representamos un modelo que antes fué de uso muy común en competencia con el de Chezy, caracterizado por su juego de dos reglas separables por un tornillo; há mucho tiempo desechado.

Las *verificaciones y correcciones* de estos clisímetros son enteramente las mismas ya dichas en el número 109, en tanto estén en coincidencia los ceros del nónius y graduación y para comprobar esta se procederá de la manera siguiente:

En terreno limpio y horizontal se pondrá el aparato en estación bien corregido y á 50 metros una mira vertical; con los ceros en coincidencia se dirige la visual moviendo la plancha de la mira hasta que su línea de fé coincida con la cruz filar y se toma nota de su altura ó se de-

rmina esta directamente, si al efecto se utiliza una mira parlante, aunque es preferible la de rredera; supongamos que la altura leída sea de 151 centímetros.

Se levanta el tablero, T, hasta que el cero del nónius coincida con la división 2 utilizando s tornillos z y x y despues de asegurarse de tal coincidencia se hace la de la plancha de la mi- con la cruz filar; si esto se verifica á la altura de mira de 2'51 metros, está bien señalada esta aduación, porque indicándose con ella la pendiente de 2 centímetros por metro, á 50 le co- esponderá 1 metro de altura, que naturalmente se ha de añadir en la mira á la que en ella nía la línea de fé de la plancha con la visual horizontal.

Igual comprobación se hace levantando el tablero T hasta que sucesivamente coincida su ro con las distintas graduaciones de la escala, sumando á la altura de la mira 1'51 metros los ıe resulten de multiplicar por 50, distancia del aparato á la mira, los centímetros y milí- etros indicados en la escala para la pendiente que se compruebe y la cruz filar debe coincidir ı cada caso con la línea de fé de la plancha de la mira colocada á tal altura.

45 — Clisímetros de anteojo.

Modelo de Chezy

En la fig. 246 se representa en proyección vertical y en las 247 y 248 las condiciones de sus nulas vistas de frente.

Como en la primera aparece, su juego de tres tornillos permite colocar verticalmente el e general y consiguientemente horizontal el de colimación del anteojo cuando, estando el

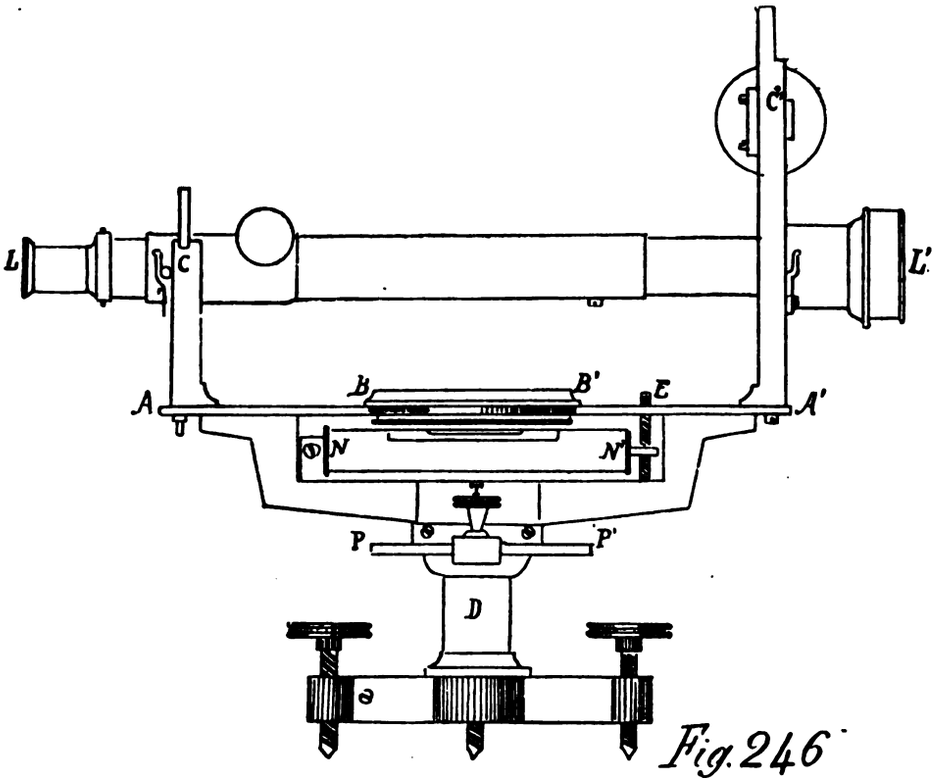


Fig. 246

ɔarato corregido, coinciden los ceros del nónius y la escala de la pínula mayor; aflojando el rnillo de presión T puede girar libre y azimutalmente toda la parte móvil del aparato dete- éndose este movimiento con él, cuando á mano se haya dirigido la visual, pues carece de tor- llos de coincidencia. (1)

(1) Hay aparatos de este modelo que tienen estos tornillos, brújula y limbo azimutal.

o

El nivel de burbuja, N N′, tiene su tornillo de corrección, E, y sobre la regla A A′ se encuentra una brújula, B B′, que permite ver la posición de la burbuja por unas ventanas abiertas al efecto.

La pínula menor, figura 248, tiene para la corrección un pequeño movimiento mediante el tornillo G y en la mayor, figura 247, el anteojo, que, como en aquella, descansa en un cuchillo circular, puede adquirir la inclinación deseada con la cremallera y piñón que hace girar el tornillo F y, como con aquella varía la distancia comprendida entre los dos cuchillos, en la parte del ocular lleva el anteojo dos cilindritos que se meten en las horquillas de la pínula correspondiente y en la opuesta resbala el tubo del anteojo en el cuchillo sin alterar su inclinación.

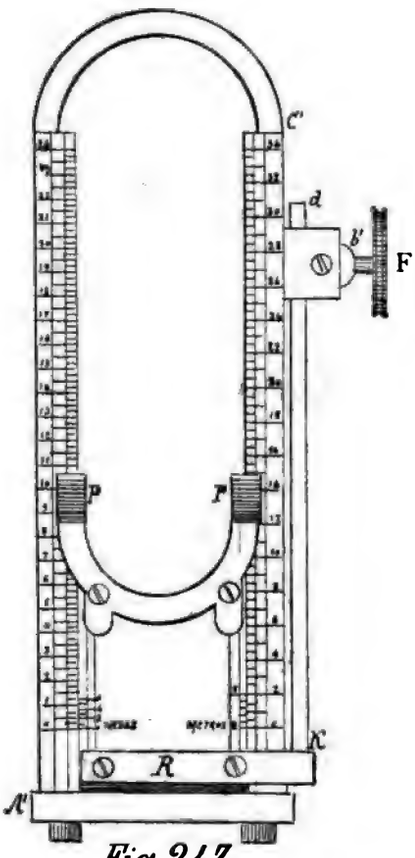


Fig. 247

Como para las rampas la región del ocular debe hallarse en la pínula menor y en la mayor en las pendientes, las dos pínulas llevan las indicadas horquillas, m, m, P, P, para sujetar el anteojo lo necesario sin dificultar su inversión extremo por extremo.

Despues de lo dicho sobre la graduación del clisímetro de pínulas, nada tenemos que añadir ahora, pues son enteramente iguales las de la derecha, y la graduación de la izquierda corresponde á toesas, que nunca se utilizaron en España.

Las *comprobaciones y correcciones de este clisímetro* son enteramente iguales á las explicadas para los niveles de anteojo de análogas condiciones; pues que en ellos se convierte cuando coinciden los ceros del nónius y escala; y las correspondientes á la graduación de esta es la misma indicada para el de pínulas.

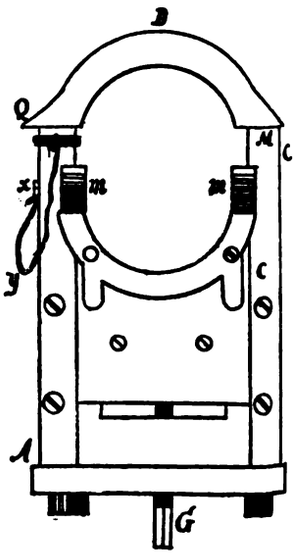


Fig. 248

Este tiene sobre el de anteojo, de que nos ocupamos, las ventajas de su sencillez y que permite observar pendientes y rampas sin tener que cambiar la posición del aparato ni de ninguna de sus partes; mientras que el de anteojo en las rampas este ha de tener la posición que en la figura aparece y en las pendientes se ha de sacar é invertir, porque entonces la región del ocular debe hallarse en la pínula mayor; pero en cambio la coincidencia de la visual con la línea de fé de la plancha de la mira, ó la lectura correspondiente en las parlantes, es mucho mas precisa, no solo porque se vé mejor, sino porque los hilos son mucho mas delgados y además la brújula puede en algunos casos prestar buenos servicios, aunque incomparablemente menores que los que se consiguen con los siguientes clisímetros modernos.

Modelo de Salmoiraghi

En la figura 249 se representa y á su vista desde luego se comprende que su construcción es mucho mejor que la del modelo precedente ofreciendo además las ventajas siguientes: 1.ª los

movimientos azimutal y vertical pueden ser lentos y graduales mediante los tornillos correspondientes; 2.° la combinación de la brújula y del limbo, que permite apreciar o'01 c; 3.° la disposición de la escala en el bastidor es preferible á la alta pínula; 4.° el anteojo puede girar libremente alrededor de su eje de figura é invertirse extremo por extremo facilitando la comprobación y corrección de sus ejes y de la horizontalidad del de colimación.

No es necesario despues de cuanto llevamos dicho que nos entretengamos en detallar sus comprobaciones y correcciones; pero sí conviene que indiquémos las condiciones características, que no pueden comprenderse á la vista de la figura.

La graduación de la escala es doble; en una se marcan las pendientes en milésimas del radio ó milimetros por metro y en la otra los grados centesimales correspondientes, lo que permite

Fig. 249.

ducir las distancias al horizonte por medio del círculo ó regla logarítmicos ó las Tablas correspondientes.

El limbo y la brújula están en correspondencia permitiendo el primero medir los ángulos imutales con la precisión de o'01 c.

El nivel es de buena sensibilidad y fácil corrección.

El anteojo, con objetivo de 35 mm. de diámetro, es analático, lo que convierte este clisímetro en un verdadero taquímetro para terrenos no muy accidentados.

Su precio es de 390 fr.

Modelo de Laguna

Como en la figura 250 aparece, este modelo, como la mayoría de los hasta ahora construídos, tiene la escala en la parte superior y como en este á las pínulas se las ha dado la altura necesaria para que sin cambiar la posición del anteojo se puedan medir las rampas y las pendientes, ha de resultar algo embarazoso en el campo; pero por otra parte tal condición simplifica

mucho los trabajos, pues con harta frecuencia, cuando desde la misma estación se determina la altura de muchos puntos, alternan los mas altos y mas bajos obligando con los demás clisímetros á cambiar la posición del anteojo y hacer girar el aparato, lo que es molesto y expuesto á errores.

Las condiciones de construcción y técnicas de este aparato nada tienen que envidiar al anterior llegando á medirse con él pendientes y rampas de 32 centímetros por metro, lo que, y las condiciones de ser analático, su excelente anteojo y tener una brújula y limbo azimutal le con-

Fig. 250.

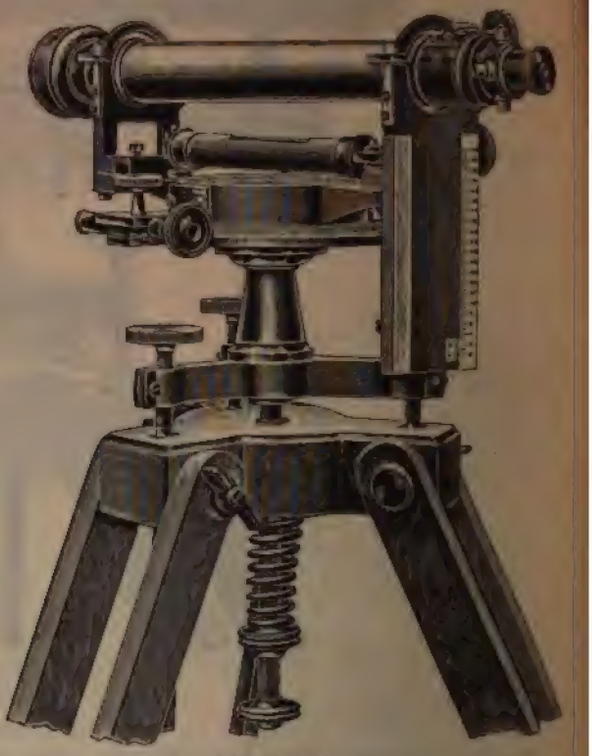


Fig. 251.

vierten en verdadero taquímetro utilizable en los terrenos no muy accidentados, al par que puede servir de excelente nivel; lo que es muy ventajoso en muchos casos.

El mismo constructor hace también el modelo representado en la figura 251 equivalente al de Salmoiraghi y que vende en sus talleres de Zaragoza al precio de 475 pesetas con el anteojo analático y á 450 si solo es distanciómetro con hilos fijos.

Modelo de Sanguet

Aunque en el número 38, páginas 238 - 242, ya nos ocupamos de este aparato, hicimoslo allí en el concepto de diastímetro; pero haciendo constar que era un clisímetro modificado y así es en efecto y por eso debemos comprenderle en este lugar reproduciendo la figura 113 para comodidad de los lectores.

A la simple inspección de la figura se comprende que tiene muchos puntos de semejanza el representado en la 250; pues sin cambiar la posición del anteojo se pueden medir pen-ntes y rampas con la ventaja de no tenerse que mover el observador para leerlas ó fijarlas; s la escala está en la parte del ocular; pero en cambio no pueden con él medirse tan grandes no con el modelo de la figura 250, ni su declinatoria es tan útil como la brújula y limbo azi-tal utilizados por Laguna y finalmente la posibilidad de alterar la posición del anteojo con vimientos involuntarios de la palanca, L, hace perder seguridad en la posición deseada del óptico; siendo en resumen preferible, como clisímetro, el modelo de Laguna al de Sanguet.

No hay para que nos entretengamos en describir las comprobaciones y rectificaciones de os aparatos despues de lo que se ha dicho sobre las del anteojo, sobre niveles y sobre los cli-ietros de pínulas; pues fácilmente se comprenden y realizan.

6 — Destino de los clisímetros.

Como ya explicamos en el número 87 pueden estos aparatos destinarse á la medición indi-ta de las distancias y de las alturas relativas y por consiguiente cuando, como en los cuatro delos últimos sucede, están dotados de limbo azimutal, se convierten en verdaderos taquí-metros de medianas condiciones.

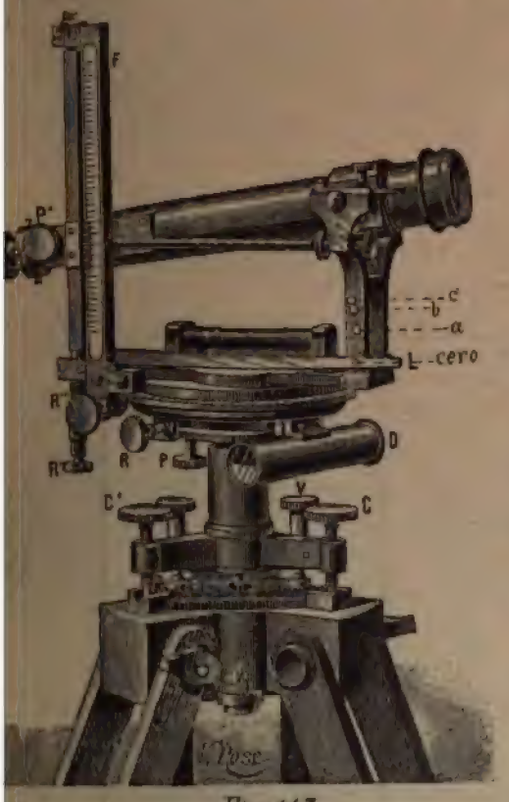


Fig. 113

Cuando se mantiene fija la coincidencia de los ceros del nónius y escala dependientes son propiamente niveles de pínulas ó de anteojo, según las condiciones de aquellos.

Pero el uso casi exclusivo y característico de los clisímetros es fijar sobre el terreno líneas de una pendiente dada ó determinar la que corresponde á la recta que une dos puntos cualesquiera de aquel.

El primer problema se resuelve poniendo el aparato nivelado en el punto de partida; con hacer que el cero del nónius coincida con la graduación de la escala correspondiente á la pendiente ó rampa que se desee; con fijar la plancha de la mira (1) á la altura del eje del anteojo sobre el cuchillo, en que descansa por la parte del ocular, y con ir colocando la mira verticalmente y de frente al aparato en los puntos que se consideren convenientes hasta que se encuentre uno, en que la visual vaya á parar á la línea de fé de la plancha, ó mas propiamente dicho, hasta que la imagen de esta coincida con el hilo horizontal central del retículo, cuidando de no confundirle con los que le son paralelos en los anteojos distanció-tros; despues se hace estación en este punto y se busca otro hácia delante con las mismas ecauciones y así se continúa, con la misma pendiente ó rampa, ó con las que convenga se-lar en cada tramo, hasta el fin.

(1) Suponemos utilizada al efecto una mira de plancha, no solo porque sirve para todos los aparatos de pí-as y de anteojo, sino porque se vé mejor y es más rápida y sencilla la observación; pero es claro que puede uti-rse también una mira parlante cuidando de buscar la coincidencia siempre con la altura del cuchillo que sos-e el anteojo.

El segundo problema se resuelve también sencillamente colocando el aparato en el punto de estación y la mira en el otro con la plancha fija á la altura del eje del anteojo en el otro punto y moviendo verticalmente el anteojo hasta que el hilo horizontal central coincida con la imagen de la línea de fé de la plancha; despues se leen en la escala los centímetros y en el nónius los milímetros de pendiente ó rampa por metro que resulta, que serán los que correspondan á la recta de los puntos del terreno.

Si desde una estación se dirigen con estas precauciones visuales á muchos puntos del terreno y al propio tiempo se miden los ángulos azimutales y las distancias, multiplicando la de cada punto por la pendiente ó rampa correspondiente se tendrá su altura relativamente al punto de estación y con el azimut y distancia su posición planimétrica, resultando el plano acotado de aquella estación, que puede enlazarse con la precedente y siguiente como se dirá para el uso de los taquímetros, que pueden los clisímetros sustituir, especialmente en terrenos que no sean montañosos.

Como algunas veces conviene deducir de las pendientes ó rampas los ángulos de inclinación ó al contrario, parécenos oportuno consignar su relación en el adjunto cuadro concretándole á las pendientes ó rampas de 2 en 2 mm. por metro desde 0 á 9 centímetros por metro, lo que al propio tiempo pondrá de manifiesto la no grande precisión con que se pueden medir las pendientes y los ángulos verticales por medio de los clisímetros; pues correspondiendo la del milímetro por metro á 6'5 centígrados y su magnitud apreciable á la vista $^1/_3$ de mm. á lo mas, se deduce que la precisión es muy inferior á la que se obtiene con los buenos taquímetros, en que se aprecia sin dificultad el centígrado en tales ángulos, lo que contradice la opinión ilusoria de muchos, que creen conseguir nivelaciones mas exactas midiendo las pendientes con los clisímetros que los ángulos verticales con los buenos taquímetros.

RELACIÓN ENTRE LAS PENDIENTES Ó RAMPAS Y LOS ÁNGULOS CENTESIMALES CORRESPONDIENTES

Pendiente por metro en milímetros	Angulo de incl. en grados centesimales	Pendiente por metro en milímetros	Angulo de incl. en grados centesimales	Pendiente por metro en milímetros	Angulo de incl. en grados centesimales
00	0'00 c	30	1'91 c	60	3'82 c
2	0'13 c	32	2'03 c	62	3'95 c
4	0'25 c	34	2'16 c	64	4'08 c
6	0'38 c	36	2'29 c	66	4'20 c
8	0'51 c	38	2'42 c	68	4'33 c
10	0'635 c	40	2'55 c	70	4'46 c
12	0'765 c	42	2'67 c	72	4'58 c
14	0'89 c	44	2'80 c	74	4'70 c
16	1'02 c	46	2'93 c	76	4'83 c
18	1'15 c	48	3'05 c	78	4'96 c
20	1'27 c	50	3'19 c	80	5'09 c
22	1'40 c	52	3'31 c	82	5'22 c
24	1'53 c	54	3'44 c	84	5'34 c
26	1'65 c	56	3'57 c	86	5'47 c
28	1'78 c	58	3'69 c	88	5'59 c
30	1'91 c	60	3'82 c	90	5'72 c

ARTÍCULO SEGUNDO

Aparatos propios de la Planimetría

147 — Clasificación.

No teniendo los procedimientos planimétricos de la antigua Topografía otro objeto que determinar sobre un plano la posición relativa de los puntos característicos del terreno con el auxilio de la medición directa del menor número posible de distancias, habidas siempre en cuenta las condiciones generales de extensión y accidentación de aquel y el fin á que el plano se destina, es consiguiente que sus especiales aparatos se habían de concretar á determinar las direcciones entre aquellos puntos, y como esto se conseguía directa ó indirectamente, ya fijando la situación de las perpendiculares á determinadas bases, ya *midiendo* el valor de los ángulos formados por aquellas, ya *trazando* tales direcciones sobre el papel ó plano de proyección, era consiguiente una primera clasificación de tales aparatos en *goniómetros* y *goniógrafos*.

No con mucha propiedad se comprendía entre los primeros las *escuadras*, que solo sirven para levantar perpendiculares á una recta en puntos dados ó bajarlas á ella desde otros que no la pertenecen; pero como dieron ocasión á la construcción de las *pantómetras*, que, empezando por satisfacer sencillamente aquella necesidad, sucesivamente se fueron perfeccionando hasta llegar á permitir medir con ellas toda clase de ángulos azimutales y verticales, lo mismo que los *teodolitos*, que solo difieren de ellas en las condiciones de construcción, puede tolerarse aquella inclusión.

Con mas justicia se comprendieron entre los goniómetros las *brújulas*, que por las propiedades características de la aguja imanada permiten medir los ángulos, aunque con la incertidumbre consiguiente á sus variaciones y perturbaciones; pero cuyos aparatos con los sucesivos perfeccionamientos se han convertido también en verdaderos teodolitos, en que la brújula propiamente dicha solo hace el oficio de testigo.

Finalmente al mismo objeto se han utilizado las propiedades de la reflexión en dos espejos construyéndose los *sextantes* y *círculos de reflexión* de grandísima utilidad en terrenos poco accidentados y especialmente en el mar.

No solo porque el Topógrafo se verá precisado á trabajar con estas clases de aparatos, sino también porque los propios de los procedimientos de la moderna Topografía son solo perfeccionamientos de ellos, los hemos de dar á conocer y á este efecto prescindiendo de las formas mas antiguas, ya no usadas, y de las mas nuevas propias de los procedimientos taquimétricos, nos ocuparémos sucesivamente para ajustarnos en lo posible á la clasificación general establecida

1.° *de las escuadras;*
2.° *de las pantómetras;*
3.° *de las brújulas;*
4.° *de los teodolitos;*
5.° *de los sextantes y círculos de reflexión* y
6.° *de las planchetas.*

Escuadras

148 — Sencilla de pínulas.

En una de sus formas fué tan antiguo su uso que 120 años antes de nuestra Era ya la describió *Eron de Alejandría, el Mecánico*, como el único aparato hasta entonces utilizado en los trabajos de agrimensura.

El *objeto* de todas las escuadras es, como ya se ha dicho, levantar y bajar perpendiculares en el terreno á una dirección en él determinada por dos puntos y por consiguiente

ES EL INSTRUMENTO CARACTERÍSTICO DEL SISTEMA DE PERPENDICULARES, de que nos ocuparémos en la *primera parte* del volumen segundo de este libro.

Estas escuadras consisten esencialmente en cuatro pínulas fijas que permiten dirigir por ellas visuales perpendiculares entre sí.

Puede reducirse, y sin duda sería la primera forma adoptada, á dos listones de madera de 25 á 30 centímetros de largo y 3 ó 4 de ancho ensamblados por su medio perpendicularmente,

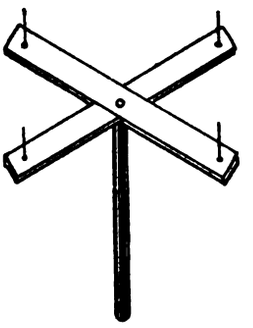


Fig 252

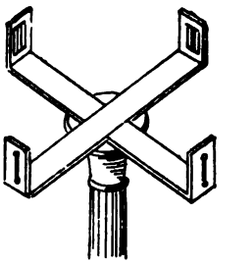


Fig 253

con un estilete (ahora puede ser un alfiler grueso, punta de París, etc.) clavado normalmente en cada uno de sus extremos y con un taladro cilíndrico en el centro, que dando libre paso á la espiga de un *bastón de agrimensor* clavado verticalmente en el suelo permitiera á los listones girar horizontalmente, tal como se indica en la figura 252.

La forma que probablemente se hizo despues es la que aparece en la figura 253 que solo

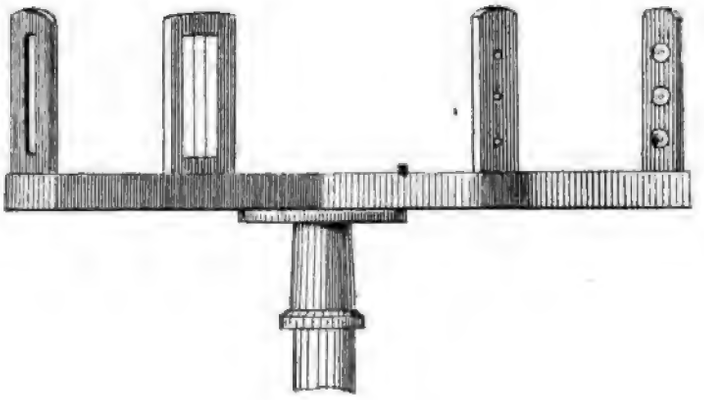


Fig. 254

Fig. 255.

difiere de la precedente en la plataforma en que termina el bastón de agrimensor para dar mas apoyo á la escuadra y en haber sustituido los estiletes por tablitas perpendiculares á los listones respectivos, en dos de las que hay abiertas unas ventanas cuyo eje vertical está determinado por una cerda estirada, que hacen el oficio de objetivo y por eso así se llaman, y en las opuestas ranuras estrechas por las que se enfilan aquellas haciendo las veces de ocular, formando entre ambas *verdaderas pínulas*.

Estas sencillísimas escuadras puede hacerlas, en caso necesario, cualquier carpintero de aldea en poco rato y tampoco habrá gran dificultad en construir la forma representada en la figura 254, que es la que los antiguos utilizaban.

Estas sencillísimas escuadras tenían el inconveniente de ser embarazosas para el transporte y de ser en él fácilmente descorregidas ó inutilizadas y fueron sustituídas por las *prismáticas octogonales* de plancha de latón de 4 á 10 centímetros de diámetro, de que dá idea suficiente la figura 255, presentando en las cuatro caras correspondientes á dos diámetros perpendiculares *ventana* y *ranura* y estas solamente en las otras cuatro para poder no solo levantar perpendiculares sino también determinar direcciones con inclinación de 45° ó 135° á otra fija; llevan algunas además en su base superior una brujulita para orientar los ejes del plano y soldado á la inferior un mango hueco, que se enchufa en la espiga del bastón asegurando el aparato.

En lugar de la forma prismática se utiliza también la cilíndrica indicada en la figura 256 con ranuras, ventanas y brujulita de las mismas condiciones que la anterior.

Fig. 256.

Fig. 257.

Fig. 258.

Por último, actualmente se hacen escuadras de forma esférica, como la representada en la figura 257, que si bien no permiten colocar la brujulita indicada, si dirigir las visuales perpendiculares con mayor inclinación que los modelos precedentes, que teniendo un campo más reducido hacen imposible su aplicación en los terrenos muy accidentados.

Cuando en las tres últimas formas el mango es de una pieza y se enchufa en la espiga del bastón, es muy molesto hacer la coincidencia del plano visual determinado por la primera ranura y ventana opuesta con el de la alineación, porque obliga á sacarle un poco de la espiga para hacer girar en lo necesario el aparato y esto no se consigue fácil y prontamente teniendo el observador que mirar repetidas veces por aquellas á la banderola que señala la alineación.

Para evitar estas molestias y pérdida de tiempo se hace la escuadra giratoria con movimiento brusco y lento, como se indica en la figura 258.

Como las condiciones de las visuales que se dirigen por las pínulas de todas las escuadras indicadas son próximamente las mismas, es indudable que pueden dar mayor seguridad y precisión las formas 2.ª y 3.ª que las 4.ª, 5.ª y 6.ª por ser al menos triple la distancia, que separa las ranuras de las ventanas opuestas y esto sucederá especialmente sustituyendo las pínulas de madera por otras de metal ó las ranuras por ventanas con cerda; en cambio las primeras son, como ya se ha dicho, mas embarazosas para el transporte y están mas expuestas á inutilizarse, no ofreciendo por otra parte la ventaja de permitir señalar direcciones con 45° y 135° de inclinación sobre la base, como es en algunos casos conveniente, á no complicarlas con mayor número de listones, lo que por otra parte no sería difícil.

Condiciones necesarias

Para que la escuadra de pínulas cumpla bien su destino son necesarias las condiciones siguientes:

1.ª Que el bastón que la sostiene sea vertical y se encuentre en la alineación á que se ha de levantar ó sobre que se ha de bajar la perpendicular ó línea inclinada de 45° ó 135°.

2.ª Que estando el plano de la escuadra horizontal sean verticales las ranuras y cerdas de las ventanas y

3.ª Que las visuales (1) dirigidas por las opuestas sean perpendiculares, ó en ángulos de 45° ó 135°, á las dirigidas por una ranura y ventana opuesta y las ranuras intercaladas.

La 1.ª condición se satisface en cada punto eligiendo este de la manera que se intercala en una alineación cuidando de colocar en ella hácia un mismo lado dos banderolas ó jalones; pues de no hacerlo así obliga á marcar la alineación sobre el terreno ó á que un ayudante se coloque en su prolongación para situar el bastón en su plano, lo cual es molestísimo y para colocar el *bastón verticalmente* basta mirarle en dos direcciones perpendiculares y en caso de poca práctica compararle con una aplomada que se tiene en la mano, moviéndole en el sentido oportuno para conseguir su verticalidad, asegurándole despues en el terreno. Si este no lo permitiese por ser rocoso ó pedregoso no hay mas remedio que sujetarle con la mano lo mas vertical que á la vista aparezca, lo que dá lugar á no pocas molestias y errores.

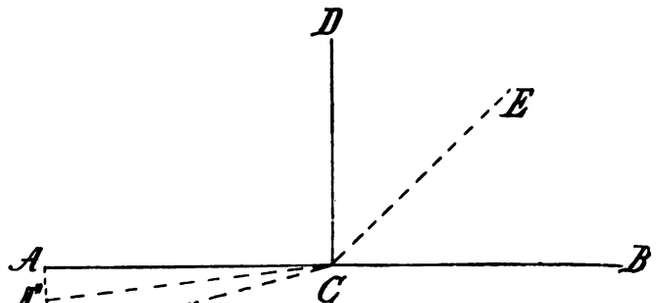


Fig 259

Para comprobar la *2.ª condición* se elige naturalmente un suelo, en que pueda clavarse fuertemente el bastón; se pone este vertical con la aplomada y con esta, colocada á 15 ó 20 metros de las cerdas de las ventanas, se observa desde los agujeros ó ranuras opuestas si coinciden; si no sucediera así, cuando el aparato es corregible, se mueven las cerdas en el sentido conveniente: generalmente no es necesaria esta corrección, porque los constructores cuidan de hacerla asegurando las cerdas en su posición conveniente.

Si la inclinación del plano visual determinado por el eje de las ranuras y cerdas opuestas procediera de que el plano de la escuadra no fuera perpendicular al eje del bastón, se podrá corregir el defecto modificando la espiga del último ó el mango de la escuadra, según los casos; si no se pudiera conseguir la coincidencia por estos medios ó inclinando un poco el bastón, habría que desechar la escuadra ó encargar su corrección á persona competente.

Para comprobar la *3.ª condición* se procede de una manera análoga á como se hace con las escuadras ó cartabones usados en el dibujo; esto es: en terreno llano se marca con dos jalones la alineación A B (figura 259) de 50 á 100 metros y próximamente en su medio el punto *C* determinando este en ella con cuidado; en él se clava verticalmente el bastón de la escuadra y se dispone esta de manera que las visuales dirigidas por una ranura y cerda de la ventana opuesta

(1) Para acomodarnos al lenguaje común designamos la idea con la palabra *visuales;* pero es indudable que con ella expresamos los *planos visuales* ó de colimación.

coincidàn en ambos sentidos con la alineación; esto conseguido, se fija otro jalón visando por la ranura y cerda del diámetro perpendicular y haciendo despues girar la escuadra hasta que la visual dirigida por la primera ranura y cerda pase por D se observará si la dirigida por las segundas coincide con A, en cuyo caso se verifica la condición de perpendicularidad de la escuadra; si no sucede así, sino que la 2.ª visual vá á parar á A', se repetirá la operación para cerciorarse de que esto no es debido á defectos de observación sino á la incorrección de la escuadra y si esta ofrece los medios necesarios se moverá la cerda de la ventana, por cuyo medio se determinó D, hasta que en la ultima posición vaya la visual al punto A'', medio de A A', repitiéndose despues toda la observación para comprobar.

Si no fuera posible la corrección y se deseara conocer la diferencia entre el ángulo de las dos visuales ó ejes de colimación de la escuadra y el recto, que debieran formar, se determinará en segundos por la fórmula siguiente:

$$e'' = \frac{d}{D}\ 206.265''$$

en que e'' es el *error* que se busca en segundos sexagesimales,

d es la distancia A A'' = A' A''
D » » A C

y 206.265'' los que corresponden al arco de magnitud del radio, como ya digimos en el núm. 6.

El cálculo del error, e'', no tiene otro objeto que ver si el que se comete con la escuadra es ó no tolerable, teniendo en cuenta el que puede siempre cometerse con estos sencillos aparatos; si bien el valor de A A'' siendo D = 100 metros lo dirá desde luego.

Si, por ejemplo, suponemos

$$d = 10 \text{ cent. y } D = 100 \text{ metros, resultará } e'' = \frac{0'1}{100}\ 206.265'' = 206'265'' = 3'\ y\ 26''$$

que es menor que el *medio* correspondiente á esta clase de aparatos é inapreciable en los planos gráficos á que ordinariamente se destinan los datos que con ellos se consiguen, ni tampoco tiene importancia notoria en el cálculo de las superficies, cuando á esto se aplican, porque el valor de las perpendiculares varía muy poco y el error en las abscisas se reduce mucho, ya que nunca deben aquellas pasar de 30 á 40 metros con esta clase de aparatos.

Para comprobar si con las visuales de dos ventanas mas próximas, respectivamente opuestas, se consiguen los ángulos de 45° y 135° se procederá de una manera análoga determinando previamente la perpendicular C D y comprobando despues el ángulo E C B con el E C D y es consiguiente que cuando estos sean iguales el primero será de 45° y el A C E de 135°.

Precisión que se consigue con estas escuadras é inconvenientes que ofrecen

Es muy difícil de fijar, porque depende esencialmente de la agudeza de la vista de cada observador y de las dificultades con que se dirigen las visuales por las estrechas ranuras ó agujeros oculares; el profesor *Lorber* hizo un detenido estudio sobre la materia deduciendo que el *error constante* no podría considerarse menor de 4'5' y el *accidental* de 2'6' aconsejando en su consecuencia que las perpendiculares que con ellas se tracen no deben ser mayores de 30 metros, lo que limita mucho sus aplicaciones.

Al mismo fin conducen los *inconvenientes* que en la práctica ofrecen, especialmente cuando se han de bajar perpendiculares sobre la alineación que sirve de base ó eje de las abscisas; porque es molestísimo determinar el pié de aquellas sobre la alineación, *no marcada en el terreno*, que se ha de hacer por tanteos sin separarse de ella, y aunque esto se facilite poniendo dos jalones á la parte hácia donde se camina, hay que cuidar de colocar el bastón en su alineación, mantenerle vertical, hacer que el primer plano de colimación coincida con el de aquella dirigiendo una visual por la ranura y ventana correspondiente y otra por las del diámetro perpen-

dicular, repitiendo este conjunto de molestas observaciones hasta que la última pase por el punto del terreno, que se desea determinar y todo esto produce cansancio y disgusto en el operador, que concluye por admitir el *poco mas ó menos* tan funesto en los trabajos topográficos.

149 — Escuadras de reflexión.

Consideraciones generales

Estas escuadras, y muy especialmente las *alineadoras*, evitan casi completamente los inconvenientes consignados, porque no solo permiten mirar las imágenes de los objetos reflejados y los directos con la pupila libre aumentando la perspicacia de la vista, sino que no exigen pié alguno, aunque algunas veces se utiliza el bastón para descansar el brazo y materializar la vertical, y hacen innecesarias las molestas visuales antes indicadas, ya que se ven simultáneamente las imágenes de los dos jalones determinantes de la alineación y el de la perpendicular directamente con un pequeñísimo movimiento del ojo, dando además mayor precisión; *pero tienen el inconveniente* de *exigir* que se coloque el plano del aparato en el de los objetos para que las reflexiones se produzcan y es consiguiente que en los terrenos muy accidentados el ángulo que se mide no es el plano del diedro formado por el vertical de la alineación y el perpendicular á él que se trata de determinar, y además, cuando los puntos no se marcan con banderolas ó jalones y, como en los terrenos arbolados son muchos los objetos reflejados, es mas difícil que en las escuadras de pínulas distinguir los que se han tomado para señalar la alineación y aquel desde el que se ha de bajar una perpendicular; por todo lo que, *resultando generalmente preferibles las escuadras de reflexión á las de pínulas,* algunas de estas lo son indudablemente en los terrenos de notables pendientes y en los arbolados.

Las *escuadras de reflexión* se fundan en las propiedades demostradas en el número 16 para los haces luminosos doblemente reflejados en los espejos y en el número 15 sobre la reflexión total en los prismas y estos dos medios se utilizan en su construcción.

En ambas se construyen *sencillas*, esto es, que solo sirven para levantar ó bajar perpendiculares, y *alineadoras*, que al propio tiempo determinan un punto de la alineación y como estas evitan la molestia y pérdida de tiempo que exige el ponerse en aquella para resolver el segundo problema indicado (bajar perpendiculares á una alineación desde los puntos del terreno fuera de ella, que se quiere determinar por su abscisa y ordenada), que es el mas frecuente, á estas nos atendrémos haciendo solo referencia á *un modelo de las de espejos y á dos de las de prisma*, porque en nuestro concepto no merece este sencillo aparato mayor desarrollo, ya que, aunque relativamente de reciente fecha, es de una aplicación limitada y poco importante en los nuevos sistemas de levantamiento de los planos.

Escuadra alineadora de Coutureau

Entre las de reflexión por espejos elegimos esta por ser de las mas completas, sencillas y económicas. (1)

Consiste, como aparece en la figura 260, en un prisma hueco de cobre niquelado al exterior, cuyas caras anterior y posterior están abiertas, de 46 milímetros de largo por 27 de ancho y 33 de alto y peso de 140 gramos, á cuya base inferior se atornilla un pequeño mango que sirve, en caso necesario, de llave para apretar ó aflojar las tuercas, que exteriormente aparecen en la cara de la izquierda.

Interiormente hácia este lado hay dos espejos, uno sobre el otro, perpendiculares entre sí y ambos á la base y de tal manera dispuestos que cada uno forma con otro mayor colocado en la cara opuesta un ángulo de 45° ó 50^{c}.

Para hacer, en caso necesario, la corrección oportuna á fin de que esto se verifique, al

(1) Cuesta 25 francos en casa del constructor Berthélemy, París, rue Dauphine, 16.

propio tiempo que para asegurar á la chapa los dos primeros espejos, están destinadas las cuatro tuercas antes indicadas, pues aflojando una y enroscando otra de las dos que corresponden á cada espejo se hace girar á este sobre la intersección de sus planos.

En el espejo de la derecha hay dos circulitos con estrechas ventanas, constituyendo dos pínulas en la misma perpendicular á su base formadas con el desazogamiento del espejo, que permiten ver directamente los objetos y hacer coincidir el plano de colimación determinado por ellos y la arista de la izquierda indicada por una flecha con las imágenes reflejadas por los dos espejos de la izquierda y el espacio libre del de la derecha.

Recordando lo que en el número 16 dejamos consignado sobre las leyes de la reflexión en los espejos, es muy fácil comprender la teoría en que se funda esta escuadra alineadora; pero para evitar toda clase de dudas demostrarémos la función principal de los dos espejitos perpendiculares.

Supongámoslos proyectados sobre un plano horizontal según las líneas perpendiculares A B y C D (figura 261) de tal manera colocados que el jalón de la derecha, M, reflejado en el primer espejo aparezca al ojo del observador colocado en O según la dirección O I S y que el jalón de

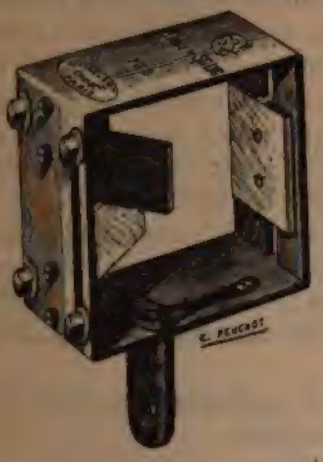


Fig 260

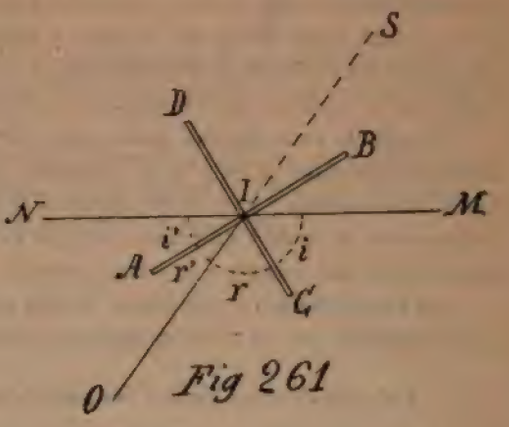


Fig 261

la izquierda, N, reflejado en el espejito C D se aparezca al propio observador en la misma dirección, es decir que las imágenes de los dos jalones se le presenten sobrepuestas en el mismo plano de colimación; vamos á demostrar que en estas condiciones la vertical de I, ó de intersección de los dos espejos, se halla en el plano de la alineación M N.

En efecto: M I C = i y C I O = r serán los ángulos de incidencia y reflexión del haz luminoso M I sobre el espejo A B y N I A = i′ y A I O = r′ los del haz luminoso N I sobre el espejo C D é i = r é i′ = r′ y como r + r′ = A I C = 100ᶜ é i + i′ = i + B I M = B I C = 100ᶜ, resultará i + r + r′ + i′ = 200ᶜ y por consiguiente I se encontrará en la alineación de M N.

Para que esta condición se verifique no empece que varíe el ángulo de incidencia, i; porque siendo inalterable la perpendicularidad de los dos espejos A B y C D en sentido contrario y en igual cantidad cambiará el ángulo *i′* y la suma de los dos con los de reflexión correspondientes daría el mismo resultado.

Dedúcese de aquí; que *cuando las imágenes de los dos jalones se vean coincidir verticalmente en la intersección de los dos espejos, esta se encontrará en la alineación de aquellos y esto sucederá aunque se hagan girar alrededor de I por el movimiento voluntario ó involuntario de la mano.*

Recíprocamente; *si se coloca un jalón, N, de manera que su imagen reflejada en la vertical de I por el espejo C D se sobreponga verticalmente con la del M reflejada por el A B, el jalón N, se encontrará en la alineación I M.*

Por consiguiente los dos espejos perpendiculares constituyen un *aparato de alineación*, que

puede servir para colocarle en un punto intermedio de una señalada con dos jalones en el terreno ó para prolongarla.

Como en la escuadra de Coutureau el tercer espejo se halla en la dirección de los haces de luz de los jalones de la alineación reflejados respectivamente por cada uno de los otros dos espejos, sólo pueden verse sus sobrepuestas imágenes mirando por las pínulas en aquel abiertas; pero no es esto necesario, pues en la parte no desazogada se reflejan perpendicularmente á la alineación por formar el espejo de la derecha con cada uno de los de la izquierda un ángulo de 50^c en virtud de la ley demostrada en el número 16 sobre la doble reflexión en dos espejos y en su consecuencia el primero forma una escuadra con el espejo A B para los objetos de la derecha y otra con el C D para los de la izquierda y por lo tanto mirando por la arista de la caja señalada con una flecha á la línea de las pínulas del espejo mayor, en la parte azogada se verán coincidiendo verticalmente las imágenes de los dos jalones, si el aparato se halla en su alineación y por las pínulas la dirección perpendicular á ella.

En vista de esto se comprende fácilmente cómo se ha de utilizar el aparato: basta tenerle en la mano de manera que las caras abiertas del prisma se dirijan en el sentido de la alineación para que los espejitos formen las imágenes de los jalones y el tercero del lado de la perpendicular; caminando en este sentido hasta que las dos imágenes de aquellos se presenten coincidentes verticalmente, en cuyo caso el aparato se encuentra en la alineación y andar después en la dirección de esta, lo que comprobará aquella coincidencia, hasta que la visual que se dirige por la arista antes dicha de la caja y la pínula superior ó inferior vaya á parar al punto de donde se ha de bajar la perpendicular; cuando esto se verifique el punto del terreno, que se halla en la vertical del mango de la escuadra, será el pie de la perpendicular buscado.

Según las experiencias practicadas por Lorber el error constante ó de rectificación de esta clase de escuadras es de 3′ y el variable de 1′3′ aconsejando que se utilizen con perpendiculares de 50 metros y que en las mayores se comprueben con los dos jalones, aunque esto resulta innecesario en la de Coutureau, porque ya se hace cuidando de que sean coincidentes las imagenes de los dos jalones y la visual directa.

La *comprobación y corrección* de esta escuadra se deduce de la explicación precedente tan sencillamente que no creemos necesario entretenernos en hablar de ellas.

Escuadras alineadoras de reflexión por prisma de Bauernfeind y de Jadanza

Las más completas, sencillas y económicas (1) son las de los ilustrados Profesores expresados, las que no solo son alineadoras como la precedente, sino que sirven tambien para determinar direcciones con inclinación de $45° = 50^c$ algunas veces conveniente, como luego verémos.

En sus dimensiones naturales aparece la primera en la figura 262 con la montura con que la construye Salmoiraghi y la segunda en la figura 263; en ambas se indica exteriormente con flechas y números la dirección en que se ha de mirar en cada caso haciendo coincidir en la misma vertical el objeto visto directamente con las imágenes coincidentes de los jalones de la alineación, cuya condición, como en la escuadra de Coutureau, indica que el aparato se halla en aquella; su sencillo manejo no exige por consiguiente más detallada explicación.

El prisma propuesto por Bauernfeind y utilizado por Salmoiraghi es de las condiciones que indica su sección recta en la figura 264.

En ella los ángulos A y B son rectos; el $E = 67° 30'$; el $D = 157° 30'$; el $C = 135°$ y el que forma la cara A E con la D C $= 45°$

Sin embargo para dar idea del camino que la luz sigue sin hacer confusa la figura, utilizarémos, como lo hace Salmoiraghi (2), de quien estractamos esta explicación, la figura 264 solo para indicar la manera de conseguir las direcciones inclinadas de 45° y la 265 las perpendiculares á una alineación determinada, en que el aparato se encuentra.

---

(1) Se venden á 30 liras en el establecimiento de instrumentos de Salmoiraghi en Milán.

(2) «Istrumenti e metodi moderni», página 113 á 118.

La figura 265 es la sección recta de un prisma, cuyos ángulos en A, B y E son rectos y los en D y C de 135°.

Si se supone este prisma colocado en la alineación P P′, de manera que la cara B C se dirija al punto P y la A E al P′ y de los rayos luminosos hácia él emitidos por los puntos P y P′

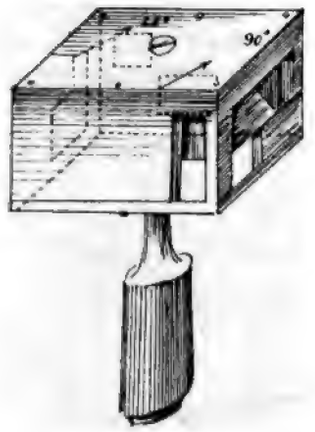


Fig. 262

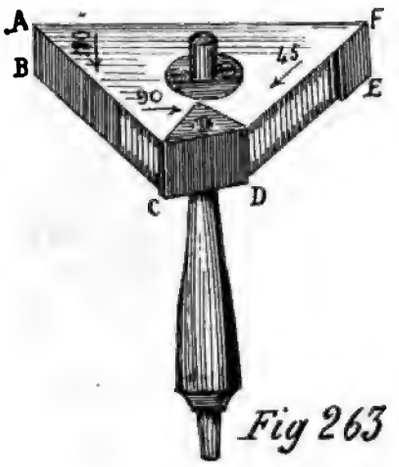


Fig 263

consideramos, primero, los paralelos entre sí P Q y P′ Q′ (1), después de las refracciones y reflexiones indicadas en la figura emergerán según T U y T′ U′ paralelos entre sí y perpendiculares á P Q y P′ Q′ por ser rectos los ángulos en A y B.

Cuando los haces emergentes T U y T′ U′ se separan bastante para que recogidos por la pupila del observador no puedan coincidir sensiblemente en un punto de la retina, se presentan las imágenes separadas por una faja negra que hace difícil la observación.

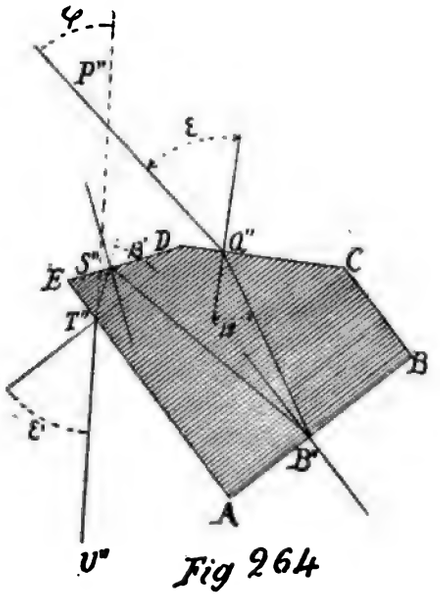


Fig 264

Pero en lugar del haz luminoso P′ Q′ podemos considerar otro, P″ Q″, tal que después de su refracción en Q″ y su reflexión en R″ pase por Q y en ese caso sus reflexiones sucesivas serán paralelas y se aproximarán mucho á las del haz primero P Q, con las que pueden considerarse confundidas.

(1) Estos y el P″ Q″ podemos considerarlos paralelos, y aun podría serlo como coincidentes con la recta que une los puntos de que proceden, en atención á las pequeñísimas dimensiones del aparato y á la distancia que de aquellos le separa.

Obsérvase, sin embargo en la figura que los ángulos que en su camino dentro del prisma forman tales haces luminosos con las caras no permitirán conseguir su reflexión por ser menores que los que corresponden á la reflexión total en ellos y por consiguiente aquellos saldrán de él desapareciendo la imagen ó haciéndola muy oscura; para evitarlo y así mismo que en el prisma penetren otros haces que los más convenientes, se platean ó azogan en parte sus caras convirtiéndolas en verdaderos espejos, con lo cual se hace posible la reflexión y de esta suerte el prisma de la figura 265 se convierte en una escuadra alineadora, porque para que los haces emergentes T U y T′ U′ coincidan, es preciso que el prisma se halle en la alineación; fuera de ella se separan indicándolo, y mirando en la dirección de tales haces por encima ó por debajo

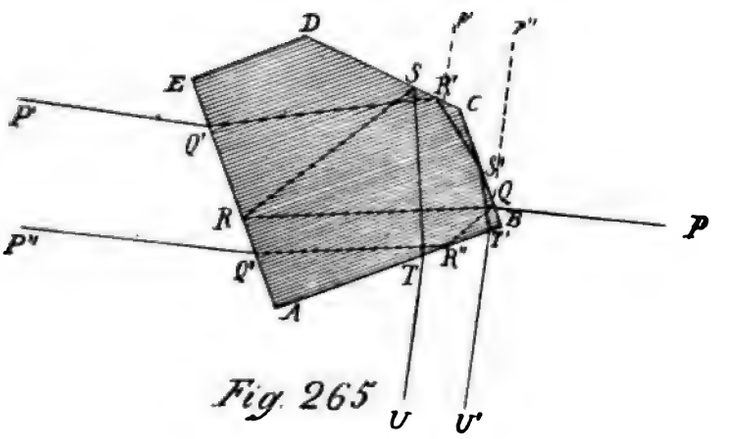


Fig. 265

de las imágenes sobrepuestas de los dos jalones de la alineación se puede determinar la dirección perpendicular; de manera que este prisma equivale á la escuadra alineadora de espejos de Coutureau.

Con el prisma de la figura 264 se puede conseguir este resultado y haciéndole girar de manera que el haz P″ Q″ incida sobre la cara D C, después de su refracción en Q″ y reflexiones en R″ y S″ emergerá según T″ U″ en una dirección que formará con la P″ Q″ un ángulo de 45° por ser el de las caras D C y A E y por consiguiente mirando segun U″ T″ por encima ó por debajo se podrá señalar aquella dirección á la alineación, que es precisamente lo que se indica en la montura hecha por Salmoiraghi al prisma de Bauernfeind con la flecha señalada 45°.

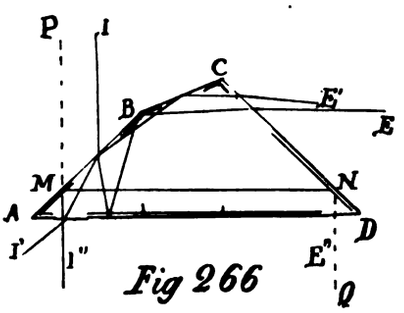


Fig 266

El Ilustrado Ingeniero señor Jadanza, que en un interesante opúsculo demostró las condiciones de *su prisma universal de reflexión*, le utilizó en su aludida escuadra en sustitución ó en competencia con el de Bauernfeind.

Sus condiciones generales y el camino que en él siguen los haces luminosos en sus caras reflejados los indica el ilustre Erede en los breves términos siguientes (1):

«Las caras A B y C D, figura 266, están inclinadas sobre la A D 45°; el ángulo A B C es el suplemento de 22° 30′; por consiguiente la doble reflexión sobre A D y A B dá una dirección de 90° y la sobre A B y B C la produce de 45°. — Además de estos caminos de la luz I E y I′ E′, puede también emplearse el I″ E″, con lo cual el instrumento puede servir de alineador.»

Las condiciones técnicas de estas escuadras difieren poco de las consignadas para la de Coutureau, si bien tienen sobre ella la ventaja de dar las direcciones inclinadas de 45° y de estar menos expuestas á descorregirse, aunque cuando tienen algún defecto de construcción no hay medio hábil para remediarle.

(1) «Elementi di Topografia». — 3.ª edit. Florencia, pág. 62.

150 — Aplicaciones especiales de las escuadras.

Ya hemos dicho que la escuadra es el aparato característico del sistema de levantamiento de los planos por perpendiculares y como este es auxiliar necesario en la determinación de los detalles en todos los demás y muy especialmente en los planos catastrales, cuando en ellos se utilizan las alineaciones, y en los de poblaciones, aquella tiene grandísima aplicación en los procedimientos de la antigua Topografía; no sucede lo mismo en los de la moderna; pero aun con ellos se utiliza en la determinación de pequeños detalles, que no merecen aumentar á tal objeto las estaciones.

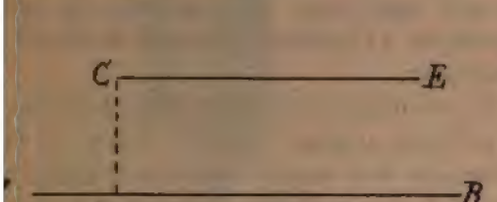


Fig. 267

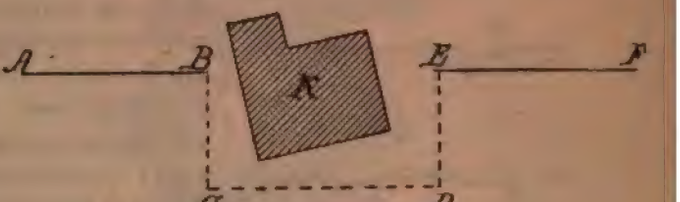


Fig 268

Puédese también utilizar la escuadra, especialmente los modelos que dan las direcciones inclinadas de 45° sobre la alineación que se sigue, en la solución de ciertas dificultades, que con los procedimientos antiguos se presentan frecuentemente y conviene recordar algunas para dar idea á los principiantes de la manera como pueden resolver otros análogos, cuando aquellos procedimientos aplicaran ó cuando no dispusieran de los modernos aparatos, porque con los nuevos procedimientos tales dificultades no se les ocurrirán ó podrán solventarlas sin acudir á medios especiales.

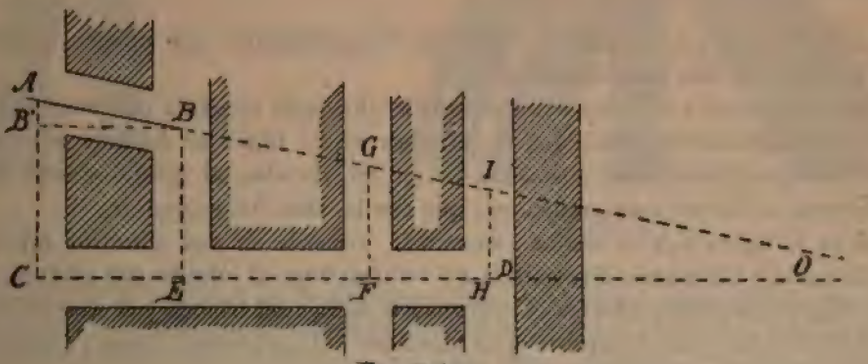


Fig 269

Primer caso. Si por un punto C, fuera de una recta A B (fig. 267) se quiere trazar una paralela á ella, claro es que bastará bajar la perpendicular C D y en C levantar la perpendicular C E á la C D.

Segundo caso. Si al prolongar una alineación recta *A B* (fig. 268) la intercepta un obstáculo *K*, puédese fácilmente evitar la dificultad levantando en *B* la perpendicular *B C*, en *C* la *C D* y en *D* la *D E* = *B C*, porque es evidente que la *E F*, perpendicular también á *E D*, será la prolongación deseada.

Si las condiciones del obstáculo y las de los accidentes del terreno no permiten apelar al procedimiento indicado, como ocurre en el caso supuesto en la figura 269, se traza la alineación auxiliar C D y á ella se bajan las perpendiculares A C y B E, que se miden, así como la C E; en los puntos F y H, en que el terreno lo permite, se levantan las perpendiculares indefinidas F G y H I.

Para determinar los puntos G é I de la alineación se supone esta prolongada hasta su

intersección en *O* con la alineación auxiliar y trazada por B la B B′ perpendicular á la A C ó paralela á la C E se tendrán los triángulos semejantes A B B′ y A O C, que nos darán

$$\frac{A\,C}{A\,B'} = \frac{C\,O}{B\,B'}$$

de cuya proporción se deduce el valor de C O, pues se conocen A B′ = A C — B E y B B′ = C E.

Conocido el valor de C O y los de C E, C F y C H medidas directamente, por conocidas proporciones se determinan los de F G y H I fijando los puntos *H* é *I* de la alineación.

Por otros muchos medios se resuelve este caso, según las condiciones del obstáculo y accidentes del terreno; pero como todos están fundados en los principios demostrados en la Geometría elemental se ocurrirán fácilmente al operador.

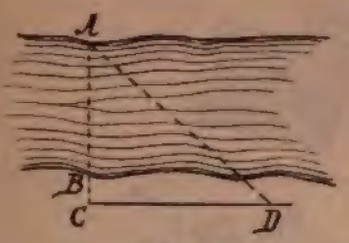


Fig 270

Tercer caso. Si conviniera medir la anchura de un río, una laguna ú otro accidente análogo, como se indica en la figura 270 con la distancia A B, bastará trazar en la margen del río la alineación C D perpendicular á aquella y buscar en ella el punto D, en que se forma el ángulo de 45°, á cuyo objeto se destina esta condición de algunas escuadras y es evidente que midiendo las distancias C D y C B se tendrá resuelto el problema, porque A B = C D — C B.

Pantómetras

151 — Descripción de las más sencillas, condiciones necesarias y sucesivos perfeccionamientos.

En las figuras 149 y 271, aparecen dos tipos de pantómetra, que pueden considerarse los modelos extremos de esta clase de aparatos.

El *primero*, sencilla de pínulas, es realmente una doble escuadra cilíndrica provista de un limbo y su correspondiente nónius, que permiten medir todos los ángulos azimutales con la precisión correspondiente á este medio de dirigir las visuales, al propio tiempo que levantar perpendiculares en las mismas condiciones que con las sencillas escuadras.

Como en la figura 149 se indica claramente, consiste en dos cilindros superpuestos de plancha de metal y del mismo diámetro (4 á 6 centímetros); al inferior está soldado ó enroscado el mango hueco que sirve para unir el aparato á la espiga del trípode y el superior á aquel mediante un eje interior, que le permite girar alrededor del matemático común á ambos permaneciendo coincidentes las circunferencias de sus bases en contacto.

Esta rotación se efectúa por medio de un anillo dentado unido interiormente al cilindro superior y el piñón en que termina la varilla con botón, que aparece en la base inferior y que engrana con aquel.

En la base superior del cilindro inferior está grabado el limbo dividido en grados y en la del superior el nónius, que aprecia teóricamente 2′ y de tal modo colocados que cuando el plano de las cerdas de las pínulas del primer cilindro coinciden con el de las del segundo lo hagan también los ceros del limbo y nónius.

Es evidente que si, sujetos los dos en esta posición mediante el engranaje referido, puesto horizontal el plano del limbo y colocado el aparato en el vértice B (Fig. 271 bis) de un ángulo A B C, se mueve horizontalmente hasta que el plano visual determinado por las pínulas de ambos cilindros pase por el punto A y después con el botón de la varilla se hace girar el cilindro superior hasta que la visual dirigida por sus pínulas pase por el punto C, el nónius señalará sobre el limbo el valor del ángulo A B C, en el caso de que su numeración vaya de derecha á izquierda; en el contrario se dirigirá la primera visual al punto *C* y la segunda al *A*.

Puede comprobarse si con el giro ha variado la situación del cero del limbo viendo si la visual dirigida por las pínulas del cilindro inferior pasa por *A* al propio tiempo que la que determinan las pínulas del cilindro superior pasa por C ó al contrario.

De esta sencilla exposición se deducen las condiciones necesarias en el aparato para conseguir el objeto que se desea y fácilmente se comprenderán los inconvenientes que presenta en su manejo y las consiguientes reformas que en él se han hecho sucesivamente para evitarlos.

Fig. 149

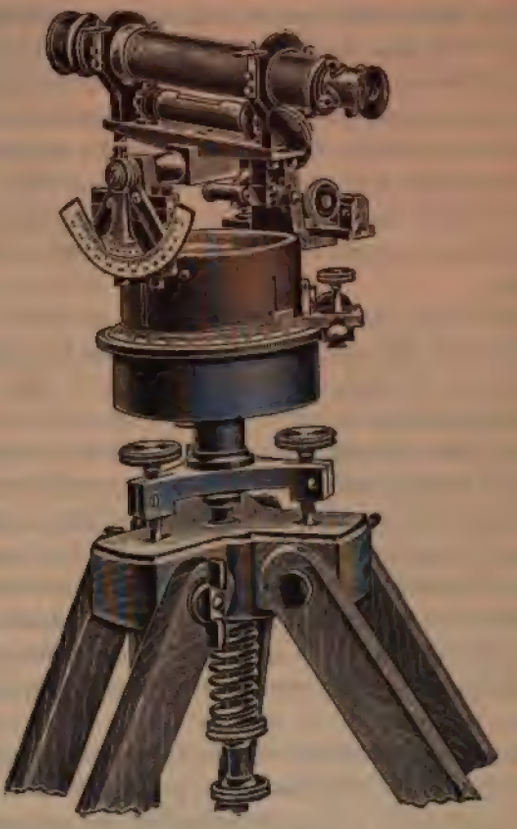


Fig. 271

1.° Como el ángulo que se ha de medir es el plano del diedro que forman los verticales de las alineaciones B A y B C es necesario que los coincidentes del limbo y nónius sean horizontales y como el aparato de que tratamos no tiene juego ninguno y se une al trípode mediante el mango hueco, cuyo eje es por construcción perpendicular á aquel, naturalmente para conseguir el objeto se ha de poner verticalmente la espiga del trípode.

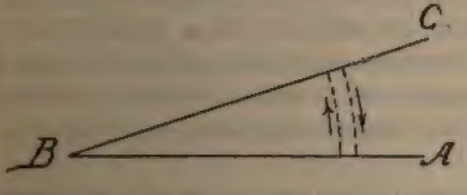


Fig. 271 bis

Aunque no sea necesario conseguir esto, al objeto propuesto, con toda precisión y basta comparar con una aplomada suspendida en la mano las generatrices del cilindro total del aparato en dos posiciones perpendiculares, como quiera que para conseguir la verticalidad aproximada es necesario mover las piernas del trípode, se comprende cuán molesta será esta maniobra y cuanto tiempo se perderá en ella; con alguna práctica se hace todo á ojo disminuyendo el tiempo necesario, pero ni este deja de ser apreciable, ni la verticalidad del eje general del aparato se consigue con bastante precisión, ni tampoco que tal eje pase por el punto de estación, y todas estas son causas de error y de pérdida de tiempo.

Para evitar estos inconvenientes se empezó por dotar al aparato de un juego de nuez y de pequeños niveles de burbuja colocados sobre la base superior y se concluyó por utilizar el juego de tres tornillos y los niveles que aparecen en el modelo de la figura 271: uno y otro juego y con más seguridad y exactitud el segundo, hacen innecesario tocar al trípode después de haberle colocado sobre el punto de estación de una manera conveniente á ojo, para conseguir la horizontalidad del limbo mediante los niveles de burbuja ya indicados y como el trípode de seis brazos utilizado en el modelo de la figura 271 es mucho más estable que el sencillo de la figura 149, es indudable el perfeccionamiento realizado.

2.° Supuesto horizontal el plano del limbo, es necesario hacer coincidir el plano visual ó de colimación de las pínulas de los dos cilindros con el vertical B A de la alineación de partida y como el mango hueco está fijo al aparato no hay otro medio para conseguir tal coincidencia que, después de aflojar el tornillo de presión con que se sujeta á la espiga del trípode, levantar un poco el aparato y darle con la mano el movimiento necesario hasta que el plano de colimación pase por el punto A; pero esto es también bastante molesto y hace perder no poco tiempo, porque al enchufar nuevamente la espiga del trípode se pierde la coincidencia deseada.

Para evitar estos inconvenientes se adoptó el mango con giro y tornillo de presión, que en la figura 258, pág. 401, representamos para las escuadras, y como sin tornillo de ajuste ó coincidencia no se conseguía completamente el objeto, se adoptó este medio en los perfeccionamientos sucesivos.

3.° Al objeto de orientar los planos levantados con esta sencilla pantómetra se colocó sobre su base superior una brújula, disponiendo su limbo de manera que cuando coinciden los ceros del limbo y nónius antedichos y el plano visual de las pínulas con el eje de la aguja, las puntas de esta señalen en su limbo las graduaciones 0° y 180°, cuya condición se puede comprobar fijando el plano de colimación determinado en tales condiciones por las pínulas, asegurando en esta posición el cilindro inferior y dando una semirevolución exacta al superior, en cuyo caso la punta de la aguja que antes señalaba 0° lo hará ahora sobre el 180° y al contrario, con tal que la brújula reuna las condiciones que dijimos en el número 101 para las de esta clase.

Como la brújula adicionada á las pantómetras sencillas puede ofrecer en la práctica alguna utilidad, se ha conservado en las perfeccionadas; pero en ellas no es tan fácil leer los rumbos por ella señalados á causa de impedirlo los montantes del anteojo y demás órganos de la parte superior, como fácilmente se comprende á la vista de la figura 271, por cuyo motivo y los demás expuestos en el número 101 debiera en ellas adoptarse la brújula de limbo móvil.

4.° Hemos dicho que el movimiento giratorio del cilindro superior sobre el inferior se produce mediante el engranaje del piñón de la varilla sujeta al segundo con el anillo dentado unido al primero y esto también hace perder mucho tiempo y no da seguridad á la coincidencia del plano visual determinado por las pínulas del cilindro superior en sus diferentes posiciones y para evitar tales inconvenientes se ha sustituído este mecanismo por el más rápido, exacto y seguro de los tornillos de presión y coincidencia, que aparecen en la figura 271 en el platillo del limbo, porque es evidente que, aflojando el primero, rápidamente se mueve toda la parte superior del aparato hasta hacer entrar en el campo del anteojo el punto que se desea visar y, apretado aquel, con el tornillo de coincidencia se consigue esta exacta, breve y seguramente sin tanteos, ni vacilaciones.

5.° Teniendo, finalmente en cuenta que las visuales dirigidas por las pínulas no permitian visar objetos lejanos, ni con la precisión muchas veces necesaria, porque ni la correspondiente á la perspicacia de la vista se consigue en ellas, ya que no se puede mirar con la pupila libre á causa de la estrechez de las ranuras oculares, se introdujo un anteojo basculante sobre un eje sostenido por un montante en el centro de la base superior y en atención á las dificultades que ofrecia esta construcción y á la necesidad sentida de apreciar los ángulos de inclinación se concluyó por asegurar el eje con dos montantes, uniendo á uno de sus extremos una alidada

con uno ó dos nónius, que determinan aquellos sobre un limbo ó un arco graduado fijo y los demás órganos necesarios para que el anteojo tenga en el sentido vertical los movimientos rápido y lento, que son indispensables á la pronta y exacta coincidencia de su eje colimador con el punto que se desea determinar, como fácilmente se comprende á la vista de las figs. 271 y 272.

Estos perfeccionamientos de la pantómetra de pínulas no se hicieron simultánea y resueltamente, ni se han abandonado las muchas formas intermedias adoptadas; así es que en el comercio se encuentran todavía muy variadas, cuyas condiciones técnicas se comprenderán fácilmente á la vista de cada una con las indicaciones consignadas y lo que nos falta decir sobre las pantómetras perfeccionadas; pero conviene hacer constar que las que carecen de anteojo y de limbo vertical, no satisfacen á las exigencias de los planos más sencillos, ni dan los ángulos azimutales con la precisión que teóricamente señalan su limbo y nónius, porque estos por su pequeño diámetro y por estar grabados sobre metal blando no lo permiten, ni la manera de dirigir las visuales tampoco, ya que por sus condiciones la perspicacia de la vista, calculada en 90", no puede utilizarse y han de reducirse las distancias á muy estrechos límites, aunque se destinen los datos con tales aparatos recogidos á planos simplemente gráficos, que no exigen la precisión recomendada en los numéricos modernos.

152 — Pantómetras perfeccionadas. — Descripción del modelo de Laguna.

El segundo modelo que ofrecemos á la consideración de nuestros lectores en la figura 271 es el que en sus acreditados talleres de Zaragoza construye don Amado Laguna y representa una de las formas de la pantómetra perfeccionada, que por sus condiciones técnicas y económicas (1) mejor puede satisfacer las exigencias de los topógrafos aficionados á los aparatos y procedimientos de la antigua Topografía.

Aunque en este modelo los ángulos de inclinación se miden con un arco graduado en dos sentidos y un doble nónius de apreciación teórica de 1', es preferible á los en que se emplea el limbo completo, que en el comercio se encuentran, no sólo porque siendo su radio mayor la apreciación teórica se realiza, porque está finamente grabada sobre plancha de plata y es toda su construcción más esmerada, sino también porque la colocación de su excelente anteojo sobre collares permite su completa rectificación sin dar al aparato la excesiva altura que exigiría la otra forma para su inversión y además la disposición del limbo azimutal y sus nónius en una superficie cónica permite hacer su lectura mejor y más fácilmente.

Aunque en forma de pantómetra este modelo es un verdadero teodolito de pequeño diámetro, que sino fuera ventajosamente sustituido por el taquímetro parcelario de la misma casa constructora, del que hablarémos oportunamente, sería muy recomendable para los trabajos más comunes y de no mucha importancia.

Consérvanse en él las pínulas; pero tienen poca aplicación desde el momento en que ventajosamente las sustituye el anteojo para los ángulos azimutales y verticales y no sería cómodo ni económico utilizarlas para levantar y bajar perpendiculares por las muchas molestias y pérdida de tiempo que motivaría colocar el aparato nivelado en los puntos convenientes, cuando esto se consigue mejor y más rápidamente con una escuadra de reflexión, que se lleva en el bolsillo, por lo que rarísimas veces se utilizan tales pínulas.

Las condiciones generales del aparato ya las hemos antes indicado y las pone de manifiesto la figura 271, por lo que no es necesario repetirlas; pero sí hemos de hacer constar las que directamente no se pueden deducir á su vista.

---

(1) En los talleres del señor Laguna se construye toda clase de pantómetras desde las más sencillas hasta la representada en la figura 271, variando sus precios desde 45'75 pesetas hasta 260 que cuesta la indicada, como detalladamente consta en su catálogo ilustrado, siendo de advertir que además de una esmerada construcción tienen mayor diámetro que las ordinarias extranjeras, pues alcanzan en las más sencillas á 75 mm. y esto dá mayor seguridad á las visuales.

El diámetro útil del limbo azimutal es de 105 mm. y dividido en medios grados se aprecia con dos nónius opuestos teóricamente 1' con repetición.

El arco vertical está en la misma forma dividido y numerado en dos sentidos hasta 70° á partir del 0°, que, cuando coincide con el del nónius, corresponde á la horizontal del eje colimador del anteojo y por consiguiente se pueden dirigir visuales más inclinadas en ambos sentidos de lo que generalmente ocurre.

La indicada numeración de este limbo obliga á hacer doble el nónius con los inconvenientes que dejamos indicados en el número 103; sería fácil evitarlo disponiendo la numeración de aquel para que diera los ángulos zenitales; pero como esto ya se hace en el taquímetro parcelario, que con otras muchas ventajas sustituye á esta pantómetra, no hay para que hablar más de esta conveniente modificación.

Fig. 272

La aguja de la brújula es prismática de 7 centímetros y buenas condiciones; pero es en algunos casos difícil ver los rumbos que señala por impedir los montantes mirarla en la dirección de su eje y para evitar este inconveniente y el molesto movimiento, que exige esta posición del operador, sería muy ventajosa su sustitución por la del limbo móvil, que al mismo tiempo permitiría colocar en su centro un nivel esférico de 25 á 30 mm. de diámetro que, como hemos dicho en el número 97, ofrecería muchas ventajas sobre el cilíndrico, destinado á colocar vertical el eje general del aparato, ya que con el más sensible colocado sobre ó debajo del anteojo se puede comprobar la coincidencia del cero del limbo y nónius verticales, cuando la visual es horizontal.

Pero en lo que más aventaja este modelo á sus similares es en las condiciones de su anteojo y en su colocación sobre collares, que permitiendo el giro sobre su eje de figura y mover su retículo con tornillos apropiados en dos direcciones perpendiculares hace facilísima la coincidencia de sus ejes de figura, ópticos y de colimación, teniendo además las dimensiones convenientes á una grande potencia; pues con distancia focal de 27 centímetros y diámetro del objetivo de 24 mm. el ocular amplifica 12 veces, por lo cual puede utilizarse como diastímetro, cual se hace muchas veces convirtiendo esta pantómetra en un verdadero taquímetro sexagesimal (1).

---

(1) Construye el mismo señor Laguna otra pantómetra perfeccionada de limbo vertical completo y anteojo de completa vuelta de campana, como aparece en la figura 272, que tiene más semejanza que la precedente con las condiciones generales de construcción actualmente preferidas para los teodolitos y taquímetros; pero no somos de de esta opinión, porque, especialmente para los aparatos de que ahora nos ocupamos, damos mucha importancia al anteojo giratorio en collares y nivel movible sobre aquel: el aparato de la figura 271 le vende á 260 pesetas y á 275 el de la figura 272.

153 — Comprobaciones y correcciones de las pantómetras perfeccionadas.

El destino de estas, como el de todos los goniómetros completos, es medir los ángulos azimutales y verticales, por lo que sus comprobaciones y correcciones son casi iguales en todos; en su consecuencia para evitar repeticiones las explicarémos ahora en detalle concretándonos despues á las variantes consiguientes á las diferentes condiciones de construcción de los demás.

1.° *La primera condición necesaria es que las piernas del trípode se muevan suavemente cuando se aflojan las tuercas y cuando estas se enroscan, lo que nunca debe hacerse con grandes esfuerzos para conservar en buen estado las roscas de los pasadores, se fijen bien á la plataforma, para que esta presente una base segura de sustentación al aparato, á cuyo efecto es claro que se han de separar convenientemente, á fin de que resulte base suficiente y aquella quede próximamente horizontal, clavándose en el terreno las puntas aceradas que están en el extremo de las piernas.*

En caso de no cumplirse estas condiciones, fácil será conocer la causa, que ordinariamente estará en la falta de limpieza de los pasadores ó en las planchas sobre que accionan las tuercas y bastará limpiarlas con aceite puro para corregir sus defectos.

2.° *Cuando colocado el aparato sobre el trípode, de manera que las puntas de los tornillos del juego descansen en las ranuras de la plataforma de aquel y se enrosque el tornillo de unión,* á cuyo efecto conviene tener aquellos enroscados hasta la tercera parte de su altura, *debe quedar el aparato perfectamente unido al trípode.*

Si así no resultare, aunque se enroscaran los tornillos del juego hasta más de los dos tercios de su altura, acusaría esto flogedad en el resorte del tornillo de unión, que convendrá acortar para darle más fuerza; esto, que rarísimas veces ocurrirá, puede corregirlo cualquier cerrajero de pueblo.

3.° *El movimiento de los tornillos del juego, de todos los de presión y coincidencia, el general del aparato, el de la parte superior al limbo azimutal y el de báscula del anteojo, deben ser suaves, pero no flojos que den lugar á que las piezas cabezeen y no ofrezcan la debida seguridad; pero debe evitarse hacer con ellos grandes esfuerzos si ofrecieran resistencia, buscando la causa y no olvidando que los tornillos del juego no podrán moverse si está excesivamente enroscado el de unión del aparato al trípode ó los que gradúan las ranuras abiertas en las ramas de la segunda plataforma en que se enroscan; que no se nota la acción de los de coincidencia sino están apretados los de presión correspondientes ó cuando la punta movida por el resorte sale mucho por estar la espiral muy alargada; y finalmente, que el anteojo bascúla con dureza si están muy apretados los tornillos de los extremos de su eje de muñones.*

Procediendo con estas precauciones ninguna pieza debe moverse cuando estén apretados los tornillos de presión, y la acción de los de coincidencia se observará mirando por el anteojo enfocado previamente para un objeto lejano, y sucesivamente se comprobarán todos los movimientos rápidos aflojando el tornillo de presión correspondiente. Cuidando de conservar limpios los tornillos ó de limpiarlos con un trapo fino y un poco de buen aceite en caso necesario, se regulan todos estos movimientos en cuanto de ellos dependen; pero si la causa estuviese en el mal ajuste interno de las piezas, aconsejamos á los topógrafos que no admitan el aparato al comprarle y si esto les sucediere en los que ya posean, no le desmonten por sí y se lo encarguen á persona competente sino pudieran hacerlo á la casa constructora, pues con tales atrevimientos hemos visto inutilizar instrumentos, cuya reparación habría sido facilísima en los talleres.

No se olvide que la limpieza es la base de la buena conservación de esta clase de aparatos; y aunque el de que nos ocupamos ahora, por su sencilla construcción, rara vez ofrecerá graves desperfectos, no deben dejar de limpiarse sus partes con frecuencia y con cuidado, utilizando para conservar en buen estado las graduaciones los *polvos de brillantina*, tan apropiados á este objeto, y de frotar alguna vez las roscas de todos los tornillos como queda dicho.

4.ª *Los limbos azimutal y vertical y sus nónius respectivos deben estar exactamente divididos y centrados y lo mismo ha de suceder con el de la brújula y la aguja imanada.*

Limbo y nónius azimutales

Haciendo coincidir exacta y sucesivamente el cero del nónius A (1) con las graduaciones del limbo.

0° 45° 90° 135° 180°

la línea 30.ª del mismo nónius debe coincidir con las graduaciones del limbo

14°30′ 59°30′ 104°30′ 149°30′ y 194°30′

el cero del nónius B (2) ha de señalar respectivamente

180° 225° 270° 315° y 0°

y la línea 30.ª del mismo nónius

194°30′ 239°30′ 284°30′ 329°30′ y 14°30′

Si esto sucede, la condición se verifica, es decir que quedará justificado que *el limbo está bien dividido y que los nónius son iguales, están bien centrados y se encuentran en los extremos de un diámetro.*

Si el nónius A no comprendiese entre sus líneas 0 y 30°, 14°30′ justos en todas sus posiciones, *el limbo estaría mal dividido y no podrá utilizarse el aparato.*

Si cumpliendo aquella condición el nónius A no lo hiciese el B, *este no sería aceptable sin corrección numérica,* pero podría utilizarse con ella, lo cual es sin embargo muy enojoso.

Si los ceros de ambos nónius no señalan graduaciones que difieran en 180° justos, pero sí en una cantidad constante, *esto demostraría que la pieza que los lleva está bien centrada; pero que ellos no se encuentran en los extremos de un diámetro;* el aparato podría utilizarse comprobándose los ángulos con el nónius B teniendo en cuenta la corrección correspondiente á la diferencia constante.

Si esta diferencia fuera gradualmente variable aumentando de cero á un límite y, continuándose el giro en el mismo sentido, disminuyera también gradualmente hasta cero, *quedaría demostrado que los nónius no estaban bien centrados,* lo cual se verá también observando las superficies en que el limbo y los nónius están grabados, pues no coincidirían y el aparato debería desecharse.

Limbo y nónius verticales

La comprobación se hace de una manera análoga á la anterior considerando separadamente cada uno de los dos nónius unidos y comprobando la centración por la coincidencia de los arcos en que terminan sus graduaciones.

La *brújula* se comprueba y corrige como hemos ya dicho en el número 101.

5.ª *El eje general del aparato debe ser vertical para que el plano del limbo azimutal sea horizontal, pues son perpendiculares entre sí por construcción.*

Para comprobar esta condición se coloca el nivel unido al travesaño de los montantes del anteojo en la dirección de dos tornillos del juego y por su medio se centra la burbuja; se le coloca después perpendicularmente á esta posición centrándola con el tercer tornillo del juego volviéndole á la primera posición y rectificando la centración de la burbuja con los dos primeros tornillos; esto conseguido, se dá una semirevolución justa al aparato, centrando la burbuja la mitad de su separación con los mismos tornillos y la otra mitad mediante los de corrección

(1) El nónius que está debajo del ocular del anteojo ó del limbo vertical debe señalarse con la letra A y el opuesto con la B para distinguirlos en los registros y evitar equivocaciones en las lecturas.

(2) Idem que la anterior.

el nivel, repitiéndose esta última operación hasta que en las dos posiciones paralelas quede entrada la burbuja, con lo cual estará corregido el nivel y horizontal una directriz del plano el limbo, en cuyo caso bastará que colocando el nivel en la posición perpendicular se centre uevamente la burbuja con el tercer tornillo para conseguir la horizontalidad del plano del mbo ó la verticalidad del eje general y si por defectos graves de este no fuera posible conseuir la corrección procediendo con cuidado, se desecharía el aparato; pero téngase en cuenta ue cuanto mas sensible sea el nivel, mas difícil será de conseguir la conservación de la burbu- centrada en el movimiento azimutal, y que si en algunos instrumentos se obtiene con extreada rapidez, es porque sus niveles son poco sensibles y no acusan la falta de completa vertialidad del eje alrededor del cual giran.

Conviene también tener presente que para conseguir con exactitud la proyección horizonal, ó sea la parte planimétrica, no es necesario que sea el plano del limbo *completamente horiontal* por no afectar pequeños errores en este concepto á la magnitud de los ángulos azimutales í al valor de las distancias horizontales, que son sus elementos; pero no sucede lo mismo relaivamente á las alturas, por lo que, cuando estas se quieran obtener con exactitud, debe cuidarse e conseguir la horizontalidad de la visual ó medirse mas exactamente su inclinación sobre el orizonte por otros medios y á este fin se destina el nivel mas sensible que vá sobre el anteojo.

6.ª *Los ejes de figura, ópticos y de colimación del anteojo deben coincidir.*

Para comprobarlo se coloca sucesivamente á las distancias de 20 y 200 metros, por ejemlo, una mira, jalón ó banderola en que se determine con precisión un punto, si en el terreno o se hallase algún objeto que sirviera al efecto; previa enfocación del ocular y del objetivo ara el punto mas lejano, se dirigirá á este la visual haciendo coincidir exactamente con él la ruz filar; se aseguran en esta posición todas las piezas del aparato y se hace girar suavemente l anteojo dentro de sus collares; si en este movimiento subsiste la coincidencia, la de los ejes e figura y de colimación se verifica; en otro caso se corrige la mitad de la mayor separación n el sentido horizontal y vertical moviendo con cuidado el retículo mediante sus tornillos; se epite la observación hasta conseguir la constante coincidencia y se aprietan los tornillos de orrección de la cruz filar: luego se hace la misma observación con el punto próximo y si en la otación del anteojo sobre su eje de figura subsiste la coincidencia de la visual con el punto viado, esto indicará que también coinciden con aquel los ejes ópticos del objetivo y del ocular y or consiguiente que la condición se verifica en todas sus partes; si así no sucediera, se repetirá a observación al primer punto para afinar la rectificación, volviendo al segundo para comproar la coincidencia ó el error; si este no es notable, dadas las condiciones y destino del aparato, e podrá utilizar; en caso contrario habrá que desecharle ó encomendar su reparación á un inteligente constructor, porque es delicada y muchas veces imposible sin cambiar las lentes objeiva ú oculares ó los tubos á que se hallan sujetas.

7.ª *Otra condición necesaria es que el eje de muñones y el colimador del anteojo sean perpenículares y el primero horizontal, para que el segundo en su movimiento de campana engendre un lano vertical y no una superficie cónica ó un plano inclinado.*

Para comprobarlo, después de asegurarse de que la condición 5.ª se verifica con la posible xactitud, se dirige la visual á un punto alto de la arista vertical de un edificio ó de una aplonada puesta al efecto no lejos del instrumento y se observa si en el movimiento vasculante del nteojo la cruz filar cubre exactamente la arista vertical ó el hilo de la aplomada, ó si se separa e ella constantemente ó bien si haciéndolo así primero vuelve á encontrarle después pasando l otro lado; *porque en el primer caso quedará justificada toda la condición; en el segundo que el je de muñones y el colimador son perpendiculares, pero que aquel no es horizontal y en el caso terceo que por no ser perpendiculares tales ejes el segundo describe una superficie cónica y no un plano.*

La falta de horizontalidad del eje de muñones se corrige mediante los tornillos al efecto estinados colocando el anteojo de manera que la visual pase por el punto de máxima separa-

ción y moviendo aquellos hasta que lo haga por el punto medio de su distancia á la vertical, repitiendo la observación y corrección hasta conseguirla completa y asegurándolos en esta posición.

La falta de perpendicularidad de los dos ejes no tiene verdadera corrección si no se mueve el retículo en el sentido azimutal; rara vez se hallará este defecto, porque el constructor le evita asegurándolos en la posición conveniente; pero, en caso de existir, debe utilizarse con mucha parsimonia este medio, porque la condición 6.ª se perdería y es de mucha importancia, especialmente cuando se quieran determinar las alturas relativas con bastante precisión.

8.ª *Otra condición necesaria es que, cuando, después de las precedentes correcciones, coincidan los ceros del arco vertical y su nónius, el eje de colimación del anteojo sea horizontal y que así lo acuse la centración de la burbuja de su nivel especial, para que en las visuales inclinadas el nónius, que se mueve con el eje del anteojo, señale en el arco graduado los ángulos de aquellas sobre ó debajo de la horizontal.*

Como el nivel del anteojo es mas sensible que el del travesaño, con él se hace esta comprobación y corrección.

Al efecto se mueve el anteojo verticalmente hasta centrar su burbuja abriendo previamente los collares; se saca después de ellos con mucho cuidado y se invierte extremo por extremo; si la burbuja queda centrada en esta segunda posición del anteojo esto indica que el plano de aquella es paralelo al eje de figura del anteojo ó á las superficies de los collares sobre que se apoya y por consiguiente estos y el eje de colimación serán horizontales y si los ceros del arco y nónius no coinciden se moverá el arco lo necesario para que tal suceda.

Si la burbuja no queda centrada en la segunda posición, se centra corrigiendo la mitad de la diferencia moviendo el anteojo verticalmente con su tornillo de coincidencia y la otra mitad con los tornillos de corrección del nivel; se repite la operación para afinar y después se hace la coincidencia de los ceros como antes se ha dicho.

Para asegurarse de que esta comprobación y corrección están bien hechas y que el eje general del aparato es vertical, se coloca el anteojo en la dirección de dos tornillos del juego centrando con ellos la burbuja, se pone después el anteojo en la dirección del otro tornillo del juego haciendo con él la misma centración; se vuelve á la primera posición corrigiendo, en caso necesario, la descentración de la burbuja; se dá una semirevolución á la parte superior del aparato y se observa si la burbuja del nivel del anteojo se separa poco ó mucho de su posición central; si poco, debe considerarse bien corregido el aparato y vertical su eje general, porque no debemos olvidar que se trata de un aparato de poco precio y sencilla construcción; si la separación de la burbuja es considerable débese ver si esto es debido á faltas en la corrección que se está practicando ó á defectos de ajuste en los ejes; lo primero se evita haciendo nuevamente la corrección 5.ª con el nivel del anteojo; lo segundo no puede corregirlo mas que un buen instrumentista ó el mismo constructor del aparato.

Si las diferencias observadas son admisibles, se comprobará la horizontalidad del eje de colimación del anteojo y consiguientemente todo lo demás colocando una mira á 100 metros, leyendo en ella la altura que señala la visual; se saca el anteojo de sus collares y se invierte extremo por extremo y con mucho cuidado se dá á la parte superior del aparato una semi-revolución leyendo nuevamente la mira; si la altura en ella señalada por la cruz filar es la misma que antes, la condición se verifica quedando corregido en tal concepto el aparato; si aquella es muy diferente habrá que desecharle ó solamente utilizarle en trabajos simplemente planimétricos.

9.ª *Para que sean exactos los rumbos que se determinen con el limbo azimutal es preciso, que el diámetro 0° — 180° de la brújula coincida sensiblemente con el plano de colimación del anteojo, cuando los ceros de los nónius azimutales coincidan con las graduaciones 0° y 180° de su limbo.*

Para comprobar esta condición, después de hacer la coincidencia de los ceros de los nónius con las graduaciones 0° y 180° del limbo se asegura esta posición apretando el tornillo de pre-

sión correspondiente; aflojando el del movimiento general del aparato se le hará girar hasta que la punta N. de la aguja señale el cero de su limbo; se dirigirá en esta situación la visual colocando en su plano una banderola al menos á 200 metros, é invirtiendo el anteojo extremo por extremo y, haciendo girar la parte superior del aparato hasta que la visual pase nuevamente por la banderola, se observará si la punta N. de la aguja y el cero del nónius A señalan la graduación de 180° en sus limbos respectivos, como debe suceder.

En caso positivo la condición se verifica; en el caso contrario se moverá el limbo de la brújula por sus tornillos de corrección hasta conseguirlo.

10.° *Finalmente cuando el retículo de las pantómetras perfeccionadas está dispuesto para medir las distancias*, se comprobará y corregirá como se ha explicado en el número 80 para la estadía de Reichembach con retículo de cristal ó de hilos fijos.

154 — Aplicaciones.

Aunque la *pantómetra sencilla*, puede utilizarse y se ha utilizado como escuadra, no es recomendable su uso en el sistema de perpendiculares por ser su manejo mucho más engorroso y menor su precisión que con las escuadras de reflexión; sin embargo tiene sobre ellas la ventaja de determinar alineaciones de cualquiera inclinación, que sirven de base á las perpendiculares que fijan la posición de los detalles interiores ó exteriores y como de esta suerte se disminuye mucho la longitud de aquellas y consiguientemente el tiempo necesario para su medición, de aquí su aplicación en planos de no mucha importancia y en la parcelación de los antiguos catastrales; pero como los inconvenientes superan á las ventajas, son poco recomendables y su uso disminuye más cada día, aun en los casos indicados.

Con ella pueden, es cierto, emplearse los sistemas poligonal y de triangulación, que luego explicarémos; pero es tan poca su estabilidad y precisión y tan cortas las visuales, que con alguna seguridad se pueden dirigir, que es muy limitado su uso, aunque solo se desée conseguir planos simplemente gráficos.

No sucede lo mismo con la *pantómetra perfeccionada* y especialmente la que hemos descrito, cuando está dotada de retículo compuesto que permite medir las distancias con el anteojo; pues si bien es inaplicable al sistema de perpendiculares, con ella pueden utilizarse todos los demás de la antigua Topografía y aun el de *poligonación con comprobaciones sucesivas* característico de la moderna, consiguiéndose por su medio planos numéricos siempre más recomendables que los simplemente gráficos.

No deben sin embargo hacerse ilusiones sobre su precisión, ni admitir, como hacen muchos, la apreciación teórica de sus limbos y el *error de 2 décimas de milímetro* en el extremo de las distancias gráficas para calcular los *límites de su empleo* ó sea la longitud máxima de los lados del polígono con ella determinables según la escala elegida, porque ni aquella apreciación es la verdadera, ni es posible esperar del ajuste de sus piezas y especialmente de sus ejes tanta precisión en un aparato de poco precio, ni es conveniente atenerse á escalas muy pequeñas, cuando puede convenir construir despues tales planos ó partes de ellos en otras mucho mayores; este concepto es consiguiente á que los que de tal modo proceden solo tienen en cuenta las condiciones de determinados planos gráficos; pero verán los inconvenientes que esto tiene si determinan los errores finales mediante el cálculo, que elimina los propios del graficismo y aun en parte los descubrirán con poligonales transversales, en que si bien muchas veces aquellos se compensan fortuitamente engañando al operador, otras se acumulan desvaneciendo sus ilusiones y sobre todo se pondrán aquellos de manifiesto mediante el *sistema especial de verificación de los planos*, que oportunamente darémos á conocer.

La fórmula que con mas ó menos acierto emplean muchos Autores para calcular lo que llaman *límite del empleo de un goniómetro*, ó sea la longitud de los lados que con él se pueden utilizar, puede expresarse del modo siguiente:

Sea el error admisible en el plano al extremo de la distancia límite, e = o'0002 metros.

a la apreciación del nónius.

l la longitud del lado.

Como el error que se tiene en cuenta se supone originado solo por la inclinación de la visual admitida sobre la verdadera y es en el plano igual á la tangente de este ángulo, que también se supone igual al de la apreciación, resultará:

$$l^m = \frac{0'0002}{\text{tang. } a}$$

y viendo lo que, según la escala adoptada para el plano, representa el valor de l^m, deducen el límite buscado.

Así que, si la apreciación teórica de los nónius es a = 1' resultará:

$$l^m = \frac{0'0002}{\text{T. } 1'} = \frac{0'0002}{0'00029} = 0'68966 \text{ m.}$$

y como á esta longitud en la escala de $^1/_{1000}$ corresponden 689,6 metros

en la	»	$^1/_{2500}$	»	1.724'1 »
en la	»	$^1/_{5000}$	»	3.448'3 »
en la	»	$^1/_{10000}$	»	6.896'6 »

estas longitudes se consideran como límites del empleo del aparato en los planos de las escalas indicadas, lo cual dá un concepto equivocado de la verdadera exactitud del plano, no solo por las razones apuntadas, sino porque no se tiene en cuenta la influencia importantísima que en los errores finales tiene la medición de las distancias y los propios del graficismo, ni tampoco las condiciones del anteojo y demás órganos esenciales del aparato.

Brújulas

155 — Clasificación.

En el número 101 nos ocupamos de la brújula considerada como parte integrante de los goniómetros completos; ahora lo harémos también de ella como aparato especial, que ha sido y todavía es por muchos considerado como el principal de los propios de la Topografía, mientras que no pocos ya le han relegado al olvido ó á lo sumo le conceden un puesto muy secundario entre los modernos aparatos á causa de su poca precisión y de la inseguridad de sus indicaciones, lo que ya pusimos en evidencia en dicho número 101 y con ello que en cierto modo nos contamos entre los que la dan poca importancia en los trabajos de precisión de la moderna Topografía.

Esta opinión nuestra no nos exime del compromiso de ocuparnos aquí de la brújula con alguna extensión, porque este aparato ha imperado durante las tres cuartas partes del siglo pasado de una manera casi absoluta, aunque siempre en lucha con la plancheta, porque muchos Topógrafos la preconizan todavía y son tantas y tan importantes las reformas que en ella se han introducido, que no dejan de tener aplicación provechosa algunos aparatos modernos, que se conocen con el nombre de *brújulas perfeccionadas* ó *teodolitas*, si bien en ellos ciertamente la brújula propiamente dicha no desempeña otro oficio que el secundario, aunque no despreciable, de testigo, que ya le atribuimos en el número 101; las *sencillas*, en que esto no sucede, pueden también utilizarse en trabajos poco importantes y de poca precisión, á falta de los taquímetros apropiados y finalmente las de reflexión prestan indudables servicios en los reconocimientos, en los planos militares, en los viajes y en otros trabajos análogos, por todo lo que el Topógrafo debe tener ideas claras y precisas de los tipos característicos.

Al efecto, ya que no nos sea posible consignar la descripción y manejo de los muchísimos distintos modelos que se han utilizado, y aún se encuentran en el comercio, nos ocuparémos de los principales clasificándolos en las cuatro categorías de *brújulas sencillas, nivelantes, teodolitas* y *de reflexión*.

156 — Brújulas sencillas.

En la figura 273 representamos en proyección horizontal y vertical la de alidada de pínulas con limbo fijo é incorregible, que es la mas antigua de las utilizadas en la segunda mitad del siglo último.

La aguja imanada y el limbo están contenidos en una caja cilíndrica de las condiciones indicadas en el número 101, empotrada en otra de madera de caoba ó nogal prismática de base cuadrada, que se cubre mediante una tapa en corredera.

En el fondo de la primera están trazados los diámetros 0° 180° y 90° 270° señalados respectivamente con las iniciales N, S, E y O de los cuatro puntos cardinales para indicar la meridiana magnética y su perpendicular, cuando la aguja tiene tales direcciones; pero debe advertirse que las iniciales E y O debieran estar cambiadas, como se hace en algunos modelos, porque como es el limbo el que gira por debajo de la aguja, que se conserva inmóvil, resulta que cuando la E se halla bajo la punta N de la aguja el diámetro S N, que indica la dirección de la visual, no se dirige al *Este* sino al *Oeste*.

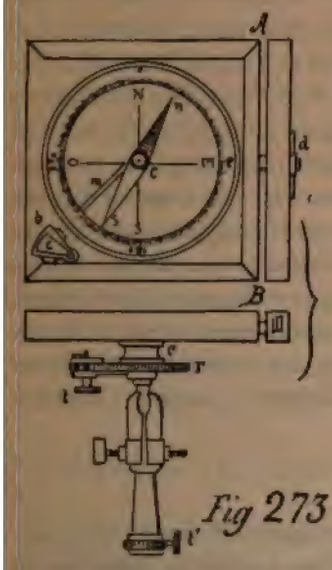


Fig 273

El limbo está dividido generalmente en grados y medios grados, numeradas sus decenas de 0° á 360°, unas veces en el sentido de N á E, como en la figura 273, y otras en el de N á O; consideramos este último mas conveniente, porque así resultan contados los rumbos aumentando de N á E, como es costumbre general en la Marina y en la Geografía y concuerda también con la dirección en que aumentan las abscisas en el sistema de coordenadas ortogonales de ellos derivadas.

En la construcción de los planos no ofrece gran dificultad determinar la verdadera situación de los puntos sea cualquiera de las dos antedichas la dirección en que aumente la graduación del limbo; pero es necesario tenerla en cuenta y la en que hayan de hacerlo las abscisas en los numéricos por coordenadas para evitar equivocaciones; y como lo mismo cuesta numerar la graduación en uno ú otro sentido y colocar las iniciales E y O como en la figura aparecen ó en el contrario, es lo mejor hacerlo de manera que evite equivocaciones.

El diámetro N S se hace por construcción paralelo á la cara A B de la caja y en el medio de esta hay un perno, *d*, perpendicular á ella y á una alidada de pínulas, que gira en él describiendo un plano que también le es perpendicular.

La alidada consiste en un prisma hueco de madera en cuyas caras menores ó bases extremas hay una ventana con una cerda ó hilo metálico en el eje vertical y un agujerito, que combinado con la ventana opuesta forma un par de pínulas, que permiten dirigir visuales en ambos sentidos en un plano paralelo al diámetro N S; de manera que cuando la caja y el perno son horizontales, mediante un par de pínulas se determina el plano vertical de colimación paralelo al diámetro 0° — 180°

En el centro de la base interior de la caja está atornillado un eje, *e*, que permite hacerla girar horizontalmente y detener este movimiento mediante el tornillo de presión, *t*; el eje termina en una esfera que con las conchas de otra pieza constituye un juego de nuez y terminando este en un mango hueco se asegura á la espiga de un trípode sencillo con el tornillo de presión, *t'*.

Como la condición necesaria del paralelismo entre el diámetro N S y el plano de colimación descrito por las pínulas en su movimiento de campana no se puede conseguir muchas veces en esta clase de brújulas con suficiente exactitud, la nivelación de la caja y del perno tampoco por el simple enrase de las puntas de la aguja con la arista del limbo, único medio disponible en ellas y con la alidada de pínulas se tiene poca seguridad en la dirección de las visuales, que además han de ser muy cortas, se introdujeron para evitar estos inconvenientes tres reformas, que ya aparecen en el modelo de la figura 274 y consisten en la posibilidad de mover el limbo haciéndole girar alrededor de su centro mediante una cremallera y el piñón de una varilla, *t*, cuya cabeza aparece por debajo de la base de la caja; en colocar sobre la cara superior de esta un nivel de burbuja corregible y finalmente sobre la alidada, ó simplemente en lugar de ella, un anteojo astronómico.

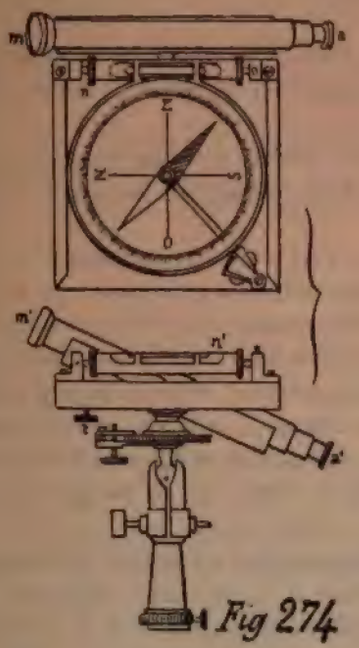


Fig 274

Con la primera reforma no solo se procura muchas veces conseguir el paralelismo indicado, sino también medir directamente los azimutes en lugar de los rumbos, cuando se conoce la declinación de la aguja imanada; porque es claro que si se hace girar al limbo de manera que la punta N de la aguja señale el número de grados de la declinación, cuando el plano de colimación del anteojo coincida con la meridiana geográfica, ó lo que es lo mismo que aquella señale el azimut de una línea en que sea conocido, cuando aquel coincida con su plano vertical, se habrá conseguido aquel objeto evitando molestias y trabajos dando directamente los azimutes en lugar de los rumbos.

Los dos modelos mencionados se encuentran todavía en el comercio; pero, como el segundo es de uso mas común, á él nos vamos á referir en la *indicación de las condiciones necesarias de una brújula, medios de comprobación y corrección, usos á que se destina y ventajas é inconvenientes que ofrece.*

Condiciones necesarias

Teniendo en cuenta que el oficio de esta brújula no es otro que *medir el rumbo* (ó el azimut si la aguja está declinada), esto es, el ángulo que con la meridiana magnética determinada por el eje de la aguja en cada estación forma cada una de las visuales, que para determinar la situación relativa de los puntos característicos del terreno se consideren oportunos, es consiguiente que las condiciones necesarias de este aparato son las mismas señaladas en el número 101, página 288, para la brújula de limbo fijo y las allí supuestas de que sea horizontal el limbo de la brújula y el perno que sirve de eje al anteojo, así como el colimador de este perpendicular á él, para que en su movimiento de campana describa un plano vertical, á fin de que el ángulo medido por la aguja sea el plano del diedro formado por los dos verticales del meridiano magnético y del de colimación, que con las distancias horizontales nos permita construir la proyección horizontal del terreno.

Comprobaciones y correcciones

Se realizan en la misma forma ya dicha en las páginas 288-289 y para las allí supuestas condiciones de *horizontalidad del limbo y del perno,* que sirve de eje al anteojo y *perpendicularidad del de colimación* de este con aquel, se procede, en cuanto á la primera, de una manera análoga á lo dicho para la condición 5.ª en las pantómetras perfeccionadas y en cuanto á la segunda y tercera conforme se ha dicho para la 7.ª de aquellas, no debiendo olvidarse de hacer las comprobaciones relativas á las 1.ª, 2.ª y 3.ª allí consignadas, teniendo sin

embargo en cuenta las malas condiciones del trípode y juego utilizados en esta clase de brújulas y que la descentración del anteojo y la poca precisión con que se miden los ángulos con la aguja no permiten conseguir la seguridad, que en las pantómetras perfeccionadas se obtiene en los movimientos de las piezas ni en las lecturas de comprobación. por todo lo que no creemos necesario entretenernos en describirlas aquí especialmente.

Usos á que las brújulas sencillas se destinan

Para darse cuenta exacta de estos sin incurrir en las exageraciones de sus entusiastas encomiadores, ni en las de sus decididos adversarios, conviene discutir con imparcialidad el grado de precisión con que con ellas se miden los rumbos, la consiguiente magnitud de los lados que para los polígonos se pueden admitir, la confianza que puede tenerse en sus indicaciones y la manera de aminorar los errores.

Sobre el *grado de precisión con que los rumbos se miden*, los encomiadores de tales aparatos le fijan en 5′, que es el que corresponde á la lectura mediante las puntas de la aguja, porque estando el limbo generalmente dividido en grados y medios grados no es difícil distinguir el tercio del cuarto, cuya diferencia es un dozavo ó 5′; pero no tienen en cuenta la inconstancia de la dirección de la aguja por consecuencia de las variaciones mensuales y diurnas y por las perturbaciones, que importan mucho mas, ni tampoco la influencia en aquella del rozamiento del capacete sobre su eje de rotación y todos los demás defectos ya indicados y si bien estos últimos se pueden anular en cierto modo, no es posible hacerlo con aquellas influencias, ni tampoco tenerlas en cuenta, no considerando admisible la opinión de algunos ilustrados Autores, que para disminuir en lo posible la correspondiente á las variaciones diurnas proponen que solo se trabaje desde las 11 á las 3 ó 4 de la tarde, porque esto causaría no pocos perjuicios sin evitar todos los inconvenientes.

Otros Autores conceden á estas brújulas una apreciación de 15′, que en tiempos normales se acerca mas á la verdad, porque ya en este límite se comprende el error de lectura y la media de las variaciones diurnas y mensuales, que de ningún modo se deben despreciar y aunque con la desconfianza que motivan las perturbaciones, mas frecuentes é importantes de lo que muchos creen, puede admitirse como máximum de apreciación.

Límites mayor y menor de la longitud de los lados admisibles en el uso de estas brújulas

Para calcular el primero, los defensores de estos aparatos parten del supuesto de que *el error gráfico* no debe exceder de 1 á 2 décimos de mm. y admitiendo la indicada apreciación de 5′ determinan la magnitud del radio en que el seno ó la tangente de 5′ es igual al error gráfico admisible por medio de la sencilla proporción siguiente:

$$\text{Tang. } 5' : e^m :: R : l^m$$

$$\text{ó } l^m = \frac{e^m \times R}{\text{T. } 5'}$$

en la que e^m es el error gráfico admisible;
R el radio de las Tablas y
l^m la longitud en metros del lado en el plano.

Así, por ejemplo, Quinquandon, que admite e = 0'15 mm. deduce para l, 0'103 metros, que cuando el plano se ha de construir en la escala de $^1/_{1000}$ representa 103 metros, en la de $^1/_{2000}$ 206 metros, etc., etc.

Como sin hacerse grandes ilusiones no es posible reducir el error gráfico á 0'15 mm. en los planos levantados con estos aparatos midiendo las distancias con la cadena y construyéndolos geométricamente, porque mayores errores son consiguientes á tales procedimientos, admitiendo el triplo de 0'45 mm. todavía habría que limitar la longitud de los lados á 103 metros

en los planos de escala de $^1/_{1000}$, porque por ningún concepto puede admitirse mayor apreciación de 15′ en la medición de los rumbos y por muy contento debe darse el operador si esto consigue con alguna seguridad, aunque utilice los recursos de que luego nos ocuparémos, porque no solo los hacen en parte ineficaces la instabilidad del trípode apropiado á estas brújulas y las condiciones de su sencilla construcción sino también los defectos inherentes á las indicaciones de la aguja.

Teniendo en cuenta que la excentricidad del anteojo produce un error, se determina el *límite mínimo de la magnitud de los lados* calculando la distancia, en que este error es igual al de la supuesta apreciación de aquellos con la aguja.

Para darse cuenta de la importancia de este error basta tener presente que si á partir de la posición *a b* (figura 275) del anteojo correspondiente á la coincidencia del eje de la aguja con el diámetro o° — 180° ó N S del limbo, hacemos girar la caja de la brújula hasta que la visual

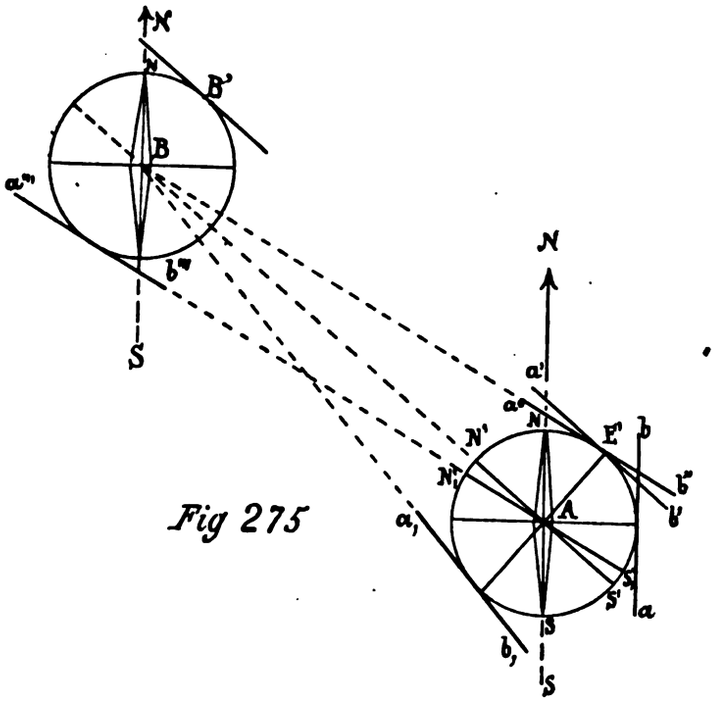


Fig 275

pase por un punto B′ distante del B, que queremos visar, tanto como el eje colimador del anteojo dista del centro *A* de la brújula, permaneciendo inmóvil la aguja el diámetro N S ó o° — 180° tomará la posición N′ S′ midiéndose con la punta azul de aquella el arco N′ N correspondiente al ángulo B A N ó sea el rumbo de A B, que es igual al formado por el eje del anteojo en sus dos posiciones por ser sus lados respectivamente paralelos.

Pero como el punto B′ no está generalmente señalado en el terreno y sí el punto B, á él se dirige la visual dando al anteojo la posición a″ b″ y en este caso claro es que el diámetro N S tomará la posición N,′ S,′, señalando la punta de la aguja el arco N,′ N mayor que el N′ N correspondiente al B A N ó rumbo de la recta A B.

El exceso ó error N,′ N′ es la medida del ángulo N,′ A N′ = A B E′ y como A E′ es la excentricidad del anteojo es fácil de calcularle para una distancia determinada, ó cual debe ser esta para que el error no pase del de apreciación antes calculada y se pueda despreciar; porque es evidente que será tanto mayor cuanto menor sea esta distancia y por eso por su medio se puede determinar el límite menor de estas por debajo del cual se ha de tener en cuenta el error correspondiente á la excentricidad del anteojo ó anularle por los medios que dirémos luego.

Para determinar el límite indicado basta tener en cuenta que en el triángulo A B E', rectángulo en A, se tiene:

$$\text{Tang. A B E'} = \frac{\text{A E'}}{\text{A B}} \text{ ó A B} = \frac{\text{A E'}}{\text{T. A B E'}}$$

y como A E' es conocida en cada caso y no pasa nunca de 12 centímetros y el ángulo A B E debe ser el de apreciación, 5' según unos y 15' según otros, admitiendo este último y aquella excentricidad resultará:

$$\text{A B} = \frac{0'12}{\text{T. } 15'} = \frac{0'12}{0'0043} = 27'9 \text{ ó } 28 \text{ metros.}$$

Quiquandon admitiendo la apreciación de 5' calcula este límite inferior para las brújulas ordinarias en 70 metros y como el superior para los planos de escala de $^1/_{1000}$ le calculó en 103, estos son los límites por él señalados para tales planos, que, según lo dicho, han de variar; pero es fácil á cada uno calcularlos para el aparato de que disponga y la escala que en cada caso desée utilizar.

Para evitar estos errores y dudas lo mejor es, en las pequeñas distancias, dirigir la visual, no á la banderola que señala el punto á que se ha de mirar, sino á otro á la derecha de ella distante cuanto importe la excentricidad y al efecto se pone en el pié de aquella una tablita, en que se señala tal distancia con un trazo grueso blanco sobre negro ó negro sobre blanco.

Aplicación de la regla de Bessel

Utilizando esta regla, que ya explicamos en el número 64, no solo desaparece el error de excentricidad, porque en el rumbo que se mide con el anteojo á la izquierda despues de la inversión el error es en sentido contrario é igual al anterior como indica la figura 275 con la posición a_1 b_1 del anteojo, sino que en cierto modo se anulan todos los demás, á excepción de los consiguientes al de apreciación y rozamiento de la aguja y el de instabilidad del trípode y se consigue con el término medio el rumbo verdadero, dentro de los límites que estas tres causas lo permiten y por eso es el medio mas seguro para determinarlos.

Rumbos directos é inversos

Se llaman así los que para cada línea se obtienen mirando cada uno de sus extremos desde el otro, por ejemplo, en la figura 275 los correspondientes á las posiciones del anteojo a'' b'' y a''' b'''; que por ser paralelas, en tanto lo sean las correspondientes á la aguja, harán que esta señale dos rumbos que difieran en 180° comprobándose; pero que, *contrariamente á lo que suponen muchos, no anulan el error correspondiente á la excentricidad del anteojo*, porque en ambos los afecta en el mismo sentido, como se comprende á la simple vista de la figura.

Pero si la medida de los rumbos directos é inversos no tiene importancia ninguna en tal concepto, la tiene notoria en la anulación ó disminución al menos de los demás errores señalados á la brújula, que en la comprobación no exigen la inversión del anteojo, y en el descubrimiento de las variaciones ó perturbaciones de la aguja, permitiendo además determinar los ángulos que los lados sucesivos de los polígonos forman entre sí, reducir á la mitad el número de estaciones en los planos de reconocimiento y simplificar su construcción, lo cual no se consigue con la exclusiva aplicación de la Regla de Bessel; pero si se utiliza esta en la fijación de los puntos determinados por radiación y en los extremos de cada lado directa é inversamente en las poligonaciones, siempre que se disponga de un buen aparato, se puede estar seguro de conseguir los planos con la mayor precisión y así verémos que se hace en los nuevos procedimientos, en que la brújula solo sirve de testigo y se utilizan los limbos para conservar la orientación, y con las brújulas sencillas, de que ahora nos ocupamos, todo el buen resultado que de ellas se puede esperar.

Consiguientemente á las indicadas condiciones de las brújulas se utilizan principalmente en el *sistema de recorrimiento ó poligonal* y no dan buenos resultados en los métodos de triangulación (intersección y radiación), aunque se utilicen para las comprobaciones, porque, como hemos visto, la apreciación de los ángulos es poca é insegura.

Ventajas é inconvenientes que las brújulas sencillas ofrecen

La 1.ª ventaja que se les atribuye es su poco peso y la rapidez con que se ponen en estación.

Mucho pudiera decirse sobre estos particulares; porque, si se las compara con las planchetas de alidada de anteojo ó con los grandes teodolitos ó taquímetros, es indudable la aseveración en ambos conceptos; ya no lo es tanto si se hace con una pantómetra, aunque sea de las perfeccionadas ó con un taquímetro pequeño en el primer concepto; respecto al segundo nivelando el aparato con el juego de nuez, si bien se hace algunas veces rápidamente, de ordinario ofrece grandes dificultades perdiéndose mucho tiempo cuando se quiere centrar la burbuja del nivel, porque tal juego no dá en la maniobra la seguridad que ofrece el de tres tornillos; de manera que la diferencia del tiempo necesario es poquísima y tan poca también en el peso y en el volumen, que, si alguna diferencia resulta, es en contra de las brújulas.

Si además se tiene en cuenta la estabilidad que ofrecen los trípodes de seis brazos y la seguridad propia del juego de tres tornillos utilizados en la segunda clase de aparatos, aquellas diferencias son mas que compensadas, porque no solo se trabaja con mas descanso al ponerlos en estación, sino que una vez conseguido se tiene seguridad de que no se perderán las condiciones del aparato, mientras que no se puede tener la misma confianza con las brújulas de que nos ocupamos y muchísimo menos en días de viento, en que están en contínuo movimiento, cuando no se caen al impulso de una ráfaga algo violenta.

En nuestro sentir superan los inconvenientes á las ventajas en los conceptos expresados y preferiríamos siempre poner en estación los aparatos con trípode de seis brazos y juego de tres tornillos á hacerlo con los dotados de los más sencillos y juego de nuez propios de las brújulas sencillas.

Las nivelantes y teodolitas ya los tienen como aquellos y es inútil en tal concepto la comparación.

En las consideraciones precedentes hemos supuesto que sea necesaria en el operador la movilidad de los antiguos procedimientos, que es en los que el poco peso de los aparatos y la rapidez de su puesta en estación podría tener ventaja, por las muchas que se hacían en el sistema poligonal generalmente utilizado con la brújula, porque en los modernos, en que se hacen pocas estaciones y se permanece en cada una de ellas mucho tiempo para determinar desde allí los detalles, tales condiciones no son necesarias y sí mucha estabilidad y seguridad en la conservación de las del aparato; de manera que bajo este punto de vista las brújulas sencillas ofrecen graves inconvenientes, aunque menos que las planchetas.

La 2.ª ventaja que se atribuye á las brújulas es la mayor rapidez en la fijación de la visual y en la lectura de los rumbos.

También en esto están equivocados sus encomiadores si hacen la comparación, no con la plancheta cuyos notorios defectos pondrémos luego en evidencia ó con los grandes teodolitos y taquímetros destinados á trabajos de grande precisión, á que por ningun concepto pueden destinarse las sencillas brújulas, sino con las pantómetras perfeccionadas ó los pequeños taquímetros; porque con estos aparatos no solo la dirección precisa de las visuales se hace con más rapidez consiguientemente á la seguridad en los movimientos de giro que dan los tornillos de presión y coincidencia y que nunca se consigue con los bruscos y simples tornillos de presión de que están dotadas estas brújulas, sino en la lectura de los rumbos, especialmente cuando aquellos aparatos tienen microscopios simples á ellos unidos, porque por su medio se consigue la lectura precisa y rápidamente mediante los nónius, mientras que la necesidad de colocarse

exactamente en la dirección del eje de la aguja para leer con ella los rumbos y las dudas y mareo que producen sus contínuas oscilaciones hacen perder mucho tiempo y trabajan el ánimo del operador; estas enojosas oscilaciones se producen con simples brisas y con el movimiento mismo del operador á causa de la instabilidad del aparato; en días de viento fuerte hacen imposible la lectura siendo poco recomendable la práctica de tomar el término medio de los extremos de cada oscilación, porque producen grandes errores y no poco mareo.

Hay que confesar sin embargo que esta supuesta ventaja de las brújulas es la causa de que muchos topógrafos las prefieran á los goniómetros de limbo con nónius; pero esto es debido á que la mayor parte de ellos no se han hecho bien cargo del uso sencillísimo de estos, ni ejercitádose en su rápida y exacta lectura; podemos sin embargo hacer constar por experiencia propia y la de los más ilustres topógrafos, que se pueden leer con más exactitud, rapidez y descanso los rumbos con el nónius que con la punta de la aguja aun en días de calma y que en los de viento fuerte se hace en tales brújulas con mil trabajos y desconfianza, por cuyo motivo y la inseguridad consiguiente á los defectos propios de la brújula, no obstante de haber trabajado con ella muchos años y de considerarla preferible á la plancheta, la hemos desechado cuando hemos podido disponer de una pantómetra perfeccionada, teodolito ó taquímetro, porque leemos mejor, más pronto y con más descanso con el nónius que con la punta de la aguja.

Es preciso fijarse bien en estas indicaciones y desechar las preocupaciones y prejuicios á que se debe que tantos topógrafos continúen operando con las brújulas sencillas y obteniendo malos planos, cuando con menos tiempo y molestias podrían conseguirlos mejores, aun por los antiguos procedimientos, utilizando otros sencillos aparatos de más seguros resultados y por de contado con muchísimo más provecho si son de moderna construcción y se aplican con los nuevos procedimientos, que, como verémos, son más sencillos que los antiguos tanto en los trabajos de campo como en los de gabinete: debe desecharse muy especialmente la preocupación que muchos tienen contra los nónius, porque es infundada y muy perniciosa.

La 3.ª de las ventajas que por sus encomiadores se supone á las brújulas, consiste en que determinándose con ellas, no los ángulos interiores de los polígonos, sino los que cada lado forma con una dirección fija (la meridiana) el error que en uno se comete no tiene la misma influencia que cuando los ángulos medidos y utilizados para la construcción son aquellos.

La distinta influencia que tienen los errores que en los ángulos se cometen, segun que se refieran los medidos á los que forman entre sí los lados sucesivos del polígono ó los que cada uno forma con una misma dirección, como son los rumbos medidos con la brújula, es indudable y basta para de ello convencerse fijar la atención en la figura 276; porque si A B C D es la

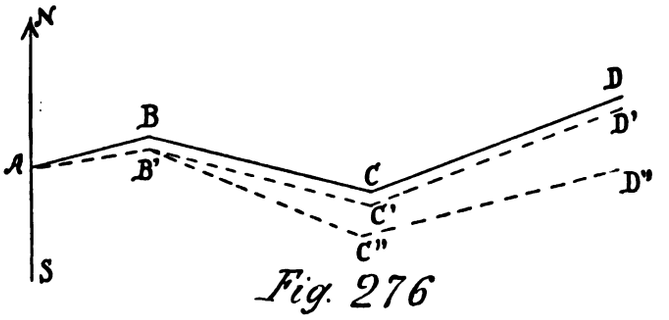


Fig. 276

poligonal verdadera y en el vértice A se comete un error B A B', construyéndola con los rumbos se tendrá la A B' C' D' y haciéndolo con los ángulos de la poligonal se tendrá la A B' C" D" dando en los vértices C", D"... y por consiguiente en el cierre del polígono un error mucho mas considerable; de manera que midiendo esta clase de ángulos y construyendo con ellos el polígono, un error cometido en un lado pequeño, que haciendo aquello con los rumbos daría un error insignificante en la posición de los vértices sucesivos y en el cierre, le puede producir

notable construyéndole con los ángulos de los lados, porque todo el polígono girará sobre el vértice del ángulo, en que el error se padeció, en una inclinación igual á este, lo que en los lados largos se convierte en una notable diferencia de posición y por consiguiente en un error de cierre importante; esto es indudable (1), pero también lo es que la poca precisión con que se miden los rumbos con la brújula y sus frecuentísimas variaciones y perturbaciones producen muchos errores, que han de falsear la posición de los vértices sucesivos y estos inconvenientes *se pueden evitar con las pantómetras y teodolitos conservando la orientación con el limbo y comprobándola con los rumbos inversos de las estaciones de la base de comprobación de nuestro sistema de poligonación con comprobaciones sucesivas, que explicarémos mas adelante;* pues no solo por este medio se pone en evidencia cada tres ó cuatro estaciones si en ellas ha ó no habido algún error notable en la medida de los ángulos, sino que los inevitables de apreciación pueden compensarse muy racionalmente, lo cual es imposible con los procedimientos que al efecto se habían propuesto.

La 4.ª ventaja atribuída á la brújula consiste en la comprobación de los rumbos directos por los inversos y la consiguiente posibilidad de reducir á la mitad las estaciones de una poligonal.

Aunque tal comprobación no puede ser de mucha precisión por las razones antes consignadas, es indudable que puede evitar equivocaciones y aún acusar las grandes perturbaciones de la aguja en un momento dado.

En efecto: si puesta la brújula en la estación A (figura 277) la aguja señala un rumbo *(directo)* de 77°20′ visando á B, cuando en esta estación se coloque mirando á la primera señalará un rumbo *(inverso)* de 257°20′, porque permaneciendo paralelas las meridianas el ángulo convexo N′ B A correspondiente al segundo se compone del N′ B B′ = N A B mas del llano ó dos rectos de A B B′ y por consiguiente si así no sucediese, el primer rumbo apuntado no sería el verdadero ó la aguja en uno de los dos vértices habría sufrido una perturbación, y se habría de comprobar repitiendo las observaciones.

Suponiendo que tal equivocación no se cometa ó tal perturbación no exista, podría pres-

(1) Análoga diferencia se observa con referencia á los errores inevitables; pues llamando
e_m al error medio de cada ángulo ó rumbo de un polígono;
n al número de sus lados;
p á la longitud total de ellos ó al perímetro y
e_c al error de cierre en la construcción del polígono,
se deduce, según la teoría de los errores, que mientras el de cierre resultante construyendo con los rumbos es de

$$e_c = e_m \frac{p}{\sqrt{n}},$$

construyendo con los ángulos interiores del polígono resulta

$$e'_c = e_m \frac{p}{n} \sqrt{\frac{n\,(n+1/2)\,(n+1)}{3}}$$

de manera que suponiendo
$e_m = 2' = 0'00029$ metros en partes del radio;
$n = 10$;
$p = 1748$ m.;
resultará para el error de cierre

con los rumbos

$$e_c = 0'00029\ \frac{1748}{3'16} = 0'16 \text{ m. y}$$

con los ángulos

$$e'_c = 0'00029 \times 174'8 \times \sqrt{\frac{10 \times 10\,1/2 \times 11}{3}} = 0'05069 \times 19'6 = 0'993 \text{ m.}$$

ó sea *seis veces mayor*, lo que es muy digno de tenerse en cuenta en la construcción de los planos.

cindirse de hacer estación en B, porque visándola desde C se conocería con el rumbo inverso disminuido ó aumentado con 180°, según los casos, el valor $N'' C C' = N' B C$.

Este medio se utilizà con grande provecho en los planos de reconocimiento y en los que se hacen de perfiles nivelados con los niveles provistos de brújulas.

Resulta por consiguiente *ventaja indudable* la consignada, aunque con el defecto de la poca precisión y seguridad ya referidas, porque con ningún otro aparato se puede conseguir igual objeto y por esto en los completos se comprende la *brújula*, que sirve perfectamente de *testigo* para evitar equivocaciones.

La 5.ª ventaja, que se atribuye á la brújula consiguientemente á las antes supuestas, es la rapidez con que los planos se levantan y construyen utilizándola.

Quiquandon, aunque lamentándose de no tener datos precisos y suficientes para fijar el tiempo necesario en cada una de las clases de trabajos, que integran el levantamiento y construcción de un plano completo, teniendo en cuenta las tres condiciones principales que en ello

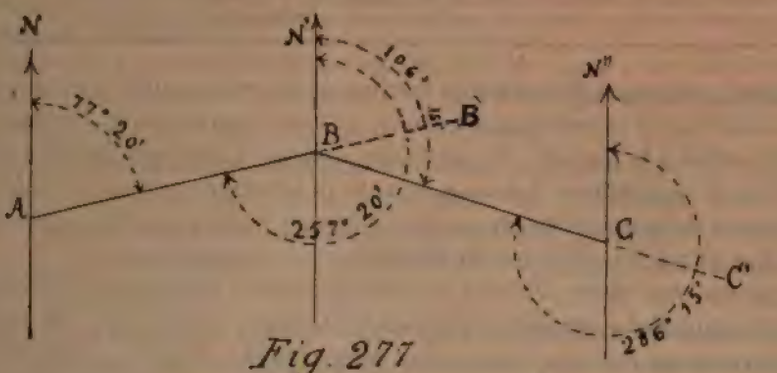


Fig. 277

influyen, ó sea la configuración mas ó menos accidentada del terreno, la forma, dimensiones y multiplicidad de los detalles debidos á la mano del hombre y la destreza del personal encargado de la operación (1) consigna en las páginas 155 á 159 de su libro una nota interesantísima sobre este particular comprendiendo los resultados característicos obtenidos durante 40 años por la brigada topográfica del Cuerpo de Ingenieros militares, de que estuvo encargado.

Utilizarémos varios de tales datos al hacer la comparación entre los antiguos y nuevos procedimientos, concretándonos ahora á los referentes á la extensión de terreno, cuyo plano y nivelación puede hacer un Topógrafo hábil *en un mes de trabajo*, según los datos del archivo de aquella brigada topográfica, utilizando la brújula y sin duda también el nivel, aunque no lo dice, porque esta noticia, que consigna como justificación de la indicada ventaja de la brújula, parécenos que sirve mas bien para su condenación comparada con los modernos aparatos.

Dice así M. Quiquandon en las páginas 157 y 158 de su libro:

« *3.º Plano y nivelación de los detalles.* »

« Consignamos en el cuadro siguiente el número de hectáreas, cuyo plano y nivelación se hizo en *un mes de trabajo de un topógrafo* indicando la clase de dificultades inherentes á las condiciones locales. »

---

(1) « Un topógrafo, dice por nota en la página 156, no está ejercitado sino cuando opera pronto y bien. — Para conseguir este resultado son por lo menos necesarios tres años de práctica sobre el terreno y todavía debe admitirse que antes supiera dibujar y poseyera conocimientos claros, precisos y completos sobre la teoría de los procedimientos. »

Los Ingenieros que se consideran Topógrafos, porque al estudiar la teoría han levantado algunos pequeños planos en el patio de su escuela ó en terrenos de poca extensión y nada accidentados, no deben olvidar la opinión de Quiquandon, confirmada en las Instrucciones dictadas por la Dirección General del Catastro italiano para la admisión y ascenso de los Ingenieros que forman el Cuerpo catastral.

LOCALIDADES	CLASE DEL TERRENO	Núm. de hectáreas en plano de escala de		
		1/1000	1/5000	1/10000
Lión	Muy accidentado y con muchos detalles.	25'00	30'00	50'00
Id.	Difícil, con menos detalles que el anterior	»	50'00	120'00
Id.	Medianamente accidentado y con pocos detalles	»	60'00	200
Id.	Casi llano y descubierto	»	70	400
Port-Vendres	Muy accidentado.	25	100	»
Ax (3.er bazergue)	Id. Id.	26	56	»
París	Poco accidentado, muchos detalles y fortificado *	23	»	»
Id.	Id. Id. pocos detalles y fortificado *	26	»	»
Id.	Casi llano, muy pocos detalles y no fortificado **	»	48	»
	Medias generales.	25	59'14	192'50

* La parte fortificada comprende cerca de la tercera parte de la superficie total.
** Los topógrafos que han tenido este resultado medio trabajaban por primera vez.

Teniendo en cuenta que Quiquandon era uno de los mas entusiastas precqnizadores de la brújula y el objeto que se proponía con su nota, no cabe sospechar que los casos citados fueran los mas desfavorables á la brújula; sin embargo ningún Topógrafo práctico pondrá en duda que resultó la labor muy inferior á la que ahora se puede hacer con un teodolito y un nivel y veinte veces menor de la que se puede conseguir con un buen taquímetro; por consiguiente la consecuencia que de tales datos se habría de deducir es contraproducente.

Tan mezquinos resultados debieron ser consiguientes á las muchas precauciones tomadas para alcanzar la seguridad y precisión, que podrán siempre conseguirse sin tantas precauciones, dudas y variaciones con una pantómetra perfeccionada, mejor aún con un buen teodolito é incomparablemente mejor y mas pronto con un taquímetro; de manera que no puede admitirse la supuesta ventaja de los encomiadores de la brújula que, como Quiquandon, Bichot y otros muchos, la consideraban preferible á todos los demás aparatos de la antigua Topografía y con menos razón á los de la moderna, aunque á la brújula sencilla se la dote de anteojo distanciómetro, porque subsistirán siempre en ella los defectos característicos, que hemos indicado (1).

6.ª Finalmente también se la supone una precisión que no puede admitirse.

El mismo Quiquandon dedica á este objeto su nota IX, páginas 146 á 155, haciendo un paralelo entre la brújula y la plancheta, de que hablarémos mas adelante y si bien reconoce, página 147, que para tener planos exactos con la primera es preciso apoyar sus recorrimientos en puntos trigonométricos determinados con instrumentos mas precisos, como el teodolito, consigna un hecho y consideraciones que creemos oportuno transcribir, porque con ello quedará puesta en evidencia su opinión, que muchos Topógrafos aceptan como irreprochable; dice así:

«Sin embargo, ha sucedido (2) y llamamos sobre estos resultados la atención, que un polí»gono topográfico de 294 lados y 12.400 metros de desarrollo *levantado con la brújula y la ca»dena*, sin el apoyo de ningún punto trigonométrico ó geodésico para limitar sus errores, y »construído, no con el trasportador, sino con las longitudes absolutas de las coordenadas de »los vértices calculadas por medio de los ángulos azimutales de los lados, cerró con un error

(1) Porque sabemos que muchos Topógrafos (?) utilizan al presente la brújula con anteojo distanciómetro sin tomar las precauciones necesarias y por consiguiente obteniendo planos muy poco fidedignos, hemos tenido empeño en poner de manifiesto sus inconvenientes cuando se trata de conseguir buenos planos.

(2) Véase la «Notice sur la boussole topographique», por M. Bichot, Coronel de Ingenieros militares. (Memorial de l'officier du genie, tomo 16.)

»de 3'75 metros.—Si se divide este error por 294, número de los lados del polígono, la diferen-»cia media á repartir entre todos los vértices es de 0'0128 metros solamente, cantidad comple-»tamente despreciable.

»El resultado que mencionamos aquí, no es un hecho aislado, producto de una casualidad »dichosa: M. el Coronel Bichot multiplica en su noticia las citas de este género todas apoyadas »sobre hechos de experiencia. — Remitimos al lector á este interesante trabajo, *cuyo objeto »principal es hacer resaltar la superioridad de la brújula sobre todos los demás instrumentos, cuando »es manejada por un topógrafo ejercitado y concienzudo.*»

Si los que realizaron tal trabajo le hubieran comprobado como dirémos oportunamente ó, ya que el método que explicarémos no se conocía entonces, lo hubieran hecho mediante algunas trasversales calculando las coordenadas de sus vértices con relación á los de partida y llegada, se habrían convencido de que tal resultado era consiguiente á compensaciones fortuitas y engañosas y debieran presumirlo, porque sin ellas es imposible conseguirle midiendo los ángulos con la brújula y las distancias con la cadena (1), cuyo descrédito es tal que ya no se admiten en los planos catastrales formales que se han realizado en estos últimos años y mucho menos en los que ahora se están practicando.

Por eso no ha dejado de extrañarnos que el ilustrado M. Leagre, en su «Cours de Topographie» (1881), conceda tambien importancia á la brújula y que sobre la precisión que con ella se levantan los planos, diga (pág. 153, vol. I) lo siguiente:

«*Conjunto de las condiciones que debe reunir el canevas* (poligonación).

»En resumen; para obtener con la brújula una exactitud conveniente en los planos levan-»tados por recorrimiento, el operador debe sujetar su trabajo á las siguientes condiciones:

»1.° Los lados de las poligonales no deben ser sobre el plano mayores de 7 centímetros, »sea cualquiera la escala utilizada.

»Sin embargo, con tal que los lados no estén representados sobre el plano por líneas de-»masiado cortas, de menos de 25 milímetros por ejemplo, la precisión de los resultados es casi »independiente de la longitud de los lados y algunos extremadamente pequeños, de 2 á 5 milí-»límetros por ejemplo, no tienen influencia notable sobre el resultado.

»2.° Se debe disponer la operación de tal manera que el número de los lados de un »recorrimiento, entre el punto de partida y el de cierre, no pase de 20 y que la longitud des-»arrollada de la poligonal no exceda, sobre el plano, de 80 centímetros á 1 metro.

»3.° Se deben medir los rumbos desde las 11 á las 3 ó 4 de la tarde pata evitar los efectos »de la variación diurna en la declinación.

»4.° Se deben medir para cada lado los rumbos directo é inverso, á fin de compensar los »errores variables consiguientes á los defectos del aparato y al mismo tiempo para comprobar »y corregir tanto los defectos de las desviaciones locales como las faltas de observación.

---

(1) No hablamos teóricamente y al solo objeto de contradecir la rotunda afirmación de los ilustrados Topógrafos citados; lo hacemos apoyados en hechos de experiencia propia.

Antes de habérsenos ocurrido el sistema de *poligonación con comprobaciones sucesivas*, que mas adelante darémos á conocer, levantamos un plano cuyo perímetro pasaba de 13 kilómetros; calculamos las tres coordenadas de todos sus vértices y en el cierre solo encontramos algunos decímetros de diferencia en las planimétricas y algunos centímetros en las alturas, resultado que nos sorprendió, porque el taquímetro, con que habíamos operado, no merecía nuestra confianza y por esto mismo habíamos trabajado con mucho cuidado; pues bien: las transversales despues hechas nos dieron mayores diferencias demostrando que habían ocurrido varias compensaciones fortuitas.

Citamos este hecho por su semejanza con el transcrito, pero otras muchas veces hemos tenido tales resultados trabajando con la brújula y no por eso dejamos de reconocer sus graves defectos.

El sistema de poligonación con comprobaciones sucesivas es el único medio de compensar racionalmente los errores inevitables y admisibles y de descubrir las compensaciones fortuitas y engañosas desvaneciendo ilusiones perniciosas, por eso tenemos la seguridad de que cuando le conozcan le adoptarán todos los Topógrafos concienzudos, que no pueden admitir como Bichot y otros tanta precisión operando con aparatos tan poco fidedignos como lo es la brújula.

»En estas condiciones, por consecuencia de las compensaciones que la multiplicidad y la »independencia de los errores hacen inevitables, *no debe temerse un error de cierre mayor de* »*1 mm. sobre un polígono que tenga 1 metro de desarrollo.*

»No se podrá obtener este resultado haciendo recorrimientos con otros goniómetros, »sino por medio de artificios complicados con cuidados minuciosos, de los que hablarémos »más tarde á propósito del taquímetro.»

Sin necesidad de utilizar complicados artificios, como supone M. Leagre, se pueden conseguir con los buenos taquímetros planos numéricos de más precisión que la indicada, *y esto no se alcanzará nunca verdaderamente con la brújula y la cadena y construyendo los planos geométricamente,* aunque se cumplan todas las condiciones impuestas; porque ni los ángulos ni las distancias se miden y se transportan al papel con la precisión necesaria para conseguir *racionalmente* el solo error final supuesto; puede, sin embargo, ocurrir en la práctica consiguientemente á las compensaciones fortuitas tan temibles; y los errores mayores que se cometen y no se conocen, se pondrán en evidencia calculando las coordenadas de los vértices de la poligonal y de algunas trasversales y mejor y más sencillamente por el *sistema de verificación de los planos,* que explicarémos en su lugar oportuno.

Es muy sensible que se extravíe la opinión de los Topógrafos con tan infundadas afirmaciones de personas respetables.

157 — Brújulas nivelantes.

Como su nombre lo indica, estos aparatos se destinan á medir, al propio tiempo que los rumbos ó azimutes, que con las distancias sirven para determinar el plano geométrico, las alturas relativas de todos los puntos mediante los ángulos de inclinación ó depresión de las visuales dirigidas á ellos; esto es, los que forman por encima ó por debajo de la horizontal que pasa por el eje de giro del anteojo; pues es claro que por su medio y conociendo la distancia, que separa la estación del punto visto, se calculará sencillamente la diferencia de altura.

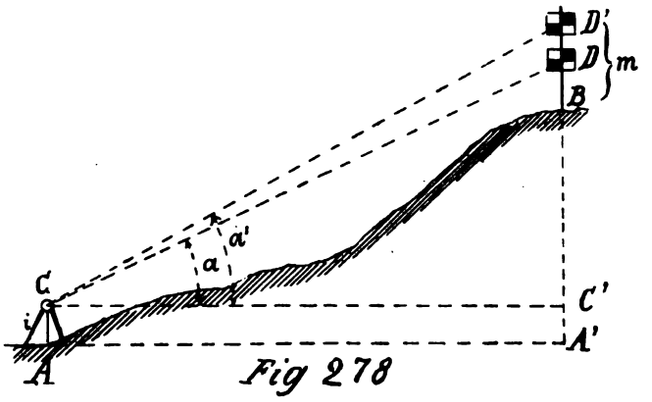


Fig 278

En efecto: si A y B (figura 278) son los dos puntos del terreno y sobre el primero se coloca el aparato corregido y nivelado su limbo horizontal y sobre el segundo una mira con su plancha D fija á una altura B D igual á la que sobre A se halla el eje de giro del anteojo, el ángulo *a*, que la visual C D forma con la horizontal C C′ es igual al que la recta A B forma con la A A′ y conocida la longitud de ésta se determinará la altura B A′, que se busca y que es igual á D C′, porque C′ A′ = C A = B D, por la fórmula conocida

$$D C' = C C' \text{ Tang. } a:$$

de manera que buscando el valor de *Tang. a,* en una Tabla de las tangentes naturales en el círculo de radio igual á la unidad, bastará multiplicarla por la distancia horizontal para tener la altura.

No es indispensable colocar la plancha de la mira á la altura B D = C A; puede fijarse en un punto cualquiera D', que más nos convenga; pues si bien calculando la altura como queda dicho, la que se halla no es la verdadera, D C' = B A', sino la D'C', bastará añadir al resultado la altura, *i*, del anteojo y restar la de la mira, *m*, para conseguir el mismo resultado; pues como se ve en la figura, de C' D' se resta D' D = i — m; de suerte que la fórmula general aplicable es la siguiente:

$$D C' = C C' \text{ Tang. } a' + (i - m)$$

Si en lugar de ser el ángulo de ascensión fuera de depresión, la tangente sería negativa, pero en nada cambiaría la fórmula, porque al resolverla se restaría de su valor el de *i* y se añadiría el de *m*, como procede y es natural, porque *i* es siempre positivo y *m* negativo.

Basta, por consiguiente, para convertir en *nivelante* una brújula sencilla, colocar un limbo *fijo* á la caja de esta, de manera que su centro coincida con el eje del perno sobre que gira el anteojo, que con este lo haga una plancha (alidada) con nónius concéntricos con la división del limbo y que los ceros de ambos estén en coincidencia cuando el eje de colimación del anteojo sea horizontal, numerándose las graduaciones de tal modo que sobre la del limbo vaya señalando el cero del nónius el ángulo de ascensión ó depresión correspondiente á cada visual.

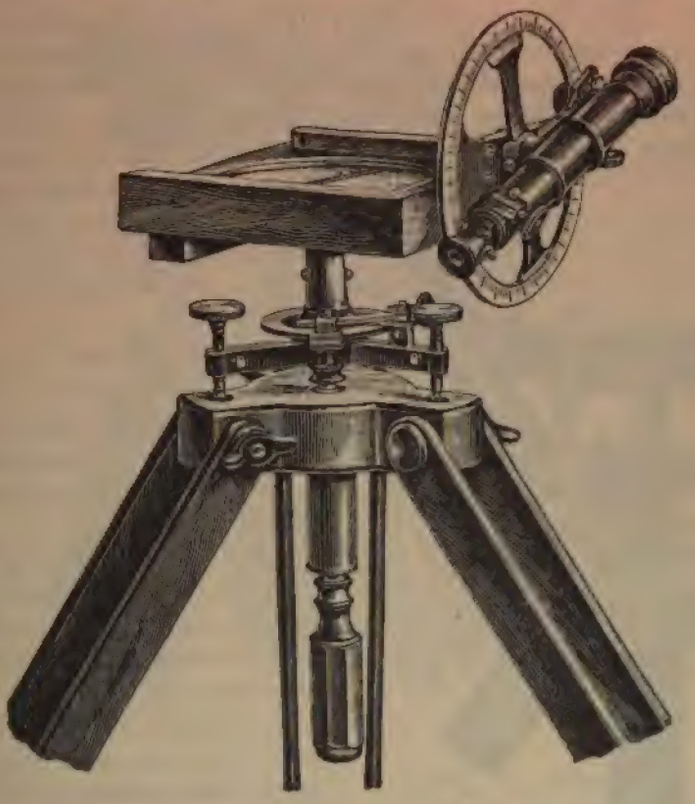


Fig. 279

Esto es precisamente lo que se ha hecho utilizando al efecto ya limbos completos, ya semilimbos, ya dos arcos opuestos y aún uno solo, y como para conseguir el objeto deseado era preciso dar mayor estabilidad al aparato y seguridad á los movimientos, se han utilizado trípodes de seis ramas ú otros de igual ó mayor estabilidad, juegos de tres ó cuatro tornillos y la combinación de los de presión y coincidencia, cuidando de emplear niveles mas sensibles para conseguir con la conveniente exactitud la nivelación, no precisamente del limbo de la brújula, aún que á éste se destinen también, sino del eje de colimación del anteojo acusada por la coincidencia de los ceros del limbo y nonius verticales.

»

Sería curioso consignar la infinidad de formas distintas utilizadas, muchas de las cuales aún se encuentran en el comercio; pero, como no es necesario su conocimiento, nos concretarémos á los tres modelos de los que de esta clase se construyen en los acreditados talleres que en Zaragoza tiene el ilustrado Ingeniero don Amado Laguna, porque no solo compiten en condiciones técnicas con los similares de las fábricas extranjeras, sino que resultan bastante más baratos (1).

En la figura 279 se representa el modelo más económico (200 pesetas), con caja de caoba, que seguramente será del gusto de los aficionados á esta clase de aparatos; porque no solo tienen un buen trípode de seis brazos y juego de tres tornillos con los de presión y coincidencia, que permiten darle los movimientos rápidos y lentos con sencillez y seguridad, sino que su diametro de 14 centímetros permite apreciar los cuartos de grado con la punta de la aguja á la simple vista sin la menor duda.

Además, el limbo vertical está dividido en grados y medios grados y con cada uno de los nónius de la alidada, que gira con el anteojo, se aprecia 1′ comprobándose estos ángulos, y el anteojo es de más potencia que los ordinariamente utilizados en estos sencillos aparatos, por lo que muchas veces se hace distanciómetro mediante retículo compuesto de cristal ó hilos fijos, lo que da mucha facilidad en los trabajos.

Como por otra parte la posición del limbo vertical es corregible para hacer la coincidencia de su cero con el de los nónius, cuando el eje de colimación es horizontal, cuya corrección se consigue con los tornillos que le aseguran á la caja, á cuyo efecto son alargados los agujeros de las planchas, el retículo del anteojo se puede centrar con los cuatro tornillos, que en la figura aparecen y el anteojo no solo puede dar una revolución completa en su movimiento de campana, sino que los collares que le sujetan permiten el giro sobre su eje de figura para comprobar la coincidencia de sus ejes, resulta el aparato con condiciones de completa rectificación.

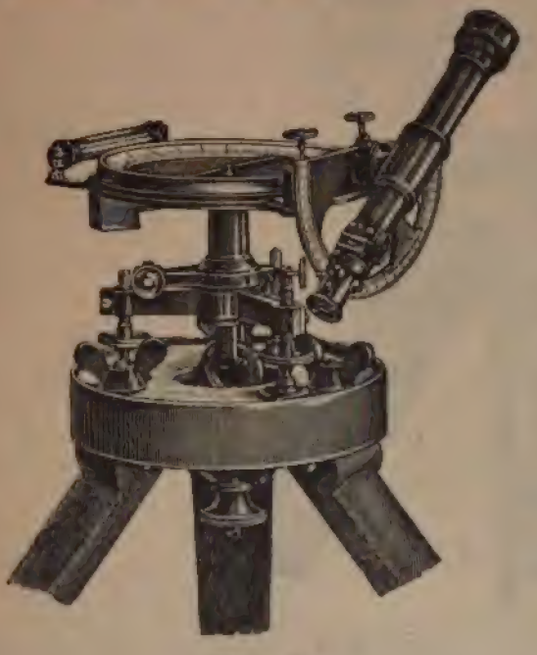


Fig. 280

El peso del limbo, alidada y anteojo, que gravita fuera del eje del aparato, exige un contrapeso que le equilibre y así se hace con la pieza que en la parte opuesta se ve debajo de la caja, lo cual no molesta en el manejo del aparato.

Este no resulta tan ligero y poco voluminoso como las brújulas sencillas, pero en cambio es más completo y de seguros resultados y puede utilizarse en los planos de no mucha importancia y precisión.

El modelo representado en la figura 280 es de mas escrupulosa construcción y todo de metal, que da mayor seguridad en los ajustes.

Su excelente trípode es preferible al ordinario de seis brazos, porque dando mayor seguridad al aparato permite mover éste hasta colocarle en la vertical de la estación sin tener que mover el trípode.

No tiene más que un nivel, obligando en la nivelación del limbo á situarle en dos posicio-

(1) Prescindimos en absoluto de los modelos utilizados por los cuerpos facultativos del ejército francés, de que exclusivamente se ocupa M. Leagre y otros Autores de allende el Pirineo, porque no solo no tienen tan buenas condiciones de construcción como los que citamos y otros extranjeros, sino que al colocar el eje general del aparato entre el de giro de la aguja y el anteojo, no se anula la excentricidad en este y se hacen erróneos los rumbos, pues el centro de la aguja cambia con cada visual.

nes perpendiculares; pero es aquel más sensible y de mejores condiciones que el del modelo anterior.

El semilimbo no permite el giro completo del anteojo y este es necesario en las comprobaciones; de manera que en este concepto es inferior al modelo anterior y también así resulta por no tener mas que un nónius doble, que puede dar lugar á equivocaciones, como ya digimos en el número 62, pág. 154, sin facilitar la comprobación de los ángulos verticales, como es necesario; y como quiera que el anteojo es de iguales condiciones que el del modelo precedente, bien se puede asegurar que, aunque le supera en las condiciones de algunos de sus órganos y en las de construcción, no resulta mas ventajoso; sin embargo cuesta algo más, pues su precio es de 225 pesetas.

El tercer modelo, representado en la figura 281, es muy moderno é indudablemente preferible á todos los demas; porque es todo de buen metal y esmerada construcción, tiene las graduaciones finamente grabadas sobre plata, el limbo vertical completo y sobre todo un anteojo, aunque de pequeñas dimensiones (diámetro del objetivo 30 milímetros, su distancia focal de 21 centímetros y ocular ortoscópico de amplificación de 20 diámetros), de notabilísima sensibi-

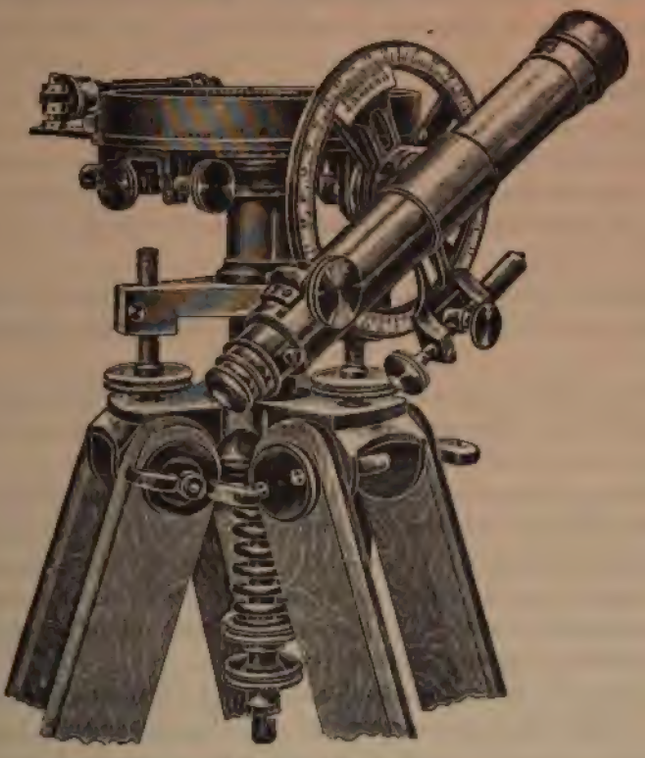


Fig. 281

lidad y distanciómetro, siendo además la aguja prismática de 10 centímetros y muy buenas condiciones, el limbo vertical del mismo diámetro y el volumen y peso total inferior á los demas modelos, lo que facilita algo el trasporte y puesta en estación.

Su precio es de 370 pesetas, muy inferior al de los modelos análogos de Breihaupt tan apreciados entre los Topógrafos españoles, que encontrarán en el de Laguna no sólo ventajas en las condiciones económicas sino tambien en las de construcción, aunque son muy parecidos; pues el anteojo, que es lo mas notable de las de Breihaupt, es aun mejor en las brújulas zaragozanas é incomparablemente superior al de otros modelos de los talleres extranjeros; por todo lo que, aunque es de sentir que el constructor no haya colocado sobre el anteojo un buen nivel de burbuja de quita y pon sobre collares y dos nónius verticales opuestos en lugar del doble, que tantos peligros ofrece, recomendamos el indicado modelo á los Topógrafos aficionados á

esta clase de aparatos, creyendo oportuno advertir que la graduación de los limbos se hace centesimal ó sexagesimal, se numera la del azimutal en dirección N á E ó N á O y la del vertical para obtener los ángulos de inclinación y depresión ó los zenitales á gusto de los consumidores, con tal que lo expresen claramente con la anticipación necesaria.

Como quiera que á la vista de las figuras y mejor aun de los aparatos es fácil darse cuenta de todas sus condiciones técnicas, no creemos necesario entretenernos mas en su descripción.

Las condiciones necesarias de esta clase de brújulas son, ademas de las ya dichas para las sencillas, las indicadas de que, cuando el eje de colimación del anteojo sea horizontal, el cero del nónius vertical coincida con el de su limbo para que en el movimiento de campana de aquel el segundo señale sobre el tercero el ángulo de ascensión ó depresión que corresponda á cada visual para obtener por su medio la altura relativa entre el punto de estación y el visto, como al principio de este número se dijo.

Es consiguiente que, cuando la numeración del limbo vertical esté dispuesta para obtener los ángulos zenitales, aquella coincidencia ha de ser con la graduación 90° ó 100^{c} y que en el modelo primero el cero de los nónius opuestos coincidirá en aquel momento con las graduciones 180° ó 200^{c}, puesto que se han de encontrar en los extremos de un diámetro para dar la comprobación inmediata de tales ángulos y también mayor precisión con la media de las dos lecturas.

Las comprobaciones y correcciones que deben hacerse con las brújulas nivelantes se deducen fácilmente de lo antes expuesto y en presencia de cada aparato; pero para evitar dudas á los principiantes creemos oportuno consignarlas brevemente con referencia á las de las pantómetras perfeccionadas, de que nos hemos ocupado en el n.° 153 y las especiales de las brújulas que dejamos expuestas, refiriéndonos ahora al modelo representado en la fig. 281 por ser el mas recomendable.

Las comprobaciones y correcciones 1.ª, 2.ª y 3.ª, relativas al trípode, unión á él del aparato y á todos los tornillos y movimientos de sus partes, se realizan como dejamos indicado para las pantómetras.

La 4.ª, análoga á la consignada en la página 416 tiene por objeto comprobar *si el limbo de la brújula y el vertical están bien graduados y la aguja y los nónius del 2.° bien centrados* y se comprueba análogamente á como allí se dijo.

La 5.ª condición es enteramente igual á la explicada para las mismas pantómetras y se comprueba y corrige utilizando el nivel que está unido á la caja de la brújula.

La 6.ª condición, idéntica á la 7.ª de aquellas, se comprueba y corrige lo mismo que en ellas con la diferencia de que, como no se hace la coincidencia de los ejes de figura, ópticos y de colimación del anteojo (6.ª de las pantómetras) no hay que proceder en el movimiento del retículo con la parsimonia allí recomendada.

Sin embargo la primera parte de la condición ó sea la perpendicularidad entre el eje de giro del anteojo y el de colimación se comprueba y corrige ordinariamente de la manera siguiente:

Hechas las precedentes correcciones en terreno llano se marca un punto distante del aparato 200 metros, v. g.; se le dirige una visual y, despues de apretar los tornillos del movimiento azimutal, se hace girar el anteojo sobre su eje 180° próximamente, señalando otro punto igualmente distante que el primero del observador; se hace girar azimutalmente el aparato hasta que la visual pase por el primer punto y sujetándole en esta posición se invierte el anteojo y se observa si su plano de colimación pasa por el 2.° punto.

Si así sucede, la condición se verifica; en otro caso se marcará con una banderola el punto medio entre el 2.° y 3.° y se moverá el retículo hasta que con ella coincida la cruz filar, repitiéndose la observación para afinar hasta que las visuales 2.ª y 4.ª vayan á parar al mismo punto.

Este procedimiento es mas seguro que el explicado en la página 417; pero exige que se complete con la comprobación de la horizontalidad del eje de giro del anteojo y al efecto salir de casa, mientras que por el 1.° se puede hacer desde ella, porque nunca falta una arista de edificio vertical que se pueda utilizar.

La condición 7.ª, enteramente análoga á la 8.ª de las pantómetras, consiste en que, cuando el cero de los nónius verticales coincida con el 0° de su limbo, la visual sea horizontal.

Como no se dispone de un nivel móvil sobre el anteojo, ni este es giratorio dentro de los collares, hay que utilizar el nivel que se halla sobre la caja para hacer la comprobación y corrección procediendo de la manera siguiente:

Se dirige la visual á un punto no muy lejano, elevado y bien definido; se toma nota del ángulo de inclinación que señala el nónius; se hace girar al anteojo una semirevolución y otra azimutalmente al aparato y, dirigiendo con el anteojo así invertido la visual al mismo punto, el nónius acusará el mismo ángulo en el cuadrante opuesto ú otro que sumado con el precedente dé 360°, segun que la numeración de las decenas sea de 0° á 180° ó de 0° á 360°; si así sucediere la condición se verifica; en otro caso la pequeña diferencia resultante, en más ó en menos, se puede corregir moviendo convenientemente el limbo hasta que el cero de los nónius señale la graduación media, repitiendo la comprobación y corrección hasta que en las dos posiciones opuestas aquel acuse la que corresponda.

Podría tambien procederse de una manera análoga á la explicada en el número 130 para los niveles del sistema de Grawats y otros análogos, pero las condiciones y destino de las brújulas nivelantes no exigen tantas molestias; de todos modos esto demuestra la inconveniencia de fijar el nivel al anteojo ó no disponer de uno móvil para colocarle sobre él, como sucede en esta brújula, pues con este teniendo dos nónius opuestos, como conviene y se tienen en otros modelos, la comprobación se haria mucho más sencilla y exactamente procediendo de la manera siguiente:

Despues de hechas las precedentes correcciones y de hacer coincidir los ceros de los nónius respectivamente con 0° y 180° del limbo, con lo cual el eje de colimación del anteojo será próxima ó exactamente horizontal, se coloca el nivel sobre él centrando la burbuja con el movimiento del anteojo mediante su tornillo de coincidencia; se invierte el nivel centrando, en caso necesario, nuevamente la burbuja mitad con los tornillos de corrección del nivel y la otra mitad moviendo el anteojo con el suyo de coincidencia, repitiendo esta operación hasta que en las dos posiciones del nivel quede centrada la burbuja, con lo cual se habrá conseguido corregirle, esto es, hacer paralelos el plano de aquella y el de la superficie de la base de apoyo.

Con este nivel se pone exactamente vertical el eje general del aparato por el procedimiento ordinario, cuidando de centrar la burbuja en la primera posición con los tornillos del juego, en la opuesta mitad con ellos y mitad con el de coincidencia del anteojo y en la tercera ó perpendicular, con el tercer tornillo del juego, repitiendo la operación para afinar.

Esto hecho se dirige la visual á una mira colocada á 100 ó 150 metros y si es parlante se anota la altura; pero para evitar equivocaciones y molestias son preferibles las de plancha, cuya altura anota el ayudante; se dá una semirevolución á la parte superior del aparato, en cuyo giro no se descentrará la burbuja, si son de buenas condiciones los ajustes y en caso necesario se centra mediante los tornillos del juego; se quita el nivel, se invierte el anteojo y se vuelve á colocar aquel moviendo el segundo hasta que la burbuja quede centrada; si entonces la visual pasa por el mismo punto de la mira y los ceros de los nónius coinciden con las graduaciones 0° y 180° (el 2.° con la 1.ª y el 1.° con la 2.ª) la condición se verifica.

Si la burbuja está centrada, pero no en coincidencia los ceros de los nónius con las graduaciones 0° y 180°, bastará mover el limbo la mitad de la diferencia.

Si la burbuja no está centrada, se moverá el anteojo hasta que lo esté y despues el retículo verticalmente hasta que la visual vaya á parar á la semisuma de las alturas acusadas en la mira en las dos posiciones y despues se arreglará el anteojo como queda dicho, repitiendo las observaciones y correcciones hasta que en las dos posiciones del anteojo con la burbuja centrada se vise el mismo punto de la mira y que los ceros de los nónius coincidan alternativamente con las graduaciones 0° y 180° del limbo.

La condición 8.ª consiste en que el diámetro 0°-180° del limbo de la brújula y el plano descrito

por el eje de colimación del anteojo sean paralelos para que los rumbos sean exactos en cuanto lo permiten la excentricidad del último y las condiciones características de la aguja imanada.

Para realizar esta comprobación y corrección se procederá de la manera explicada para la 3.ª de las *brújulas del limbo fijo* en el número 101, página 289, haciendo que las puntas de la aguja coincidan alternativamente con las graduaciones 0° y 180° de su limbo, pues en este caso no se dispone del azimutal á que allí se hace referencia y que se encuentra en las brújulas teodolitas, de que después nos ocuparémos, y en muchos teodolitos y taquímetros.

Finalmente cuando el anteojo de las brújulas de que nos ocupamos es distanciómetro, *hay que comprobar si el ángulo ó ángulos diastimométricos son exactos y esta 9.ª condición* se comprueba y corrige como digimos en el número 80, para la estadía de Reichembach con retículo de cristal ó de hilos fijos, que son los en ellas utilizados ordinariamente.

Usos á que las brújulas nivelantes se destinan

Es á estas aplicable cuanto sobre este particular se ha dicho en el número 156, relativamente á las sencillas, si bien no debe olvidarse que son de mejores condiciones de construcción, especialmente en el modelo de la figura 281; que con ellas se determinan las alturas relativas y que ordinariamente ahora se hacen sus anteojos distanciómetros facilitando mucho el levantamiento de los planos, pues con ellas se pueden utilizar los nuevos procedimientos.

Para que mejor se comprendan sus aplicaciones vamos á indicar la precisión con que se determinan las alturas mediante el limbo vertical, cuando en este hay dos nónius opuestos, como se debe exigir del constructor.

Cada uno de estos nónius aprecía teóricamente 1′; pero en atención al diámetro del limbo no se conseguirá mayor apreciación con la media de los dos y 42″ con la de la observación recíproca, que en las poligonales se realiza en los extremos de cada lado, si se ha de tener seguridad en las alturas calculadas; admitimos por consiguiente para aquellas 42″ y para los puntos de detalle determinados por radiación, tomando la media de los dos nónius, 1′ ó 1′3‵ y 1′8‵ respectivamente cuando la división es centesimal; no es esto lo que se supone por muchos Autores y constructores, ni lo que teóricamente resulta; pero la experiencia aconseja no hacerse tales ilusiones en esta clase de aparatos, sin que por esto neguemos que algunas veces observadores diestros y de buena vista puedan apreciar algo mas.

Con estas apreciaciones se podría cometer un error en las alturas de 21 milímetros en las poligonales y 32 en los puntos de detalle á la distancia de 100 metros con inclinación máxima de 10° y 20° respectivamente.

Aunque esto pudiera hacer creer á muchos que con esta manera de determinar las alturas podrán estas servir para poco, no sucede así sin embargo, porque los errores se compensan racionalmente con los nuevos procedimientos en las poligonales y en los detalles no tienen importancia trascendental.

Comparados estos errores con los que se producen en la nivelación por visuales horizontales con buenos niveles de anteojo resultan naturalmente mayores, pero no tanto como muchos suponen; pues ni con estos se consigue la precisión del milímetro á 100 metros, que generalmente se admite en los trabajos ordinarios, ni, cuando se opera en terrenos accidentados, se puede realizar sin grandísimas molestias y numerosas niveladas, que aumentan mucho la posibilidad de los errores.

En efecto: si suponemos que la visual entre los dos puntos consecutivos de estación tenga la inclinación de 10°, á 100 metros de distancia su diferencia de nivel será de 17′63 metros, que con el limbo vertical y la estadía se determinará con la aproximación antedicha en una sola tirada en pocos minutos, mientras que no se conseguirá con el nivel sin hacer al menos 4 estaciones, que exigirán una hora de trabajo y muchas molestias dando ocasión á que los errores parciales se acumulen fácilmente, porque á ello se presta esta manera de medir las alturas relativas, sino se toman las precauciones que explicarémos al hablar de las nivelaciones de precisión.

La diferencia entre los errores que pueden cometerse por ambos procedimientos no es tan grande como parece á primera vista y muchos creen, y en los terrenos accidentados queda la inferioridad del 1.° mas que compensada con la economía de tiempo y de molestias que por él se consigue; por esta razón en ellos se aplica, especialmente haciéndolo del 2.° en los trabajos de mayor precisión en los terrenos llanos y para comprobar y corregir las nivelaciones en la realización de los proyectos trazados sobre planos, en que las alturas se determinaran por el 1.°, en terrenos accidentados.

De lo expuesto resulta que esta clase de brújulas, aunque con el carácter de las sencillas, pueden tener muchas mas aplicaciones que estas y siendo de buenas condiciones técnicas y de construcción y teniendo, como sucede con el modelo de la figura 281, anteojo potente y distanciómetro darán aceptables resultados en trabajos de no mucha importancia y precisión, si se toman las necesarias precauciones.

Relativamente á las *ventajas é inconvenientes* que ofrecen comparadas con las pantómetras perfeccionadas, con los teodolitos y los taquímetros son fáciles de comprender en vista de lo dicho relativamente á las sencillas y lo antes consignado, que pone tambien en evidencia que aquellos les son preferibles, si bien las brújulas nivelantes lo son á las planchetas, aunque no debe olvidarse que ni unas ni otras se admiten ya en los trabajos de precisión por la infidelidad y poca precisión de las primeras y los inconvenientes propios de las segundas.

158 — Brújulas perfeccionadas ó teodolitas.

Por su mayor peso y precio y porque en ellas la brújula propiamente dicha ordinariamente desempeña un oficio secundario, ha sido poco frecuente su uso y consiguientemente muy reducido el número de los distintos modelos construídos; esto se comprende y explica teniendo en cuenta que para los patrocinadores de la brújula estaba de mas el limbo ázimutal, que las caracteriza y aumenta su peso y precio complicando las condiciones de construcción, y para los demás Topógrafos era preferible el uso del teodolito especialmente los de anteojo centrado, porque esta condición no solo evita el error de la excentricidad ó la necesidad de aplicar la regla de Bessel para anularle, sino que tambien la dificultad de dirigir las visuales recíprocas en los terrenos cubiertos de monte alto y bajo y además se hace innecesario el contrapeso resultando más ligero y estable el aparato.

Pero como en los teodolitos, lo mismo que en los taquímetros, la brújula ha de ser de pequeñas dimensiones y no se pueden leer los rumbos fácil y exactamente cuando el limbo es fijo, porque muchas veces se interponen los montantes del anteojo y siempre la dan sombra, para complacer á los patrocinadores de aquella sin dejar de dar á los que no lo son los medios de medir los ángulos azimutales con la precisión y seguridad necesarias, algunos constructores hacen estos aparatos en condiciones muy aceptables hasta para los modernos procedimientos, si bien siempre consideramos preferibles los buenos taquímetros de mediano tamaño, que no son ni mas pesados ni mas caros.

La primera brújula con limbo azimutal, que conocimos al mediar el pasado siglo, fué la de Ladois, que representamos en proyección horizontal y dos verticales en la figura 282.

Es toda de metal y su diferencia con las nivelantes consiste en que la caja de la brújula descansa sobre un platillo en que se halla el limbo azimutal, *m*, dividido en grados y medios grados, sobre el que se aprecia 1' con repetición por medio de dos nónius grabados en dos apéndices de aquella, que gira concéntricamente con el limbo referido con movimiento brusco y lento, mediante los tornillos a' y c' de presión y coincidencia.

Es claro que si, haciendo coincidir el *cero* de tal limbo con el del nónius mas próximo al observador, se hace girar la caja de la brújula y el platillo unidos con el tornillo de presión hasta que la punta azul ó N. de la aguja señale el cero de su limbo, los diámetros 0° y 180° de los dos serán paralelos á la meridiana magnética y fijando en esta posición el platillo del limbo mediante los tornillos que rigen el movimiento general del aparato y aflojando el de presión a'

por el eje de colimación del anteojo sean paralelos para que los rumbos sean exactos en cuanto lo permiten la excentricidad del último y las condiciones características de la aguja imanada.

Para realizar esta comprobación y corrección se procederá de la manera explicada para la 3.ª de las *brújulas del limbo fijo* en el número 101, página 289, haciendo que las puntas de la aguja coincidan alternativamente con las graduaciones 0° y 180° de su limbo, pues en este caso no se dispone del azimutal á que allí se hace referencia y que se encuentra en las brújulas teodolitas, de que despues nos ocuparémos, y en muchos teodolitos y taquímetros.

Finalmente cuando el anteojo de las brújulas de que nos ocupamos es distanciómetro, *hay que comprobar si el ángulo ó ángulos diastimométricos son exactos y esta 9.ª condición* se comprueba y corrige como digimos en el número 80, para la estadía de Reichembach con retículo de cristal ó de hilos fijos, que son los en ellas utilizados ordinariamente.

Usos á que las brújulas nivelantes se destinan

Es á estas aplicable cuanto sobre este particular se ha dicho en el número 156, relativamente á las sencillas, si bien no debe olvidarse que son de mejores condiciones de construcción, especialmente en el modelo de la figura 281; que con ellas se determinan las alturas relativas y que ordinariamente ahora se hacen sus anteojos distanciómetros facilitando mucho el levantamiento de los planos, pues con ellas se pueden utilizar los nuevos procedimientos.

Para que mejor se comprendan sus aplicaciones vamos á indicar la precisión con que se determinan las alturas mediante el limbo vertical, cuando en este hay dos nónius opuestos, como se debe exigir del constructor.

Cada uno de estos nónius aprecía teóricamente 1′; pero en atención al diámetro del limbo no se conseguirá mayor apreciación con la media de los dos y 42″ con la de la observación recíproca, que en las poligonales se realiza en los extremos de cada lado, si se ha de tener seguridad en las alturas calculadas; admitimos por consiguiente para aquellas 42″ y para los puntos de detalle determinados por radiación, tomando la media de los dos nónius, 1′ ó 1′3‵ y 1′8‵ respectivamente cuando la división es centesimal; no es esto lo que se supone por muchos Autores y constructores, ni lo que teóricamente resulta; pero la experiencia aconseja no hacerse tales ilusiones en esta clase de aparatos, sin que por esto neguemos que algunas veces observadores diestros y de buena vista puedan apreciar algo mas.

Con estas apreciaciones se podría cometer un error en las alturas de 21 milímetros en las poligonales y 32 en los puntos de detalle á la distancia de 100 metros con inclinación máxima de 10° y 20° respectivamente.

Aunque esto pudiera hacer creer á muchos que con esta manera de determinar las alturas podrán estas servir para poco, no sucede así sin embargo, porque los errores se compensan racionalmente con los nuevos procedimientos en las poligonales y en los detalles no tienen importancia trascendental.

Comparados estos errores con los que se producen en la nivelación por visuales horizontales con buenos niveles de anteojo resultan naturalmente mayores, pero no tanto como muchos suponen; pues ni con estos se consigue la precisión del milímetro á 100 metros, que generalmente se admite en los trabajos ordinarios, ni, cuando se opera en terrenos accidentados, se puede realizar sin grandísimas molestias y numerosas niveladas, que aumentan mucho la posibilidad de los errores.

En efecto: si suponemos que la visual entre los dos puntos consecutivos de estación tenga la inclinación de 10°, á 100 metros de distancia su diferencia de nivel será de 17′63 metros, que con el limbo vertical y la estadía se determinará con la aproximación antedicha en una sola tirada en pocos minutos, mientras que no se conseguirá con el nivel sin hacer al menos 4 estaciones, que exigirán una hora de trabajo y muchas molestias dando ocasión á que los errores parciales se acumulen fácilmente, porque á ello se presta esta manera de medir las alturas relativas, sino se toman las precauciones que explicarémos al hablar de las nivelaciones de precisión.

La diferencia entre los errores que pueden cometerse por ambos procedimientos no es tan grande como parece á primera vista y muchos creen, y en los terrenos accidentados queda la inferioridad del 1.° mas que compensada con la economía de tiempo y de molestias que por él se consigue; por esta razón en ellos se aplica, especialmente haciéndolo del 2.° en los trabajos de mayor precisión en los terrenos llanos y para comprobar y corregir las nivelaciones en la realización de los proyectos trazados sobre planos, en que las alturas se determinaran por el 1.°, en terrenos accidentados.

De lo expuesto resulta que esta clase de brújulas, aunque con el carácter de las sencillas, pueden tener muchas mas aplicaciones que estas y siendo de buenas condiciones técnicas y de construcción y teniendo, como sucede con el modelo de la figura 281, anteojo potente y distanciómetro darán aceptables resultados en trabajos de no mucha importancia y precisión, si se toman las necesarias precauciones.

Relativamente á las *ventajas é inconvenientes* que ofrecen comparadas con las pantómetras perfeccionadas, con los teodolitos y los taquímetros son fáciles de comprender en vista de lo dicho relativamente á las sencillas y lo antes consignado, que pone tambien en evidencia que aquellos les son preferibles, si bien las brújulas nivelantes lo son á las planchetas, aunque no debe olvidarse que ni unas ni otras se admiten ya en los trabajos de precisión por la infidelidad y poca precisión de las primeras y los inconvenientes propios de las segundas.

158 — Brújulas perfeccionadas ó teodolitas.

Por su mayor peso y precio y porque en ellas la brújula propiamente dicha ordinariamente desempeña un oficio secundario, ha sido poco frecuente su uso y consiguientemente muy reducido el número de los distintos modelos construidos; esto se comprende y explica teniendo en cuenta que para los patrocinadores de la brújula estaba de mas el limbo azimutal, que las caracteriza y aumenta su peso y precio complicando las condiciones de construcción, y para los demás Topógrafos era preferible el uso del teodolito especialmente los de anteojo centrado, porque esta condición no solo evita el error de la excentricidad ó la necesidad de aplicar la regla de Bessel para anularle, sino que tambien la dificultad de dirigir las visuales recíprocas en los terrenos cubiertos de monte alto y bajo y además se hace innecesario el contrapeso resultando más ligero y estable el aparato.

Pero como en los teodolitos, lo mismo que en los taquímetros, la brújula ha de ser de pequeñas dimensiones y no se pueden leer los rumbos fácil y exactamente cuando el limbo es fijo, porque muchas veces se interponen los montantes del anteojo y siempre la dan sombra, para complacer á los patrocinadores de aquella sin dejar de dar á los que no lo son los medios de medir los ángulos azimutales con la precisión y seguridad necesarias, algunos constructores hacen estos aparatos en condiciones muy aceptables hasta para los modernos procedimientos, si bien siempre consideramos preferibles los buenos taquímetros de mediano tamaño, que no son ni mas pesados ni mas caros.

La primera brújula con limbo azimutal, que conocimos al mediar el pasado siglo, fué la de Ladois, que representamos en proyección horizontal y dos verticales en la figura 282.

Es toda de metal y su diferencia con las nivelantes consiste en que la caja de la brújula descansa sobre un platillo en que se halla el limbo azimutal, *m*, dividido en grados y medios grados, sobre el que se aprecia 1' con repetición por medio de dos nónius grabados en dos apéndices de aquella, que gira concéntricamente con el limbo referido con movimiento brusco y lento, mediante los tornillos a' y c' de presión y coincidencia.

Es claro que si, haciendo coincidir el *cero* de tal limbo con el del nónius mas próximo al observador, se hace girar la caja de la brújula y el platillo unidos con el tornillo de presión hasta que la punta azul ó N. de la aguja señale el cero de su limbo, los diámetros 0° y 180° de los dos serán paralelos á la meridiana magnética y fijando en esta posición el platillo del limbo mediante los tornillos que rigen el movimiento general del aparato y aflojando el de presión a'

del de la caja de la brújula y parte superior ó alidada, el cero del mismo nónius señalará sobre el limbo los rumbos de todas las visuales sucesivas, que tambien se leerán con la punta azul de la aguja, mientras que la blanca y el nónius opuesto señalarán los rumbos aumentados de 180°.

Como el limbo exterior permanece inmóvil girando el índice ó nónius y en el de la brújula sucede lo contrario, *las graduaciones van numeradas en sentido opuesto* y no habrá más diferencia en los rumbos así obtenidos que la que es consiguiente á las variaciones y errores pro-

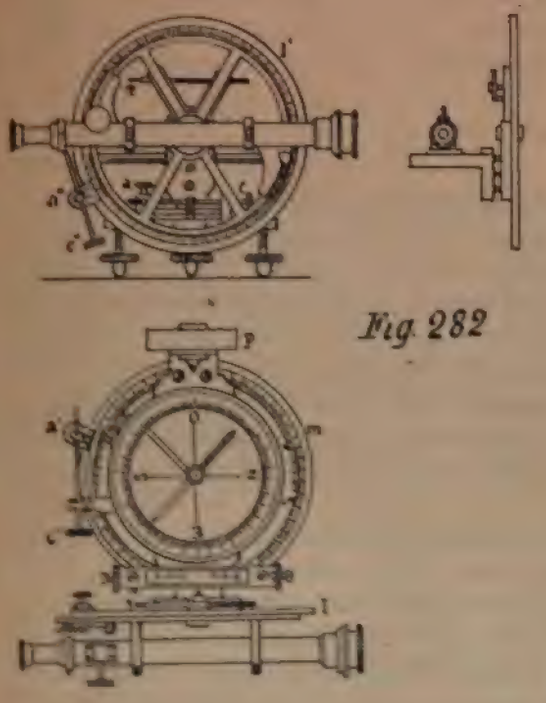


Fig. 282

Fig. 283

pios de la aguja imanada, que los nónius del limbo exterior pondrán bien de manifiesto, si se opera con cuidado.

Un inconveniente no pequeño tiene bajo este concepto el modelo de que nos ocupamos y es que, como los apéndices en que están los nónius descansan sobre el platillo del limbo, el polvo que este recoge produce rozamientos intolerables, que inutilizan pronto el aparato; bastaría para evitarlo rebajar el platillo en lo necesario; pero no se hacía esto ó por lo menos no se había hecho en los ejemplares que tuvimos ocasión de examinar, ni se apeló al medio que ahora se utiliza con provecho de colocar los nónius, no en apéndices sino en la corona circular del plato de la brújula, que se hace perfectamente concéntrica con la en que se apoya el limbo teniendo ambas su cara superior en el mismo plano anulando tan perniciosos movimientos y mejorando las condiciones de la lectura.

Por lo demás, como en la figura aparece, todas las demás piezas tienen los movimientos y correcciones necesarias excepto el anteojo, en que no era posible hacer la coincidencia de los ejes ópticos, de figura y colimación y en tal concepto era preferible la de Chevalier, que le tenía dentro de collares y con el retículo rectificable; pero en ninguno de estos modelos era el anteojo de suficiente potencia para poderle hacer distanciómetro, á no emplear las miras de dos planchas, ni bastante sensibles sus niveles; por todo lo que resultan muy inferiores á los modelos modernos. Entre estos debemos comprender la *brújula topográfica para los mineros* ó de anteojo centrado, que se representa en la fig. 283.

Como en ella se vé, el anteojo está centrado y tiene 18 milímetros de diámetro el objetivo, ocular ortoscópico con la amplificación de 16 diámetros y es distanciómetro; la aguja de 72 milímetros de largo y su limbo dividido en medios grados; el exterior de 14 centímetros de diámetro de níquel con dos nónius de apreciación de 1' y el vertical de 8 centímetros con nónius

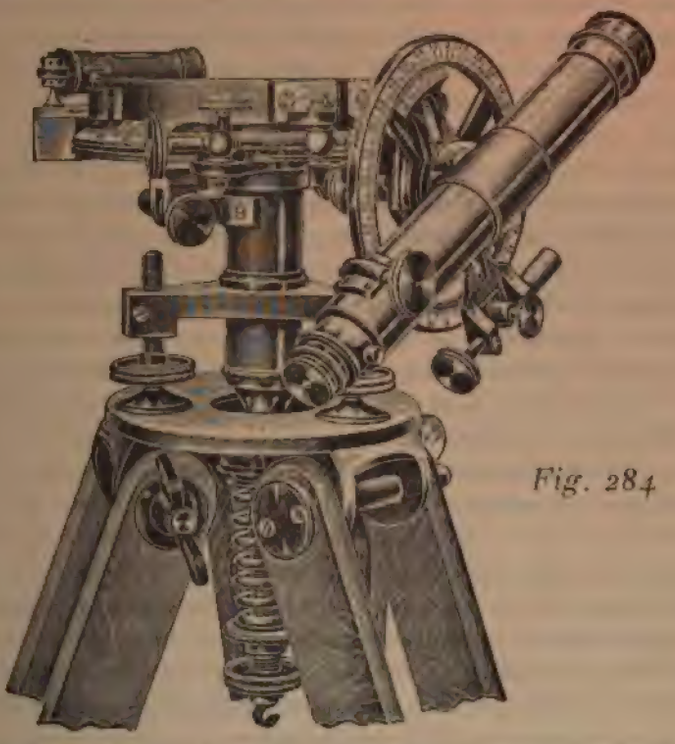


Fig. 284

de igual apreciación teórica: sobre el anteojo, cuyo plano de colimación pasa por el eje de la aguja, hay un nivel cilíndrico corregible y otro esférico en unos modelos y cilíndrico en otros unido á la caja de la brújula para nivelar los platillos azimutales.

Este aparato muy pequeño y ligero y de esmerada construcción es muy apropiado al objeto á que se destina y cuesta en esta ciudad, almacén de Biosca y C.ª 454 francos, y el construido en los talleres zaragozanos 516 pesetas; pero para trabajos exteriores será generalmente preferible la brújula teodolita de Laguna, que sólo cuesta 500 pesetas.

En la fig. 284 se representa y en su vista se comprende su completa semejanza con la nivelante de la fig. 281, como las dos lo son á las renombradas de Breihaupt.

Se distingue de la 2.ª en que la caja de la brújula descansa sobre un platillo en que está grabado un limbo de 14 centímetros de diámetro dividido en medios grados, en el que se puede apreciar fácil y ciertamente 1' y hasta 30" con repetición mediante dos nónius grabados en la corona anular saliente de la caja de la brújula, concéntrica con el limbo y perfectamente centrada con él; de manera que es este aparato un verdadero taquímetro de anteojo excéntrico; pues su potente anteojo es distanciómetro ó analático y sus graduaciones sexagesimales ó centesimales á voluntad de los consumidores.

Las dimensiones indicadas de los limbos y anteojo, la mayor potencia de este, que además puede girar sobre su eje de figura y libremente sobre el de rotación, las excelentes condiciones de su trípode y las generales de construcción, que son tan buenas como las del modelo precedente, justifican la preferencia que corresponde al de que tratamos para los trabajos al aire libre, así como á aquel por su menor volumen y peso, por la centración de su anteojo y por las condiciones de su trípode reducible á la mitad de su altura, le corresponde en los de las estrechas galerías de las minas, á que se acomodan sus especiales condiciones.

Sobre las *comprobaciones y correcciones* de las brújulas teodolitas nada hay que añadir á lo dicho relativamente á las nivelantes; pues solo difieren de ellas en la existencia del limbo azimutal; pero como no es su platillo y sí la caja de la brújula la que está unida al anteojo y con él gira, la condición necesaria del paralelismo de los diámetros 0°–180° de ambos limbos con el eje de colimación del anteojo quedará satisfecha siempre que los dos limbos estén centrados y los ceros de los nónius ocupen los extremos de un diámetro, que fácilmente se puede comprobar; pero que generalmente no se puede corregir instrumentalmente por ser fijos los nónius, aunque utilizando, en caso necesario, uno y teniendo en cuenta la excentricidad del otro será fácil hacer la corrección en las lecturas de comprobación con tal que los limbos tengan su centro sobre la misma vertical.

Los usos á que las brújulas teodolitas se pueden destinar son los mismos de los teodolitos y taquímetros y los especiales de las brújulas, porque no hay inconveniente en utilizarlas como las simplemente nivelantes; pero para tener mayor precisión y seguridad es lo mejor hacerlo como con los taquímetros *anulando*, en caso necesario, *el error de excentricidad del anteojo con la aplicación de la regla de Bessel* y utilizar los procedimientos modernos, si, como casi siempre sucede en los modelos que ahora se construyen, el anteojo es analático ó distanciómetro; en el caso contrario, aun con el sistema de recorrimiento á la antigua, se debe conservar la orientación con el limbo, como explicarémos en el número 4 del vol. II, utilizando siempre las indicaciones de la aguja para fijar en la primera estación la meridiana magnética ó la geográfica si pudiera declinarse, y servir en todas las demás de testigo, lo que permitirá leer los rumbos con un solo nónius en muchos casos y especialmente en todos los correspondientes á los puntos de detalle.

Como estas brújulas ya pierden su carácter distintivo para tomar el de teodolitos ó taquímetros, las *ventajas é inconvenientes* que respectivamente les atribuyen sus encomiadores y detractores desaparecen en cierto modo y solo podría entablarse discusión sobre si es ó no conveniente admitir la excentricidad del anteojo para tener la brújula de mayores dimensiones ó reducir estas centrando aquel; pero teniendo en cuenta que el oficio de la brújula queda reducido con razón á servir para orientar los planos con inseguridad y de testigo, como tantas veces hemos dicho, y que con la excentricidad del anteojo se aumenta por necesidad el volumen y peso del aparato y se produce en los terrenos cubiertos de monte alto y bajo la enojosa dificultad de que muchas veces se imposibilita la observación recíproca, mientras que nada de esto sucede con los aparatos de anteojo centrado, y por otra parte la brújula de que disponen es más que suficiente, especialmente si es de limbo móvil, para cumplir aquellas funciones, parécenos que la cuestión está resuelta, que tales brújulas ofrecen más inconvenientes que ventajas en su comparación con los teodolitos y taquímetros de anteojo centrado; pero son preferibles á las pantómetras perfeccionadas por su mayor apreciación consiguiente al mayor diámetro de sus limbos, mejores condiciones del anteojo y las generales de construcción y en todos conceptos á las planchetas, cuyos inconvenientes darémos despues á conocer.

159 — Brújulas de reflexión.

El carácter distintivo de estas brújulas consiste, en que para leer en cada caso el rumbo correspondiente se hace reflejar la graduación de su *limbo móvil* en un prisma ó en un espejo combinado con la parte ocular de un par de pínulas, que permiten ver simultáneamente sobre el plano de colimación, directamente el objeto á que se dirige la visual y reflejada la parte de

limbo que señala el rumbo. Algunos ilustrados Autores, aunque se ocupan conjuntamente de estas brújulas, reservan el calificativo de reflexión para las en que se obtiene por medio de un espejo; pero no lo consideramos procedente, porque tan reflexión es esta como la que se consigue mediante un prisma, que pueden muy bien sustituirse recíprocamente.

Entre los diferentes modelos que se han construido, el más generalizado por su sencillez y relativas buenas condiciones es la brújula de Kater.

Esta se halla representada en la figura 285 en las proyecciones vertical y horizontal viéndose en la 2.ª el limbo sostenido por la aguja imanada, que le arrastra en sus movimientos sobre un eje fijo en el centro de la base de la caja cilíndrica de metal que los contiene.

La aguja y el limbo son de las mismas condiciones explicadas en el número 101, páginas 290 y 291 para las de limbo móvil, que hemos propuesto para los goniómetros compuestos, con la sola diferencia de coincidir el eje de la aguja con el diámetro 0°-180° y hallarse el 0° en la punta S.

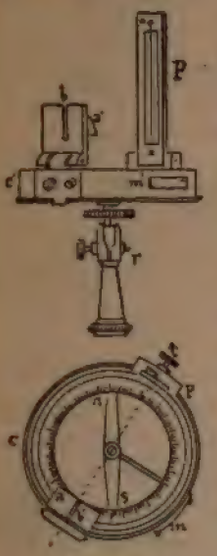


Fig. 285

Limbo y aguja se pueden sujetar en los trasportes y cambios de estación á la tapa superior de la caja mediante una palanca movida por el pasador *m m'* y con el boton *t*, que está en contacto con una placa elástica interior, se detiene el movimiento de aquellos para disminuir sus oscilaciones oprimiéndole suavemente.

La caja está cubierta con un cristal para que el limbo quede bien iluminado y el prisma, *a a'*, refleja verticalmente la parte correspondiente al plano de colimación, cuya graduación se vé por la inferior de la ranura *b b'* abierta en la pieza que sostiene el prisma en su conveniente posición, mientras que la parte superior de aquella sirve de ocular para dirigir las visuales á los puntos que convenga visar por la cerda de la pínula, *P*, diametralmente opuesta.

La pínula y la pieza que lleva el prisma pueden aplicarse, la 1.ª á la tapa superior de la caja y la 2.ª á su cara vertical, á cuyo efecto van unidas con charnelas y así se disminuye el volumen del pequeño estuche en que se encierra para su trasporte.

La caja puede girar azimutalmente, horizontarse con un juego de nuez y enchufarse á un bastón de agrimensor ó á un trípode sencillo, que son los que más se usan; también se puede utilizar este aparato á la mano si se tiene buen pulso y costumbre de hacer rápidamente la observación de los rumbos; pero lo mejor es ordinariamente emplear el bastón, que sin hacer perder tiempo dá más descanso al brazo y seguridad en la observación (1).

Es fácil de comprender cómo con esta clase de brújulas se pueden medir los rumbos y los ángulos entre dos visuales concurrentes en un punto.

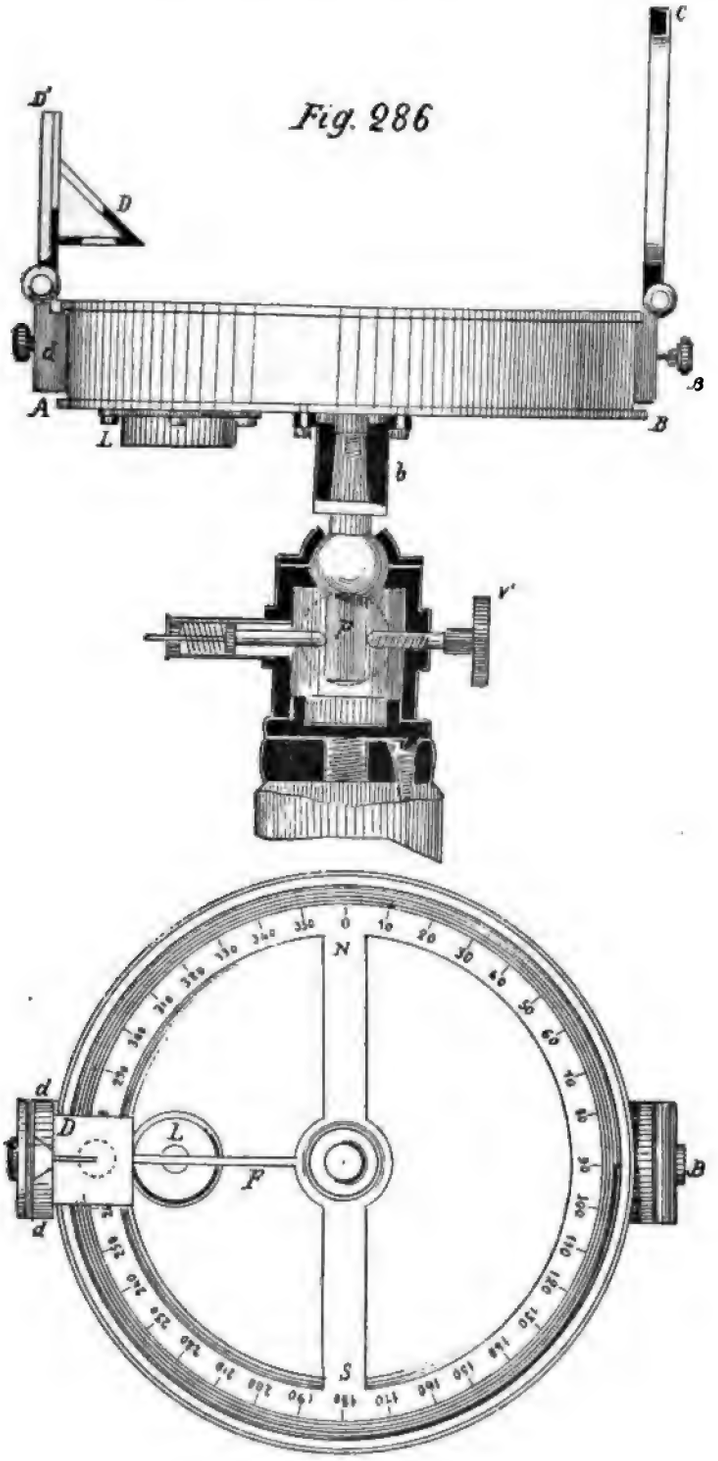
Si colocada sobre este en un trípode sencillo, nivelada próximamente á ojo y puesta en libertad la aguja y consiguientemente el limbo, se hace girar la caja hasta que la visual dirigida por las pínulas se halle en el meridiano magnético, la punta S de la aguja se colocará en el plano vertical del eje de la ranura *b b'* y el prisma reflejará aquella parte de la graduación del limbo, de manera que la línea 0° coincidirá con el eje de la ranura y con la cerda de la pínula *P;* recíprocamente, siempre que esta coincidencia se verifique la visual dirigida por las pínulas se hallará en el meridiano magnético.

Si encontrándose en esta posición se hace girar la caja en el sentido de N á E hasta que la visual pase por un punto determinado, como quiera que el limbo no se moverá, sus diferentes numeraciones irán pasando por debajo de la ranura y en ella aparecerán reflejadas por el prisma y si, como en la proyección horizontal de la figura aparece, el giro se detiene cuando la

(1) Con trípode sencillo, pero resistente, y con estuche construye Salmoiraghi dos modelos; uno con limbo de diámetro de 90 mm. que vende á 150 liras y otro de 75 mm. al precio de 125 liras.

Laguna vende estas brújulas á 70 pesetas con bastón y 76 con trípode.

línea que señala 36° pasa por el plano de colimación y se refleja en el eje de la ranura, este será el rumbo correspondiente á la visual, porque, como en la figura se indica, es el ángulo que aquel forma con el meridiano magnético. Si el eje de la ranura ó la prolongación de la cerda



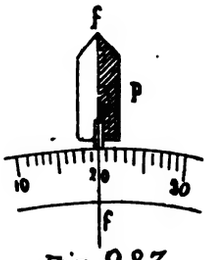


Fig 287

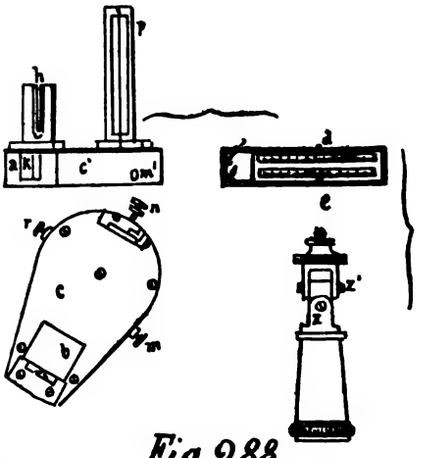


Fig. 288

de la pínula no coincide exactamente con una línea de grados completos se apreciará la parte de grado, que haya pasado de aquel índice. Si, continuando el giro de la caja para dirigir la visual á otro punto se hallara para este el rumbo, v. g., de 85° 30′, claro es que el ángulo que las dos visuales forman por la parte N-E, será de 85° 30′ — 36° = 49°-30′.

Dedúcese de aquí que, para hallar el rumbo de una línea cualquiera, basta colocar la brújula próximamente nivelada en uno de sus extremos, dirigir la visual al otro por las pínulas y leer la graduación del limbo que se halla en la ranura coincidiendo con la cerda opuesta, lo cual se consigue en menos de 1', si se cuida de disminuir las oscilaciones del limbo apretando suavemente el boton *t;* pero también se comprende que tales rumbos no se medirán con mucha precisión y solo servirán para construir planos de reconocimiento ó el relleno de los de escala muy pequeña, en los que este aparato se utiliza tambien para situar puntos bastante lejanos por intersección desde la base que por rumbo y distancia se determina.

Del mismo tipo de la de Kater es la brújula de Schmalkalder, que se representa en la figura 286, preferible á aquella por sus mayores dimensiones y condiciones de construcción; pues con el nivel esférico, L, se puede nivelar la caja mediante un juego de dos tornillos y resortes opuestos y con el prisma-menisco se lee mejor la graduación apareciendo esta, la cerda de la pínula obgetiva y la banderola en la forma indicada en la figura 287, lo que facilita mucho la lectura de los rumbos; de manera que puede sustituir muy bien á las brújulas sencillas en los planos simplemente geométricos.

El diámetro del limbo móvil es, en uno de los modelos de 7 centímetros y en el otro de 11 centímetros, lo que permite apreciar en las lecturas 15': el 1.° es el que venimos recomendando á los constructores coloque en los taquímetros en lugar de la declinatoria ó de la brújula de limbo fijo por las muchas ventajas que sobre ellas tiene en los aparatos completos la brújula de limbo móvil con prisma, segun digimos en el número 101.

Brújula de Burnier

Aunque en esta brújula no se utiliza la reflexión del limbo para leer los rumbos, parécenos oportuno describirla en este lugar por la grandísima semejanza que con la de Kater tiene en las condiciones de construcción y en los usos á que se destina.

Como en la figura 288 aparece, se compone de una caja de metal, *c c'*, cerrada completamente; pero con una ventana, *b*, en la cara superior que permite la iluminación de la parte de los limbos que se ha de observar.

Los limbos son dos: uno, *l*, destinado á los rumbos gira alrededor del eje, *e*, unido á la base inferior de la caja, y el otro, *l'*, destinado á los ángulos de ascensión ó depresión, lo hace alrededor del eje *d* unido á la base superior, moviéndose el 1.°, por la acción magnética de la aguja cuando las bases de la caja son horizontales y colocándose en esta posición el diámetro 0° y 180°, del 2.°, cuando aquellas se disponen verticalmente, mediante el peso de un sector macizo, cuyo centro de gravedad se halla en la vertical del punto de suspensión, *d*, y de la graduación 90°.

La graduación del limbo *l* destinado á los rumbos está numerada de 0° á 360° á partir de la punta S de la aguja y en la dirección de S á E y la del limbo *l'*, destinado á los ángulos verticales, de 0° á 180° en dos sentidos hallándose las dos graduaciones de 90° en la vertical, cuando las bases de la caja tienen esta posición.

Una ventana, a, abierta en el costado de la caja y cubierta con un cristal convexo, sirve para observar amplificada la graduación del limbo *l* iluminada por la ventana *b* mediante un hilo metálico, *K*, situado dentro de aquella perpendicularmente á su base y que sirve de índice.

Sobre la cara superior se elevan, aseguradas á ella con charnelas, dos pínulas *h* y *P;* la primera con una ranura que sirve de ocular y la segunda con una ventana y cerda que se utiliza como obgetivo y estas y el hilo metálico *K* se hallan en el mismo plano, que es el de colimación de las visuales.

Con el botón *m* se fija el limbo azimutal; con el *r* el limbo vertical, *l'*, y con el *n* se disminuyen las oscilaciones del primero.

A la base inferior de la caja se atornilla la pieza, que en la figura se representa separada y constituye un juego de rodillos unido á un mango hueco, que permite asegurar el aparato á un bastón de agrimensor ó á un trípode sencillo y sobre él ponerle horizontal ó vertical.

Para determinar los rumbos basta poner nivelado el aparato sobre el punto de estación; soltar la aguja y limbo *l* aflojando el botón *m;* detener ó disminuir las oscilaciones oprimiendo suavemente el botón *n;* dirigir por las pínulas la visual al punto, cuyo rumbo se desée hallar y leer la graduación que señale el hilo K.

Para conocer el ángulo de inclinación se colocará verticalmente la caja y aflojando el tornillo *r* para poner en libertad el limbo *l'*, cuando las oscilaciones de este no sean bruscas se dirigirá la visual por las pínulas, cuyos ejes serán horizontales, al punto de la banderola, que se encuentre sobre el terreno á la misma altura que el aparato se encuentra sobre el punto de estación y el ángulo de inclinación le señalará sobre el limbo *l'* el hilo K, teniendo cuidado de anotar si es de ascensión ó de depresión.

En las figuras 289 y 290 se representan los modelos de estas brújulas que construye Lagun y vende á los precios respectivamente de 64 y 70 pesetas con estuche de cuero y bastón.

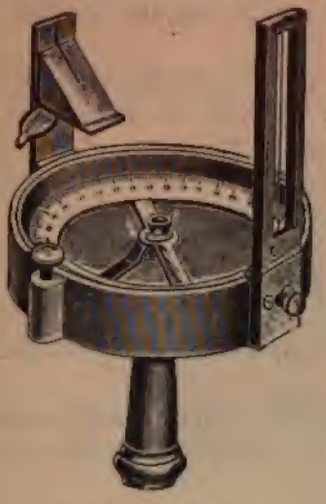


Fig. 289

Fig. 290

Los *usos*, á que esta brújula se destina, son enteramente los mismos que los indicados para la de Kater con la diferencia de que con la de Burnier se pueden calcular, aunque á grosso modo, las alturas relativas de los puntos, por lo que es preferible á la de Kater; pero no á la de Schmalkalder en cuanto se refiere á los rumbos, porque con esta se miden con más seguridad y precisión.

Teodolitos

160 — Consideraciones generales y clasificación.

Estos aparatos, también conocidos con el nombre de *alt-azimuts* y recientemente con el de *universales*, permiten, como las brújulas y pantómetras perfeccionadas, medir los ángulos horizontales y verticales; pero con mayor precisión que ellas, por lo que y por no acomodarse tanto á las condiciones características de la poligonación y parcelación de los antiguos procedimientos topográficos, se destinaban casi exclusivamente á la triangulación de los planos de bastante extensión y á la fijación de algunas pocas líneas principales, como los ejes de trazados de vías de comunicación, canales y otras análogas, hasta que el ilustre Porro generalizó su uso con los modernos procedimientos mejorando á la vez las condiciones de los mismos teodolitos, pues era necesario para que cumplieran su nuevo destino que permitieran apreciar mejor los ángulos verticales dando al propio tiempo mucha mayor potencia á los anteojos para convertirlos de simples visadores en distanciómetros y los teodolitos en taquímetros.

Con estos, como es sabido, no se pueden medir indirectamente todas las distancias; pero si las utilizadas en las poligonaciones y parcelaciones y como por su medio se obtienen á la vez las tres *coordenadas polares*, de que ya hablamos en el número 55, son los que verdaderamente pueden llamarse *universales topográficos*, como ha propuesto el ilustre Salmoiraghi, que acertadamente clasifica estos aparatos en las tres siguientes clases principales:

1.ª *Universales* ó mejor dicho *teodolitos geodésicos* destinados á las triangulaciones geodésicas y observaciones astronómicas por su grande estabilidad y apreciación de los ángulos horizontales y verticales.

2.ª *Teodolitos topográficos* que permiten apreciar bastante (hasta 10″ ó 20″) los ángulos horizontales y no tanto (hasta 1′) los verticales.

3.ª *Taquímetros*, que dando la posibilidad de apreciar bien (hasta 10″ ó 20″) los ángulos horizontales y verticales permiten á la vez medir indirectamente las distancias.

De los aparatos comprendidos en la 1.ª clase no nos hemos de ocupar, porque corresponden á la Geodesia; de los de la 3.ª lo harémos en el capítulo siguiente; ahora solo tratarémos de los de la 2.ª, concretando en lo posible su explicación, porque es cada dia menor su uso, pues se van sustituyendo con los taquímetros por todos conceptos preferibles y de aplicación mas general.

Al hablar de las *pantómetras* hicimos ver cómo por sucesivas modificaciones fueron convirtiéndose las escuadras cilíndricas en aparatos tan completos como lo son las pantómetras perfeccionadas ó teodolitas, así llamadas por cumplir en cierto modo, aunque con no mucha precisión, el mismo objeto que los verdaderos teodolitos y hasta que los taquímetros las que tienen su anteojo distanciómetro, y siguiendo en la misma vía podría decirse que los teodolitos actuales son simples modificaciones de tales pantómetras, porque verdaderamente no difieren en otra cosa que en las mejores condiciones de construcción de aquellas, en las dimensiones de los limbos y en la potencia de los anteojos; pero realmente no tienen estos aparatos tal procedencia y sí más bien son derivaciones de los antiguos y ya desechados *grafómetros*, y sus perfeccionamientos han sido simultáneos con los de las pantómetras, cuando estas no fueron imitación de aquellos y solo diferentes en la mayor sencillez de su construcción, que rebaja considerablemente su precio.

Grandísimo es el número de formas adoptadas para los teodolitos; puede decirse que cada constructor aceptó una diferente; pero como sería de poco provecho dar á conocer muchas ya há tiempo desechadas y por otra parte en vista del aparato se comprenderán fácilmente sus ventajas é inconvenientes, recordando lo que dejamos dicho en este y en el capítulo precedente, nos concretarémos á explicar brevemente los modelos de Troughton, Gambey, Brunner, Laguna y Salmoiraghi, por ser los tres primeros los más generalmente apreciados en otros tiempos y los dos últimos actualmente, siquiera el de Troughton tiene todavía con razón muchos partidarios.

161 — Teodolito de Troughton.

Este célebre constructor inglés tenia adoptados para sus teodolitos dos tipos diferentes; *uno* era de la misma forma que su taquímetro actual con círculo vertical completo y anteojo centrado, que gira libremente alrededor de su eje de muñones y *otro* con semicírculo vertical y anteojo centrado sobre collares, que por ser el característico de aquella casa constructora es el que utilizarémos para su descripción.

Este tipo le subdividía en dos modelos principales; *el más sencillo* y de menores dimensiones, que solo permitía apreciar 1′ en sus limbos, se destinaba á las pequeñas triangulaciones y á la fijación de los ejes de vías de comunicación, de canales y otras líneas principales semejantes y *el mayor*, con anteojo de prueba y con limbo y nónius azimutales, que permitían apreciar directamente los 20″ y aun más con la repetición, se destinaba á las mayores triangulaciones topográficas.

Aunque últimamente se refundieron los dos modelos en uno solo, con diferentes dimensiones, aceptando la forma del 2.° aunque suprimiendo el anteojo de prueba, parécenos oportuno dar á conocer los dos primitivos.

El modelo más sencillo está representado en la figura 291 en proyección vertical y horizontal sobre un trípode de los llamados ingleses, en cuya cabeza hay una gran rosca á que se ajusta la plancha inferior de un juego de cuatro tornillos, que sirve para poner y conservar con mucha seguridad vertical el eje general del aparato asegurado á la plancha superior de aquel y relacionado con la inferior mediante los tornillos del juego y una esfera comprendida en la pieza hueca unida á la segunda, que solo la permite el movimiento en todos sentidos necesario para conseguir la verticalidad del eje, cuando la plancha inferior es próximamente horizontal.

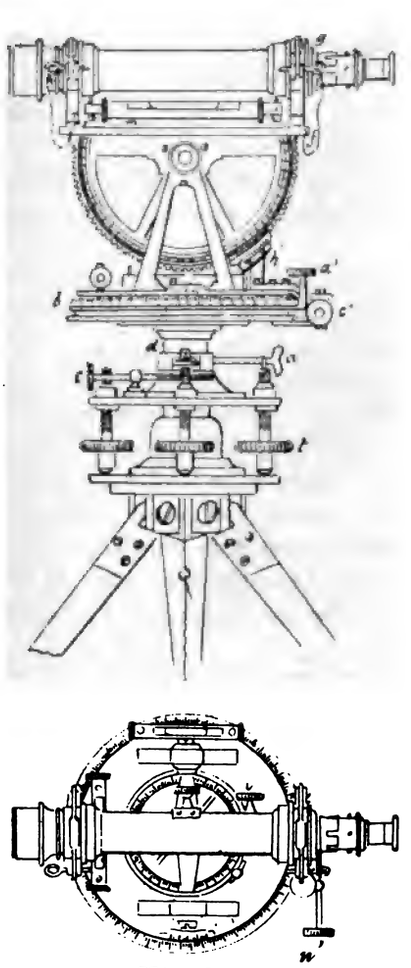


Fig 291

Este eje es hueco y en él enchufa á suave rozamiento otro también hueco, *d*, sólida y perpendicularmente unido á la cara inferior del platillo circular y biselado, *b*, en cuya superficie cónica está finamente grabada sobre plancha de plata la graduación del limbo azimutal.

Con los tornillos de presión, *a*, y de coincidencia, *c*, se pueden dar á este platillo y á toda la parte superior del aparato que sobre él descansa los movimientos rápidos y lentos que convenga para colocar el diámetro 0° - 180° del limbo en la dirección oportuna y así también para asegurarle fuertemente en ella.

Sobre el platillo del limbo descansa otro que en los extremos de un diámetro y en una superficie cónica, continuación de la graduada del limbo, lleva dos nónius *n* y *n'*, y en su centro un eje ligeramente cónico que enchufa con fino ajuste en el precedente, *d*, pudiendo girar este segundo platillo y todo lo que sobre él descansa, que en junto toma el nombre de ***alidada***, con movimiento rápido ó lento y asegurarse fuertemente al platillo del limbo mediante los tornillos de presión *a'* y de coincidencia *c'*.

Sobre el platillo de los nónius hay dos niveles cilíndricos de burbuja corregibles y en direcciones perpendiculares para ponerle horizontal mediante los tornillos del juego y en el centro una brújula de limbo fijo, que sirve para orientar los planos y también para comprobar los ángulos ó sea de testigo para evitar en ellos equivocaciones.

Asegurados por su base al platillo de los nónius se levantan perpendicularmente á su plano dos montantes que sostienen sólidamente un eje paralelo á dicho platillo alrededor del que gira un semilimbo igualmente graduado que el azimutal, que puede moverse perpendicularmente á dicho eje y al platillo de los nónius mediante el engranaje de su canto dentado y piñón de la varilla *v* que se apoya en la pieza *h*, fija á dicho platillo y en la que se halla también un doble nónius para apreciar los ángulos verticales de ascensión y depresión, á cuyo efecto la numeración de las decenas de los grados del semilimbo está en dos sentidos opuestos á partir del cero.

Paralelamente al diámetro, que lo es al platillo de los nónius azimutales cuando el cero del vertical coincide con el de su limbo, y sólidamente unida á su fuerte plancha se halla una regla, *f*, sobre la cual se elevan dos pequeños soportes, en que se apoya por sus collares un anteojo

astronómico, que puede girar dentro de ellos alrededor de su eje de figura teniendo cerradas las abrazaderas, aseguradas cón las clavijas, *g*, y cambiar la posición de sus extremos abriendo aquellas.

Un nivel de burbuja, *m*, más sensible que los *n* y *n'*, unido por encima ó por debajo al anteojo puede variar de inclinación con respecto á su eje de figura con los tornillos *r* y lateralmente con los dobles tornillos *s* al objeto de poder hacer su eje paralelo al del anteojo y comprobar la horizontalidad de la visualidad cuando, bien corregido el aparato y puesto en estación, coincida el cero del nónius vertical con el de su limbo.

Finalmente la caja, en que se trasporta el aparato, contiene además otro ocular con lentes azules para las observaciones solares, la aplomada, un destornillador y una palanca ó aguja para mover los tornillos de corrección.

Graduación de los limbos

Los limbos están divididos en grados y medios grados; el azimutal tiene numeradas sus decenas de izquierda á derecha ó de N á E, de 0° á 360° y como permanece fijo en los movimientos de la alidada, en aquella dirección aumentan los ángulos y para que los rumbos de la brújula marchen de conformidad, como es su limbo el que gira con la alidada, la numeración de sus decenas aumenta en sentido contrario.

Los dos nónius opuestos tienen la apreciación teórica de 1', que puede hacerse efectiva en los modelos de 5 y 6 pulgadas, pero no en los de 4 y 3.

La numeración del limbo vertical aumenta en dos sentidos contrarios á partir del cero, que no se halla en el punto más bajo por no estar allí el del nónius y sí al lado de los sostenes para facilitar la lectura y consiguientemente el nónius ha de ser doble con los inconvenientes que á esta condición imputamos en el número 62, pág. 154.

En la parte posterior del semilimbo vertical hay otra graduación representada en la figura 292, en la cual se dá la diferencia entre la hipotenusa y el cateto horizontal del triángulo rectángulo formado por la recta que va de un punto á otro del terreno (distancia itineraria), por su proyección horizontal y por la diferencia de alturas, suponiendo la primera igual á 100, cuyo objeto es reducir á horizontales las distancias itinerarias; pero es de poco uso semejante graduación y en todo caso, sería preferible, como en otros aparatos se hace ahora, dar á conocer por su medio la pendiente por 100 metros.

Comprobaciones y correcciones

Teniendo en cuenta las diferencias entre el trípode, juego, limbo azimutal y tornillos de coincidencia utilizados en este aparato y los propios de las pantómetras perfeccionadas de Laguna representadas en las figuras 271 y 272 y lo que dejamos consignado en el Capítulo I de esta *Tercera parte* sobre las distintas formas de los órganos comunes y en los números 61 y 62 sobre los limbos y nónius, nada esencial hay que añadir aquí á lo dicho sobre el mismo particular en el número 153 despues de lo consignado sobre las condiciones de construcción del teodolito de que nos ocupamos, que permitirán sin duda mayor seguridad en las observaciones y mayor apreciación en la medida de los ángulos, especialmente cuando, como ahora sucede, se pueden observar las graduaciones con microscopios sencillos colocados perpendicularmente al plano de aquellos; solo sí, para evitar dudas á los poco doctos, creemos oportuno consignar, que para la corrección de la no coincidencia de los ceros del semilimbo y nónius verticales es el último el que se mueve aflojando sus tornillos de unión á la pieza en que se halla, á cuyo efecto son alargados los agujeros correspondientes de la plancha, en que aquel nónius está grabado, debiendo despues de hecha la corrección asegurarla fuertemente para evitar su incorrección.

Usos de este teodolito

Ya hemos dicho que su destino es medir los ángulos azimutales y verticales; al efecto, suponiéndole bien comprobado y corregido, se coloca su eje general en la vertical del punto de

estación mediante la aplomada y de manera que los platillos del juego sean próximamente horizontales separando para conseguirlo y para que el aparato tenga la necesaria estabilidad las piernas del trípode, cuyas puntas se afianzarán fuertemente al suelo; se enroscará bien el aparato al trípode y aflojando el tornillo de presión *a* se le hará girar hasta que uno de los niveles del platillo azimutal esté en la dirección de dos tornillos opuestos del juego, en cuyo caso el otro lo estará en la de los otros dos y manejando simultaneamente (1) cada par se centrará la burbuja respectiva, con lo cual quedará vertical el eje general; se hará girar el aparato para comprobarlo corrigiendo las pequeñas diferencias observadas con los tornillos del juego, y en caso necesario con los de corrección de cada nivel, hasta que permanezcan centradas las burbujas de los dos niveles en toda la vuelta de horizonte; esto conseguido, aflojando el tornillo *a'* se hace coincidir el cero del nónius *n*, que está al lado de la graduación vertical con el cero del limbo azimutal y para mayor seguridad se observa si el del opuesto *n'* lo hace con el 180° y si así sucede se aprieta el tornillo *a'* y se hace girar al limbo y alidada unidos hasta que la aguja señale con su punta N el cero de su limbo si se quieren leer los rumbos, el número de grados de la declinación si se desean tener los azimutes, y sí medir el ángulo con una dirección determinada, hasta que moviendo convenientemente el anteojo con el piñón de la varilla *v* la visual pase por el punto que con el de estación determina aquella; se aprieta entonces el tornillo de presión *a*, se afloja el *a'* y se hace girar la alidada hasta que la visual esté en el plano proyectante del otro lado y es claro que en este caso tanto el nónius *n* como el *n'* habrán recorrido arcos iguales y correspondientes al ángulo plano del diedro de los planos proyectantes que pasan por la estación y por cada uno de los puntos visados y por consiguiente con la media de los acusados, directamente con el nónius *n* y despues de restar 180° al señalado con el *n'*, se tendrá la medida del ángulo con más seguridad y apreciación al menos de 1' si en cada nónius se distingue bien la separación de las líneas inmediatas á las coincidentes, y el rumbo que la aguja señale indicará próximamente el mismo ángulo directamente ó con la diferencia señalada cuando se visó el primer punto.

Algunoss aconsejan no hacer la coincidencia de los ceros de los nónius con las graduaciones 0° y 180° del limbo, sino que se lea la graduación cualquiera que señalen cuando se visa al primer punto y restarla de la del segundo; pero esto, no es recomendable, porque es más fácil y segura la coincidencia de los ceros que la apreciación de una graduación cualquiera, y si bien esto no siempre puede hacerse debe preferirse cuando sea indiferente tomar como inicial una cualquiera.

Si apretando en la segunda posición del platillo de los nónius el tornillo *a'* y aflojando el *a*, se hace girar el aparato de derecha á izquierda hasta que la visual pase por el primer punto y apretando entonces el tornillo *a* aflojando el *a'* se hace girar la alidada hasta que la visual pase por el segundo punto, es claro que los nónius *n* y *n'* señalarán ángulos duplos del que forman los planos proyectantes; es decir que con este teodolito se puede utilizar la *repetición* con las ventajas de que ya hablamos en el número 65 y lo mismo se puede hacer la *reiteración* de los ángulos y por consiguiente medir los azimutales con mayor apreciación de la directa correspondiente á los nónius, por lo cual se utilizan estos medios en las triangulaciones.

---

(1) Este movimiento simultáneo y en sentido contrario de los dos tornillos opuestos es sumamente sencillo y rápido; pero, como obliga á utilizar las dos manos á la vez, ofrece dificultades á los principiantes, que tienden á mover uno solo ó uno mas que el contrario y como naturalmente encuentran resistencia, sin darse cuenta de la sencillísima causa de ella consideran más difícil la nivelación del limbo con este juego que con el de tres tornillos: realmente no es así, cuando se adquiere un poco de práctica en este manejo simultáneo de los tornillos, lo cual es sencillísimo, pero ha sido esto suficiente para que los constructores modernos hayan adoptado casi exclusivamente el segundo juego, siendo así que el de cuatro tornillos convenientemente separados dá mas seguridad al aparato que el de tres y lo mismo sucede uniéndole al trípode mediante la gran rosca con que en aquel se hace que utilizando el tornillo y espiral generalmente empleados, pues esta cede y el aparato se mueve sin grande esfuerzo; solo el sistema de unión utilizado en los trípodes de corona circular de Laguna y algun otro constructor se consigue evitar este inconveniente y dar al aparato completa seguridad sobre el trípode.

Para evitar equivocaciones, que, aunque fáciles de corregir, siempre producen molestias, debe cuidarse de que el anteojo ocupe siempre la misma posición que tiene en la figura ó tenerlo en cuenta cuando se cambie extremo por extremo, pues, si esto se hiciera para aplicar la regla de Bessel, el mismo nónius señalaría ángulos aumentados en 180° y como en este y en todos los aparatos antiguos no están señalados los nónius, produce esto confusión; para evitarla es que en los modernos se señalan respectivamente con las letras A y B.

Los ángulos verticales de ascensión se leen en la parte del semilimbo que del cero se dirige hacia el ocular con el nónius numerado en la misma dirección y los de depresión en la parte numerada hacia el objetivo con el nónius que lo está en la misma dirección; no hay con esto comprobación y sí lugar á equivocaciones, porque fácilmente se toma un nónius por otro, especialmente en las pequeñas inclinaciones, por lo que es preferible la numeración de los ángulos zenitales, que no exige mas que una numeración seguida del limbo y un nónius, y así mismo utilizar, como ahora se hace, dos nónius opuestos que dan directamente la comprobación de los ángulos y con la media de sus lecturas mayor apreciación.

En los ángulos verticales no se consigue la repetición con las mismas condiciones que en los azimutales, porque en estos no hay apreciación directa de cada uno, sino una sola para la suma de todos los ángulos evitándose los errores parciales de lectura, que es una de las ventajas de la repetición; pero de todos modos conviene leer el ángulo vertical en cada observación azimutal y despues tomar el término medio de sus lecturas, con lo cual pueden comprobarse y apreciarse algo mejor estos ángulos; pero como para determinar las alturas relativas hay que sumar á las deducidas por el cálculo con el ángulo vertical y la distancia horizontal la diferencia respectiva $i - m$, esto es la diferencia entre la altura del eje de muñones del anteojo y la del punto visado, es preciso dirigir la visual á uno bien determinado de la mira ó banderola anotando su altura y al mismo de cada una en las repeticiones, á cuyo efecto es conveniente señalarle, á ser posible con una esfera de 5 ó 6 centímetros de diámetro, porque así se puede visar en todas las inclinaciones el mismo punto, el centro, lo cual es indispensable para que el ángulo vertical, que para cada punto se mide, sea siempre el mismo.

Es consiguiente que si sobre las miras ó banderolas visadas desde cada estación se señalara la altura del eje de muñones del anteojo se evitaría la corrección de $i - m$; pero no siempre es fácil ni conveniente esto, porque muchas veces no se vería este punto desde la estación; lo que sí podría hacerse para evitar este inconveniente y el consiguiente al descuido ó torpeza de los peones sería fijar en las banderolas tres esferas, una á 1 metro sobre el regatón pintada de rojo; otra á 2 metros de blanco y otra á 3 metros de negro y de esta suerte tomando nota del color de la esfera, á que la visual se dirija, se tendría con mucha aproximación la altura de mira, m, y en las repeticiones se dirigirían las visuales al mismo punto y también en caso necesario servirían para calcular ciertas distancias por el sistema de diferencia de tangentes.

El modelo mayor ó de dos anteojos se representa en proyección vertical y horizontal en la figura 292 y desde luego se notan en ella las diferencias siguientes:

1.° El juego de tres tornillos está dispuesto para colocarle sobre un trípode de seis brazos con unión de tornillo y espiral y mas generalmente se hacía y hace ahora sobre la plataforma metálica triangular atornillada á la cabeza de un trípode de la forma inglesa, á la que se asegura con una plancha giratoria, que sujeta los tornillos por los resaltos r.

2.° El anteojo de prueba, que puede girar alrededor de la columna d y sujetarse fuertemente á ella por medio de los tornillos de presión, t, y de coincidencia, τ; su objeto era comprobar si en los giros de la alidada tenía algun pequeño movimiento el limbo azimutal, á cuyo efecto, cuando este estaba orientado, se dirigía la visual de aquel anteojo á un punto lejano y bien determinado, que acusara aquellos movimientos; pero como al presente se hacen estos suavísimos y los ajustes de los ejes perfectos, apretando bien el tornillo de presión a no se corre aquel riesgo y se ha desechado tal complicación en los aparatos topográficos.

3.° Para leer los ángulos azimutales se utiliza un microscopio m, que puede girar por la periferia del limbo permaneciendo normal á la superficie cónica, en que está grabada su gra-

duación y la de los nónius, con el cual se leen mucho mejor que con las lentes de mano y para los verticales se utiliza otro igual *x*.

4.ª En el movimento del semilimbo vertical se usan tornillos de presión *a''* y de coincidencia *c''* como en el azimutal, lo que dá más facilidad, precisión y seguridad que el engranaje del modelo anterior.

5.ª Finalmente en el nivel unido al anteojo la corrección se hace por roldanas, que dan mayor seguridad.

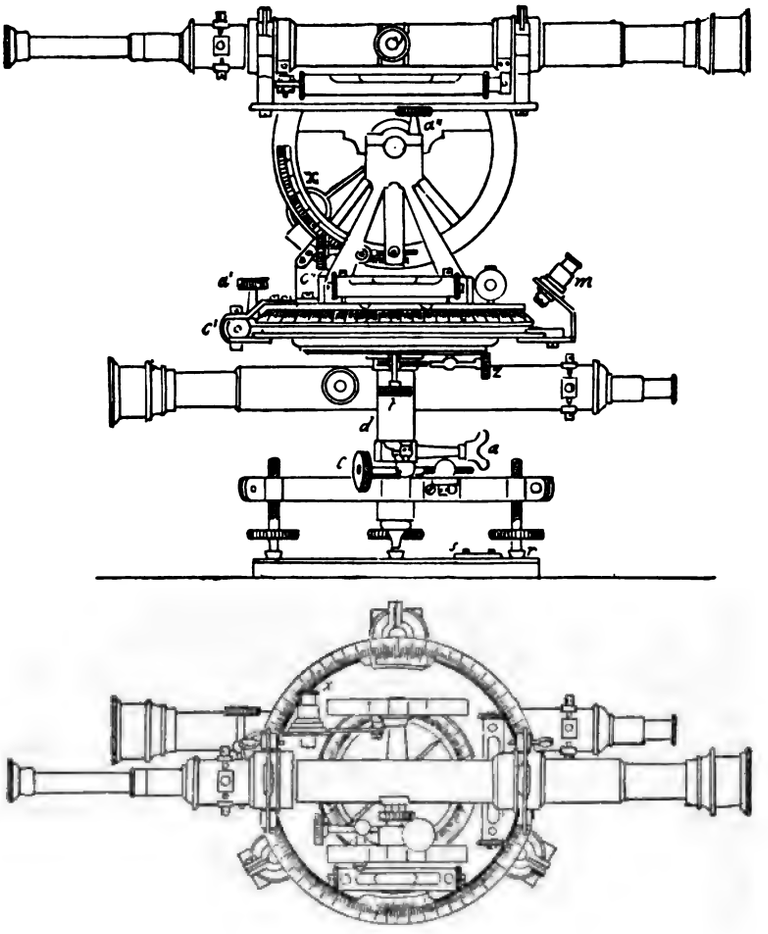


Fig. 292

Los anteojos son de mayor potencia y los limbos de mayor diámetro están divididos en tercios de grado pudiéndose apreciar teóricamente con cada nónius 20″ y en el azimutal hasta 10″ con la media de los dos y la repetición de 3 ó 4 veces.

Aunque el anteojo superior está dibujado con el ocular directo ó terrestre hay en la caja otro de Ramsden y los demas utensilios indicados para el modelo anterior; pero de todos modos la amplificación de aquellos no pasará de 12 diámetros.

Las *comprobaciones*, *correcciones* y los usos de este modelo son enteramente iguales á los del precedente con la diferencia de que por ser más esmerada su construcción, mayor la potencia de sus anteojos y la apreciación de los ángulos, así como también por serlo su peso y precio se destinaba casi exclusivamente á medir los ángulos de las triangulaciones topográficas de 1.° y 2.° orden, como ahora se hace con el modelo refundido de 6 ó más pulgadas dedicando los de 4 y 5 á los mismos usos á que se destinaba el modelo anterior.

62 — Teodolito de Gambey.

Aunque este peritísimo constructor hacía dos modelos diferentes, *uno* de anteojo centrado *otro* de anteojo excéntrico, por ser el primero mejor y el más generalmente utilizado á él nos ncretarémos.

En la figura 293 se presenta en proyección vertical y horizontal sin indicación de trípode; ro el más comunmente usado era el de seis brazos.

Aunque de muy esmerada construcción compréndese á la sola vista de la figura y especialente fijando la atención en los tornillos de coincidencia, en los del juego y en la forma de los teojos, que difiere esta construcción de la robusta de Troughton, que tanta seguridad da á dos los movimientos y resistencia al par que buen aspecto á los aparatos.

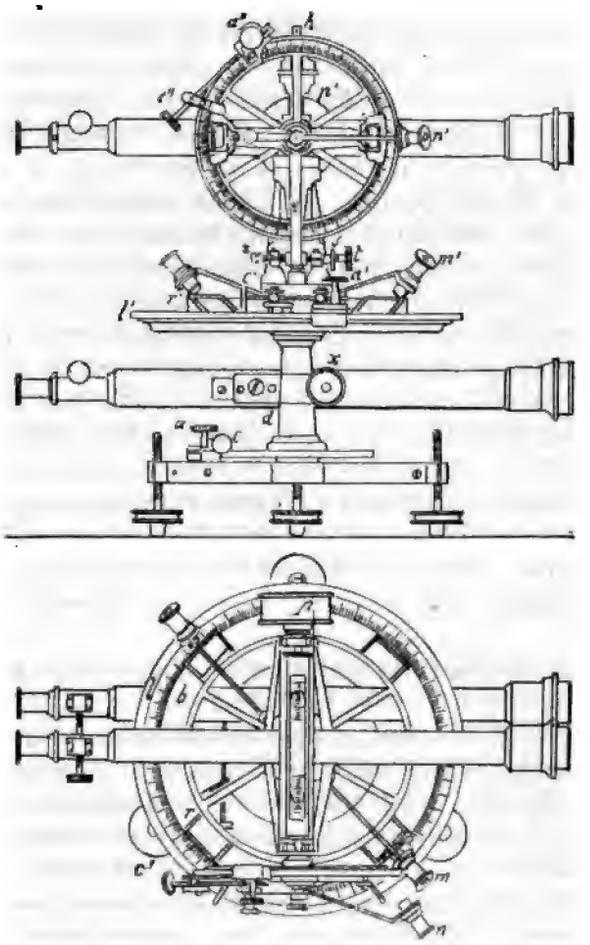


Fig. 293

Sobre la plataforma del juego se levanta en el centro perpendicularmente á su plano una piga ligeramente cónica, en que á suavísimo rozamiento se enchufa la columna hueca, *d*, que ve de eje al platillo del limbo azimutal, *l*, en cuyo centro le está sólidamente unida perpencularmente pudiendo girar con movimiento rápido ó sugetarle á la plataforma del juego con tornillo de presión *a*, en cuyo caso sirve el de coincidencia *c* para el movimiento lento.

Otro platillo, en cuya corona *b*, concéntrica á la en que en el precedente se halla grabado el nbo, hay cuatro nónius con reflector en los extremos de dos diámetros perpendiculares y tiene en el centro de su cara inferior perpendicularmente á su plano otro eje sólido que se enchufa en fino ajuste en la misma columna *d* pudiendo girar con movimiento rápido, cuando el tornillo *a'* está desenroscado y cuando no con movimiento lento con el tornillo de coincidencia *c'*; de manera que apretando los tornillos *a* y *a'* quedan fijos á la plataforma del juego el limbo y

la alidada ó sea el platillo de los nónius y toda la parte superior del aparato; pero pueden ambos recibir movimiento lento con el tornillo de coincidencia *c* ó simplemente la alidada con el *c'* y si se desenrosca el tornillo *a'* movimiento rápido la alidada.

Las coronas circulares, en que están respectivamente grabados el limbo y los nónius, se hallan en el mismo plano, lo que no solo facilita la conservación de la centración sino también la lectura de los ángulos, el limbo dividido en tercios de grado y cada nónius en 60 partes apreciando teóricamente 20", cuya apreciación puede hacerse efectiva con la media de los cuatro y para leer la graduación se emplean dos sencillos microscopios *m m'* colocados en los extremos de una palanca articulada, que gira alrededor del centro para que puedan colocarse dos á dos sobre los cuatro.

Unido á la columna *d* por un collar hállase el anteojo de prueba, que puede girar horizontalmente y sujetarse con el tornillo de presión x; dirigido á una banderola lejana tenía por objeto acusar cualquier movimiento accidental del limbo *l* y también se utilizaba en la repetición de los ángulos, aunque con dificultad por la falta de movimiento de campana.

En el centro del platillo de los nónius *b* se levanta perpendicularmente á su plano una horquilla que sostiene el eje de muñones del anteojo y el limbo vertical excéntrico á él sólidamente unido y para que este eje pueda corregirse de su no paralelismo al plano de aquel platillo hay un tornillo, que en la figura no aparece, que permite alargar ó acortar una de las ramas de la horquilla, á cuyo efecto está dividida en dos partes, la inferior fija y la superior móvil.

Para apreciar los ángulos verticales hay dos nónius con reflector en los extremos de los brazos horizontales de una pieza en cruz cuya rama inferior *c* se sujeta á la parte fija de la horquilla con los tornillos *t* y *ϱ* y la tuerca de seguridad *s* existiendo en la parte opuesta otro mecanismo enteramente igual para cuando se cambia la posición del eje de muñones en los coginetes sobre que descansa; la pieza de los nónius y la varilla, que lleva el microscopio *n n'* para leerlos, abrazan el extremo de aquel eje, pero no impiden su libre giro; esto se consigue con el tornillo de presión *a''* pudiéndose utilizar para los movimientos lentos el de coincidencia *c''* por estar relacionados con la pieza de los nónius y el limbo, cuando se aprieta el tornillo *a''*.

Un nivel de burbuja, que se vé en la proyección horizontal y no en la vertical, puede colocarse sobre el eje de muñones del anteojo, pero no en contacto con él y sirve para ponerle horizontal y vertical el eje general del aparato, pues no hay ningun otro, lo cual es un grave inconveniente.

Para equilibrar el peso del limbo excéntrico está el cilindro macizo *p* en el extremo opuesto del eje de muñones.

Finalmente ninguno de los dos anteojos tiene tornillos para la centración de la cruz filar, que el constructor cuidaba de centrar y ásegurar en esta posición y el superior, aunque con movimiento de campana, no puede dar la vuelta completa á causa de su longitud, por lo que, para comprobar si son perpendiculares los ejes de muñones y de colimación del anteojo, cuando se utiliza el sistema de inversión, es necesario sacarle de sus coginetes con su eje, limbo y nónius verticales desenroscando previamente los tornillos *t* y *ϱ* y la tuerca de seguridad *s* para colocarle en posición análoga en la parte opuesta, cuya maniobra ofrece no pocos inconvenientes en manos inexpertas y siempre peligro de que se interpongan partículas de polvo que descorrijan el aparato.

Comprobaciones y correcciones

Las diferencias esenciales de construcción entre este teodolito y las pantómetras perfeccionadas de Laguna nos obligan á indicar las comprobaciones y maniobras de corrección que le corresponden, si bien lo harémos con referencia á lo consignado en el número 153 para abreviar en lo posible su relato.

La 1.ª, 2.ª y 3.ª son enteramente iguales á lo allí dicho con la sola diferencia de que no le corresponde en la 3.ª lo que se dijo relativamente á los tornillos de coincidencia, porque en el teodolito de Gambey, como en los de Troughton, se utilizan los de esfera; pero debe cuidarse,

en el de que tratamos, de que no se separe mucho la esfera que sirve de eje de giro del punto de enrosque del tornillo, porque este se tuerce fácilmente, ni que las piezas entre que aquella gira la aprieten demasiado ó la dejen muy floja, porque en el primer caso se dificulta el movimiento y en el segundo no queda segura la alidada.

La 4.ª condición se comprueba de una manera análoga á lo dicho para las pantómetras; pero como en el limbo azimutal hay cuatro nónius, se debe observar si cuando el cero del que se toma como 1.º, que suele ser el que está debajo del brazo *c* de la pieza de los nónius verticales, coincide con el cero del limbo, los de los otros tres lo hacen respectivamente con las graduaciones 90°, 180° y 270° justos y la línea 60.ª de cada uno con las graduaciones 19° - 40′, 109°-40′, 199° - 40′ y 289° - 40′ y si haciendo coincidir sucesivamente el primero con las graduaciones antedichas los demás lo hacen con otros que de ella difieran en 90°, 180° y 270° y 19° - 40′ más la línea 60.ª respectiva, la condición se verifica, debiendo en caso contrario tomar nota detallada de las diferencias para deducir si son motivadas por error de centración ó de posición de los nónius y si son ó no tolerables.

La comprobación del limbo y nónius verticales se hace de una manera análoga y es mas completa que en la pantómetra y teodolito de Troughton por tener el de Gambey dos nónius opuestos.

La 5.ª condición se comprueba como se dijo en el número 153 con el único nivel disponible, que es el que se halla sobre el eje de muñones apretando previamente los tornillos *a′* y *a″* y aflojando el *a* para hacer los giros; pero conviene comprobar y corregir antes separadamente el nivel y centrando despues la burbuja con los tornillos del juego hacer, si procediere, la corrección moviendo el eje de muñones sobre que descansa, aunque esto se ha de hacer con mucho cuidado y despues de asegurarse bien de que el nivel está perfectamente corregido y que la diferencia no depende de los tornillos del juego ó de los movimientos producidos en el terreno por el operador en sus cambios de posición, porque la falta de horizontalidad de tal eje motivaría la incorrección de la condición 7.ª, mas importante que la de que tratamos.

También podría hacerse esta comprobación y corrección colocando sobre el platillo de los nónius en dos sentidos perpendiculares un buen nivel de burbuja suelto, lo que sería preferible, pues se harían independientes las dos correcciones y cuando se hubiera conseguido la verticalidad del eje general se comprobaría la horizontalidad del de muñones con el propio del aparato.

La 6.ª condición no se puede comprobar ni menos corregir y se supone que el constructor ha centrado perfectamente la cruz filar y asegurado el retículo en esta posición.

La condición 7.ª se comprueba con la aplomada ó con una arista de edificio vertical como se dijo para la pantómetra corrigiéndose la falta de horizontalidad del eje de muñones levantando ó bajando uno de sus extremos con el tornillo que mueve la parte superior de uno de los brazos de la horquilla, como ya se ha indicado en la descripción.

La falta de perpendicularidad del eje de muñones y el de colimación no se puede corregir y se supone evitada por el constructor al colocar el retículo y fijar el eje del anteojo.

Otro procedimiento, equivalente en cierto modo al de inversión del anteojo en los aparatos en que esto es posible, puede seguirse y es el siguiente:

Dirijase la visual á un punto elevado y bien determinado y haciendo bascular al anteojo señálese con una estaca el punto mas bajo á donde vaya la visual; desenroscando la tuerca *s* y los tornillos *t* y *ţ* se levanta toda la parte superior del aparato volviendo á colocar el eje en los coginetes de la horquilla cambiando sus extremos y de manera que el brazo *c* de la pieza de los nónius quede asegurada en la parte opuesta con los tornillos análogos al *t* y *ţ* y tuerca *s;* en esta posición la visual se dirigirá á la parte opuesta á la de los puntos antes visados y aflojando el tornillo *a′* se hará girar á la alidada 180° en sentido azimutal para visar nuevamente el primer punto, con cuya posición se asegurará la alidada y se hará bascular el anteojo hasta que pase por el segundo ó muy cerca de él; si sucede lo primero la condición se verifica; si sucede lo segundo se marcará el punto á donde vaya la visual y el medio entre él y el segundo punto,

levantando ó bajando el coginete del brazo móvil de la horquilla hasta que la visual pase por dicho punto medio.

Conviene que al dirigir la primera visual estén en coincidencia el cero del nónius primero y el del limbo azimutal para hacer el semigiro exacto y tomar nota del ángulo vertical para ver si coincide ó no con el señalado despues de la inversión del eje de muñones; porque en caso afirmativo indica la corrección del aparato y en el segundo la importancia de la incorrección de la condición 8.ª

Como en estas maniobras pueden recibir algun golpe estas delicadas piezas y ademas interponerse entre el eje y los coginetes alguna partícula de polvo, que perturbe la observación, no es recomendable este procedimiento, pero sí lo es, cuando el anteojo tiene el giro completo de campana, que no exige sacar las piezas antedichas.

La condición 8.ª no es de fácil comprobación, porque el nivel disponible no descansa sobre el anteojo y solo puede al efecto utilizarse el último procedimiento explicado; pues bastará observar si dirigiendo las visuales primera y tercera allí indicadas á un punto bien determinado, cada nónius señala en las dos posiciones ángulos iguales; en el caso de que así no sucediere se mueven por medio de los tornillos *t* y *t* hasta que señalen el correspondiente á la semisuma asegurando su posición con la tuerca *s*.

Por no tener este teodolito brújula ni retículo compuesto son inaplicables las comprobaciones 9.ª y 10.ª

Usos de este teodolito

Son enteramente análogos á los indicados para los teodolitos de Troughton y el manejo se deduce fácilmente de lo que hemos dicho al expresar las diferencias en las comprobaciones y correcciones, por lo que nos concretarémos á consignar que á igualdad del diámetro de los limbos y de las condiciones de construcción, á consecuencia del número de nónius con que se leen los ángulos azimutales y verticales y especialmente estos, se pueden apreciar mejor que en los teodolitos de Troughton.

163 — Teodolito de Brunner.

Para que mejor se vea su sencillo mecanismo se representa en la figura 294 la proyección vertical en dos posiciones; la primera visto por detrás normalmente al platillo del limbo vertical y la segunda en dirección de su plano y la del anteojo.

Como en ellas se observa, en el centro de la plataforma de un juego de tres tornillos se levanta perpendicularmente á su plano un eje macizo, en el que enchufa á suave rozamiento otro hueco que se encuentra en el centro de la cara inferior del platillo azimutal, *A A*, cuyo rápido movimiento, que se imprime con la mano, se detiene por dos mordazas, *S S*, mediante los tornillos de presión, *P P;* esta combinación da mucha seguridad al limbo, pero, como carece de tornillo de movimiento lento, es muy difícil dar con exactitud á la graduación originaria la posición que pueda convenir.

En el centro también del mismo platillo se eleva otro eje perpendicular, en que se enchufa la columna hueca, *C*, y el platillo *A' A'*, en que están grabados dos nónius opuestos, *I* y *II*, en el mismo plano que el limbo azimutal, los que iluminados por los reflectores, *r r*, se pueden leer claramente por los microscopios, *M M*, colocados en una varilla articulada, que también gira alrededor de la base de la columna, pero independientemente del platillo de los nónius.

Este, con todo el organismo de la alidada, puede girar con movimiento rápido desenroscando el tornillo de presión *R* y con el lento de coincidencia mediante el tornillo *L*, cuando aquel se aprieta; de manera que el ángulo azimutal se lee dos veces con la apreciación posible; pero no á partir de una graduación previamente determinada, sino de la que corresponde á la posición aproximada que con la mano se puede dar al limbo azimutal, *A A*, lo cual obliga á calcular y tener en cuenta la graduación inicial, lo que no sucedería si al limbo se le pudiera dar la posición deseada con un tornillo de coincidencia, como sucede en los demas teodolitos.

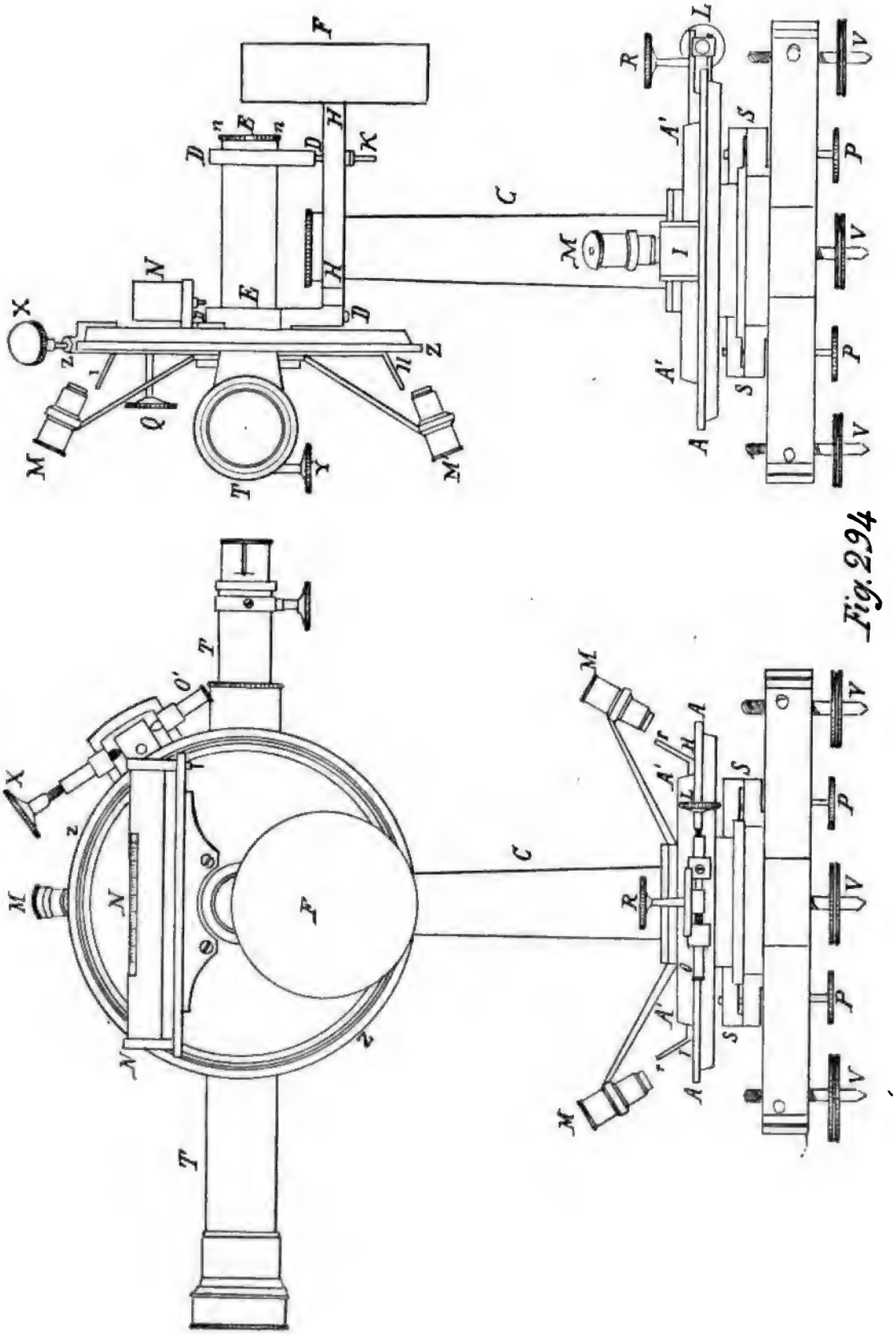


Fig. 294

Sobre la barra *H H*, sólidamente unida á la parte superior de la columna *C* y perpendicularmente á su eje, se elevan dos muñoneras de igual altura, *D D*, que sostienen el cilindro *E E*, al que está fijo el platillo del limbo vertical, *Z Z*, y el eje de giro del anteojo, *T T*, y el del platillo de los nónius, *I* y *II*, (1) verticales provistos, como los azimutales, de reflectores y microscopios y de tornillo de presión y de coincidencia *X*, que le permiten, así como al anteojo, á que está unido, los movimientos rápidos y lentos que convengan. Una de las muñoneras es corregible por el tornillo *K* para hacer que el eje de rotación del anteojo sea horizontal.

Unido al platillo del limbo vertical por su cara posterior está un nivel de burbuja, *N*, con su tornillo de corrección, destinado á poner vertical el eje general del aparato y el diámetro en que se encuentran los ceros de los nónius, cuando el eje de colimación del anteojo sea horizontal.

Para hacer equilibrio al peso del anteojo, limbo y pieza de los nónius, que, como se vé en la figura, son excéntricos, al extremo de la barra, *H H*, está unido un cilindro macizo, *F*.

Los dos limbos son perfectamente iguales; con diámetro de 13 centímetros están divididos de 10′ en 10′ ó sea el grado en seis partes y cada nónius aprecía teóricamente 10″, pues se compone de 59 de aquellas divididas en 60 partes iguales.

Finalmente el anteojo con objetivo de 33 milímetros de diámetro y distancia focal de 324 tiene un ocular con amplificación de 20 veces.

Despues de cuanto dejamos consignado sobre *comprobaciones* y *correcciones* de las pantómetras perfeccionadas y teodolitos antes descritos y lo que especialmente dirémos sobre el de Salmoiraghi, que también tiene el anteojo con giro de campana completo, no creemos oportuno decir aquí nada sobre este particular.

Usos de este teodolito

La sencillez y buenas condiciones de construcción de este aparato y la teórica apreciación de sus nónius, han dado sin duda motivo á la marcada preferencia con que le ha distinguido el Instituto Geográfico y Estadístico, que le ha destinado y destina á las triangulaciones topográficas y á la determinación de los ejes de las calles de las poblaciones más importantes, acomodando á él sus interesantes Instrucciones de 1878 y haciendo que la generalidad de los Topógrafos de aquel importante Centro tengan predilección por este teodolito contrariamente á lo que sucede á los que se educaron en otras Escuelas.

No creemos oportuno discutir ahora si es ó no aceptable aquella marcada preferencia; pero sí debemos hacer constar que no justificándose por la disposición general de su organismo comparada con la de los tipos de Troughton, Laguna y Salmoiraghi y no siendo á las de estos superiores las condiciones de construcción, no falta otra cosa que demostrar que es sencillamente ilusoria la apreciación de sus nónius, que es á primera vista lo que podría justificar su preferencia, porque en nuestro concepto es realmente menor que la que se consigue con los aparatos citados, aunque la teórica no aparezca tan notable.

Por lo menos ponemos en duda que en el teodolito de Brunner se pueda conseguir la apreciación de 10″ teniendo en cuenta que la graduación está grabada sobre plata, expuesta á la intemperie y observada con microscopios sencillos, que no amplificarán mas de 7 veces y tal vez lo hagan mucho menos; pero no lo podemos asegurar por no tenerlos á la mano para su comprobación.

Para convencerse de ello basta tener en cuenta que, siendo el diámetro de los limbos de 130 milímetros, á la última división, 10′, le corresponde 0′189 milímetros y para poder apreciar 10″ sería necesario poder distinguir magnitudes de 0′0031 milímetros ó 0′031 milímetros suponiendo á los microscopios la amplificación de 10 diámetros y nada de esto es posible, porque ni la poca dureza de la plata, ni su mayor ó menor oxidación expuesta al aire libre, ni las condiciones de los microscopios, ni la perspicacia de la vista lo permiten. Por esto es que en las triangulaciones hechas cuidadosamente con este aparato se encuentran errores mayores de los que corresponden á tal apreciación y si bien no siempre así sucede, débese á los efectos de la

(1) En muchos taquímetros se distinguen así los nónius verticales y con las letras A y B los azimutales.

regla de Bessel, á la repetición ó reiteración, que darían el mismo ó mejor resultado con la apreciación directa solo de 30", pero cierta, y no pocas veces á las compensaciones fortuitas.

Ciertamente que en los clepes se llega á una división extrema de los limbos (1); pero estos se graban por procedimientos especiales sobre durísimo metal pulimentado, se conservan perfectamente resguardados de la influencia del aire y de la humedad y se observan con microscopios compuestos, que amplifican de verdad hasta 38 veces y estas condiciones son muy diferentes de las que concurren en el teodolito de Brunner.

Como siempre se utiliza con él la regla de Bessel, con la media de las dos observaciones casi se anula el error de excentricidad y otras de incorrección del aparato, como ya digimos en el número 64 y para aplicarla y para hacer observaciones al Sol y á las estrellas indudablemente presenta este aparato mayor facilidad que muchos otros, como sucede con los que tienen el anteojo excéntrico, aunque á tales y otros efectos á todos aventaja el clepe gran modelo, como veremos en el capítulo siguiente.

164 — Teodolito de Salmoiraghi.

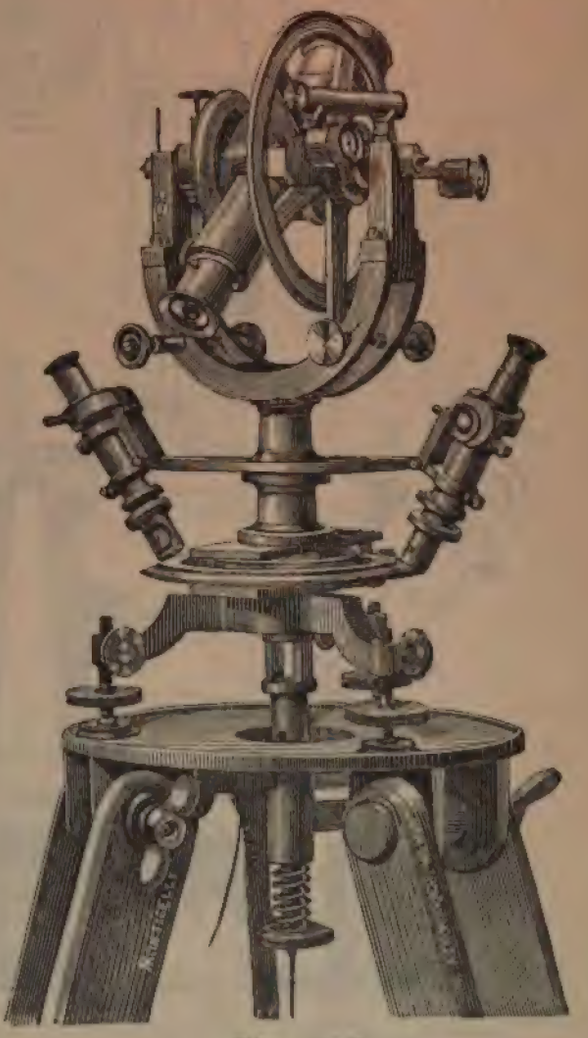


Fig. 295

No tiene este peritísimo Ingeniero-constructor una forma exclusiva para sus teodolitos y taquímetros; pero como la de la figura 56 de su catálogo, que copiamos en la 295, es la por él adoptada para la detallada explicación que de esta clase de aparatos hace en los capítulos XVII y XVIII de su excelentísimo libro *Istrumenti é metodi di Geometria moderna*, tantas veces citado, la aceptamos en este lugar sin perjuicio de que al ocuparnos de los taquímetros del mismo constructor daremos á conocer otras formas también utilizadas en sus teodolitos.

Aunque en la figura 295 no aparece el nivel de largos pies, que sirve para comprobar la horizontalidad del eje de muñones del anteojo, ni en ella se distinguen claramente algunos detalles, representa bien el conjunto del aparato y por eso la consignamos, si bien para que mejor se comprendan sus condiciones de construcción creemos oportuno copiar en escala de $^1/_4$ del natural en las figuras 296 y 297 las que utiliza Salmoiraghi en su dicho libro para describir el modelo menor del universal geodésico, ya que no es otra cosa el teodolito de que nos ocupamos. Como en la figura 295 aparece, el trípode utilizado en este aparato suele ser el de gran plataforma circular, que ofrece mucha resistencia y la posibilidad de mover el aparato sobre ella para centrarle en la estación, aunque este movimiento de traslación se reduce á 15 ó 20 milímetros en todas direcciones, pero también se utiliza el trípode de forma inglesa con plataforma sencilla ó doble con igual movimiento.

(1) 0'045 mm. en el clepe gran modelo. — 0'0314 mm. en el clepe mediano.

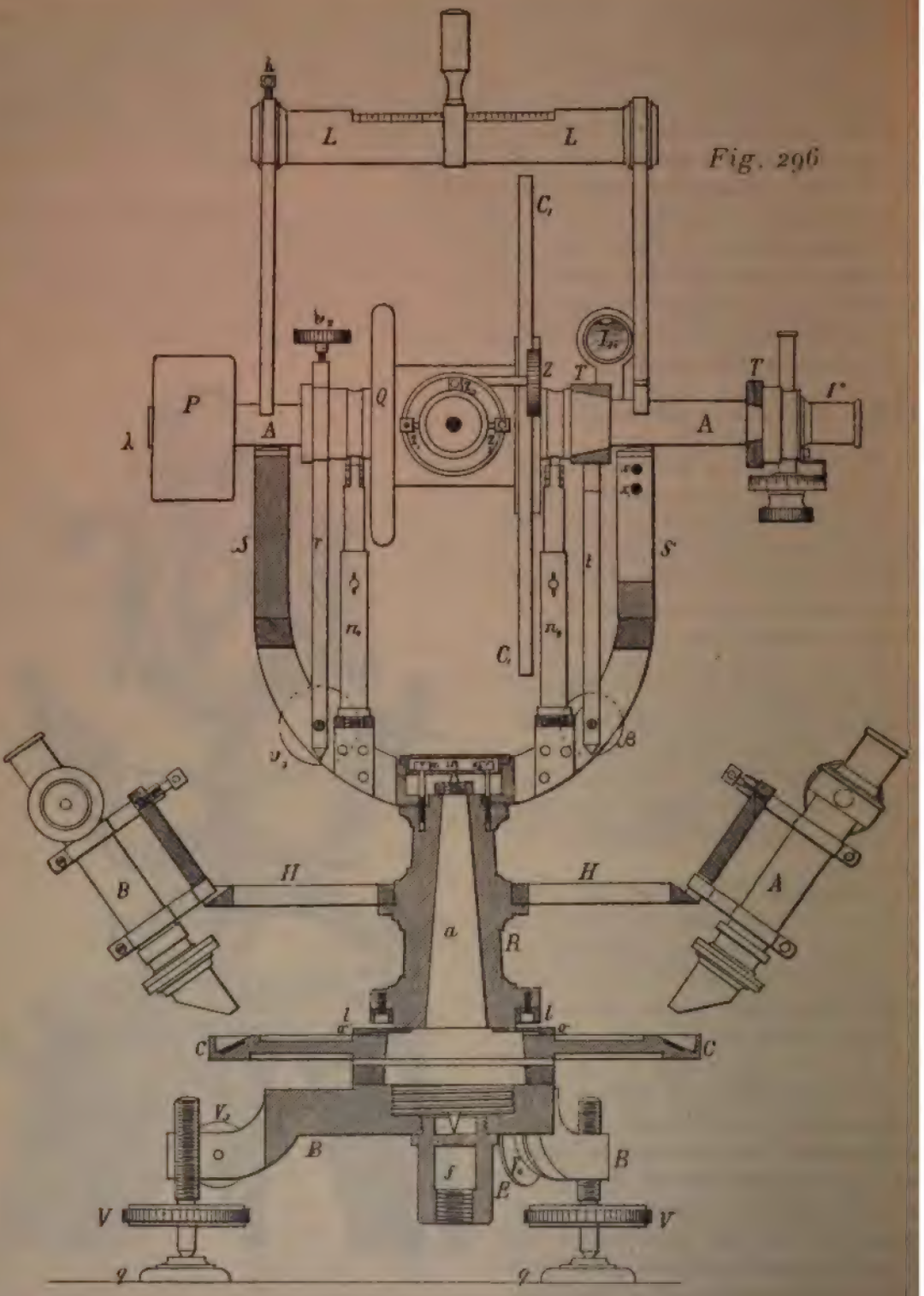
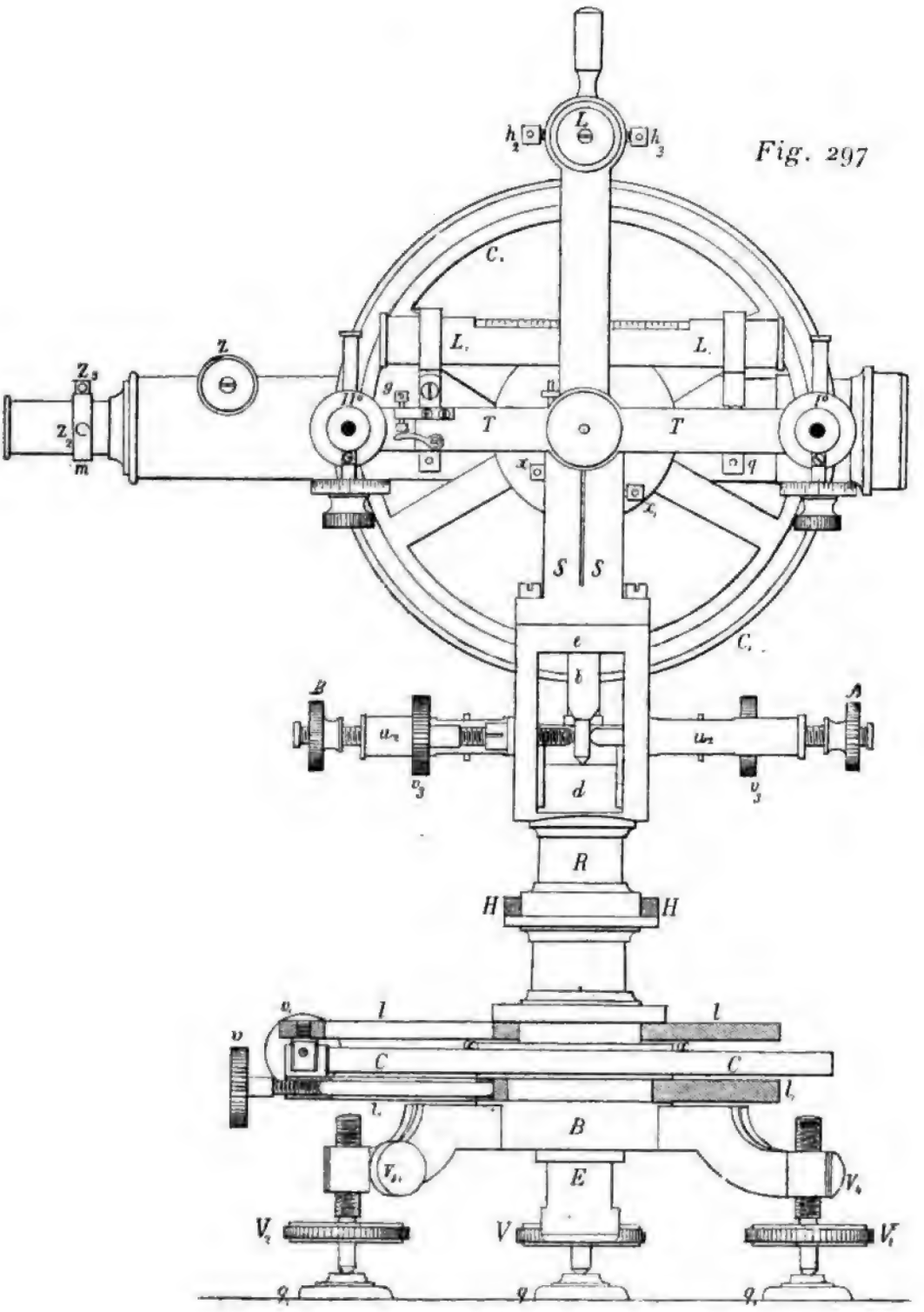


Fig. 296

Nada dirémos de su excelente juego de tres tornillos, ni del de unión del trípode al aparato porque claramente se comprenden sus condiciones á la vista de las tres figuras y especialmente de la 296, que hallándose en parte seccionada las pone bien de manifiesto.

Una de las particularidades de este aparato consiste en que el limbo azimutal, C C, de 14 centímetros de diámetro, tiene dos graduaciones sobre su corona periférica; una con trazos



bien visibles de grado en grado todos numerados y otra finísima sobre plata de 10′ en 10′, observándose con los microscopios compuestos A y B dotados de tornillo micrométrico en cuyo tambor se aprecían á la vista los 10″.

El platillo de este limbo no gira libremente como en otros aparatos, ni está fijo invariablemente al perno ó base del eje *a*, sino á él unido por medio de un fuerte anillo metálico

elástico α, que le permite girar independientemente de todas las demás partes del aparato empujándole en la periferia, lo cual hace posible colocar el cero aproximadamente en la posición que convenga.

Esta condición da menos seguridad al limbo que en el teodolito de Brunner y, como en él, no permite dar al cero con toda exactitud la posición deseable, obligando á tomar una graduación inicial distinta de la que pueda convenir en la medición de cada ángulo, condición que si no es muy embarazosa en las triangulaciones, sí lo sería si se utilizara, como hoy se hace, en las poligonaciones y parcelaciones ó detalles.

Alrededor del eje cónico a gira con suavísimo rozamiento la columna hueca R y con ella el travesaño $H\,H$, al que están asegurados los microscopios A y B y toda la alidada, habiéndose tomado diferentes precauciones para evitar rozamientos y desajustes del eje, a.

Sólidamente unida á la columna R gira con ella la horquilla $S\,S$, que sostiene el eje de muñones, $A\,A$, pudiéndose alterar la altura de uno de los coginetes por medio de los tornillos x y x, para conseguir la horizontalidad de este eje y á fin de que no gravite con todo su peso y el de las piezas á él unidas sobre los coginetes, ni sufra flexión alguna, está sostenido por las barras con muelle y poleas n, n_1, por cuyo medio se consigue el objeto sin entorpecer el movimiento del eje, que puede girar libremente desenroscando el tornillo v y, cuando este se aprieta, con movimiento lento moviendo el de coincidencia v_1.

El limbo vertical, C, C_1, así como el anteojo están unidos al eje de muñones y con él giran determinándose los ángulos verticales ya con dos nónius observados con microscopios sencillos como en la figura 295 se indica, ya mediante dos microscopios compuestos, $I°$ y $II°$, dotados de tornillo micrométrico, como aparece en las figuras 296 y 297; en el primer caso solo se aprecia 1′ ó 30″, en el 2.°″los 10″.

A la pieza de los nónius ó de los microscopios verticales, $T\,T$, va unido el nivel de burbuja L, L_1 destinado á la nivelación del aparato y sobre el eje de muñones puede colocarse para comprobar su horizontalidad el nivel de largos pies L, que va suelto en la caja y solo se utiliza para las comprobaciones y correcciones del aparato.

Dos cilindros macizos P y Q sirven para equilibrar los pesos sobre el eje de muñones.

Finalmente el objetivo del anteojo es de 30 mm. de diámetro y además del ocular colocado, que tiene la amplificación de 20 á 25 diámetros, hay otro en la caja con prisma y vidrio negro para las observaciones solares.

Comprobaciones y correcciones

Teniendo en cuenta lo consignado sobre este particular en los números 153 y 162, para no incurrir en enojosas repeticiones nos concretarémos á muy breves consideraciones necesarias por las diferencias de construcción entre este aparato y los á que entonces nos referiamos.

Relativamente á la tercera comprobación, especificada en el número 153, hay que tener en cuenta que, como el limbo azimutal no está sujeto por mordazas, que le aseguren á la plataforma del juego en la posición deseada, debe observarse si se le puede mover empujándole por la periferia y muy especialmente si haciendo girar la alidada tiene algun movimiento, á cuyo efecto se visará un punto lejano bien definido, leyendo y anotando el ángulo y observando, si después de hacer repetidos giros rápidos con aquella, los microscopios coinciden exactamente con las mismas graduaciones que antes al visar nuevamente el mismo punto.

Como no siendo fácil colocar con la mano el diámetro 0° - 180° en la posición conveniente con toda precisión es siempre necesario deducir por resta la graduación inicial en la medida de los ángulos y el mismo trabajo motiva que de ella se separe poco ó mucho, es preferible no tocar este limbo para que conserve más estabilidad, pues haciéndole girar muy repetidas veces es consiguiente que á pesar de la resistencia del anillo α podrá adquirir mayor juego y moverse algo, especialmente cuando por no desenroscarse convenientemente el tornillo de presión v resultara duro el movimiento de la alidada, pues al imprimirle con violencia arrastraría más ó menos el limbo horizontal motivando errores funestísimos.

La 4.ª condición detallada en la página 416 se comprueba como allí se dijo y se corrige moviendo los microscopios con sus tornillos de corrección.

En la 5.ª comprobación y corrección se procede de la manera allí explicada utilizando el nivel *L*, fijo á la pieza de los nónius verticales.

La 6.ª no se puede comprobar directamente.

La condición 7.ª (página 417) conviene subdividirla en dos partes: la 1.ª consiste en comprobar y corregir la horizontalidad del eje de muñones; la 2.ª en su perpendicularidad al de colimación del anteojo.

La horizontalidad del eje *A A* se comprueba con el nivel de largos pies *L*, que se coloca sobre aquel centrando la burbuja con su tornillo de corrección y no con el del juego para no perder la verticalidad del eje *a*, que ya se habrá conseguido con la 5.ª rectificación; pero si fuera muy pequeña la diferencia podrá hacerse, porque tal vez dependa de la distinta sensibilidad de los niveles *L* y *L*,; se cambiará despues extremo por extremo el nivel *L* y si la burbuja permanece centrada acusará la horizontalidad del eje *A A*; en caso contrario se centrará moviéndola la mitad con los tornillos *x* y *x*,, que modifican la altura del coginete y la otra mitad con el *h* de corrección propia del nivel, repitiéndose la operación para afinar.

Como con esta corrección se altera más ó menos la altura del eje de muñones, con el que están en contacto los sostenes de poleas n_1 y n_2 conviene bajar estos durante la corrección anterior mediante los tornillos que en ellos se notan y despues de terminada levantarlos con cuidado hasta que las poleas terminales estén en contacto con el eje *A A*, cuidando que no le levanten por ninguno de sus extremos, lo que desde luego acusará el nivel *L*, que se ha de guardar en la caja una vez esté terminada la corrección.

La perpendicularidad de los ejes de muñones y de colimación se puede comprobar como se dijo en la página 436 y también de una manera análoga á la explicada en la página 455; pues como el anteojo casi puede dar la vuelta de campana, en lugar de cambiar los extremos del eje de muñones sacándole de ellos, se hace girar el anteojo después de clavada la estaca en el segundo punto, se dá una semirevolución azimutal á la alidada para visar nuevamente el primer punto, se bascula después para hacerlo á la estaca y si á ella va la visual la condición se verifica y en otro caso se procede como allí se dijo, pero corrigiendo la mitad de la diferencia moviendo el retículo horizontalmente con los tornillos Z_1 y Z_2; repítese la observación para afinar asegurando despues todas las piezas movidas.

En lugar de clavar la estaca es preferible colocar un espejo horizontalmente ó una vasija llena de agua de manera que en su superficie se vea reflejado un punto elevado bien determinado, como la veleta de una torre y en ambas posiciones del anteojo el plano de colimación debe pasar por el punto visto directamente y reflejado en la vasija ó en el espejo horizontal, corrigiéndose la mitad de la diferencia con el indicado movimiento del retículo.

En la comprobación de la 8.ª condición se procederá como se dijo en la página 437 y en caso necesario se corregirá la posición de los nónius ó microscopios con los tornillos u_4 aflojando previamente la tuerca de seguridad, sin lo cual no puede hacerse, la que se apretará despues para conservarlos en tal posición y para que así lo acuse el nivel *L*, se centrará su burbuja con su tornillo de corrección *q*.

Como este teodolito no tiene brújula, declinatoria, ni anteojo distanciómetro son inaplicables á él las condiciones 9.ª y 10.ª explicadas en el número 153.

Usos de este teodolito

Su destino es enteramente igual al de los otros teodolitos; los ángulos observados con microscopios compuestos se pueden medir con mayor precisión, pero la especial disposición del limbo azimutal dificulta la *reiteración* é imposibilita la *repetición;* pero en cambio es fácilmente aplicable la regla de Bessel con la inversión del anteojo (1).

(1) De las condiciones indicadas en la figura 295, en que los ángulos verticales se aprecian con dos nónius, cuestan en Milán 1000 liras.

165 — Teodolito de Laguna.

Este distinguido Ingeniero construye en sus excelentes talleres de Zaragoza tres modelos de la forma representada en la figura 298 con limbo azimutal respectivamente de 15'4, 14 y 10 centímetros de diámetro; el primero especialmente destinado á las triangulaciones topográficas de primero y segundo orden y á las poligonaciones principales; el segundo á las de tercer orden, poligonaciones ordinarias de las poblaciones importantes y á los trazados y replanteo de proyectos de vías de comunicación, canales, etc. y el tercero al mismo objeto en poblaciones y proyectos menos importantes, siendo su precio á pié de fábrica respectivamente de 880, 770 y 650 pesetas.

Fig. 298

Tambien construye otro modelo con arco vertical simplemente, que no permite la inversión del anteojo, ni por consiguiente la fácil aplicación de la importantísima regla de Bessel.

Nos concretarémos en esta breve descripción al primer modelo por considerarle preferible y más en consonancia con los de que nos hemos ocupado anteriormente.

Ya indicamos en el número 98 (página 269) las excelentes condiciones del trípode representado en la figura y la manera sencilla y segura con que á él se sujeta el aparato y nada tampoco deja que desear la combinación de los tornillos de presión y coincidencia, que, unidos á la plataforma del juego, permiten girar libremente el aparato ó sujetarle fuertemente á ella despues de centrarle sobre la estación con el movimiento traslatorio de más de 3 centímetros en todas direcciones que puede hacérse con este trípode, todo lo que facilita realizar la reiteración y repetición, cuando convenga.

El limbo azimutal es plano, de 15'4 centímetros de diámetro y está cubierto y dividido en sextos de grado ó de 10' en 10' y por medio de dos nónius de 60 partes, que se leen cómodamente con dos buenos microscopios, se pueden apreciar los 10", sino con cada uno por las razones alegadas al hablar del teodolito de Brunner con su media y más seguramente con la de las cuatro lecturas que resultan después de invertido el anteojo, esto es, con la aplicación de la regla de Bessel.

Para orientar los planos y evitar equivocaciones en la lectura de los ángulos azimutales, en el platillo de los nónius hay una brújula de 7 centímetros de diámetro con limbo dividido en medios grados.

Dos fuertes caballetes sostienen en buenos coginetes, de los cuales es uno corregible en su altura, el eje de muñones del anteojo, el que, con el limbo vertical á él también unido, puede hacer giros completos con movimiento rápido ó lento mediante los correspondientes tornillos relacionados con uno de los caballetes, mientras que con el opuesto lo está la pieza de los nónius verticales, que puede moverse lo necesario para su corrección y al efecto es atravesada por el eje de muñones, pero sin ser por él movida en sus giros.

Sólidamente unido á esta pieza hay un nivel de burbuja corregible por roldanas, que se utiliza para poner vertical el eje general del aparato y para acusar en cada momento la invariabilidad de la posición de los nónius verticales.

Estos, que son dos y aprecian 30", se leen con un solo microscopio colocado en una varilla que gira en el extremo del eje de muñones.

El anteojo de 30 milímetros de abertura, 27 centímetros de distancia focal y ocular ortoscópico con amplificación de 25 á 30 diámetros, no solo puede girar libremente alrededor de su eje de muñones dando la vuelta completa, sino que también puede hacerlo alrededor de su eje de figura aflojando convenientemente el fuerte y ancho collar que le sujeta á su eje, lo cual facilita la comprobación importantísima de la coincidencia de los ejes de figura, ópticos y de colimación casi como en los colocados sobre collares.

Finalmente sobre el anteojo y fijo á su collar hay un nivel de burbuja con corrección por roldanas que permite observar la horizontalidad del eje de colimación para utilizar el aparato como nivel y para corregir la posición de los ceros de los nónius verticales.

Comprobaciones y correcciones

Despues de cuanto dejamos consignado al ocuparnos de las propias de las pantómetras perfeccionadas y de los teodolitos antes descritos no hay para que detallar las que corresponden al de que tratamos, porque fácilmente se comprenden á su vista; pero si creemos oportuno consignar que la posibilidad de hacer girar al anteojo sobre su eje de figura solo debe utilizarse previamente para comprobar y corregir la coincidencia de este eje con los ópticos y el de colimación y asegurado después el anteojo á su collar, considerar el aparato como si tal condición no existiera, cual sucede en otros teodolitos y casi siempre en los taquímetros, cuidando de no tocar el reticulo para no descorregir el anteojo; pero como esto sería necesario sino fueran perpendiculares el eje de muñones y el de colimación, en caso necesario, y si el error fuera de poca importancia, se podría promediar la incorrección y si resultara notable desechar el aparato, á no ser que se hubiera de utilizar solamente en terrenos llanos, en que tal error no tiene importancia.

Para la comprobación de la posición de los ceros de los nónius verticales, después de hacer su coincidencia con los del limbo se comprobará el nivel que está sobre el anteojo colocándole en dos posiciones opuestas en la dirección de dos tornillos del juego y corrigiendo la diferencia en la segunda la mitad con ellos y la otra mitad con el de corrección del nivel afinando con el tercer tornillo del juego la verticalidad del eje general del aparato; se visará después una mira colocada á 200 ó mas metros, anotando la altura acusada por la cruz filar, se dará al anteojo una semirevolución vertical exacta haciendo coincidir otra vez los ceros ó el diámetro 0° – 180° del limbo vertical con los de los nónius y otro semigiro azimutal para que la visual vaya á la

mira; si en ella coincide con el punto anterior, lo cual se vé mejor en una mira de corredera con plancha, los nónius están bien; en otro caso se mueve el anteojo hasta que la visual acuse la semisuma de las dos alturas y la pieza de los nónius hasta que sus ceros coincidan con los del limbo; después se centra la burbuja de los dos niveles con su tornillo de corrección; repitiéndose la operación para afinar la corrección, que se ha de hacer con mucho cuidado.

Los *usos* de este teodolito son los mismos de los demás con las ventajas de que se puede centrar exactamente sobre la estación; que la regla de Bessel, la reiteración y la repetición son con él fácilmente aplicables y finalmente que su brújula puede prestar buenos servicios no solo para orientar los planos sino también sirviendo de testigo para evitar equivocaciones; por todo lo que y por su módico precio y excelentes condiciones de construcción es especialmente recomendable este aparato.

Sextantes y círculo de reflexión

166 — Consideraciones generales y clasificación.

En el número 16, pág. 51 hemos demostrado: *que si un rayo luminoso se refleja sucesivamente en dos espejos, el rayo incidente en el primero y el reflejado en el segundo son paralelos, cuando los espejos lo son y en otro caso el ángulo de aquellos es duplo del que entre sí forman los dos espejos, á cuyo efecto tuvimos en cuenta que los indicados rayos luminosos se hallan en un mismo plano perpendicular á los dos espejos ó á su intersección, cuando no son paralelos.*

Fundándose en estos principios había Newton concebido la posibilidad de construir un aparato para medir fácilmente los *ángulos de posición* de dos visuales cualesquiera, esto es el que forman entre sí en el plano de los objetos, y así se lo comunicó confidencialmente en 1700 (?) á Halley; pero ninguna aplicación se hizo de tal invento hasta que Hadley, que no debe confundirse con el anterior, tuvo la misma idea haciendo su propuesta en la memoria que leyó á la Real Sociedad de Londres en 13 de Mayo de 1731, considerándosele por consiguiente como verdadero autor del *sextante*.

El *octante* y *cuadrante de reflexión* solo difieren de él en la magnitud del arco que se utiliza; y en los mismos principios se funda el *círculo de reflexión;* pero como este difiere de aquel en las condiciones de construcción y manejo y con él comparte las aplicaciones, siendo rarísimas las que se hacen de los otros dos, así como del *triángulo* y *semicírculo gráficos de reflexión*, del SEXTANTE ORDINARIO Y DE BOLSILLO Y DEL CÍRCULO nos ocuparémos solamente y con la posible brevedad, porque, si son de grandísima utilidad en la Navegación, en Topografía solo sirven para planos de reconocimiento y otros semejantes con motivo de dar los ángulos en el plano de los objetos y no los horizontales, que en ella se utilizan y directamente se obtienen sencillamente con los aparatos modernos.

167 — Sextante (1) ordinario.

En la fig. 299 se representa el más generalmente utilizado.

Compónese de un sector de círculo, de ébano, con la graduación del arco grabada en una placa de marfil, y de una alidada de metal, que girando alrededor de su centro lleva en su extremo un nónius concéntrico con aquel, cuya lectura facilita la lente *l* y puede sujetarse al sector mediante un sistema de tornillos de presión y coincidencia *c*.

En su movimiento la alidada hace girar sobre la perpendicular al plano del sector, un espejo *M* perpendicular tambien á dicho plano y para conseguir esta condición se le puede hacer bascular por medio del tornillo *s*.

(1) Este nombre proviene de que el arco del sector es la sexta parte de la circunferencia ó de 60° ordinariamente, aunque muchas veces alcance á 70° y el de *octante* y *cuadrante* de que su respectivo arco comprende la octava ó cuarta parte de la circunferencia.

Como se vé en la figura, el plano del espejo *M* coincide con el eje de la alidada.

Otro espejo *N*, con la mitad inferior azogada y diáfana la mitad superior, está sujeto á la plancha del sector perpendicularmente á su plano en una dirección tal, que, cuando el cero del nónius de la alidada coincide con el del arco, resulte paralelo al espejo *M* y á tal efecto tiene detrás un tornillo de corrección que le hace bascular para conseguir la perpendicularidad deseada y delante los *r*, que permiten rectificar la falta del paralelismo indicado.

Unidas con charnela al mismo sector hállanse, delante del espejo *M* cuatro piezas *x* con cristales oscuros de diferentes intensidades al objeto de disminuir, como convenga, la fuerza luminosa y calorífica de los rayos incidentes y detrás del espejo *N* otros dos semejantes al mismo fin relativamente al objeto visto directamente por la parte diáfana, los cuales se utilizan muy especialmente cuando se ha de mirar al Sol ó á objetos muy brillantes y para evitar que, en otro caso, dificulten la observación se les hace girar en sus charnelas, para que no se interpongan á tales rayos luminosos.

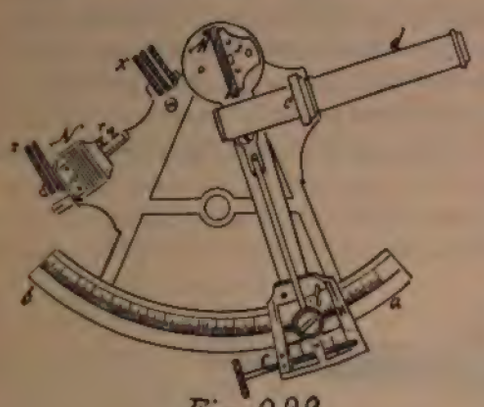


Fig. 299

Al espejo *M* le llama el Comendador Magnaghi *espejo mayor y menor* al *N*, mientras los ingleses les dan respectivamente los nombres de *índice* y del *horizonte;* creemos, con el señor Salmoiraghi, que los de *móvil* y *fijo* son más propios y característicos y así los llamarémos.

Sobre la pieza del sector y á él sujeto por medio de una espiga, que le permite separarse ó aproximarse á su plano por medio de un botón ó tornillo con cabeza, que no se vé en la figura, hay un collar *e*, al que se enrosca el tubo de un pequeño anteojo *d*, cuyo eje óptico se dirige al espejo fijo, *N*, paralelamente al plano del sector y con determinada inclinación al del espejo y á tal altura sobre el primero que su eje óptico pase aproximadamente por la línea de separación de las mitades azogada y diáfana, á fin de ver claramente por su medio la imagen doblemente reflejada por los dos espejos del objeto de la derecha y directamente el de la izquierda.

No es por consiguiente necesario que el anteojo sea colimador sino simplemente astronómico ó terrestre con amplificación de 5 á 10 diámetros y puede reemplazarse, y muchas veces se hace, por un tubo con diafragma perforado que hace las veces de ocular; pero para darle la altura conveniente sobre el sector lleva en el diafragma reticular una cerda horizontal, que ha de coincidir con la línea de separación de las dos mitades del espejo fijo, ó bien cuatro que se cruzan, formando en el centro de aquel diafragma un cuadrado en que se observará la imagen doblemente reflejada del objeto de la derecha y la directa del de la izquierda para facilitar la observación, á cuyo objeto se debe procurar que tengan el mismo grado de iluminación graduándola por medio de los cristales de color; pues, si una fuera mucho más brillante que la otra, no se veria claramente la superposición.

Los dos listones radiales del sector están unidos por un travesaño para darle consistencia y en su centro se atornilla el mango destinado á tener el sextante en la mano durante las observaciones.

El limbo del sextante unas veces está dividido en tercios de grado y el nónius en 40 partes apreciando teóricamente de 30″ en 30″ y otras dispuesto para apreciar los 10″, lo cual no es difícil en atención al gran radio del arco graduado, que varía de 25 á 30 centímetros, siquiera esta condición quede muy disminuída, porque como los ángulos de las visuales son duplos de los de los espejos, segun el principio demostrado, la numeración del arco se ha de duplicar tambien para leer directamente el ángulo que se mide y esto obliga á considerar como decenas los grupos de 5 grados del arco y consiguientemente duplas tambien sus divisiones.

Teniendo en cuenta la función que los espejos, fijo y móvil, han de desempeñar, es evi-

dente que la parte diáfana del 1.°, *N*, debería desaparecer, porque su interposición á la visual directa del objeto de la izquierda hace perder claridad á su imagen, muy especialmente cuando se empaña con la humedad ó se ensucia con el polvo; y como por otra parte los haces luminosos que refleja, para ser útiles han de ser recogidos por la mitad inferior del objetivo y son paralelos al eje óptico del anteojo, resulta que sus dimensiones no es necesario que sean mucho mayores en altura que la mitad del objetivo y en anchura que el diámetro de este.

Las dimensiones del espejo móvil, *M*, tampoco es necesario que sean en altura mucho mayores que el diámetro del objetivo para recoger por su medio los rayos incidentes aprovechables; pero en cambio su anchura ha de ser de 2 ½ á 3 veces aquel diámetro para que sea útil en todas las inclinaciones, que puede tener relativamente al fijo, como muy acertadamente propone Salmoiraghi, siquiera no hayan sido aceptadas hasta ahora por los constructores y por los *Topógrafos* sus ideas con perjuicio de las condiciones del aparato, que exige ordinariamente

Fig. 300

cajas de mayores dimensiones y está más expuesto á deteriorarse, porque cuanto mas altos sean los espejos mas fácilmente se rompen y pierden sus condiciones de perpendicularidad al plano del sector y de paralelismo entre sí.

Para que tales espejos presenten la imagen doblemente reflejada con la limpieza necesaria en todas las inclinaciones, es indispensable que sean de un vidrio bien homogéneo en todas sus partes, perfectamente plano en sus dos caras y estas paralelas; pues de no ser así se multiplican las imágenes haciéndolas confusas y mal delineadas y tales condiciones son difíciles de satisfacer; sino fuera por la dificultad de conservar en buen estado los espejos metálicos serían preferibles, porque nunca dan más que una imagen, cuando se conservan en perfecto estado de pulimento; pero esto no es fácil, especialmente bajo la influencia directa de los vientos marinos siempre cargados de humedad salada.

Finalmente en el centro y extremos del arco del sector tiene el sextante por la parte posterior tres pequeños cilindros, que le sirven de pies, cuando se le deja sobre una mesa, á fin de que no toque en ella ninguna de sus partes esenciales.

Para evitar los inconvenientes que siempre presenta la combinación de la madera con el metal, se hacen muchos sextantes de esta materia siendo de excelentes condiciones los construidos por el ilustre Ingeniero Salmoiraghi, que representamos en la figura 300; los que al par que sólidos son muy ligeros y resisten bastante la influencia de la humedad salada de los vientos marinos, que tan pronto deterioran á los demás.

VERIFICACIONES Y CORRECCIONES

Las condiciones necesarias para que con el sextante se puedan medir los ángulos en el plano de los objetos son:

1.ª *Que los espejos M y N* (fig. 299) *sean perpendiculares al plano del sector.*

2.ª *Que tales espejos sean paralelos entre sí, cuando el cero de la alidada coincide con el del arco, para que en este señale el primero los ángulos de dos visuales concurrentes en el punto de estación y*

3.ª *Que el eje óptico del anteojo sea paralelo al plano del sector.*

La 1.ª condición se comprueba colocando sucesivamente delante de cada espejo y descansando sobre el plano del sector un prisma ó un cilindro rectos de pequeña altura; un dado de marfil, hueso ó cristal puede servir bien al objeto; pues siendo su base superior paralela á la inferior ó plano del sector, cuando cada uno de los espejos le sea perpendicular, su imagen aparecerá como una recta en su mismo plano mirándole enrasando la visual con dicha base superior y si el espejo no es perpendicular aparecerá en él la imagen en forma de un rectángulo de pequeña altura ó raya gruesa, rectificándose mediante los tornillos, *s*, que se hallan detrás de cada espejo y los hacen bascular.

Puede también comprobarse tal condición en el espejo móvil, *M*, colocando el ojo en la parte opuesta al arco, cerca del espejo, casi en el plano del sector y mirando la imagen del arco, que debe aparecer en dicho plano; á cuyo efecto se moverá la alidada, pues se ven perfectamente los dos planos del arco graduado, directo y reflejado, desarrollarse y sobreponerse el uno al otro.

Si el espejo está inclinado, el reflejado aparece cortando al arco visto directamente y se rectifica como queda dicho.

Aunque puede comprobarse la perpendicularidad del espejo fijo, *N*, en la forma indicada, es preferible corregir primero tal condición en el espejo móvil, *M*, y utilizarle despues para comprobar el fijo, lo que se hace al mismo tiempo que la 2.ª *condición*.

A tal efecto se hace coincidir el cero del nónius con el del arco y se dirige la visual por el anteojo á un objeto bien determinado y muy lejano (de 2 á 3 kilómetros) moviendo un poco la alidada por medio del tornillo de coincidencia para asegurarse de que la imagen directa y la doblemente reflejada coinciden perfectamente.

Si tal sucede, las dos condiciones se verifican; si tales imágenes aparecen una sobre otra, esto nos indicará que el espejo fijo, *N*, no es perpendicular al plano del sector y se le hace bascular por el tornillo que está detrás de él á tal objeto; si despues de esta corrección y de hacer la exacta coincidencia de los ceros las imágenes aparecen á la misma altura, pero no coincidentes, esto nos demostrará que los espejos no son exactamente paralelos y se hará que lo sean inclinando el fijo convenientemente mediante los tornillos *r;* al hacer la observación se cuidará de inclinar un poco en diferentes sentidos el plano del sector para convencerse bien de la exacta coincidencia.

Algunos ilustrados Autores aconsejan no hacer la segunda rectificación, mover la alidada lo necesario para conseguir la coincidencia de las imágenes y leer con cuidado la diferencia en la graduación para después corregir con ella todos los ángulos observados del error de colimación así determinado; pero si este sistema es aceptable en los trabajos astronómicos y geodésicos, nos parece inconveniente y oneroso en los topográficos, en los que, con mas que suficiente precisión, se pueden conseguir directamente los ángulos con la corrección mecánica, que sin embargo conviene hacer con cuidado asegurando bien las piezas movidas para evitar despues mayores errores.

La 3.ª condición se comprueba por medio de un anteojo de verificación, como hemos dicho al ocuparnos de las alidadas y se corrige relativamente á la inclinación de la cerda horizontal con los tornillos del retículo, si los tiene, y respecto á la altura con el movimiento del collar, *e*, moviéndole hasta su coincidencia con la línea de separación entre la parte azogada y la trasparente del espejo en el anteojo.

Cuando en el retículo se cruzan las cerdas formando un cuadrado, se mueve el anteojo hasta que quede aquel dividido en dos mitades por la línea de separación de las dos del espejo: el objeto es que las imágenes directa y doblemente reflejada vengan á juntarse en el centro del retículo para que se vean con mayor claridad y limpieza; al mismo fin tiende el paralelismo del eje óptico del anteojo con el plano del sector, que ya se consigue por construcción y raras veces se rectificable.

Usos del sextante

Destínase á medir los ángulos en el plano de los objetos y los verticales sobre el horizonte.

Para lo primero se procede de la manera siguiente:

Sea A C B (Fig. 301) el ángulo que se quiere medir.

Colocado el operador con el aparato en la mano de modo que este se halle próximamente en el plano de los objetos (1) y el centro del sector en la vertical de *C*, hecha previamente la coincidencia del cero de la alidada con el del arco, se dirige la visual por la parte diáfana del espejo fijo, *N*, al objeto de la izquierda, *A*, que suponiéndole á bastante distancia para que no se haga sensible la excentricidad *C d* se confundirá con *C A* y como en virtud del paralelismo de los dos espejos el rayo incidente *A C* doblemente reflejado segun *N D* será á él paralelo y muy próximo, se confundirán sensiblemente apareciendo coincidentes la imagen del objeto *A* visto directamente por la parte diáfana del espejo *N* y la reflejada en la parte azogada del mismo espejo (2); aflojando entonces el tornillo de presión de la alidada se mueve esta y van apareciendo en el espejo *N* la imagen de los objetos que, por hallarse en el mismo plano y á la derecha del *A*, se reflejan en los dos espejos hasta que la del objeto *B* viene á ocupar el lugar en que al principio se hallaba la imagen doblemente reflejada del *A*; poco antes ó despues de tener la coincidencia, para conseguirla mejor y más fácilmente, se aprieta el tornillo de presión y con el de coincidencia se consigue la de las dos imágenes del objeto *A* visto directamente y la del *B* doblemente reflejada y como el arco *a b* recorrido por el cero del nónius es la medida del ángulo de los dos espejos y este, segun el principio demostrado en el número 16, es mitad del A′ D B = A C B, que se deseaba conocer, bastará hacer la numeración del arco *a b* (fig. 299) de manera que indique esta duplicidad del valor de los arcos para tener el de los ángulos directamente en los grados y partes de grado señaladas por el cero del nónius.

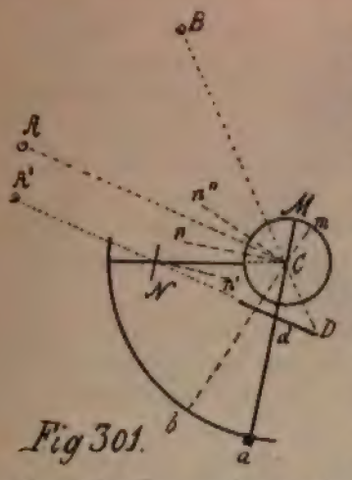


Fig 301.

Fácilmente se comprende porque se ha de dirigir la visual directa al objeto de la izquierda; pero sí, como algunas veces sucede, hubiera de hacerse al de la derecha, bastaría invertir en este caso el plano del aparado.

Cuando sea muy distinto el grado de iluminación de los objetos, se debe elegir para primero el menos iluminado y visible entre los que le rodean, no solo porque pierde bastante claridad

---

(1) Esta condición es indispensable para que siendo los de los espejos perpendiculares á él se verifique la reflexión deseada, segun los principios fundamentales demostrados en el número 15, ya que no tendría lugar en otro caso.

(2) Conviene proceder de esta manera cuando no se tiene práctica en el manejo del aparato para darse bien cuenta de su funcionamiento; pero, despues, es inútil todo esto y se empieza por mirar desde luego al objeto de la izquierda moviendo la alidada hasta conseguir la coincidencia deseada fijándose en la imagen de los objetos principales que pasan sobre la directa del de la izquierda para convencerse si ha pasado ó no la que con ella se ha de hacer coincidir.

Para evitar un grande movimiento á la alidada y la molestia del paso de tantas imágenes, puede ponerse la previamente á ojo proximamente en la situación que corresponde al ángulo que se quiere medir y entonces se dirige la visual directa y se mueve la alidada hasta conseguir la coincidencia de la manera que se explica.

el doblemente reflejado, sino porque, cuando no se destaca claramente su imagen de la de los demas objetos que se van reflejando en los espejos con el movimiento de la alidada, es difícil hacer la coincidencia deseada y con frecuencia pasa sin que de ello se aperciba el observador, que con esto pierde mucho tiempo y no poca paciencia.

Para medir los ángulos verticales sobre el horizonte hay que distinguir el caso en que se opere en el mar del que se haga en Tierra firme.

En el mar utilizando, cuando es visible, el horizonte aparente, se dirige á este la visual directa y se mueve la alidada hasta que la imagen doblemente reflejada del Sol ó del astro, cuya altura se quiere medir, coincida con él, cuidando de aplicar las correcciones correspondientes á la *depresión*, *refracción*, *paralaje*, etc., y relativamente al Sol y á la Luna el valor angular de su diámetro; si bien puede hacerse coincidir tangencialmente primero la parte inferior de su circunferencia y despues la superior tomando el término medio de las dos observaciones, cuya diferencia dá en el momento de la observación su diámetro aparente; pero lo que ahora más nos importa recordar es que, como no hay medio directo de determinar el plano vertical, en que el ángulo ó altura del astro se ha de medir y ella es la menor distancia al horizonte, se inclina el aparato á uno y otro lado, como si se le hiciera girar alrededor de la perpendicular á su plano en el centro del sector y se observa si la tangencia al horizonte aparente se realiza en un solo punto como se indica en la figura 302, en que aparece el horizonte y la imagen del Sol invertidos, como sus imágenes se presentan en el plano focal del anteojo astronómico, que se supone utilizado en el aparato; pues es claro que al punto de tangencia indicado en la figura corresponde la intersección del plano vertical.

Los marinos no proceden así en sus frecuentisimas observaciones con el sextante; pero no creemos oportuno detallar su modo de obrar ni las correcciones á que sujetan los resultados directamente obtenidos, por no considerar esto objeto propio de la Topografía.

En *Tierra* se utiliza un *horizonte artificial*, que puede reducirse á un espejo ordinario ó á un cristal negro puesto horizontalmente por medio de un nivel ó mejor á un plato de metal en

Fig. 302

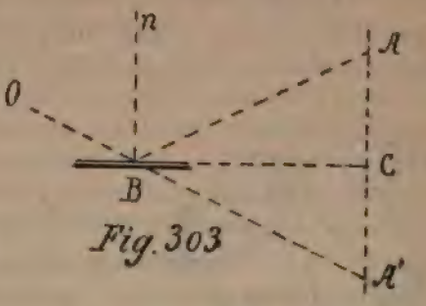


Fig. 303

que se vierte mercurio, pues su cara superior, horizontal por la acción de la gravedad, constituye un excelente espejo; colócase en la estación y el observador en dirección de ella y del objeto y á tal distancia que le vea reflejado en el espejo y moviendo la alidada hasta que la doblemente reflejada por los espejos del aparato coincida con aquella, se tendrá el ángulo que forman la visual directa al objeto y la dirigida á su imagen en el horizonte artificial ó sea el duplo del ángulo de ascensión del objeto; como se deduce de la fig. 303, en que A es el objeto, A' la imagen vista en el horizonte artificial desde O, en que se supone el ojo del observador, y $A\,B\,C$ el ángulo que se quiere medir.

Precisión de la medida de los ángulos con el sextante

Segun la división del arco y nónius muchas veces parece que este aprecia los 10″; pero esta apreciación teórica está lejos de ser la real por los varios errores inevitables que se cometen.

En primer lugar se halla la dificultad de colocar el centro del sector sobre el punto de estación por lo mismo que no se utiliza trípode, lo cual es una de sus ventajas y naturalmente tal error varía con la distancia á que de aquel se coloque el aparato.

En segundo lugar, no siendo *el ángulo de posición* igual al horizontal, que en Topografía se utiliza y dependiendo su diferencia de la inclinación del plano de los objetos con relación al plano horizontal, que pasa por el centro del sector en el momento de la observación, claro es que también se comete otro error variable é imposible de determinar sino mide la altura sobre el terreno de tal centro y el ángulo de ascensión ó de depresión de los d puntos visados para deducir por molestos cálculos del ángulo directamente medido el que necesita.

Vienen despues los errores propios de la apreciación con el nónius de la graduación, excentricidad de la alidada consiguiente al juego necesario en su eje y otros que sin tener en cuenta los dos primeros citados hacen suponer á los mejores prácticos que no se consigue realmente mayor apreciación de 20″ á 30″ con la exposición de mayores errores y todos los inconvenientes de la falta de comprobación directa por no tener más que un nónius y de la repetición, que puede hacerse con el *círculo de reflexión* y especialmente con el de Amici, por lo cual es al sextante preferible.

168 — Sextante de bolsillo.

Aunque reducido el radio del sector del sextante ordinario á 15 ó 16 centímetros no resulta muy voluminoso ni molesto su trasporte metido en un estuche con correas apropiadas, los encomiadores de este aparato han reducido considerablemente sus dimensiones y forma para utilizarle en los planos de reconocimiento y en los viajes, dando lugar al de que ahora nos hemos de ocupar, considerándole algunos de tanta importancia y aplicación que Haskoll dice: «que es uno de los instrumentos más útiles que el Topógrafo pueda tener y que él nunca deja de llevar uno consigo».

En la Topografía irregular y en los cróquis de los viajeros geógrafos puede hacer la competencia á las brújulas de Kater y de Burnier, aunque, no obstante sus inconvenientes, daríamos á estas la preferencia; pero parécenos muy exagerada la importancia que se les dá bajo el concepto de la verdadera Topografía, porque los modernos procedimientos eximen de las molestias y gasto de los cróquis generales ó planos de reconocimiento, que tan convenientes eran con los antiguos para combinar los trabajos necesarios en los planos de alguna importancia y de todos modos en los terrenos escabrosos es poco exacto y muy difícil el uso del sextante.

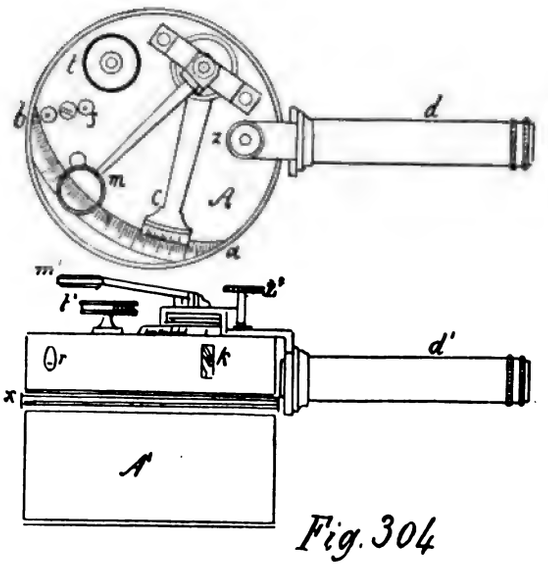


Fig. 304

Cuando el de bolsillo está cerrado, redúcese á una caja cilíndrica de 75 milímetros de diámetro por 50 de altura compuesta de dos partes, que se aseguran mediante una doble rosca exterior, que permite á la tapa enroscarse inferiormente y asegurando el anteojo mediante el tornillo z z' el conjunto aparece en la forma representada en proyección horizontal y vertical por la figura 304.

La alidada, *c*, lleva un nónius que en el arco graduado, *a b*, aprecía teóricamente 1', se mueve con el tornillo t t', que en el interior tiene un piñón, que engrana con un arco arrastrando consigo el espejo móvil.

El fijo está asegurado inferiormente á la cara superior de la caja y se corrige su inclinación por medio de los tornillos de cuadradillo, s, que aparecen al exterior, con una llave, que á este efecto se encuentra en la caja, con la cual se corrige también la falta de paralelismo de los espejos moviendo el fijo con el tornillo *r*, que lateralmente sale al exterior.

Dos cristales de color también interiores pueden colocarse delante del espejo móvil moviendo sus armaduras por las palancas, cuyos extremos aparecen en la ventanilla *K*.

La disposición y uso de la lente *m*, *m'* y del anteojo *d*, *d'* se comprende fácilmente á la vista de la figura; pero en ella no se ven las ventanas laterales por donde los espejos reciben la luz de los objetos y el anteojo la imagen de los reflejados y los directos, aunque es fácil darse de ello cuenta á la vista del aparato.

Terminada la observación se quita el anteojo, se desenrosca el cilindro A' y se enrosca por la parte superior haciendo de tapa, con lo que el aparato queda reducido á una caja cilíndrica cerrada como digimos al principio.

Usos, verificaciones y correcciones

Son enteramente los mismos ya explicados para el sextante ordinario con la sola diferencia de ser mucho menor la precisión con que los ángulos se miden y la claridad con que se ven los objetos observados.

169 — Círculo de reflexión.

Como aparece en la figura 305 consta de una corona circular completa, en que se halla el limbo dividido en medios grados, numeradas sus decenas de 0° á 720° á fin de leer directamente los ángulos entre los objetos, que como sabemos son duplos de los correspondientes á los espejos y subdivididos aquellos en tercios equivalentes á 20'.

En el punto de reunión de los seis radios, que dan solidez á la corona, se fija por la parte posterior el mango y por la superior un eje alrededor del que gira una alidada *N*, que lleva el anteojo *d*, el espejo *n* correspondiente al fijo ó menor del sextante y el nónius *a'*, que como dividido en 40 partes aprecia teóricamente los 30", moviéndose rápida ó lentamente ó quedando sujeta al limbo mediante la combinación de los tornillos de presión y coincidencia *c'*.

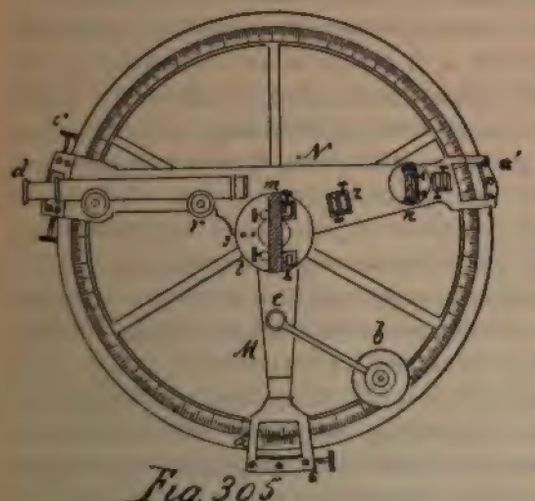


Fig. 305

Otra alidada *M* gira independientemente de la anterior sobre el mismo eje con los movimientos rápido y lento mediante la combinación de los tornillos *c* y lleva en su centro el espejo *m*, en el extremo el nónius *a* de iguales condiciones que el *a'* y al medio el eje *e* sobre que gira una varilla con la lente ó microscopio sencillo *b* que sirve para leer la graduación.

El anteojo y los espejos son corregibles como en el sextante y también como en él se hacen las *comprobaciones y correcciones*.

En la *medición y repetición* de los ángulos se procede del modo siguiente:

Hácese coincidir el cero del nónius *a* con el del limbo, sujetando despues á este la alidada *M*; se suelta la N y se dirige la visual al objeto de la izquierda moviendo despues el limbo y la alidada *M* unidos hasta que coincidan la imagen directa y la doblemente reflejada del mismo objeto, en cuyo caso los espejos serán paralelos; fíjase entonces la alidada *N* en esta posición y soltando la *M* se la mueve hasta que la imagen del objeto de la derecha coincida con la directa del de la izquierda, en cuyo caso el nónius *a* señalará el ángulo de los objetos; repítese la operación anterior con la sola diferencia de que el cero del nónius *a* no coincide con el del limbo sino con la graduación del ángulo medido y en la segunda observación marcará el duplo y así se puede continuar obteniendo el triplo, cuádruplo, etc. del valor del ángulo y como lo mismo puede hacerse en los verticales, resulta una ventaja indudable del círculo sobre el sextante.

También las ofrecen los de prismas á los de espejos, pero por las razones apuntadas al principio no nos ocuparémos de ellos, pudiendo el que deseare profundizar en esta materia consultar el excelente libro del ilustrado Capitán de fragata S. G. B. *Magnaghi «Gli strumenti a riflessione per misurare angoli.* (Hœpli, Milan, 1875.)

Planchета

170 — Consideraciones generales y clasificación. [1]

En 1590 J. Pretorio, profesor en Altdorf, cerca de Nuremberg, inventó este aparato limitando su objeto á trazar en un papel extendido sobre un plano horizontal los ángulos, que entre sí forman los planos visuales concurrentes en cada punto de estación materializándolos con una *alidada de pínulas* como la usada en las primitivas escuadras (véase número 148, fig. 253), y cuyos ángulos se utilizaban despues en la construcción del plano del terreno.

Para evitar esta complicación y consiguiente pérdida de tiempo se trazaron mas adelante tales ángulos en el punto correspondiente de cada plano consiguiéndose directamente y dibujando á la vista ó por sencillos procedimientos geométricos todos los detalles convenientes, pero concretándose también á la determinación del plano geométrico.

Sucesivos perfeccionamientos permitieron mas tarde hacer los planos completos, esto es, con indicación de las alturas de los puntos característicos más notables, aunque con la poca precisión y serios inconvenientes del graficismo realizado bajo la influencia directa de los agentes atmosféricos y las mil preocupaciones que embargan el ánimo del Topógrafo en los trabajos de campo.

Como quiera que el *objeto característico de la plancheta* no es, como en los goniómetros, medir los ángulos azimutales, sino trazarlos directamente sobre el papel, se la distingue con el nombre de goniógrafo y los italianos la llaman *tavoletta pretoriana* en honor á su inventor.

Durante dos siglos bien cumplidos prestó este aparato grandes servicios á los Topógrafos, porque no eran estos entonces muy exigentes en cuanto á la precisión de sus trabajos, ni por otra parte estos alcanzaban grande importancia; pero cuando se presentó la brújula á hacerle la competencia, se entabló lucha encarnizada entre sus respectivos encomiadores, que con improcedentes exageraciones la sostuvieron en los tres primeros cuartos del siglo pasado hasta que generalizado el uso del teodolito bajo sus diferentes formas, y especialmente en la moderna del taquímetro, quedaron aquellos dos aparatos heridos de muerte y poco menos que relegados al olvido en su primera sencillez; porque la Topografía moderna exige generalmente para los planos condiciones de precisión y seguridad, que con ellos no se podía, ni se puede, conseguir; sin embargo, no son aun pocos los Topógrafos, que desconociendo todas las ventajas indudables de los nuevos procedimientos y aparatos, aunque admiten los perfeccionamientos en aquellos introducidos para evitar algunos de sus defectos y utilizar las ventajas de la medición indirecta, sin tener bastante en cuenta la potencia de sus anteojos continúan utilizándolos con preferencia á los verdaderos taquímetros; ni faltan otros Ingenieros, que suponen que con el sistema *gráfico-numérico* aplicable con la plancheta perfeccionada de Viotti se consiguen mejores resultados que con el numérico propio del verdadero taquímetro, mientras que otros continúan dando la preferencia á las brújulas nivelantes y teodolitas con anteojo distanciómetro ó analático, sin tener en cuenta unos y otros que los inconvenientes propios de la condición característica de tales aparatos no se evitan con los perfeccionamientos notabilísimos realizados, si en las brújulas teodolitas se prescinde del limbo azimutal, porque si este se utiliza la verdadera brújula queda reducida al papel de testigo, que tiene y debe conservar en todos los taquímetros.

Pero tampoco debe olvidarse que con los perfeccionamientos introducidos pueden tales aparatos utilizarse en los trabajos de no mucha importancia y precisión y aun los más sencillos de ellos en algunos de Agrimensura y en los militares de campaña, porque muchas veces esta

clase de trabajos no exigen tanta precisión como con los buenos taquímetros y procedimientos modernísimos se puede conseguir ó no es posible su empleo, porque solo se aspira á tener brevemente planos de reconocimiento, que permiten hacer las combinaciones convenientes de las unidades tácticas, de que se disponga en un momento dado al frente del enemigo; de manera que no deben rechazarse completamente las brújulas ni las planchetas, porque pueden ser utilizadas en casos determinados, si bien pudieran sustituirse las primeras con los taquímetros menores y al objeto apropiados y las segundas con los cróquis circulares, de que oportunamente nos ocuparémos.

Todo esto nos obliga á ocuparnos en la descripción de los tipos característicos de la plancheta con más detenimiento de lo que querríamos, porque no podemos prescindir de hacerlo para fundar su crítica sobre datos precisos y poner á nuestros lectores en el caso de resolver por sí mismos lo que más les convenga en cada caso sin prejuicios ni preocupaciones tan dañosas al verdadero progreso de la Topografía y á tal efecto los dividirémos en tres clases:

1.° *Planchetas solo con movimiento de rotación azimutal ó sin ninguno y destinadas á trazar sobre el papel los ángulos formados por los planos visuales concurrentes en el punto de estación.*

2.° *Planchetas con el mismo movimiento y cuyo objeto es construir directamente el plano del terreno y*

3.° *Planchetas que con este mismo objeto tienen los movimientos de rotación y traslación azimutales.*

La *primera clase* comprende el tipo descrito por Pretorio ó sea el primeramente propuesto, el de Fontan y el de Viotti, que por sus especiales condiciones debemos considerar entre los aparatos modernos aplazando su descripción para el capítulo siguiente.

La *segunda clase* está caracterizada por la plancheta sencilla más generalmente utilizada, aunque con diferentes juegos y alidadas y á

La *tercera clase* corresponden, entre otros, los tipos utilizados por los cuerpos facultativos del Ejército francés trabajosamente descritos por el ilustrado Mr. Leagre, así como la construida por el Ingeniero Sr. Salmoiraghi.

171 — Planchetas de la primera clase solo con movimiento de rotación azimutal ó sin ninguno y destinadas á trazar sobre el papel los ángulos formados por los planos visuales concurrentes en el punto de estación.

Plancheta de Pretorio

Se componía de un tablero de madera, de un trípode que permitía colocarle horizontalmente á la altura conveniente para dirigir con comodidad las visuales y trazarlas sobre el papel y de una alidada de pínulas para materializar los planos visuales concurrentes en el punto de estación.

Como la alidada era de uso tan antiguo que ya la describió Eron de Alejandría 120 años antes de la Era cristiana, segun ya digimos al ocuparnos de la escuadra de pínulas (núm. 148), Pretorio no hizo más que aplicarla al tablero sin duda con el objeto exclusivo de conseguir los planos simplemente geométricos.

El *tablero*, de forma cuadrada ó rectangular, formado por sencillas tablas ensambladas para evitar su alabeo, no necesitaba ser de grandes dimensiones, ni tampoco tener movimiento alguno para conseguir el objeto que se proponía el inventor; pero el de rotación azimutal se obtendría mejor ó peor mediante un mango hueco fijo en el centro de su cara inferior, que al propio tiempo servía para fijarle á la espiga del *trípode*.

Este debió de ser en un principio de los más sencillos, que abriendo ó cerrando sus piernas permitía colocar aquel á la altura conveniente horizontalmente, comprobándose esta condición con una esfera de marfil, de metal ó de vidrio, que permaneciendo inmóvil sobre el tablero la acusaba, y más tarde con un nivel de albañil ó de burbuja colocado en dos posiciones cualesquiera, aunque perpendiculares entre sí ó paralelas á los lados del tablero.

Finalmente la *alidada*, como se indica en las figuras 306 y 307, se componia de una regla de madera ó de metal de 25 á 50 centímetros de largo y de 3 á 5 de ancho, en cuyos extremos se levantaban perpendicularmente á su plano sencillas pínulas, como en la figura 306 ó dobles como en la figura 307, que permitian utilizar cada una como ocular y objetivo, segun conviniera, extender mas el campo de la visual y rebatirlas sobre el plano de la regla para facilitar su trasporte.

Estas pínulas estaban dispuestas de manera que el plano visual determinado por una ranura y la cerda de la ventana opuesta fuera paralelo á los lados mayores de la regla y trazando con

Fig 306

Fig 307

un lápiz de afilada punta la recta determinada por uno de ellos elegido al efecto, que se llama *línea de fé*, se tenia, en el papel extendido sobre el plano del tablero de la plancheta colocada horizontalmente, una recta horizontal paralela al plano visual.

Aunque el objeto propuesto ya se conseguía con la alidada de estas condiciones, es de suponer que pronto se escotaria su regla en la forma indicada en la figura 307, porque siempre es preferible tener la traza horizontal del plano visual á conseguir tan solo una paralela á ella.

Comprobaciones y correcciones

Las condiciones necesarias *para el tablero* eran: que fuera ligero y de las menores dimensiones posibles para facilitar su manejo y trasporte y al mismo tiempo bastante resistente á la influencia de los agentes atmosféricos para que se conservara perfectamente plano; á tales efectos, y teniendo en cuenta que todos los ángulos se podian trazar en su centro, se le daria la forma cuadrada de lado poco mayor que la longitud de la alidada, ensamblando las tablas que le componían con un marco de madera dura y resistente al alabeo.

No era necesario ningun movimiento azimutal al tablero de estas planchetas; pues no era preciso orientarlas y era su centro el que debía colocarse sobre el punto de estación; por consiguiente su unión al trípode solo debía tener por objeto que obedeciendo á los movimientos de este para conseguir su horizontalidad, resultara sólida la unión á fin de que aquella no se perdiera con las presiones que se le imprimen apoyándose sobre él para señalar la traza de los planos visuales y dibujar los detalles, cuando esto se hacia directamente.

El *papel*, sobre el que habían de trazarse los ángulos, debía ser de iguales dimensiones que el tablero y sujetarse á él con cola de boca, con un marco de metal, que se ajustara á sus aristas ó por otro medio cualquiera; su centro se determinaría en cada hoja trazando las diagonales del tablero señalándose en él con una punta metálica delgada para que sirviera de apoyo y de eje de giro á la alidada y consiguientemente de vértice común á todos los ángulos concurrentes en el punto de estación, en cuya vertical se colocaría fácilmente dicho centro.

Para el trípode eran y son condiciones necesarias la solidez en su unión con el tablero, la facilidad en poner este horizontal, la seguridad de conservarla mediante un juego apropiado y grande resistencia en las piernas; ninguna de estas condiciones se satisfacen con el trípode sencillo, que sin duda fué el primero que se utilizó y aun se emplea con las planchetas más sencillas.

Para la alidada las condiciones necesarias son: que el plano visual determinado por el agujero ó ranura ocular y la cerda vertical de la ventana opuesta sea vertical, cuando la cara inferior de la regla sea horizontal y paralelo ó coincidente con la línea de fé; *lo primero* se comprueba

colocando la alidada sobre el tablero horizontal y viendo si el plano visual coincide con una aplomada fija á un punto elevado ó con la arista vertical de un edificio y *lo segundo* clavando verticalmente un alfiler en el centro del tablero y colocando la alidada de manera que un punto de la región media de su línea de fé toque con él; se dirige la visual á un punto lejano y bien determinado del terreno; se traza con un lápiz bien afilado la recta que determina la línea de fé en toda su extensión ó simplemente las porciones de sus partes extremas y media; se dirige nuevamente la visual al mismo punto tocando con la línea de fé el alfiler, pero con la alidada invertida, esto es, cambiando de lugar las pínulas; y si trazada la recta por la línea de fé coincide con la precedente ó es á ella paralela, la condición se verifica; en otro caso se traza la bisectriz del ángulo que forman las dos rectas trazadas sobre el papel y colocando la línea de fé coincidente con ella se mueven sucesivamente las cerdas verticales de las pínulas hasta que los planos visuales pasen por el punto visado del terreno en las dos posiciones opuestas de la alidada.

Modo de usar esta plancheta

Se coloca sobre el punto de estación abriendo mas ó menos las piernas del trípode de manera que el centro del tablero se halle en la vertical de aquella y próximamente horizontal, lo que con un poco de práctica se consigue fácilmente á ojo en el grado de precisión necesaria para el objeto que se propone conseguir.

Se puede comprobar lo primero dejando caer una piedrecita desde el eje de la pieza prismática á que se unen las piernas del trípode ó con el perpendículo en él enganchado y lo segundo con una esfera de metal, marfil ó vidrio ó mejor con un nivel de burbuja de pequeño radio de curvatura colocado en dos posiciones paralelas á los lados perpendiculares del tablero ó mas fácilmente ahora con un pequeño nivel esférico y si resulta necesario corregirlas se hace moviendo convenientemente las piernas del trípode, que, una vez conseguido, se asegura apretándole contra el suelo.

Se coloca bien extendida sobre el tablero una de las hojas de papel, cuidando de que su centro coincida con el del tablero y en él se clava un alfiler perpendicularmente al plano de aquel.

Se coloca sobre este la alidada de manera que la parte media de su línea de fé toque al alfiler y dirigiendo por sus pínulas la visual á cada punto del terreno, con un lápiz bien afilado se traza la recta por aquella determinada en cada posición; es consiguiente que reuniéndose todas en el alfiler los ángulos que formen serán los planos de los diedros de los planos verticales, que pasan por el punto de estación y por cada uno de los visados del terreno, cuyos ángulos se utilizan en la construcción del plano midiéndolos con el trasportador ó copiándolos geométricamente, que es lo que propuso el inventor.

La plancheta circular inventada en 1820 por *D. Domingo Fontan*, Profesor de Matemáticas en la Universidad de Santiago y que le sirvió para el relleno de su excelente mapa de Galicia, la describió D. Mariano Vallejo (1) en los términos siguientes:

«Consta este instrumento de un trípode en forma de bastón y de una caja circular de »10 pulgadas (232 mm.) de diámetro y dos (46 mm.) de espesor.

»El trípode es de una construcción igual á la de los bastones de que nos servimos para sen»tarnos; está armado inferiormente de tres puntas para fijarlo sobre el terreno, y superiormente »de tres tornillos en los cuales se asegura la mesa, que ha de servir para trazar las visuales. Unos »y otros quedan defendidos por medio de la empuñadura y del regatón.

»La cajita contiene la alidada con su nivel de aire, el declinatorio y un rayador que tam»bién sirve de lapicero; se divide en dos partes; y además de resguardar estos aparatos, está »destinada una de ellas al uso principal del instrumento; se compone de dos piezas que se su»jetan por medio de un tornillo; la una es de forma triangular, tiene tres cavidades y se coloca »sobre los tornillos del trípode; la otra presenta una superficie circular muy plana para que se

(1) Tomo I, segunda parte, pág. 333, de la 3.ª edición de su «Tratado elemental de Matemáticas», — 1825.

»extienda sobre ella el papel, asegurándole y manteniéndole sin arrugas por medio de un anillo »de latón. En su centro hay una pieza del mismo metal con un agujero cilíndrico en donde »entra el eje de la alidada. Antes de operar con esta, se traza un círculo por medio de una »punta fija á fin de que se puedan transportar los ángulos describiendo otro de igual radio en el »borrador del plano.

»Armada la plancheta se nivela en todas direcciones por medio de los tornillos, se elevan »las pínulas en una posición triangular sujetando sus extremos por medio de un pasador, se »enfilan cualesquiera objetos en todo el giro de horizonte, se trazan y numeran las visuales y se »escriben los nombres, ó bien sobre ellas mismas ó en un cuadro separado y por último se orien»ta la estación con el auxilio del declinatorio.

»Cuando se quiera nivelar un terreno debe tenerse presente que la visual correspondiente »á la intersección de los hilos es paralela al eje del nivel.

»Si por algun obstáculo no pudiesen enfilarse algunos objetos sin que se varíe de centro de »estación, se muda la plancheta y fijando la alidada sobre la visual del objeto, se dá un movi»miento al plano del instrumento aflojando el tornillo de la pieza inferior hasta cubrir exacta»mente dicho objeto, se fija el plano y se concluye la estación trazando las demas visuales.

»Lo mismo podrá hacerse cuando se haya suspendido una estación, ó en el caso de que se »hubiese levantado la plancheta sin concluir la medida de los ángulos. — Servía el mismo arti»ficio para repetir ó multiplicar un ángulo. — Debe evitarse el error de excentricidad insensible »ó de poca consecuencia en muchos casos.»

Esta descripción, que dió el señor Fontan al señor Vallejo al paso de este por la Coruña en 1824, no resulta clara en algunos de sus extremos; pero no creemos necesario entretenernos á discutir lo que en ellos se habrá querido decir, porque si bien merece conocerse como precursora de la plancheta de Viotti, desde luego se comprende que es solo utilizable como instrumento de campaña poco aceptable, porque implica la medición directa para fijar la situación de los puntos y el trasporte de los ángulos al plano general para conseguirlo por intersección con menos facilidad y exactitud que en la plancheta ordinaria, entre otros inconvenientes que se deducen de la precedente descripción.

Aunque la *plancheta de Viotti* pudiera comprenderse en la misma clase que las precedentes, por ser de recientísima invención y medirse indirectamente las distancias horizontales y verticales con su ingeniosa alidada y mira especial y por destinarse al relleno de los planos con red poligonal debemos comprenderla entre los aparatos modernos en el capítulo siguiente y para entonces aplazamos su detallada descripción.

172 — Planchetas de la 2.ª clase solo con movimiento de rotación azimutal y cuyo objeto es construir directamente el plano del terreno.

Plancheta con alidada de pínulas ó sencilla de anteojo y juego de nuez ó de rodillos

Descripción. — La mas sencilla se compone de un tablero cuadrado de 50 á 60 centímetros de lado y de 1'5 á 2 de espesor formado de tablas de madera blanda (pinabete, abeto, chopo, álamo, plátano, etc.), ensambladas entre sí y con un marco de otra mas resistente.

En el centro de su cara inferior tiene atornillado un disco de metal con una espiga cilíndrica en su centro perpendicular á aquel, que entrando á suave rozamiento en la cavidad de otra pieza metálica terminada en una esfera puede girar libremente ó sujetarse con un tornillo de presión.

La esfera está aprisionada por dos conchas unidas á un mango hueco, que puede enchufarse en la espiga de un trípode sencillo sujetándose á él con otro tornillo de presión, al par que otro aprieta mas ó menos aquella contra la esfera constituyendo un juego de nuez y la unión del tablero al trípode.

Sobre este tablero se pega el papel como se hace para el dibujo á la aguada y para señalar la traza de los planos visuales se coloca sobre él una alidada de pínulas como la representada

en la figura 307 utilizando para la horizontalidad del tablero un nivel de burbuja y para marcar el punto de estación un delgado alfiler de acero, al que se hace tocar la línea de fé de la alidada.

Esta plancheta, que puede utilizarse y se utiliza en pequeños trabajos de Agrimensura y de campaña y que, prescindiendo de la alidada, recomendamos como atril portátil para escribir los datos en nuestros registros de campo y para dibujar los cróquis, lo cual tiene mas importancia de lo que ordinariamente se cree, ofrece, como goniógrafo, los graves inconvenientes de ser poco estable desnivelándose fácilmente y de presentar poco espacio para desarrollar el plano inutilizando con frecuencia los trabajos gráficos ó entorpeciéndolos en grado sumo.

Por eso es preferible la que representamos en la figura 308, en la cual, pegado el papel á una tela tan larga como se considere necesario (1) para toda la zona del terreno que se quiera representar, se sujeta un extremo al rodillo inferior, r, y se arrolla todo lo restante, después de cubierto el tablero, en el r' ó al contrario, estirándole sobre el tablero con el marco metálico de

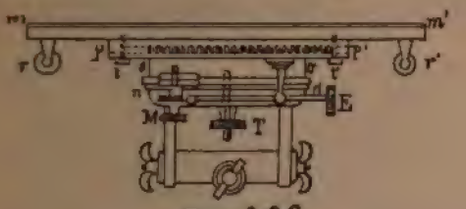


Fig. 308

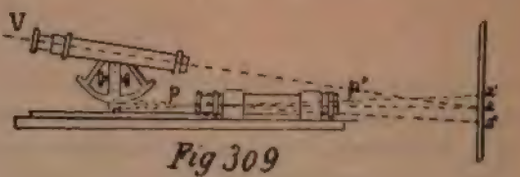


Fig 309

aristas redondeadas $m\ m'$ y arrollando después en el primer rodillo la parte construída del plano y desarrollando consiguientemente el papel blanco del segundo se puede continuar el trabajo sin poner nuevas hojas con los inconvenientes de relacionarlas entre sí y de cortar unas y pegar otras, con lo que se pierde mucho tiempo, se ocasionan molestias y se producen errores notables por los cambios que sufre el papel con la influencia de la humedad y distintas tensiones á que en la construcción del plano y después de cortado está sujeto.

Con el tornillo T se detiene el movimiento brusco del tablero y con el de coincidencia E se afina la orientación.

El juego de rodillos es mas seguro que el de nuez y como va unido á un trípode de seis brazos se consigue mayor estabilidad.

La alidada puede ser de pínulas ó de anteojo, prefiriéndose esta especialmente si lleva arco vertical, porque permite medir los ángulos de inclinación, como sucede con la representada en la fig. 309.

Comprobaciones y correcciones

Como quiera que en esta clase de alidadas el anteojo no puede generalmente dar una vuelta completa para su comprobación, se utiliza otro con prisma, como en la figura se indica.

Este segundo anteojo se comprueba colocándole sobre el tablero horizontal, de modo que se pueda fácilmente dirigir la visual á una mira de corredera puesta á 80 ó 100 metros y cuya plancha se mueve hasta que aquella coincida con su línea de fé; se hace girar después el anteojo sobre su eje permitiendo los cubos-collares hacerlo por cuartos de giro justos y si la visual continúa coincidiendo en este movimiento con la intersección de las dos líneas que dividen la plancha de la mira en cuatro partes la condición necesaria se verifica; en otro caso se lee la altura de mira correspondiente al semigiro del anteojo, se hace que la línea de fé de la plancha ocupe la altura, a, correspondiente al término medio de los dos a' y a'' y se hace coincidir con ella la visual moviendo verticalmente el retículo, comprobando despues la rectificación con nuevos giros del anteojo.

(1) En el comercio se encuentra papel perfectamente pegado á tela en rollos de 10 y 20 metros y es el que conviene utilizar eligiendo el más flexible para que se aplique exactamente al tablero sin romperse.

Corregido este, se pone la línea de fé de la plancha de la mira á una altura sobre a, igual á la que el eje de colimación del anteojo de la alidada está sobre el de prueba y dirigiendo la visual por el primero se observa si el índice ó nónius vertical coincide con el cero del arco, moviéndole hasta que así suceda, con lo cual después en los movimientos del anteojo señalará los ángulos de inclinación de la visual, por cuyo medio y la distancia horizontal *d* de cada punto se podrá calcular la altura sobre ó debajo de la estación por la fórmula

$$z = d \text{ tang. } v + (i - m)$$

Hecha la precedente corrección se comprueba si el plano de colimación descrito por el eje visual de la alidada es perpendicular al de rotación y si aquel pasa por la línea de fé de la regla y esto se hace en la misma forma ya dicha, corrigiéndose el defecto en lo primero con el movimiento horizontal del retículo, si es posible, porque muchos de estos anteojos carecen de él, y al mismo tiempo se procura que quede corregida la segunda condición, aunque no es tan esencial como la primera, porque siendo constante la inclinación del plano visual no se altera el valor de los ángulos.

Puesta en estación de la plancheta

Si el punto del plano correspondiente al de la primera estación fuera el centro del tablero ninguna dificultad ofrecería esta primera operación; pero no sucede así, y esta es precisamente una de las dificultades que ofrece el manejo de este aparato; porque es necesario empezar por elegir un punto del papel, que, correspondiendo en el plano á la primera estación y dando al papel una orientación determinada permita comprender en él todo el plano ó la zona de terreno que convenga y estas dos condiciones son difíciles de satisfacer, porque hay que tener presentes las geométricas de los límites del terreno y la escala que se ha de utilizar y por poco que se desvíe la dirección de la primera línea ó que se señale el punto de partida mas ó menos separado de los límites del papel, de ellos se sale el plano entorpeciendo grandemente su trazado, porque hay que añadir hojas suplementarias difíciles de colocar y relacionar con el papel principal ó que repetir todo el trabajo gráfico en el mismo ó en otro papel dando diferente orientación, con relación á sus límites, al plano gráfico para evitar que mientras por un lado se sale de aquel, por otro este quede sin aprovecharse, como sucede con mucha frecuencia.

Señalado en el papel el punto correspondiente á la 1.ª estación con las precauciones indicadas, es preciso colocar en ella el aparato y esto se puede hacer de dos maneras.

Primera: que el centro de la plancheta se halle sobre la vertical de la estación, lo cual es fácil y permite girar el tablero cuanto sea necesario para que los límites del papel tomen la orientación calculada para comprender el plano deseado.

Segunda: ponerla como indica la figura 310, de manera que el punto elegido se halle en la vertical de la estación y los límites del papel tengan la orientación mas conveniente, lo cual es bastante difícil, porque, aunque se cumpla la 1.ª condición por tanteos á la vista, al hacer girar el tablero para orientarle convenientemente, moviéndose el punto señalado en el papel en una circunferencia de radio igual á su distancia al centro, podrá separarse bastante de la vertical de la estación y no hay otro medio para evitar este inconveniente en esta clase de planchetas que mover el trípode de manera que se consigan las dos condiciones expresadas y la horizontalidad del tablero por tanteos enojosos, que hacen perder mucho tiempo y paciencia al operador, sin que se consiga completamente el objeto.

Por el primero de estos procedimientos se pone la plancheta en estación bien orientada con mucha sencillez.

Al efecto se coloca el trípode centrado sobre el punto del terreno de la manera ya indicada.

Después se nivela el tablero colocando el nivel sucesivamente en la dirección del eje de cada uno de los rodillos del juego centrando por su medio la burbuja, lo que se consigue mejor y más rápidamente con este juego que con el de nuez por ser mas precisos los movimientos giratorios en dos direcciones perpendiculares.

Se clava un alfiler en el punto señalado en el papel y adosando á él la línea de fé de la alidada se la hace coincidir con la línea, trazada ó no, en que se ha conceptuado conveniente se encuentre el primer lado del polígono haciendo girar el tablero hasta que el plano visual de la alidada pase por la segunda estación, que previamente se habrá marcado con un jalón ó banderola, y esto conseguido se asegura la plancheta en esta posición.

Se comprende fácilmente que procediendo así la recta señalada en el plano no es la traza del vertical que pasa por la estación y el punto visado, que será la siguiente ó un punto cualquiera de detalle, sino la que corresponde á otro plano que pasa por la vertical del punto señalado en el papel y el visado del terreno, que ha de formar con aquel un ángulo mayor ó menor.

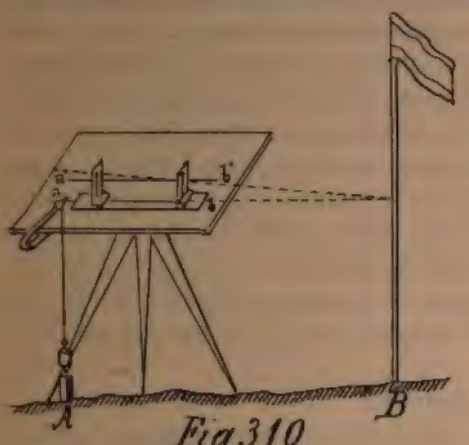


Fig 310

Podría evitarse esto colocando la línea de fé de la alidada en contacto con un alfiler clavado en el centro del tablero, que suponemos en la vertical de la estación, trazando aquella recta y despues tirando por el punto señalado en el papel una paralela á ella; pero esto llenaría el papel de líneas que harían muy confuso el plano.

Para evitar este inconveniente algunos unen á la regla de la alidada otra de paralelas; pero como esto ha de poderse hacer de o á 20 ó 25 centímetros de la línea de fé en las dos regiones opuestas, ofrece dificultades de aplicación especialmente con la alidada de anteojo.

El error que se comete procediendo de la manera dicha al principio, que es la más fácil, es el valor del ángulo de los dos planos visuales que pasan, uno por el centro de la plancheta y el visado y otro por éste y el señalado en el papel y es evidente que depende de la distancia del punto de estación al visado y de la que separa el primero de estos de la traza del segundo plano, la que varia mucho en cada estación y para igual distancia de los puntos desde ellos visados con la dirección de la traza del plano, que pasa por cada uno de estos y el señalado en el papel y será nulo el error cuando tal traza esté en la dirección del centro del tablero y del punto señalado en el papel como homólogo del de la estación.

No es por consiguiente posible establecer una fórmula concreta para determinar este error; pero pueden indicarse sus límites; el mínimo de *cero* ya hemos dicho cuando se consigue, veamos cual puede ser el máximo para la distancia de 100 metros.

La mayor á que el centro de una plancheta de 50 centímetros de lado puede hallarse de la traza del plano vertical, que pasa por el punto señalado en el papel y el visado, será de 22 centímetros si se ha de construir el plano con alguna comodidad y rara vez se presentará este caso; pues bien, con estos datos el error, *e*, en el ángulo estará dado por la fórmula siguiente:

$$\text{Tang. } e = \frac{0'22}{100} = 0'0022 = \text{Tang. de } 5'$$

y como en la escala de $^1/_{2000}$, muy usada en los planos levantados con la plancheta, á 100 metros de distancia corresponden 5 centímetros en la línea homóloga del plano y con el ángulo de 5' la separación de los extremos de tales lados seria de 0'11 mm. inapreciable en el graficismo y con mayor motivo si se realiza bajo la influencia directa de los agentes del clima, *resulta completamente despreciable este error en los planos gráficos que da la plancheta;* pero, entiéndase bien, no quiere esto decir que tales errores y otros propios del graficismo no tengan importancia en la precisión de los planos, sino que no se pueden apreciar ni evitar con el graficismo.

Con el segundo procedimiento se evita en todo ó en parte tal error; pero como hay que poner la plancheta nivelada y orientada de manera que el punto del terreno y su homólogo del

plano se hallen en la misma vertical por enojosísimos tanteos, es peor, mucho peor el remedio que el mal que se trata de evitar, porque el graficismo, característico de la plancheta, lleva consigo errores mayores que el referido.

Puesta en estación y bien asegurada la plancheta se determina la situación del primer punto visado, que suponemos será la segunda estación, midiendo directamente la distancia que las separa y señalándola sobre el papel con la escala de mano ó con la grabada en la regla de la alidada, como antes se hacía, mediante el compás y en la misma forma se determinan sucesivamente todos los puntos que se crean convenientes alrededor de la estación, pero los que están lejanos de ella se señalan con números, letras ó nombres las visuales para determinarlos despues por la intersección con otros á ellos dirigidas desde diferentes estaciones.

Determinados los puntos cercanos alrededor de cada estación, incluyendo siempre la que será la última del plano del polígono para que sirva de prueba en el cierre, se procede al dibujado de los detalles y esto creen muchos que es cosa fácil y una de las ventajas importantes de la plancheta; algunas veces se vé bien el terreno y se croquiza con seguridad y sencillez, pero generalmente no sucede así, porque como no se puede llevar el tablero de uno á otro punto del terreno y cuando se hace la medición directa se determinan pocos puntos, resulta mucho mas erróneo y difícil que dibujar los cróquis convencionales por el ayudante que acompaña las miras en los modernos procedimientos, cuando el terreno no tiene muchos detalles y, en el caso de que los tenga, si se recorre el terreno con los *cróquis circulares*, que se construyen con mucha rapidez, como diremos oportunamente.

Hecho el plano de la primera estación se pasa á la segunda.

Si para la puesta en estación de la plancheta se admite, como parece regular, el primer procedimiento, con la abertura conveniente de los brazos del trípode se centra la plancheta, se nivela el tablero como antes se ha dicho y clavando el alfiler en el punto del plano correspondiente á la segunda estación, se coloca la alidada de manera que tocándole su línea de fé esta coincida con la recta que une las dos estaciones, que para hacerlo con seguridad se traza tan larga como sea posible y se hace girar el tablero hasta que la visual pase por la primera estación, á cuyo efecto se señala con una banderola; asi orientada la plancheta se asegura bien y haciendo girar la alidada alrededor del alfiler se van visando la tercera estación y todos los demás puntos que directamente ó por intersección se quieran determinar desde la segunda estación; se miden las distancias desde ella á los puntos que así se quieran fijar, lo que se consigue mediante la escala y despues se dibuja con referencia á ellos y á las trazas de los planos visuales todos los demas detalles.

Si para la puesta en estación de la plancheta se utiliza el segundo procedimiento antes explicado, se coloca por tanteos nivelada y se orienta á ojo el tablero sobre la estación, de manera que esta se encuentre en la vertical del punto del terreno, afinando la nivelación con el nivel y la orientación mediante la alidada en la forma indicada y conseguido mas ó menos exactamente el objeto se asegura el tablero y se procede como queda dicho.

Lo mismo se hace en las demas estaciones cuidando de designar claramente las visuales, que desde cada una van á los puntos que se hayan de determinar por intersección buscando y señalando estos en cuanto se hayan dirigido dos y viendo si las siguientes pasan por el mismo punto, pues será una comprobación de la marcha del trabajo y con tal motivo muchas veces se elige un punto céntrico al que se dirigen visuales desde muchas ó desde todas las estaciones.

Si el plano va bien levantado la última estación se encontrará en la línea trazada desde la primera y orientando la plancheta con la anterior se verá si puesta la alidada en coincidencia con dicha línea el plano visual pasa por la banderola colocada en la primera estación, en cuyo caso se tendrá una comprobación del cierre; pero debe satisfacerse otra de mayor seguridad y es que la distancia entre la última y la primera estación del terreno sea la que, según la escala, separa las dos que aparecen en el papel.

Como los errores propios del graficismo dan lugar á desorientaciones muy perniciosas, será conveniente utilizar siempre que se pueda el siguiente:

PROCEDIMIENTO RECOMENDABLE.—En un punto interior visible desde la mayor parte ó de todas las estaciones perimetrales, ó en una de estas que reuna tal condición, se pone en estación la plancheta orientándola con las precauciones al principio consignadas; se elige en el papel el punto conveniente y se trazan los planos visuales á todas ó la mayor parte de las estaciones perimetrales; si aquel es central se determina la primera de las estaciones por dirección y distancia y despues en las siguientes se orienta, no con la anterior, sino con la central ó con la primera en el caso de ser una perimetral y de esta suerte la orientación se hace siempre con referencia á la primera posición de la plancheta, lo que es por muchos conceptos preferible; ademas el señalamiento de las estaciones perimetrales da desde luego una comprobación, porque deben hallarse en las trazas previamente determinadas.

Es decir que si tenemos que levantar el plano del polígono A B C D E F G H L M (fig. 311) y en su interior se encuentra un punto *P* desde el que se vean bien todos los vértices, que han de servirnos de estación, se empieza por situar la plancheta en el punto *P* orientándola de manera que todo el plano quepa en el papel asegurándola fuertemente en esta posición; se dirigen

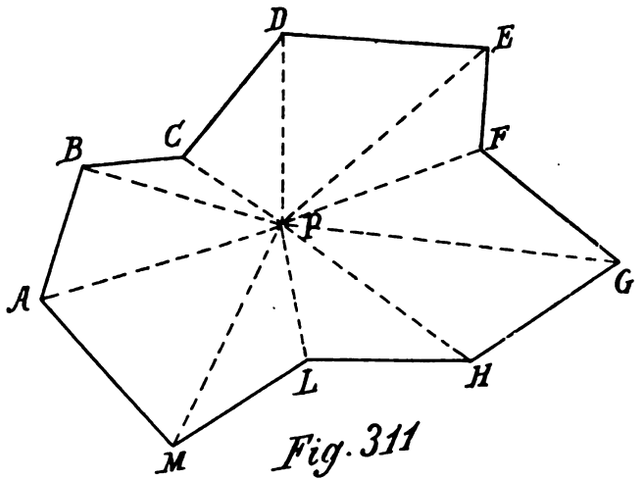


Fig. 311

despues visuales á todos los vértices ó estaciones perimetrales, A, B, C... marcándolas en el papel en toda la longitud de la regla de la alidada y escribiendo en el extremo la letra con que se la distinga; se mide con cuidado la distancia P A y determinando en el papel el punto *A*, en el correspondiente del terreno se pone la plancheta en estación bien nivelada orientándola con la recta *A P;* se determinan despues las *A M* y *A B*, se mide la *A B* y se traslada al papel sirviendo de comprobación que *B* coincida con la intersección de las rectas *P B* y *A B;* si así no sucediese habrá que buscar la causa del error.

Desde *A* se dirigen visuales á las demás estaciones que se crean convenientes para determinarlas por intersección; pero para no confundir y ensuciar el plano con tantas líneas solo se traza una pequeña porción de ellas en el lugar de la intersección indicando la procedencia de la recta con las letras de las estaciones, v. gr. A-D y despues se determinan los puntos de detalle alrededor de la estación mediante la dirección y la distancia y se croquiza en lo necesario el terreno con referencia á tales puntos y á las trazas de los planos visuales, que á cada uno se hayan dirigido.

Se traslada despues la plancheta á la estación siguiente, *B*, y se procede como en la *A* orientando con *B P* y comprobando con la dirección de *B A*, que debe pasar por la banderola colocada en *A;* trazada la *B C* y medida la distancia, al pasarla con la escala al plano, el punto *C* ha de coincidir con la intersección de *P C* y *B C* y si desde la estación *A* se visó el punto *C*, claro es que tambien ha de pasar por el mismo punto la línea *A C*, comprobándose mas el plano.

Con las mismas precauciones se pone la plancheta en estación en las sucesivas, *C, D...* orientándola siempre con las líneas al principio trazadas desde *P* y comprobando con las que

lo fueran desde las precedentes así como con la distancia á la anterior inmediata y de esta manera desde la tercera se tendrán comprobaciones que permiten descubrir y corregir los errores y por consiguiente conseguir el cierre del polígono con la precisión correspondiente al graficismo.

De una manera análoga se procederá cuando desde el primer vértice del polígono se vean en buenas condiciones los demás; pero casi siempre será más factible y de mejores resultados elegir uno ó más puntos interiores relacionados entre si directamente ó por medio de las estaciones determinadas con relación al primero para el segundo y al segundo para el tercero.

Orientación con la declinatoria.—Algunos proponen y muchos utilizan para orientar la plancheta la declinatoria; pero ni esto es tan seguro por las variaciones y frecuentes perturbaciones de la aguja, ni ahorra trabajo y ademas embaraza teniendo que llevar á la mano un utensilio mas.

Su empleo es, por lo demas, muy sencillo; basta marcar con ella la dirección de la meridiana en la primera estación ó en un punto cualquiera de la plancheta, cuando en aquella se ha orientado el tablero convenientemente, colocando la declinatoria de manera que la aguja coincida con el cero de sus graduaciones haciéndola girar cuanto sea al efecto necesario y en las demas estaciones despues de hacer coincidir el mismo lado mayor de la declinatoria con la meridiana trazada y señalada con las iniciales *N* y *S* para evitar equivocaciones, se hace la coincidencia de las puntas de la aguja con los ceros de su graduación haciendo girar lo necesario el tablero de la plancheta; pero es poco seguro el resultado y no evita molestias; ***su servicio mas interesante es orientar el plano con la meridiana***, condición exigida en casi todos para la descripción indicatoria de los predios, á cuyo efecto se utiliza en una sola estación.

Otras planchetas mas perfeccionadas con solo movimiento de rotación

Se han construído y se encuentran en el comercio grandísimo número de planchetas comprensibles en este grupo, que difieren de la descrita en las condiciones del tablero, en las del juego y trípode y muy especialmente en las de la alidada.

Para que el *tablero* se conserve bien plano, algunos constructores le hacen con tablas ensambladas en dos estratos de ellas con las fibras cruzadas ó sea doble tablero; otros le cubren con plancha de zinc y otros con cristal; pero esto ofrece siempre dificultades y aumenta el coste del aparato sin evitar los errores propios del graficismo, que le caracteriza y como cada día se reduce mas la aplicación de la plancheta, se han generalizado poco estos perfeccionamientos y no hay para que detallar mas su descripción.

Los *juegos* mas variados se han aplicado tambien en sustitución del de nuez y de rodillos siendo bastante apreciado el de tres tornillos, ordinario en los goniómetros, como se encuentra en la plancheta de Breithaupt y el de tornillos que actuan directamente sobre la base del tablero en la forma utilizada por Viotti, como sucede en la plancheta del Instituto geográfico de Italia; pero como no dan mejor resultado que el de rodillos, cuando estos son suficientemente grandes, de buena madera y bien construídos, no hay motivo para introducir el cambio en esta clase de planchetas.

No sucede lo mismo relativamente á las *alidadas*, porque son trascendentales los perfeccionamientos introducidos en la antes descrita de pínulas ó de sencillo anteojo con arco vertical.

Como las de Salleron, de Kern y del Instituto Geográfico de Italia se resumen en cierto modo en la del ilustrado ingeniero Sr. Erede, nos concretarémos á describir ligeramente ésta, que, tomándola del excelente libro de dicho ingeniero *Elementi di Topografía*, representamos en la figura 312, y hacemos esto con tanto mayor motivo cuanto que está dotada de regla de paralelas, á que hicimos antes referencia.

El nivel que está sobre la regla sirve juntamente con el unido al limbo para nivelar directamente el tablero y el segundo para comprobar en cada visual que el diámetro 0° 180° es ho-

rizontal, á cuyo efecto el espejo que está sobre él con inclinación de 45°, permite al operador ver sin moverse de cerca del ocular si permanece centrada la burbuja y el mismo nivel se puede colocar sobre el anteojo para su comprobación y corrección.

El limbo es independiente del anteojo y se corrige mediante el tornillo *V;* la pieza de los nónius se mueve con el anteojo, cuyo movimiento brusco se detiene con el tornillo *A* afinándose la puntería con otro de coincidencia.

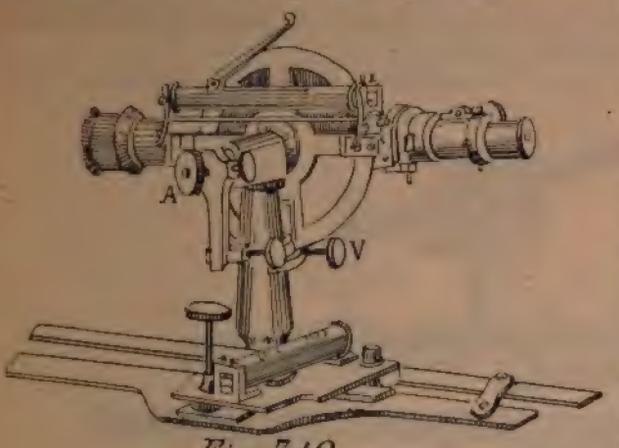


Fig 312

El anteojo es distanciómetro, utilizando un micrómetro compuesto de tres trazos abiertos en un cristal, que hace de reticulo, contándose las distancias desde el foco anterior del objetivo, esto es por el sistema de la estadia de Reichembach, con ángulo diastimométrico total de un centímetro de mira por cada metro de distancia.

Con esta alidada y todas las modernas de análogas condiciones, la dirección se determina gráficamente y la distancia y la altura por el cálculo con los elementos que dá el anteojo y el limbo vertical; pero presentan el inconveniente de tener que hacer los cálculos sobre el terreno, lo cual, aunque es breve con las reglas y círculos logarítmicos y aún por medio de Tablas apropiadas, como dirémos oportunamente, entorpecen los trabajos de campo y esto es precisamente lo que han tratado de evitar Viotti y Mas y Zaldúa con sus ingeniosos aparatos, según verémos en el capítulo siguiente.

Con las diferencias consiguientes á la medición indirecta de las distancias, el *uso de estas planchetas* es el mismo indicado para las precedentes y se comprende fácilmente que las modernas presentarán grandes ventajas sobre las antiguas, porque la medición directa de las distancias consiguiente á las condiciones de estas, en tanto los puntos no se determinen por intersección, es el trabajo mas molesto y oneroso de todos los de campo.

173 — Planchetas de la tercera clase, que teniendo por objeto construir directamente el plano del terreno tiene su tablero los movimientos de rotación y traslación.

Corresponden á esta clase, entre otras, la de pié con casquetes esféricos de la Escuela de aplicación de Francia y la de Salmoiraghi.

La primera la describe detalladamente Mr. Leagre en el cap. VII, págs. 157 y siguientes de la primera parte de su *Cours de Topographie* y no creémos oportuno darla á conocer por su innecesaria complicación y malas condiciones de su juego y alidada, que hacen embarazoso su manejo y poco exactos sus resultados, no obstante los supuestos ilusorios de tan apreciable Autor.

Mejores condiciones reúne la *plancheta de Salmoiraghi* y aunque no es mucha su traslación azimutal, que es la característica de la clase, y por otra parte su alidada con anteojo analático permite utilizarla con los modernos procedimientos y pudiera comprenderse entre sus especiales aparatos, vamos á describirla brevemente en este lugar para completar las tres clases al principio consideradas.

Plancheta de Salmoiraghi

Su tablero de 60 × 75 centímetros y 2 de espesor, es generalmente de madera de abeto con marco de nogal y sin rodillos para arrollar el papel.

En su cara inferior está atornillada una armadura metálica, que le une al juego de tres tornillos, que se apoyan en la plataforma circular de grandes dimensiones de un trípode de seis

brazos; en un círculo hueco de aquella se mueve el aparato en todos sentidos, cuando se afloja la espiral destinada á sujetarlos fuertemente; pero, como la plancha que descansa sobre la plataforma es circular también, el movimiento azimutal está reducido á tres centímetros por impedirlo los tornillos del juego, lo cual se evitaría dando á esta plancha la forma triangular.

El aparato se representa prespectivamente con todos sus accesorios en la figura 313, que dá del conjunto una idea general, pero no suficiente para comprender las condiciones de cada una de las piezas de que se compone la parte mas interesante.

Por esta razón en la figura 314 se representa en proyección horizontal y vertical en la es-

Fig. 313

cala de $^1/_4$ de las dimensiones naturales, tomándola, como la siguiente, del excelente libro de Salmoiraghi, tantas veces citado, *Istrumenti e metodi...*, lámina 14.

Las condiciones del trípode y juego son muy parecidas á las de los utilizados por Laguna y fácilmente se comprende que dan la estabilidad apetecida.

Las dimensiones del tablero harán algo molesto el manejo de los tornillos del juego; pero sin género de duda ofrece ventajas notorias sobre todas las planchetas de su clase y muy especialmente la preconizada por M. Leagre, de la Escuela de aplicación.

En el centro de la plataforma del trípode, que es de buena madera, circular, de 6 centímetros de espesor y 30 de diámetro, está abierto un hueco circular de 8 centímetros de diámetro, por el que pasa la varilla de unión, que cuando está floja la espiral inferior, puede moverse azimutalmente en todos sentidos, arrastrando consigo todo el aparato, en tanto el disco de metal, *m*, no toque á los tornillos del juego y por esta razón debiera ser, como el de Laguna, triangular, que permite hacer mayor este movimiento de traslación.

Los tres robustos tornillos V, cuyo giro regulan otros tres v, v_1, v_2, con la plataforma en que se enroscan constituyen un buen juego, que permite hacer con seguridad vertical el eje general del aparato ú horizontal el tablero.

A tal efecto en su centro está unido perpendicularmente á su plano el fuerte manguito *B* y dentro de él enchufa un eje sólidamente unido á la armadura triangular *t*, que por medio de

los tornillos con tuerca I, II y III se une á su vez sólidamente al tablero, pudiendo éste girar libremente con seguridad con otro eje, porque la armadura I, II y III, tiene 20 centímetros de lado.

El movimiento brusco de rotación se detiene con el tornillo de presión ν_3 y se afina con el correspondiente de coincidencia ν_4; de suerte, que apretando suavemente el tornillo ó varilla

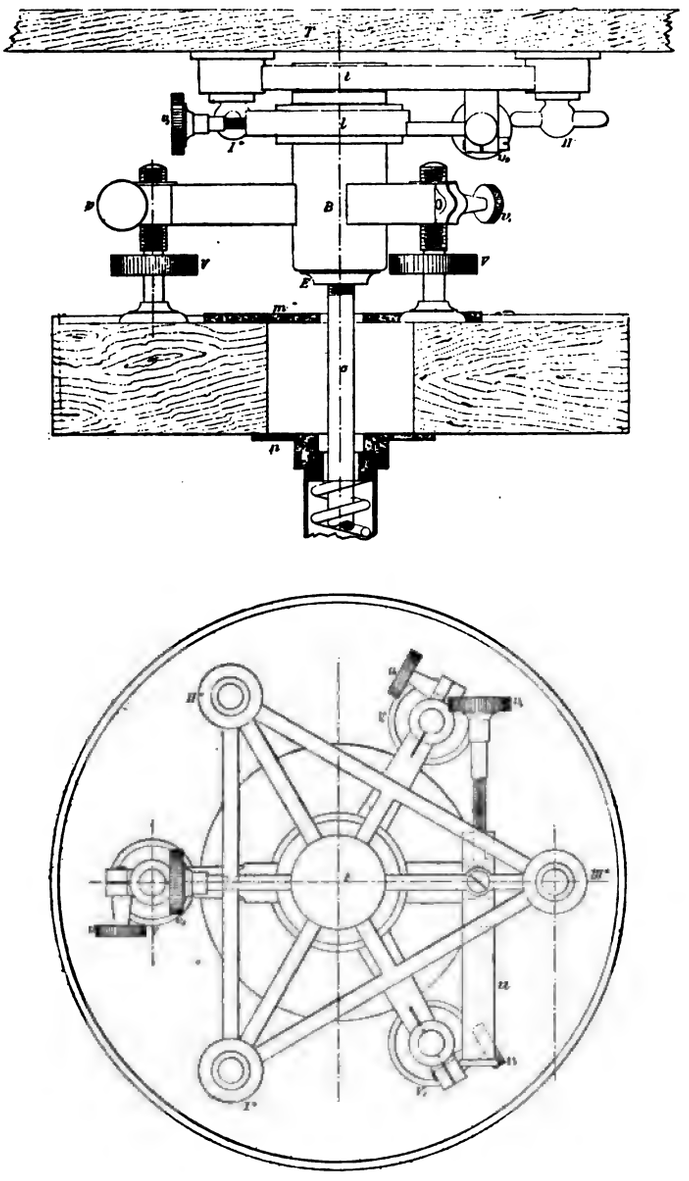


Fig. 314

de unión mediante la tuerca que aprieta la espiral á la cara inferior de la plataforma del trípode, despues de nivelado á la vista el tablero, se puede mover este en el sentido que convenga para conseguir la superposición del punto del plano con el de estación mediante el compas de espesor y orientar la plancheta con el movimiento de rotación; conseguida despues la nivelación del tablero con los tornillos del juego se afina la superposición y la orientación y conseguido esto se aprieta el aparato con la tuerca del tornillo de unión, se enrosca el tornillo ν_3 afinando con el ν_4 y toda la plancheta quedará fija en la posición conveniente, *con tal que la superposición y la orientación á ojo se hayan hecho bastante bien* para que se pueda hacer la afinación con

los movimientos azimutal y de rotación que el aparato permite, dentro de los límites necesarios que pueden ser de 3 á 4 centímetros en la casi totalidad de los casos.

La alidada, representada en dos posiciones en las figuras 315 y 315 A en la escala de $^1/_4$ del natural, es una de las mejores modernamente construídas y no tiene comparación con la de la Escuela de aplicación de Francia recomendada por M. Leagre.

Compónese de una regla de acero *R* viselada en su línea de fé y en cuyo centro se levanta la columna *S*, que sostiene á la altura conveniente el eje de giro del anteojo y el limbo vertical.

En la base de la columna se ven los tornillos $\sigma\,\sigma'$ y las roldanas $x\,x'$, que permiten darla la inclinación oportuna para conseguir su verticalidad, cuando la base de la regla sea horizontal

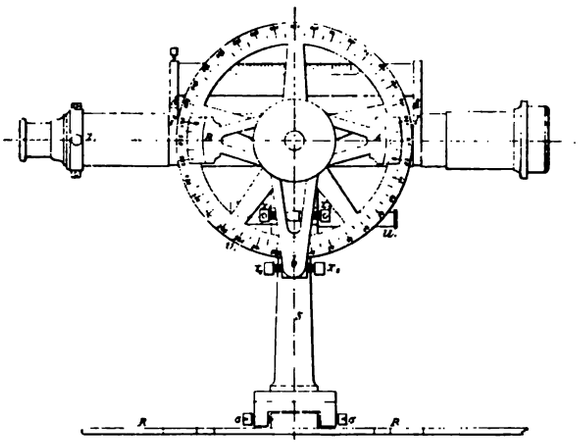
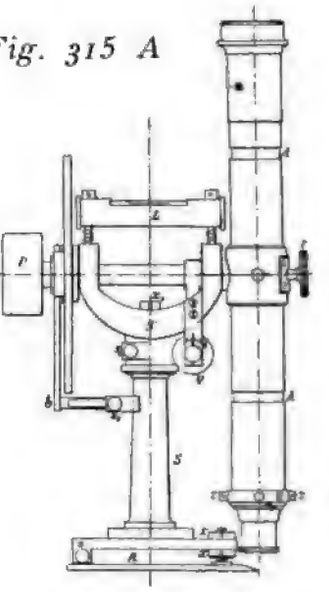


Fig. 315

Fig. 315 A



ó para dar esta condición al eje de giro del anteojo, que en todos los momentos acusa el nivel corregible *L*.

El anteojo y el limbo giran simultáneamente mientras la pieza de los nónius permanece fija, aunque corregible por los tornillos $x_5\,x_6$, pudiéndose detener aquel movimiento con el tornillo v y afinar la puntería con el correspondiente de coincidencia v, u_1.

Otro nivel mas sensible que el *L* está dispuesto para colocarle sobre el anteojo cuando haya de comprobarse y corregirse y para acusar la horizontalidad del eje colimador, y sobre el tablero para ponerle horizontal, lo que se puede observar colocándole perpendicularmente al *L*, que al mismo objeto se utiliza con aquél.

Los nónius *A* y *B* dan en unos aparatos los ángulos de ascensión y depresión sexagesimales y en otros los zenitales centesimales, según se pida, apreciando 1′ ó 0^c02^c de grado.

El anteojo es analático-distanciómetro sin duda con los ángulos diastimométricos de 1 y 2 centímetros por metro de la combinación de su retículo ordinario.

Como aparece en la figura 313, acompañan á esta plancheta, como aparatos auxiliares, una brújula con base cuadrada ó una simple declinatoria, un nivel de burbuja que se puede colocar sobre el anteojo y un compás de espesor de los usados por los ingenieros Italianos.

El mayor de los defectos de esta plancheta ha de consistir en ser algo pesada y embarazosa en el transporte y en el manejo por sus dimensiones; pero es indudablemente de las mejores en su género.

No creémos necesario detenernos á explicar las comprobaciones y correcciones de la alidada, porque las primeras son las generales, con mas la del ángulo diastimométrico ya explicadas y las segundas sencillísimas por los medios que ofrece el aparato y dejamos indicado, mas el de poder girar completamente el anteojo alrededor de su eje de muñones, como ya se evidencia en la figura.

174 — Examen comparativo de las tres clases de plancheta.

De lo anteriormente dicho fácilmente se deduce, que se deben considerar como los tipos mejores de las tres clases de planchetas, en que hemos creído oportuno agrupar todas las construídas hasta ahora, la de Viotti, cuya descripción detallada hemos aplazado para el capítulo siguiente, en la primera, la de rodillos para sujetar el papel y para el juego en la segunda y la de Salmoiraghi en la tercera, porque prescindimos de otras complicadísimas, muy caras y pesadas y no mas exactas, que se han construído en Alemania.

En su comparación no debemos tener por de pronto en cuenta las condiciones de la alidada, porque si bien en la de Viotti, como luego verémos, están íntimamente relacionadas con las del tablero, no sería difícil aplicar las de unas planchetas á las de los demas tipos y por consiguiente se han de considerar separadamente las condiciones de la plancheta propiamente dicha y las de la alidada á cada una apropiada.

En tal supuesto, podemos dejar sentado que, aun que las planchetas de la primera clase se ponen mas fácil y exactamente en estación, son mas transportables y permiten dirigir las visuales cómodamente, lo que no sucede con las demás, y pueden orientarse con precisión, tienen el gravísimo inconveniente de exigir separadamente la construcción ó calco del plano general anulando en cierto modo la condición mas apreciada en esta clase de aparatos, y ademas no permiten utilizar sobre el terreno la comprobación y determinación de ciertos puntos por intersecciones, que son las condiciones características mas preconizadas de la plancheta en general.

Cierto es que resulta esto innecesario desde el momento en que se concreta su aplicación á determinar detalles con referencia á una poligonación previamente hecha con goniómetros apropiados y los modernos procedimientos, como hace Viotti y los que preconizan su aparato; pero entonces ya se reduce muchísimo su campo de acción.

Las planchetas de la segunda clase son de facilísima construcción y de poco precio y permiten muchas veces construir el plano directamente en una sola hoja, aunque comprenda una larga zona; pero tienen el inconveniente de no permitir mas que por onerosísimos y molestos tanteos la superposición de los puntos homólogos dando origen, cuando no se consigue, á errores en las pequeñas distancias entre las estaciones, que pueden motivar otros grandes en el cierre por la desorientación de las partes, si no se cuida de evitarlo por la relativa á un punto determinado, como digimos en el núm. 172, aunque esto implica un detenido reconocimiento previo del terreno y el señalamiento de la mayor parte de las estaciones con banderolas.

Las planchetas de la tercera clase evitan en parte aquella dificultad facilitando la superposición; pero en cambio son mas complicadas y obligan á reducir la escala ó á multiplicar las hojas del plano y esto complica mucho la construcción del general en los terrenos de bastante extensión ó en los planos de grande escala; pero como su trípode y juego dan mayor estabilidad al tablero y permiten conseguir mas exactamente la superposición y orientación que las de la segunda clase, resultan indudablemente de más general aplicación.

Relativamente á las *alidadas*, no hay duda que la de Viotti perfectamente apropiada á su plancheta, es muy ingeniosa, como verémos en el capítulo siguiente; pero como ha de resultar cara, de molesto manejo, de fácil deterioro y de pequeño campo de acción, no creémos que su uso se extenderá mucho y esto con tanto mayor motivo cuanto que á medida que se vayan conociendo los procedimientos modernísimos, la rapidez suma con que en el gabinete se hacen los cálculos de las tres coordenadas, la facilidad y seguridad con que por su medio se construyen planos excelentísimos, los inconvenientes del graficismo en el campo y la manera de substituirle con los *cróquis circulares*, mayor será el convencimiento de que no ofrecen estas planchetas las ventajas que pregonan sus encomiadores.

Las sencillas alidadas de la segunda clase apenas se utilizan ahora, porque exigen la medición directa, que ya rechazan casi todos los Topógrafos y más lo harán cada día, y finalmente las de la tercera del tipo de la de Salmoiraghi, que puede muy bien aplicarse á las planchetas

de la segunda clase, se utilizarán mientras se use la plancheta y con ella desaparecerán, porque son las que mejor satisfacen las condiciones de trazar los ángulos y medir las distancias horizontales y verticales, si bien, como es natural y consiguiente á las condiciones características de la plancheta, exigen que sobre el campo se hagan muchos cálculos, que si en el gabinete se realizan por clases rapidísima y cómodamente, no sucede esto haciéndolos aisladamente y mucho menos bajo la acción directa del Sol y de los vientos, con lo cual se entorpecen mucho los trabajos de campo, que son los más penosos y costosos.

175 — Ventajas é inconvenientes que presenta la plancheta considerada en general.

Aunque la plancheta de Salmoiraghi, que hemos descrito como tipo de la tercera clase, realmente debiera comprenderse entre los aparatos de la moderna Topografía aplazando su descripción para el capítulo siguiente, como lo hemos hecho relativamente á la de Viotti característica de la primera clase, vamos á ver que, como ya antes hemos indicado, los muchos perfeccionamientos en este aparato realizados no han conseguido anular sus inconvenientes característicos, lo mismo que ha sucedido con su antagonista la brújula.

La primera y capital ventaja que se supone á la plancheta, consiste en que dá sobre el terreno el plano construído; pero, los que por esto se entusiasman con tal aparato no tienen en cuenta lo que esto les cuesta y el grado de precisión con que se consigue, y estas condiciones son de tanta importancia, que nunca debe olvidarlas el Topógrafo.

Basta recordar las dimensiones necesarias del tablero y los fastidiosos tanteos á que obliga la puesta en estación en las planchetas de las clases segunda y tercera y las grandes dificultades que ofrece aplicar el ojo al ocular en distintas posiciones de la alidada, lo que algunas veces llega á imposibilitar la observación, para comprender que esta ha de ser muchísimo mas pesada y molesta que con un goniómetro cualquiera; pues añádase á esto los inconvenientes que motiva el traslado de tan voluminoso aparato de una estación á otra, los cuidados que exige para evitar que el papel se rompa, moje ó ensucie, aunque á tal efecto se cubra con tela impermeable ó con papel que permita descubrir en cada estación solo la parte necesaria, lo que ofrece no pocas dificultades en el manejo de la alidada; téngase en cuenta la necesidad de librar en lo posible al tablero no solo de la influencia directa del Sol y de la lluvia, sino tambien de la humedad del aire, que distiende el papel en proporción á su intensidad, pero no con igualdad en todos sentidos, imposibilitando muchas veces el trazado de las líneas y borrando las ya hechas, al par que cambia grandemente las dimensiones del plano que se va construyendo, cuyos perniciosos efectos no se evitan con el trazado de dos escalas perpendiculares, como se ha propuesto por algunos y cuyo uso obligaría á utilizar una ú otra en la determinación de cada línea según su dirección con el auxilio del compás entorpeciendo considerablemente el trabajo y dejando en la duda de cual de aquellas deba emplearse á causa de la inclinación de cada línea y finalmente que rara vez se puede evitar que el plano se salga del papel extendido sobre el tablero y aún del arrollado en los rodillos, ó porque no se orientó acertadamente la primera línea ó porque no se tuvo bastante en cuenta la forma del polígono general y la escala, lo que obliga á pegar nuevas hojas, que difícilmente se colocan sobre el tablero especialmente en los provistos de rodillos ó se han de dejar sueltas con todos los inconvenientes de las referencias gráficas, de inutilizar mas ó menos la ventaja de la comprobación por intersecciones y otras muchas que sería enojoso referir; en vista de todo esto es imposible negar cuan molesto es y ha de ser el uso de este aparato.

Ciertamente que algunos de estos inconvenientes no se presentarán con la de Viotti; pero ella exige que con un goniómetro se determine previamente una detallada poligonación concretando la aplicación de tan ingeniosa plancheta á los detalles.

Tampoco se presentarán algunos de los inconvenientes apuntados en los planos de pequeña escala ó de terrenos de muy corta extensión; pero en cambio en el primero de estos dos casos los errores son graves con frecuencia, porque en el plano las distancias entre las estaciones

son generalmente muy pequeñas y como los errores gráficos son los mismos, adquieren grande importancia.

Dicen los encomiadores de la plancheta que esta evita los cróquis y registros; lo primero es cierto, puesto que se croquiza sobre el plano que se va construyendo; lo segundo no, si se miden las distancias indirectamente y se calculan las alturas, porque hay que tomar nota de los datos y se han de hacer los cálculos sobre el terreno entorpeciendo grandemente los trabajos, lo que es peor y mas caro; sin embargo, con la alidada de Viotti, se evita este inconveniente, si bien, no el de hacer los trabajos de campo mas molestos y onerosos que cuando concretándose á tomar los datos numéricos se aplaza para los de gabinete el cálculo y comprobación de las coordenadas.

Hemos dicho que con la plancheta se evitan los cróquis y muchos suponen que con ventaja en la precisión, y esto no es cierto; en primer lugar porque midiéndose las distancias indirectamente se determinan muchos puntos facilitando el dibujado de aquellos á ojo y en segundo lugar porque los pequeños detalles, que es lo único que se deja para apreciar á la vista ó mediante sencillas mediciones, se hace mucho mejor por el Ayudante que acompaña á los portamiras en los procedimientos modernos, que desde la estación donde se halla la plancheta y lo mismo sucede respecto al dibujado del terreno y esto es natural, porque el Ayudante está cerca de los detalles de punto á punto que ha de trazar viéndolos tal como son y desde la estación no se ven tales detalles ó se ven de una manera engañosa.

Ademas, cuando por la complicada parcelación y numerosos accidentes del terreno es difícil croquizarle directamente, se resuelve fácilmente la dificultad haciendo en pocos minutos el plano aproximado en *un cróquis circular* completando los detalles y dibujado á ojo recorriendo el terreno con él en la mano, lo que no se puede hacer con la plancheta.

Supónese tambien que el plano construido con ella sobre el terreno es mas exacto que el que con trasportador se hace en el gabinete y si bien, porque en el segundo hay los errores propios del graficismo, damos la preferencia al sistema numérico y á la construcción por las coordenadas, como dirémos oportunamente, hay en aquella apreciación no poca ilusión, porque no se tiene en cuenta las muy distintas condiciones en que se halla el operador y es evidente que no puede este construir y dibujar el plano con la misma pulcritud y precisión en el campo fatigado y sudoroso bajo la acción directa de los agentes atmosféricos y con la necesidad de marcar mucho las líneas para que no se le borren en papel unas veces mas ó menos húmedo y consiguientemente formando bolsas que cambian la situación de los puntos y no permiten el trazado seguro de las líneas y otras excesivamente seco y estirado, que en la tranquilidad y comodidad del gabinete sin mas preocupaciones que el de hacerlo delicadamente; mientras que en el campo ademas del cansancio corporal se vé agoviado por las muchas disposiciones que ha de tomar y órdenes que ha de dictar para conseguir su objeto, haciendo que cada uno de sus subordinados cumpla bien su deber: los que han levantado planos con la plancheta y construido otros en el gabinete con registros y cróquis ordenados saben bien la enorme diferencia que bajo todos conceptos hay entre estas dos clases de labores y de sus resultados y por esto no nos explicamos cómo Autores muy respetables consideran como una ventaja de la plancheta la mayor precisión de los planos, que con ella se construyen en el campo, que los que gráficamente se hacen con trasportador en el gabinete, ni que supongan que en los primeros se aprecie o'1 de milimetro en el trazado y medición de las líneas, cuando ni en los segundos lo consiguen los dibujantes de mejor vista mas que en ciertos casos y en muy determinadas condiciones.

Tales entorpecimientos encuentra el operador en el levantamiento de los planos de mediana extensión y accidentación con la plancheta, que no dudamos en afirmar que el tiempo invertido en este trabajo no es menor que el empleado en el campo y gabinete para hacer el mismo plano con un taquímetro apropiado, en el supuesto, se entiende, de que se determinen los mismos puntos y con el mismo cuidado, porque no se debe comparar el que corresponde á dos trabajos completamente distintos, como serían dos planos del mismo terreno, uno hecho á la

ligera y sin cotas y el otro con ellas y la mayor precisión posible; hacemos esta advertencia porque no se ha tenido bastante en cuenta al comparar aparatos y procedimientos entre sí.

La plancheta ofrece inconveniente gravísimo en lo mismo que se supone su cualidad característica y consiste en que son inherentes á su especial graficismo errores inevitables que pueden acumularse y hacerse patentes en el cierre ó en las comprobaciones, que permite el sistema de orientación que dejamos indicado y aplaudido; pero como no hay otro medio de corrección que repetir la operación, si son aquellos intolerables, ó corregirlos sobre la parte de plano construído, aunque esto se haga á ojo no se evitarán los errores de posición en los puntos característicos del terreno, ni dejará de embrollarse considerablemente el plano con tantas líneas y puntos, ni de entorpecer grandemente los trabajos de campo; y estos inconvenientes adquieren suma gravedad, cuando, por no seguir el sistema de orientación antes aludido, tales errores solo se descubren en el cierre del polígono; esto es, cuando el plano está terminado, porque si bien puede concretarse la repetición al polígono de las estaciones dejando el arreglo de los detalles para el gabinete, no se evita así la confusión del plano y la pérdida considerable de tiempo y lo que casi es peor las dudas que tanto molestan al operador, que teme siempre no conseguir el resultado apetecido.

Suponen algunos ilustrados Autores que si la plancheta no da buenos resultados en los recorrimientos por la influencia que en el cierre tienen los errores en la orientación, la determinación de los pequeños lados y la dependencia de unos con otros en la construcción del polígono general que se consigue con tal procedimiento, los da sí con el de *intersecciones*, porque permite marcar con toda precisión la dirección de las largas visuales; pero esto debe tomarse no en su sentido absoluto sino en el relativo de comparación de la plancheta con la brújula, cuyos aparatos suponen suplementarios por considerar la primera propia para las intersecciones y la segunda para los recorrimientos, dentro, se entiende, de los límites de presición, que no es mucha, de estas clases de aparatos.

Para concretar mas las ideas veamos ahora los errores inevitables del graficismo en la plancheta y las consecuencias que de ellos directamente se deducen.

Para apoyar la alidada en cada punto de estación se clava fuertemente en este un alfiler de acero produciendo un agujero al menos de o'6 á o'8 de milímetro y por consiguiente la línea de fé de la alidada queda separada del verdadero punto del plano o'3 á o'4 de milímetro; pero esta separación no es constante, ya porque unas veces se clava mas que otras, ya porque con la regla de aquella se inclina mas ó menos el alfiler llegando muchas veces á pasar la línea de fé á la parte opuesta del verdadero punto.

La línea de lápiz se ha de marcar bastante para que no se borre y como el papel no se conserva siempre igualmente seco, ni es posible tener siempre el lápiz perfectamente afilado, bien puede asegurarse que en la generalidad de los casos no bajará el grueso de la línea de o'2 ó o'3 milímetros y tambien tendrá este el punto con que se señale el otro extremo del lado; de manera que la incertidumbre de cada punto no bajará de o'3 milímetros ordinariamente y mucho mayor será si el papel está algo humedecido por el aire y forma bolsas mas ó menos aparentes.

Podemos suponer sin incurrir en exageración que la incertidumbre en la situación de los puntos extremos de cada lado sea de o'3 milímetros y como pueden muy bien sumarse, la desorientación consiguiente á tal error estará medida por el ángulo que una de las tangentes interiores de dos círculos C y C', fig. 316, de radio igual á o'3 milímetros forma con la línea de los centros.

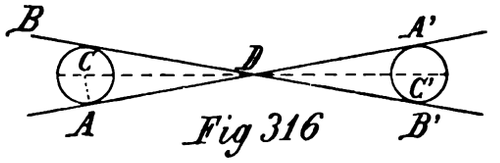


Fig 316

Naturalmente su valor depende de la distancia que en el plano separa los dos puntos, siendo tanto menor aquel cuanto mayor sea esta; supongámosla, para concretar las ideas, de 10 centímetros, que en la escala de 1/2000 muy generalizada supone 200 metros entre las estaciones y en las de 1/4000 ó 1/5000, muy usadas en los trabajos con la plancheta, corresponde respectivamente á 400 y 500 metros entre las estaciones, distancia ya excesiva aunque se midan

directamente; pues bien, con tales datos el ángulo A D C ó la desorientación se determinará por la fórmula

$$\text{Tang. A D C} = \frac{\text{C A}}{\text{C D}} = \frac{0'3}{50} = 0'006 = \text{Tang. } 20' 37''$$

Este error considerable se comete por cuidado que se ponga dadas las malísimas condiciones con que el graficismo se realiza en el campo y será mucho mayor si, como sucede con frecuencia, la distancia en el plano entre las estaciones es menor de 10 centímetros; téngase en cuenta que el plano se construye apoyando los lados sucesivos sobre los precedentes y se comprenderá que solo en tal concepto resultarán en el cierre enormes errores sino se toma la precaución de orientar con las visuales trazadas previamente desde un punto interior ó desde la primera estación, cuando es posible, si bien como esto exige marcar todas las sucesivas con banderolas previo reconocimiento detallado del terreno lleva aparejado un gasto de tiempo de alguna importancia (1).

De lo dicho se desprende tambien que operando con la plancheta no se consigue tanta precisión como con el mas sencillo de los goniómetros, excepción hecha de la brújula en ciertos casos, y finalmente que es inútil emplear la alidada de anteojo cuando no se quiere calcular las alturas relativas ó medir las distancias indirectamente, porque con la de pínulas se pueden conseguir las direcciones con menor error que el inevitable del graficismo en el campo.

A este hay que añadir el de la falta de superposición de los puntos homólogos, que, como hemos dicho al hablar de la puesta en estación de las planchetas de la segunda clase asciende á lo sumo á 5' ó sea la cuarta parte del error precedente en el supuesto admitido poniendo en evidencia la inutilidad de las muchas y enojosas precauciones que algunos ilustrados Autores aconsejan, porque no tienen en cuenta aquel grave error y suponen por el contrario que las trazas de los planos proyectantes se determinan con toda exactitud con la plancheta, ilusión que consiguientemente extienden á las ventajas que suponen con ella se consiguen en el sistema de intersecciones, considerándola como aparato apropiado para estas y la brújula para los recorrimientos complementarios; mientras que en nuestro concepto y en el de los mas entendidos Topógrafos modernos ni uno ni otro aparato sirven al objeto supuesto, cuando se quiere conseguir planos exactos, como hoy se necesitan y se obtienen con los taquímetros sin tantas molestias, dudas ni gastos, concretando los trabajos de campo á medir los datos necesarios y dejando para el gabinete los cálculos, comprobaciones y rectificaciones, la construcción y el dibujado del plano, todo lo que, como repetidas veces hemos dicho, no ofrece los inconvenientes, ni el trabajo que suponen los encomiadores del graficismo en el campo ó en el gabinete.

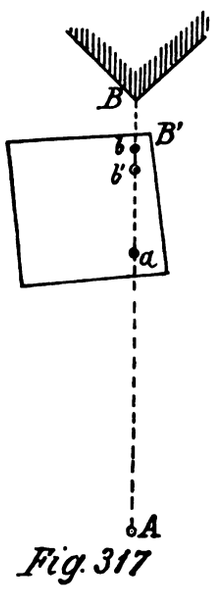


Fig. 317

A manera de complemento de las ventajas que ofrece la plancheta, muchos ilustrados Autores consignan la resolución con ella de algunos problemas, que suelen presentarse en el levantamiento de los planos; pero no tienen en cuenta que tales dificultades se resuelven mas fácilmente con los goniómetros.

De buen grado prescindiríamos de dar á conocer tales soluciones; pero como nos hemos propuesto no dejar dudas al que tenga paciencia para leer este voluminoso libro, vamos á ocuparnos de ellas indicando la posibilidad de conseguirlas sin hacer uso de la plancheta.

PROBLEMA PRIMERO. *No siendo posible colocar el aparato en un punto B* (fig. 317) *determinado por intersección ó por otros medios, utilizarle para fijar una estación próxima.*

(1) Se puede disminuir el error antedicho trazando todos los lados en toda la longitud de la regla de la alidada, aunque de tales rectas solo se aproveche una pequeña parte: pero se comprende fácilmente que con tantas líneas se ha de producir confusión en el plano y que de ellas solo se aprovecha la mitad de su longitud ó sean 20 centímetros á lo sumo.

Para resolver este problema, proponen en primer lugar medir en la dirección BA la distancia BB', trasportarla al plano de la plancheta y colocar esta en estación en B' orientando con $B'A$.

Para el caso en que desde B' no se pudieran ver todos los puntos, que convendría determinar y esto sucediera desde otro próximo C (fig. 318) fuera de la alineación BA, proponen que se estacione en C considerando al b como su homólogo del plano, orientando con la línea ba sobre CA, en lo cual se comete un error de orientación representado por BAC; se determina la bc visando á B y midiendo la BC con lo cual se consigue aproximadamente la situación de c y el ángulo bac dará aproximadamente tambien el error de la orientación y la dirección ca,

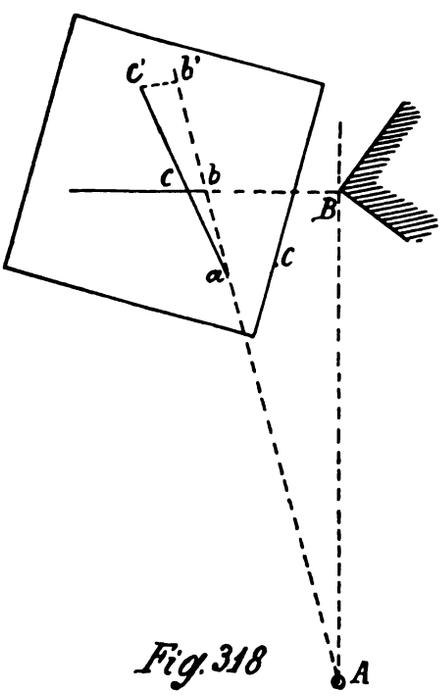


Fig. 318

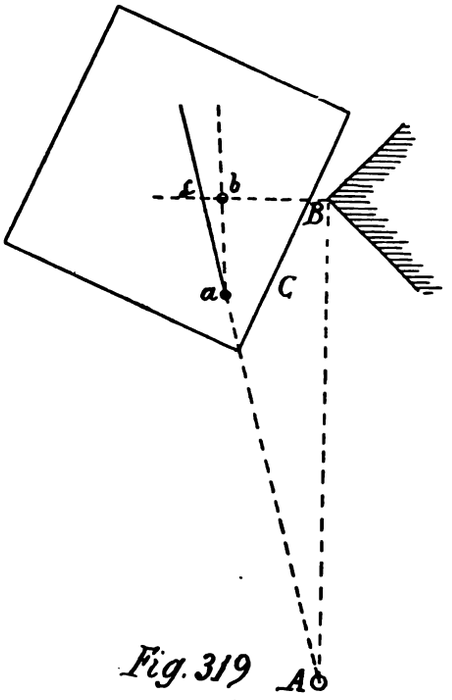


Fig. 319

que servirá para afinarla colocando la plancheta de manera que c se encuentre en la vertical de C y ca en la dirección de CA, como se indica en la fig. 319, cuya solución, que se llama por *falsa posición*, será aceptable cuando sea pequeña la distancia BC; pero no en otro caso.

Ambas soluciones son sencillísimas y mas exactas con un taquímetro; para la primera basta restar á la distancia AB la BB' para tener la situación de la estación B' y el azimut de $B'A$ será el mismo que el de BA.

Para la segunda levantando en B una perpendicular á BA, lo que por medio de las cuerdas se hace con toda precisión en pocos minutos y calculando el valor del ángulo BAC por la fórmula: Tang. $BAC = \frac{BC}{AB}$, que con la tabla de las tangentes naturales se resuelve en 1', se tendrá la corrección que se ha de hacer al azimut de AB ó de su inverso BA para tener el de CA pudiéndose orientar con esta exactamente el taquímetro.

La plancheta por consiguiente no proporciona ninguna ventaja en la resolución de este problema; por el contrario motiva mayor molestia, gasto de tiempo y menos precisión.

PROBLEMA SEGUNDO. *Determinar la verdadera situación de un punto, x, en que se hace estación, con referencia á otros tres, a, b y c, ya conocidos por sus coordenadas ó porque se hallen en el plano de la plancheta.*

Este problema se conoce con los nombres *de la carta, de vértice de pirámide* y tambien *de trisección inversa.*

Si A, B y C son los tres puntos del terreno de situación conocida, que en el plano de la

plancheta están representados por *a*, *b* y *c* (fig. 320) y se trata de determinar la del punto *x*, homólogo en ella de la estación *O*, se trazarán *A o B*, *B o C* y *C o A*, que forman los planos visuales que pasan por el punto de estación y cada uno de aquellos será el subtendido respectivamente por las líneas *A B*, *B C* y *C A;* por consiguiente si sobre las homólogas *a b*, *b c* y *c a* se construyen (fig. 321) los arcos capaces de dichos ángulos, su intersección, *x*, será el punto homólogo del de la estación y moviendo la plancheta hasta conseguir ó poco menos la superposición, se podrá orientar con cualquiera de los indicados planos visuales.

Puede también resolverse construyendo tales ángulos sobre un papel de calcar moviéndole despues hasta que las líneas en él trazadas pasen respectiva y simultáneamente por los puntos

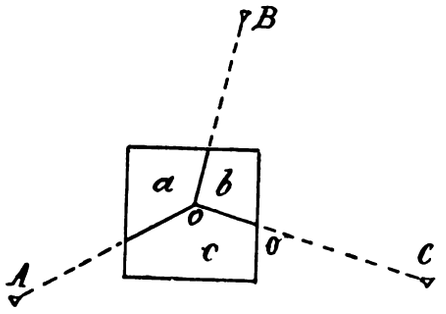


Fig 320

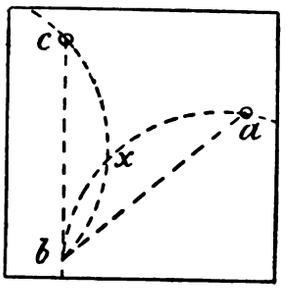


Fig. 321

a, *b* y *c* y esto conseguido marcar sobre el plano la posición del vértice común, que será la situación buscada, á cuya solución se llama especialmente *de la carta*.

Y puede finalmente hacerse por tanteos por falsas posiciones, pero es tan enojoso y motiva tal cúmulo de rectas y arcos sobre el plano de la plancheta, que no vale la pena de dar su descripción.

Midiendo los ángulos con un goniómetro se resuelve mejor y mas sencillamente este problema por medio del trasportador con *dos alidadas*.

Cuando se conocen las coordenadas de los tres puntos *A*, *B* y *C* y los azimutes *O A*, *O B* y *O C* la solución mas precisa y no difícil se consigue por el método de Pothenot, que darémos á conocer al ocuparnos de las triangulaciones; de manera que tampoco presenta ventaja alguna la plancheta en la solución de este problema, cuando se quiere conseguir con alguna precisión, aunque por el sistema *de la carta* es con ella muy sencillo y rápido.

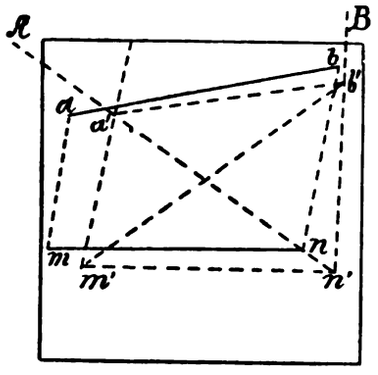


Fig. 322

PROBLEMA TERCERO. *Cambio de base.*

Puede suceder que se conozca sobre la plancheta la posición de dos puntos *A* y *B* (fig. 322) que debieran servir de base al plano, pero que no puedan utilizarse por ser imposible estacionar en ellos y en su consecuencia se quiera sustituir la base *A B* por otra de mejores condiciones sin tener necesidad de medirla ni orientarla directamente.

Al efecto se eligen los puntos *M* y *N* que la determinan sobre el terreno y en la plancheta se la supone representada por la línea *m' n'* procurando á ojo que tenga la misma dirección con relación á *a b* que la que corresponde á la base *m n*, que se busca y que su longitud sea aproximadamente la misma.

Se estaciona con la plancheta en los puntos *M* y *N* superponiendo respectivamente los *m'* y *n'* y trazando desde cada uno las visuales *m' A*, *m' B*, *n' A* y *n' B*, por intersección darán la *a' b'*.

El cuadrilátero $m'a'b'n'$ resultará semejante al M A B N y construyendo sobre la recta ab otro que tambien lo sea, quedará determinada la mn homóloga de MN, con la poca precisión, se comprende, que puede esperarse de la falsa posición de la plancheta en las dos estaciones, de una intersección sobre el plano de la misma y de la construcción gráfica de los cuadriláteros semejantes, si bien puede reducirse bastante el error procurando que el cuadrilátero se aproxime á la figura de un rectángulo de pequeña altura; de todos modos puede utilizarse este procedimiento en planos militares en campaña, que es para lo que puede servir y de ninguna manera para los de precisión, en los que por acertadas poligonaciones con taquímetro se evita la necesidad que se trata de satisfacer; pensar, como algunos dan á entender, que con las intersecciones de la plancheta se puedan conseguir triangulaciones admisibles, ni para trabajos de mediana importancia es, en nuestro concepto, olvidar el verdadero objeto de la Topografía moderna.

Problema cuarto. *Utilizar un punto cuya representación gráfica cae fuera de la plancheta.*

Supongamos que P (fig. 323) es un punto de una triangulación ó poligonación previamente realizada, en la que se han de apoyar los trabajos de la plancheta y p el homólogo del plano, que cae fuera de la hoja en ella extendida y orientada con la declinatoria, pues no hay

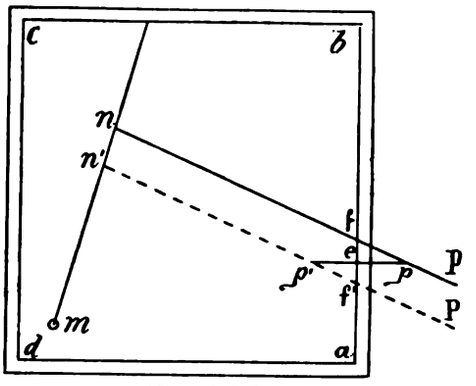


Fig 323

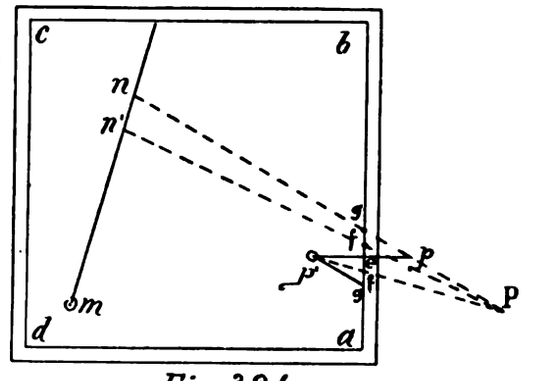


Fig. 324

otro medio de hacerlo desconociendo la situación del punto en que se estaciona, lo cual tiene el grave inconveniente de la inseguridad consiguiente á las variaciones y perturbaciones de la aguja imanada.

Dícese, que, esto hecho, se debe determinar el punto p' simétrico de p con relación al límite ab del papel y visando con la alidada el punto P se determinará el f' con la línea de fé y su simétrico f.servirá para fijar la fP, que nos dará la intersección n de otro punto visto desde m, como si sobre la plancheta tuviéramos el punto p en el caso de que P, aunque no lejano de la plancheta, lo estuviera bastante para poder suponer paralelas las visuales $n'P$ y nfP.

Conociéndose ó pudiéndose conocer por el plano general la situación relativa de los puntos m y p y el límite ab del papel de la plancheta, es fácil determinar en ella la del punto simétrico p'; pero no lo es situar la plancheta en el terreno de manera que p' se halle en la vertical de su homólogo y sin esta condición la solución del problema no es aceptable, con tanto mayor motivo cuanto que la orientación con la declinatoria es poco exacta.

Para el caso en que, por hallarse el P muy cerca del p' de la plancheta en estación, las visuales $p'P$ y fpP formaran un ángulo notable se propone la siguiente solución.

Despues de hecho lo antes dicho, por p (fig. 324) se tira la $p'g'$ paralela á fn' y tomando $eg = eg'$ apoyando la línea de fé de la alidada en g y visando á P se trazará la gn, que nos dará por intersección con la mn el punto deseado n.

Compréndese fácilmente que estas soluciones son poco prácticas y menos exactas; por lo demas la dificultad que con ellas se trata de resolver no ocurrirá con los goniómetros y es una de las muchas ventajas que ofrecen sobre la plancheta, ya poco utilizada.

CAPÍTULO III

DESCRIPCIÓN DE LOS PRINCIPALES APARATOS UTILIZADOS CON LOS PROCEDIMIENTOS MODERNOS DE LA TOPOGRAFÍA

176. — División de la materia.

Es muy general la creencia de que el Topógrafo moderno no utiliza mas que un aparato, á que se dá el nombre de taquímetro; pero basta recordar lo que en el número 46 dejamos indicado sobre la diferencia entre la Topografía moderna y la Taquimetría y en el Capítulo III de la segunda Parte de este libro sobre las diferentes maneras de medir indirectamente las distancias, para comprender que el error de tal creencia procede de una exageración y exclusivismo inadmisibles y contrarios á las prácticas usuales, puesto que en estas se utilizan muchos aparatos, que no concuerdan con el teodolito de anteojo distanciómetro y limbos graduados centesimalmente, que es al que taxativamente se refieren, aunque por medio de aquellos se consigan análogos resultados, si bien con diferencias notables bajo el concepto de la exactitud; pero como estas no son siempre favorables al taquímetro indicado, cual sucede en las nivelaciones de precisión, ni tampoco necesario conseguir tanta en muchos casos, de aquí la diversidad de formas y modelos de los aparatos, que en el comercio se encuentran y debe conocer el Topógrafo para aplicar el que mas convenga en cada caso.

Tal vez para evitar confusiones sería conveniente no utilizar la palabra taquímetro especialmente para una clase de aparatos y aplicarla adjetivadamente á todos los que permiten cumplir la condición que indica de *medir con rapidez;* pues así podría distinguirse mas facilmente, v. gr., la brújula taquimétrica de la plancheta y del teodolito, que tambien lo sean, expresando las demas condiciones características de cada aparato, pues no son iguales en todos los de cada clase y es muy importante conocerlas todas.

Esto complica extraordinariamente nuestro cometido; pero por poco acertados que estemos en su desarrollo satisfarémos mejor la necesidad, que de estos conocimientos tiene el Topógrafo, que concretándonos á describir las dos ó tres formas de teodolitos ó universales taquimétricos mas generalizados, que es lo que han hecho casi todos los Autores modernos, á excepción del ilustre Salmoiraghi, que con clasificación muy diferente describe los variadísimos aparatos que se construyen en sus acreditados talleres de Milán, y del Ingeniero americano don Salvador Echegaray (1) y algunos otros, que siguen las huellas de aquel distinguido Ingeniero constructor.

Por consiguiente y puesto que este Capítulo ha de ser en cierto modo complemento del anterior y del III de la segunda Parte, en artículos especiales nos ocuparémos:

1.° *De los niveles y clisímetros modernos.*
2.° *De las pantómetras, brújulas y planchetas taquimétricas.*
3.° *De los universales modernos ó taquímetros como generalmente se llaman.*
4.° *De los taquímetros reductores y autoreductores,* y
5.° *De las miras utilizadas con los modernos aparatos.*

(1) **Tratado de Topografía,** tomo primero. México 1897.

ARTÍCULO PRIMERO

NIVELES Y CLISÍMETROS MODERNOS

177 — Consideraciones generales.

No solo porque la diferencia de altura entre puntos determinados del terreno se consigue con mas exactitud utilizando los buenos niveles de anteojo que los goniómetros antiguos y modernos, sino porque en algunos casos es solo necesario aquel dato con precisión y no tanto conocer su situación planimétrica y en otros conviene determinarle con rapidez entre puntos distantes ó conocer aproximadamente su altitud sobre el nivel del mar, lo que por los procedimientos generales daría lugar á trabajos muy penosos, el Topógrafo no puede dejar de conocer y utilizar oportunamente los aparatos descritos en la 1.ª sección del capítulo anterior, que, como los procedimientos con ellos utilizados, pueden considerarse comunes á la antigua y moderna Topografía con la diferencia esencial de ser en la primera de uso necesario para todos los planos completos y en la segunda solo aplicables en determinados casos.

Por esta razón dimos á conocer entonces, entre algunos sencillos, los mas perfeccionados aparatos y en este lugar solo harémos algunas consideraciones complementarias relativamente á los niveles y clisímetros y no á los barómetros, porque ya entonces digimos cuanto es necesario conocer.

178 — Niveles.

Pueden considerarse como correspondientes á la moderna Topografía los de potente anteojo analático ó al menos distanciómetro y muy especialmente los que ademas tienen buena brújula ó limbo azimutal, porque con ellos se puede determinar la posición relativa de todos los puntos característicos del terreno, *cuando estos no ofrecen diferencias notables en su altura relativa.*

No es condición esencial que la *graduación de los limbos indicados sea sexagesimal ó centesimal;* pero, como esta ofrece ventajas indudables en la lectura, anotación y cálculos subsiguientes, es la que se debe considerar como característica de todos los aparatos modernos y á ella se acomodan la mayor parte de las Tablas y aparatos de cálculo especialmente destinados á simplificar los trabajos de gabinete.

Otra condición tienen algunos niveles, que, si no es característica de la Topografía moderna, implica un perfeccionamiento digno de tenerse en cuenta, porque permite extender la aplicación de tales *niveles taquimétricos.*

A los que la tienen se les dá el nombre de *niveles inclinómetros,* porque se puede inclinar el eje de colimación del anteojo hasta mas de 2° (1) y medir con grande precisión esta inclinación evitando la dificultad, que presentan los de visual invariablemente horizontal, de no poderse operar cuando entre el punto de observación y el visto hay mayor diferencia de altura de la que permite medir la mira, ó cuando un objeto cualquiera se interpone imposibilitando la lectura; y aquella condición es muy importante, porque se evita mucho trabajo y pérdida de tiempo, ya que sucede muchas veces con los niveles ordinarios hay que reducir considerablemente la magnitud de las niveladas ó, lo que es más enojoso, despues de puesto en estación el aparato resulta inutil este trabajo por no poderse leer la altura de mira á causa de la interposición de la rama de un arbol, etc., ó porque aquella no alcanza por encima ó por debajo de la visual horizontal.

---

(1) En el modelo de Salmoiraghi, figura 326, de que luego hablarémos, la inclinación puede llegar á 2° — 51′ — 40″ según se deduce de su descripción y figura (Istrumenti e metodi moderni, pág. 652 y siguientes) aunque aquel Ingeniero dice, sin duda por error de imprenta, que alcanza á 4° por encima y por debajo de la horizontal.

Cierto es que la dificultad no se resuelve de plano con los niveles inclinómetros, porque solo dan la medida de las pequeñas inclinaciones en que el eje de colimación se coloca; pero como tambien con ellos se determina la distancia entre el punto de estación y el visto, con el auxilio de una pequeña Tabla de tangentes se calcula en pocos minutos la *corrección de altura de mira* ó sea lo que se ha de sumar ó restar á la directamente leída.

Cuando el tornillo micrométrico al efecto utilizado está bien graduado permite medir sencillamente la sensibilidad de los tubos de burbuja del aparato (1) ó los sueltos y aquellos se comprueban mutuamente en muchas observaciones si se corresponde la sensibilidad del nivel y la apreciación del tambor del tornillo micrométrico *indicando siempre la descentración de la burbuja* el sentido de la inclinación y por consiguiente si se ha de sumar ó restar la magnitud de la tangente para tener la verdadera altura de mira.

Al hacer las comprobaciones y correcciones del aparato se debe observar si á la exacta centración de la burbuja corresponde la coincidencia del índice con el cero del tambor y en caso negativo hacerla moviendo este, á cuyo efecto no suele estar atornillado sino enchufado á fuerte rozamiento en algunos modelos como el de la figura 326.

El uso de esta parte del aparato es muy sencillo; supongamos que la unidad de la graduación del tambor del tornillo micrométrico valga 5″ (2) y que por no verse la mira con la visual horizontal haya necesidad de inclinarla hácia arriba de manera que el índice señale 25 divisiones ó sean 125″.

No habrá entonces dificultad en leer la altura de mira señalada por el hilo axial y el superior y con su diferencia se tendrá la distancia horizontal, teniendo en cuenta la magnitud de este ángulo diastimométrico, porque tal inclinación no tiene influencia sensible en la distancia.

Pues bien; multiplicando esta por el coeficiente dado en la Tabla, previamente calculada, para la inclinación de 125″, se tendrá la *corrección de la altura de mira*, que en este caso se habrá de restar de la leída con el hilo axial para tener la altura de mira correspondiente á la visual horizontal, es decir que si la distancia fuera, v. g., de 115 metros, como el valor del arco, del seno y de la tangente, que para ángulos menores de 60′ se pueden considerar iguales, sería de 60′60 mm. para el radio de 100 metros, 60′60 × 1′15 = 69′69 mm. sería la corrección de la altura de mira.

La Tabla de tangentes para los ángulos menores de 60′, que son los ams utilizados en los *niveles inclinómetros*, se calcula muy sencillamente mediante las fórmulas (A), del núm. 6; pues basta dar á a'' los valores sucesivos de 5″, 10″, etc., ó los que convenga conocer y á r^m el de 100 metros para tener el valor de la tangente correspondiente á cada inclinación á la distancia de 100 metros, *cuidando en su aplicación de dividir tambien por 100 la distancia resultante.*

Como es frecuente la apreciación de 5″ en los aludidos tambores y por otra parte sería fácil utilizar una Tabla de esta base en todos los demas casos, para evitar molestias á los Topógrafos creemos oportuno consignar á continuación una para los ángulos menores de 6′, que será la de uso mas general (3).

Si al hacer las comprobaciones y correcciones del aparato resultara que la unidad del tambor no correspondía exactamente á 5″, á 10″ ó á los que indicara el catálogo ó instrucción que le acompañara, sería fácil construir una Tabla semejante á la anterior, que le fuese especialmente aplicable y lo mismo se haría en el caso en que el valor de tal unidad no se correspon-

---

(1) Esto sucede en los modelos de Salmoiraghi y Laguna, figuras 205 y 325 de que luego hablarémos, porque teniendo el tubo de burbuja sobre el anteojo con él se inclinan.

(2) Conviene comprobar y deducir exactamente este valor para no incurrir en errores graves.

(3) Los Topógrafos que disponiendo de esta clase de aparatos desearan utilizar una Tabla semejante en toda la inclinación posible, harán bien en calcularla de 10″ en 10″ utilizando la fórmula ordinaria especialmente para los ángulos mayores de 30′ al objeto de tener mayor precisión, pues la diferencia entre el seno y la tangente á la distancia de 100 metros es ya, á 30′ de 1′3 mm.; á 60′ de 2′5 mm., á 1° 30′ de 10 mm. y á 2° de 21 mm. que no se pueden despreciar.

diera con el supuesto de 5" ó un múltiplo sencillo de él, aunque en todos los casos podría utilizarse la anterior conociéndose el número de segundos de la inclinación, haciendo en caso necesario la interpolación oportuna.

TABLA DE TANGENTES DE LOS PEQUEÑOS ÁNGULOS PARA EL RADIO DE 100 METROS

Áng. en "	Tang. en mm.	Áng. en "	Tang. en mm.	Áng. en "	Tang. en mm.	Áng. en "	Tang. en mm.	Áng. en "	Tang. en mm.	Áng. en "	Tang. en mm.
5"	2'424	65"	31'512	125"	60 601	185"	89'690	245"	118'779	305"	147'867
10"	4'848	70"	33'936	130"	63'025	190"	92'114	250"	121'203	310"	150'291
15"	7'272	75"	36'360	135"	65'449	195"	94'538	255"	123'627	315"	152'715
20"	9'696	80"	38'784	140"	67 873	200"	96'962	260"	126'051	320"	155'139
25"	12'120	85"	41'208	145"	70'297	205"	99'386	265"	128'475	325"	157'563
30"	14'544	90"	43'632	150"	72 721	210"	101'810	270"	130'899	330"	159'988
35"	16'968	95"	46'056	155"	75'145	215"	104'234	275"	133'323	335"	162'412
40"	19'392	100"	48'480	160"	77'570	220"	106'658	280"	135'747	340"	164'836
45"	21'816	105"	50'904	165"	79'994	225"	109'082	285"	138'171	345"	167'260
50"	24'240	110"	53'328	170"	82'418	230"	111'506	290"	140'595	350"	169'684
55"	26'664	115"	55'752	175"	84'842	235"	113'930	295"	143'019	355"	172'108
60"	29'088	120"	58'177	180"	87'266	240"	116'355	300"	145'443	360"	174'532

Para determinar el valor de la unidad del tambor del tornillo micrométrico se procede exactamente lo mismo que para calcular la sensibilidad de los tubos de burbuja inclinando el anteojo por medio del tornillo micrométrico de manera que el índice señale en el tambor 10 unidades, y viendo la altura de mira que corresponde á esta inclinación y aún para esto puede servir la Tabla precedente, porque es claro que si á 10 unidades corresponde una altura de mira de poco mas de 24 mm. á 100 metros de distancia, es consiguiente que la inclinación es de 50" y el valor de la unidad de aquel de 5".

Conviene fijar la atención en los datos de la Tabla precedente, pues pone bien en evidencia lo que tantas veces hemos dicho sobre la inutilidad de los exfuerzos que algunos hacen pretendiendo leer el milímetro de la mira cuando la sensibilidad de los tubos de burbuja no alcanza á 10", pues ya se vé que con ella, y es apenas soportable en los aparatos topográficos, la indeterminación por esta sola causa es de cerca de 5 mm.: esto no quiere decir que no se deba poner sumo cuidado en la lectura de la mira, sino que no se deben extremar las precauciones para conseguirla al milímetro, ni mucho menos hacerse la ilusión de que se consigue la nivelación con tanta exactitud en distancias de 100 ó mas metros con aparatos provistos de tubos de burbuja de sensibilidad inferior á 20" y 25", como hay tantos en el comercio, aunque se tomen todas las precauciones aconsejadas, *porque la inseguridad existe siempre dentro de los límites señalados en la Tabla anterior y los mayores consiguientes á la combinación de las lecturas de la observación completa y si bien muchas veces las compensaciones fortuitas conducen á resultados mas exactos, el buen Topógrafo no debe confundirlas con la precisión posible y necesariamente conseguida con su trabajo, ni hacerse ilusiones muchas veces funestas.*

Finalmente los *niveles inclinómetros,* cuando su tornillo micrométrico es de muy esmerada construcción, *permiten medir las distancias por el sistema de tangentes,* mas sencillo, pero análogo, que el de *diferencia de tangentes,* si se puede leer la altura de mira correspondiente á la visual horizontal y á la de pequeña inclinación, ó en otro caso el 2.° con dos de estas con mas precisión que el que explicamos en el número 76; pues por su medio se aprecia mejor el ángulo vertical y en el primer caso, conocido su valor para una altura de mira, que puede ser de 50 á 100 centímetros, se calcula fácilmente la distancia horizontal por medio de la fórmula

$$D = \frac{m \times 206.265}{n''}$$

que se deduce de las del grupo (A) del número 6 y en la que

D es la distancia horizontal buscada
m la altura de mira en metros y
n″ el número de segundos acusados por el tambor del tornillo micrométrico.

Este recurso puede utilizarse en el caso de que los hilos que determinan el ángulo diastimométrico de la estadía del anteojo del nivel inclinómetro no sirvieran por cualquier motivo; pero nada mas que en este caso, *porque nunca el sistema de tangentes ó de diferencia de tangentes dará tanta seguridad, comodidad, ni precisión como el de la estadía* y aunque se puedan apreciar los ángulos tanto como se hace con los tornillos micrométricos, la necesidad de hacer dos observaciones distintas con movimientos del operador exponen á errores graves, aunque con los inclinómetros no tanto como con los teodolitos (1).

Todo esto consignado démos brevemente á conocer algunos modelos de estos interesantes aparatos; pues de los de visual obligada con anteojo distanciómetro y brújula ó limbo azimutal, que son los mas propios de los modernos procedimientos, ya comprendimos bastantes en la primera Sección del Capítulo precedente y entre ellos puede cada uno elegir el que mas le convenga.

El de grande precisión de Salmoiraghi representado en la figura 205, que repetimos para comodidad del lector, aunque carece de brújula y limbo azimutal, le hemos de comprender el primero entre los *inclinómetros* y si con aquella condición se limitara su sensibilidad á 10″ podría ser de mas general aplicación en los terrenos poco accidentados con los modernos procedimientos: indicamos el límite de 10″ á la sensibilidad de los tubos de burbuja para tales casos, porque la de 3″ á 5″ hace muy embarazoso su manejo especialmente en los terrenos algo movedizos y en la generalidad de los trabajos aquella es suficiente.

En el mismo caso se encuentran los dos modelos de *inclinómetro*, que ahora construye Laguna en Zaragoza; como no difieren mas que en la brújula, que uno tiene y el otro no, representamos el segundo en la figura 325.

Sus condiciones principales son las siguientes:

Anteojo astronómico de 45 mm. de abertura y 43 á 54 centímetros de distancia focal y ocular Ramsden con amplificación de 24 á 28 diámetros.

A petición del comprador se hace distanciómetro con estadía de Reichembach ó de Porro.

El tubo de burbuja es de 14 á 16 centímetros de largo y 20 mm. de diámetro con depósito regulador de la burbuja, cuya sensibilidad es de 5″.

La unidad del tambor es de 5″.

Las demas condiciones las indica suficientemente la figura (2) y las comprobaciones y correcciones son las indicadas (número 121) para el nivel austriaco, á cuyo tipo pertenecen este y el modelo anterior de Salmoiraghi.

Este Ingeniero construye otro modelo, representado en la figura 326, que siendo mas eco-

---

(1) El nivel distanciómetro de Stampfer muy apreciado y utilizado en Austria no difiere del modelo, figura 326, de Salmoiraghi sino en que el tubo de burbuja está unido al anteojo y con él se inclina, como sucede al de Laguna, figura 325, y para medir las distancias utilizaba la magnitud de 1 metro para las menores de 100 y 2 metros para las mayores determinados en la mira por medio de dos planchas, enteramente igual á como se procede en el sistema de diferencia de tangentes.

El tornillo micrométrico le utilizan mucho los Ingenieros norte-americanos con el nombre de *gradienter* en sus teodolitos y segun dice el ilustrado Ingeniero mejicano D. Salvador Echegaray en la página 331 del vol. I de su excelente Tratado de Topografía (1897), le prefieren á la estadía, por cuyo motivo le explica allí con suficientes detalles; no obstante la opinión respetable de los aludidos Ingerieros persistimos en la que dejamos consignada y lamentamos que aquellos y los que en España utilizan el sistema de diferencia de tangentes con teodolitos ordinarios, así como la diferencia de pendientes, no se hagan cargo de la verdadera precisión con que por estos sistemas miden las distancias y de los errores á que se exponen; los Topógrafos deben tener en cuenta que los planos así conseguidos no se sujetan á comprobación y que si los aplicaran á los catastrales pronto se convencerían de su infundada opinión; el Sr. Echegaray tendrá ocasión de comprobarlo en el excelente catastro que está realizando en el estado de México, si se decide á hacer la prueba.

(2) Su precio en Zaragoza es de 565 pesetas y con brújula de 90 mm. de diámetro 580 pesetas.

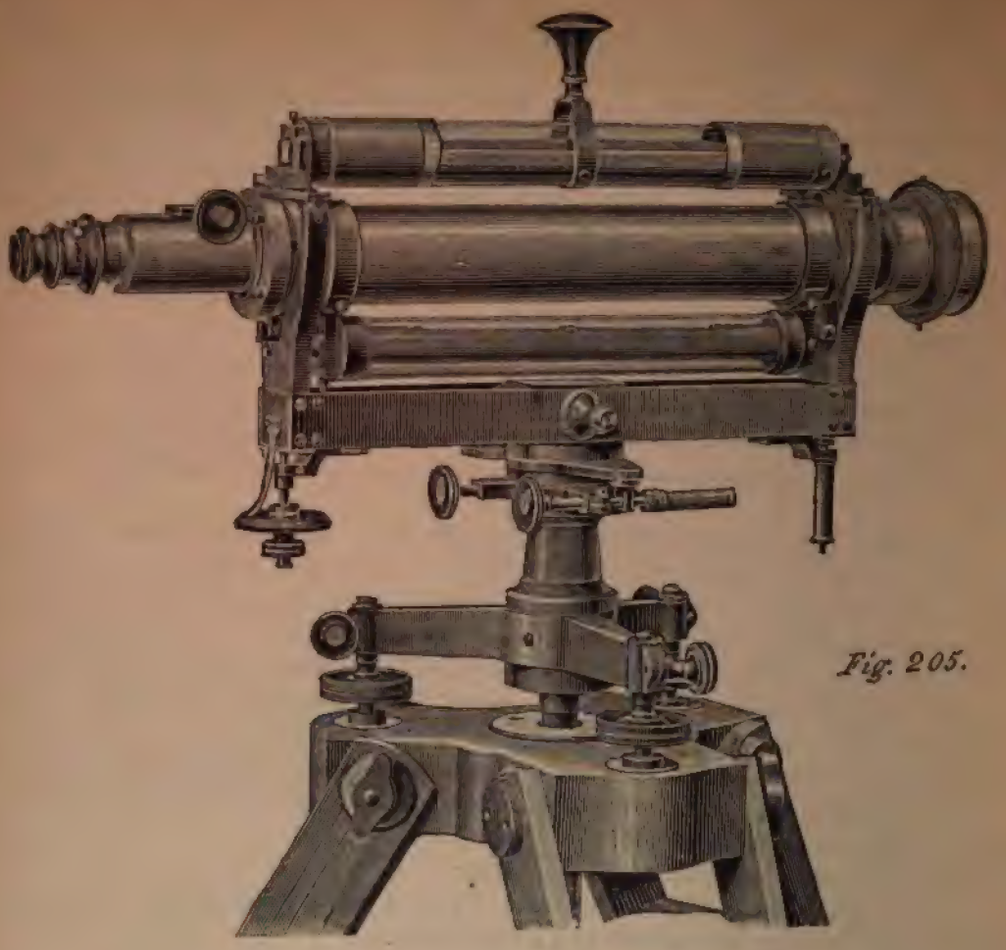


Fig. 205.

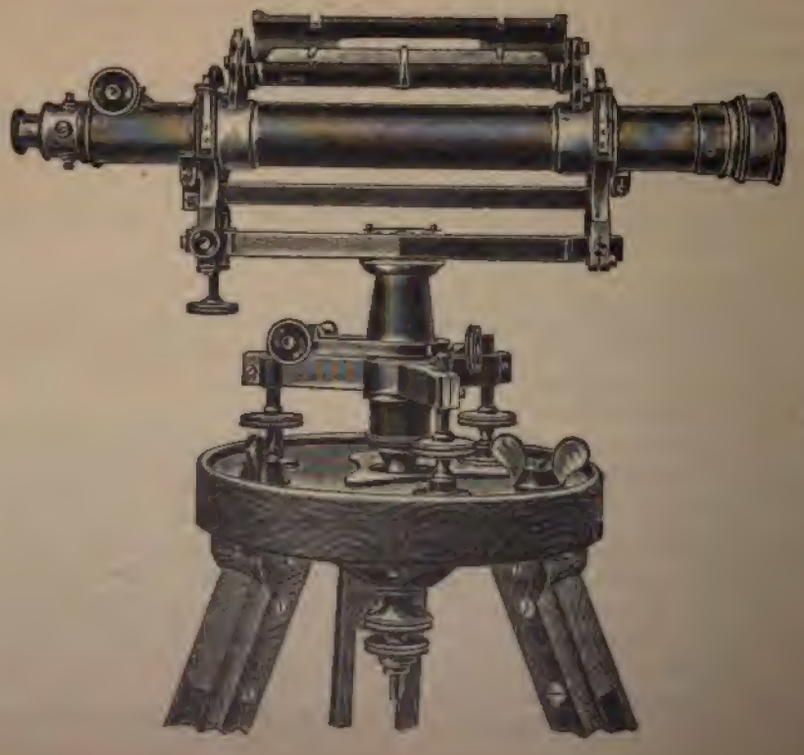


Fig. 325

nómico que los dos precedentes se acomoda mejor á las exigencias de los nuevos procedimientos.

Con los detalles necesarios para justificar sus diferencias relativamente al *nivel con anteojo y distanciómetro* propuesto por el Profesor Stampfer de Viena en 1836, le describe en su excelente libro «Istrumenti e metodi moderni», página 651-654, donde se puede enterar de ellas el que lo desee.

Nos limitarémos á exponer sus condiciones esenciales como inclinómetro, pues las propias de nivel ya las indica bastante la figura 326.

El anteojo tiene 40 mm. de abertura, es analático y tiene un retículo compuesto con dos ángulos diastimométricos, como en el clepe modelo mediano de que luego nos ocuparémos.

Tiene un limbo azimutal con movimientos brusco y de coincidencia, que permite medir todos los ángulos planos con precisión de un centígrado.

Fig. 326

El mecanismo de inclinación solo afecta al anteojo, lo cual, si tiene la ventaja de hacer ver mediante la posición de la burbuja si el aparato se mueve durante la observación, tambien el inconveniente de obligar á cuidar mucho de la coincidencia exacta del índice con el cero de la escala vertical, cuando se supone horizontal la visual, pues de otro modo se podrían cometer graves errores; para evitar este inconveniente sería muy útil colocar otro tubo de burbuja de igual sensibilidad sobre el anteojo, tal como se hace en el modelo de la figura 205, lo que además facilitaría la comprobación de los collares.

En la figura 327 se detallan las condiciones del mecanismo de inclinación: cuando la flecha-índice *i*, coincide con el cero de la escala de partes iguales grabada en uno de los montantes del anteojo y el otro índice con el del tambor, el eje de colimación y el del tubo de burbuja son paralelos, esto es, aquel horizontal y cada graduación de la escala representa el recorrido de la pieza móvil con una vuelta exacta del tornillo ó sea el paso de rosca de este; como se vé pueden apreciarse los pasos de rosca por encima y por debajo.

El tambor está dividido en 100 partes pudiéndose apreciar la centésima del paso de rosca y como esta es tal que á cada una corresponden 5 mm. de altura de mira á 100 metros de distancia, resulta ser la tangente de $\frac{5}{100.000} = 10'3''$, que es la apreciación ó valor de la unidad del tambor en arco.

Por consiguiente con este aparato, en que no se toma por base el ángulo de inclinación sino el valor de la tangente á 100 metros de distancia, no hay necesidad de la Tabla antes explicada; pues basta multiplicar la mitad del número resultante de colocar ordenadamente la cifra leída en la escala recta y las del tambor por la décima de la distancia para tener en milímetros la corrección que se ha de hacer á la altura leída en la mira, debiendo ser la corrección aditiva si el índice *i* está sobre el cero y sustractiva en el caso contrario *cuando el montante móvil está de la parte del ocular y lo contrario si de la del objetivo.*

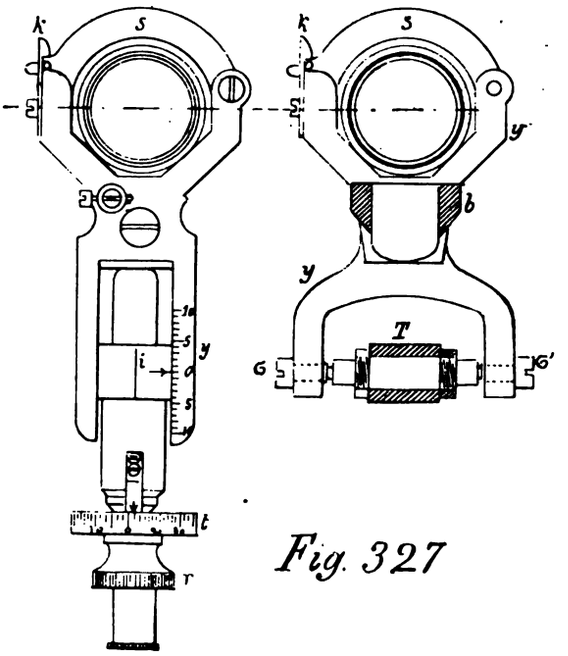


Fig. 327

Supongamos: que la flecha-índice *i* está sobre la 4.ª división y que el otro índice señale en el tambor 48 unidades;
el número de estas será 448
y como á cada una á la distancia de 100 metros le corresponden 5 mm., á la inclinación total corresponderá 2.240 mm. ó 22'4 por metro, lo que equivale á tomar la mitad del número 448 y dividirla por 10 y como el coeficiente 22'4 hay que multiplicarle por la distancia en metros, esto equivale á multiplicar la mitad del número por la décima de la distancia para conseguir en milímetros la diferencia de altura buscada.

Como en el caso indicado la inclinación de la visual es hácia abajo la corrección es aditiva.

Para que la inclinación que se dá al anteojo se efectúe sin dificultad, el otro montante se une á la barra inferior por dos tornillos σ' que hacen de eje.

Si los dos modelos anteriores pueden utilizarse con ventaja en las nivelaciones de grande precisión, es indudable que el último será de mayor aplicación en los estudios de proyectos de aguas, ferroviarios, etc. y en general para el levantamiento de planos en terrenos muy poco accidentados, pues solo permiten la inclinación máxima en ambos sentidos de 2°, 51', 40" ó sea la pendiente de 5 por 100; pero así y todo puede ser de grandísima utilidad y en éstos casos preferible á los mas pesados, complicados y costosos teodolitos taquimétricos (1) especialmente en los estudios de canales de riego, drenajes y otros semejantes, porque se consigue con mucha mayor exactitud la nivelación y con no menor la planimetría.

(1) Su precio en Milán es de 480 liras.

Es de advertir que en el catálogo se dice que su apreciación directa es de 5", tal vez se consigne esto porque no es difícil de apreciar á ojo la mitad de la unidad del tambor: ya hemos visto que esta equivale á 10'3" ó mejor aún á 5 mm. á 100 metros.

179 — Clisimetros modernos.

Como tales se han de considerar los modelos de Salmoiraghi, Laguna y Sanguet descrito este en el número 88 y los dos primeros en el número 145 y de cuyo destino nos ocupamos en el 146.

Tambien hasta cierto punto pudieran entre ellos comprenderse los *niveles inclinómetros;* pero como son tan limitadas las pendientes que con ellos se miden que casi no tienen otro destino que el de evitar los inconvenientes de la visual obligada horizontal, hemos creído mas oportuno considerarlos como niveles perfeccionados incluyéndolos entre estos.

No sucede lo mismo con el llamado por los ingleses

Gradient-telemeter Mining Dial ó

Nivel telémetro de pendientes de J. Short,

como se dice en la instrucción que en castellano reparte el constructor londonense L. Casella; pues, con una forma mas cómoda que la de los precitados clisimetros, permite medir las pendientes desde 1 por 200 á 1 por 10 de la distancia.

Como ya digimos en el número 87 no hemos tenido ocasión de manejar este aparato, ni la instrucción suministra datos bastantes para juzgar de su precisión y por esto nos limitarémos á describirle según lo que con bastante confusión resulta de aquella.

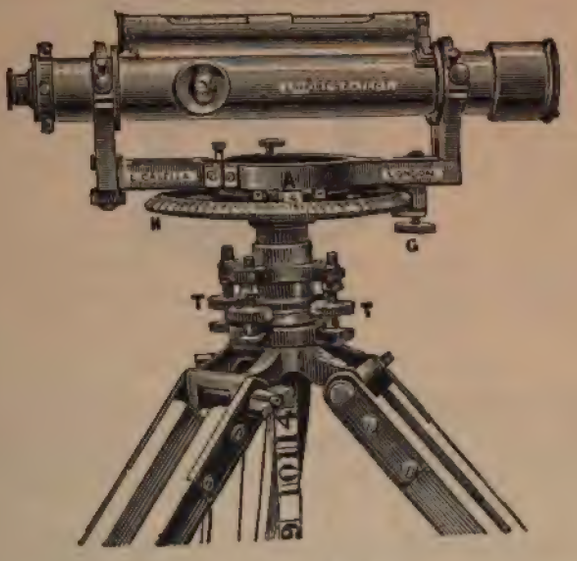


Fig 328

Dos modelos principales se construyen: uno sencillo con brújula, como aparece en la figura 328 y otro ademas dotado de limbo azimutal unido á la base de aquella como se indica en la figura 329.

Aunque el segundo será preferible, porque dará los ángulos horizontales con mucha mas seguridad, al primero nos hemos de referir para que mejor se comprenda esta breve descripción, porque de él se ocupa la instrucción de Casella, de que la estractamos.

Nada de particular ofrecen el trípode, el juego ni el eje que se levanta en el centro de la plataforma de este para servir al movimiento del limbo especial H solo ó con toda la parte superior, como en los teodolitos.

Pero el limbo H no está graduado para medir ángulos sino para expresar, mediante un índice *A* unido á la base de la brújula, las pendientes correspondientes á la inclinación que toma el eje de colimación del anteojo girando sobre un eje especial interior al limbo H, que es lo que dá á este aparato de una manera especial las condiciones de clisímetro; mientras que,

cuando apretando el tornillo con presilla *G* se inutiliza este movimiento, el que recibe la parte superior del aparato alrededor del eje inferior le convierte en nivel, *cuando coincide el índice A con la pendiente cero.*

Lo que no se comprende bien es como el índice *A* pueda en el giro de inclinaciones continuar adaptándose al limbo *H*, que permanece horizontal, mientras la pieza en que aquel se encuentra, como toda la parte superior, tomará inclinaciones hasta de 10 por 100; en estas indudablemente se inutilizarán las indicaciones de la brújula y del tubo de burbuja; pero este no es inconveniente apreciable, pues pueden utilizarse oportunamente, y lo segundo servirá precisamente para comprobar la coincidencia del índice *A* con la pendiente *cero;* pero no para ver si

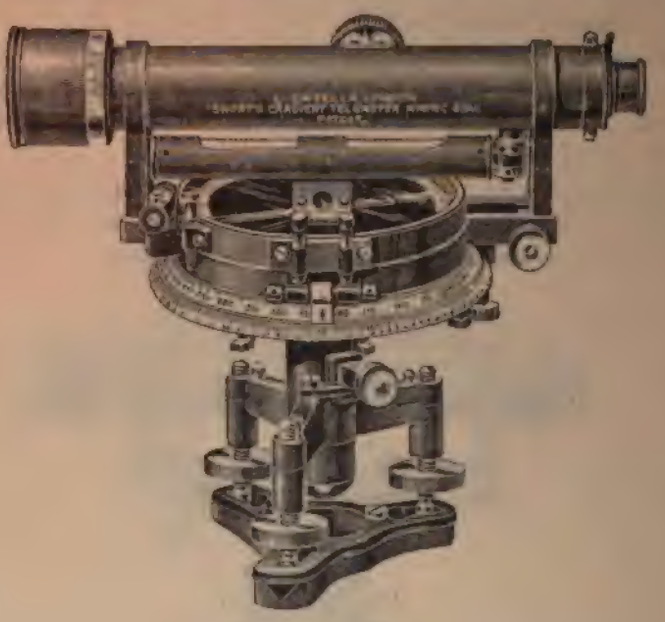


Fig 329

el limbo *H* sufre alguna inclinación durante la observación de las pendientes sucesivas y este es el que es inconveniente que puede dar lugar á errores, porque con los movimientos del terreno por los del operador se pueden producir aquellas inclinaciones accidentales y momentáneas.

Ya hemos dicho que la graduación de este limbo comprende las pendientes de 1 por 200 ó 0'005 por 1, hasta 1 por 10; pero no se consignan como se suele hacer en los clisímetros, sino que se expresan las distancias á que segun la inclinación del anteojo corresponde una unidad de altura (1), lo cual multiplica extraordinariamente las pendientes especialmente en los enormes limbos utilizados al efecto, como luego verémos; pero no se acomoda bien á nuestras costumbres.

Esto sin embargo sería fácil conseguirlo y lo verdaderamente especial del aparato consiste en la manera de producir la inclinación del anteojo y de medirla con el índice *A* en el limbo *H*, lo que dá á este clisímetro una forma mucho mas cómoda que la de todos los antes descritos.

Como las inclinaciones se hacen en un solo sentido, para medir las *rampas* y las *pendientes* se ha de cambiar la posición del anteojo en sus collares y al objeto de facilitarlo y evitar equivocaciones en un montante está escrita la palabra «Rise» (subida) y en el otro «Fall» (bajada) siendo la mas próxima al ocular la que indica la clase de inclinación.

(1) En la instrucción se hace referencia á pies ingleses; pero es lo mismo referirlos á metros teniendo las unidades métricas; la relación es igual.

Las condiciones generales de las distintas partes del aparato parecen excelentes; pero no podemos decir sobre ellas sino que la abertura ó diámetro del objetivo del anteojo es de 1 $^{7}/_{10}$ pulgadas ó 43'18 milímetros.

Las comprobaciones y correcciones de este aparato, considerado como nivel, son las mismas explicadas en el número 127 para los del *tercer tipo:* las que le corresponden como clisímitro se reducen á la siguiente.

Hecha la coincidencia del índice *A* con la pendiente *cero* y puesto el aparato en estación como de ordinario, se coloca á la distancia de 100 metros, v. gr., una mira fijando su plancha á la altura del eje de colimación y despues á la de un metro mas, por ejemplo; como esta segunda posición de la plancha corresponde á la *rampa* de 1 por 100 se hace coincidir el índice *A* con el número 100 del limbo H y apretando el tornillo *G* se dirige la visual á la plancha: si coincide con su línea de fé, la condición se verifica; en otro caso se afloja el tornillo *G* y sosteniendo el anteojo en la misma dirección con una mano con la otra se mueve el limbo *H* hasta conseguir la coincidencia deseada; se aprieta el tornillo *G*, se comprueba la coincidencia y despues se hace la del índice *A* con el número 100 del limbo *H* moviendo oportunamente los tornillos de corrección.

Para hacer el movimiento del limbo *H* lleva por debajo unas piezas, como se ve en la figura 329.

No debe olvidarse de colocar el anteojo en la posición conveniente para que su inclinación en este caso corresponda á *rampas* y no á *pendientes*.

Hecha esta corrección se debe repetir la comprobación con otras pendientes; por ejemplo, con el número 80 que corresponde á la de 1'25 por % subiendo la plancha 1'25 metros en lugar de uno sobre la altura del eje de colimación con el número 50 dos metros, y así con otros, en que es fácil de calcular la altura que corresponde con cada una á la distancia de 100 metros, á que se ha puesto la mira (1).

El *manejo* de este aparato es sumamente sencillo.

Para utilizarle *como nivel* basta hacer la coincidencia del índice *A* con el cero del limbo *H* y apretar el tornillo *G*, haciéndose después sus comprobaciones y correcciones y poniéndole en estación como cualquiera de los niveles del *tercer tipo* (n.° 127).

Para utilizarle *como clisímetro* se procede de la manera siguiente.

Supongamos que se quiere determinar la *pendiente* entre dos puntos del terreno.

Despues de examinar si el anteojo está colocado en sus collares para fijar *pendientes* ó colocándole en la posición correspondiente sino estuviera en ella, se pone el aparato en un punto en estación como de ordinario y en el otro la mira con la plancha fija á la altura que el eje del anteojo en el centro de este está sobre el terreno; se dirige hácia ella el anteojo y aflojando el tornillo *G* y sugetando suavemente el anteojo con una mano con la otra se hace girar el limbo *H* hasta que la visual pase por la línea de fé de la plancha de la mira; en este caso el índice *A* dirá la pendiente en la forma ya dicha, esto es *expresando la distancia á que con tal inclinación corresponde la altura de una unidad*, pié, metro ó la que fuere la utilizada en la mira.

Si por el contrario en el terreno se quieren señalar puntos que con el de estación determinen una pendiente dada, basta hacer coincidir el índice *A* con tal pendiente, apretar el tornillo *G* y fijando la plancha de la mira á la altura del eje de colimación del anteojo, en su centro, irla colocando en los puntos del terreno que se juzguen más convenientes hasta que la visual pase por la línea de fé de la plancha, porque aquella tiene la inclinación correspondiente á la pendiente deseada.

Para utilizarle *como diastímetro*, en cuyo concepto su Autor le considera de grande importancia, podría procederse como en el número 87 dejamos explicado para el sistema de pendien-

(1) Suponemos utilizada una mira de plancha por ser con ella menos molesta la observación; pero se comprende que lo mismo puede hacerse con una mira parlante, cuidando de ver si en cada caso coincide la visual con la altura correspondiente á la del eje de colimación mas la que corresponda á la inclinación utilizada.

tes; pero no creemos inoportuno exponer el procedimiento empleado por algunos Ingenieros ingleses (1).

Supongamos que se quiere medir la distancia del punto *A* al *B* (fig. 330).

Puesto el aparato en estación en *A* y la mira en *B*, si la visual horizontal *A' B'* no encuentra la mira, se inclinará de la manera antes dicha, el anteojo, hasta que se vea aquella; si esto sucede, v. gr. con la pendiente de 1 por 103 se hace la coincidencia del índice *A*, con el número 100 que es el de decenas mas próximo y con esta inclinación se lée la altura de mira, que suponemos sea de 3'458 metros.

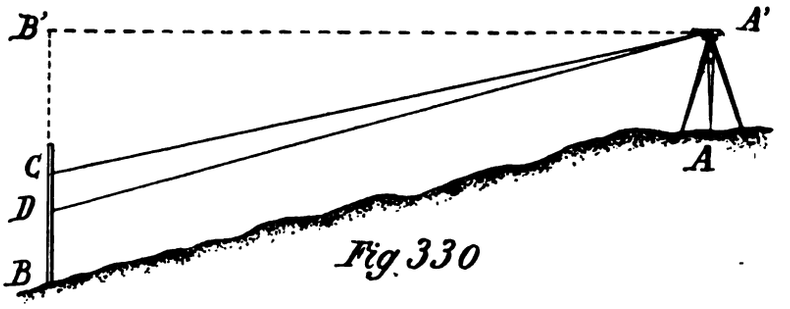


Fig. 330

Se inclina el anteojo hasta la pendiente de 1 por 50 y se lée nuevamente la mira, que da 1'864 metros.

Hallando la diferencia de estas dos lecturas

$$3'458 - 1'864 = 1'594$$

los centímetros, 159'4, darán la distancia en metros.

Esto es fácil de comprender, porque como la 1.ª pendiente corresponde á 1 centímetro por metro y la 2.ª á 2 centímetros por metro, la diferencia será la altura con la pendiente de 1 centímetro por metro y la distancia en metros igual al número de centímetros de la diferencia.

Para que pueda aplicarse en todos los casos se hacen distintas combinaciones ó *pares de pendientes* que den el mismo resultado, como los siguientes que se consignan en la instrucción.

Pares de pendientes

P. 100	66 2/3	60	50	33 1/3	25	20	12 1/2	11 1/9
P. 50	40	37 1/2	33 1/3	25	20	16 2/3	11 1/9	10

En efecto: el primer par corresponde á las pendientes de 1 y 2 centímetros por metro ó sea 1 centímetro por metro de la diferencia.

El segundo par corresponde á las pendientes 2'5 y 1'5, cuya diferencia es 1 centímetro por metro.

El tercer par corresponde á las pendientes 2'666... y 1'666... y así de los demas.

Tambien se pueden elegir dos pendientes cualesquiera dupla la una de la otra, hallar la diferencia de la altura de mira y multiplicarla por el número que representa la menor para tener la distancia.

Es decir que si con las pendientes 140 y 70 leemos respectivamente en la mira

P. 140 = 3'250
P. 70 = 1'763
Dif.ª = 1'487
× 140
5948
1487
Producto = 208'18 metros = distancia pedida.

(1) Estos utilizan miras de 14 ó 16 pies, equivalentes respectivamente 4'2672 y 4'8768 metros, subdivididos en centésimas y en pies miden las distancias; pero como en la mayor parte de las naciones está adoptado el metro como unidad lineal, á él nos ajustarémos.

En efecto con la pendiente 140 se señala en la vertical de la mira una magnitud igual á $^1/_{140}$ de la distancia horizontal y con la de 70, $^1/_{70}$ ó $^2/_{140}$ de la misma distancia; luego la diferencia de altura de mira expresará $^1/_{140}$ de la distancia horizontal y para tener esta bastará multiplicar aquella por el número mayor.

Para facilitar la multiplicación se eligen pendientes correspondientes á decenas completas y las menores posibles, por ejemplo, 80 y 40, 60 y 30, etc.

La diferencia de alturas se determina como ya explicamos en el número 87, conociendo la distancia, la altura de mira y del instrumento y las pendientes.

Al elogiar con entusiasmo este aparato, le comparan sus encomiadores con los inconvenientes que ofrece la medición de las distancias con la cadena, como si no se conocieran otros medios de medirlas y es verdaderamente sorprendente que así se haga cuando los Ingenieros ingleses no deben desconocer los sistemas de la estadía y el utilizado en el omnímetro de Eckhold y lo procedente sería compararle con este y los excelentes taquímetros de Trougthon, ya que no lo hicieran con los demas que fuera de su patria se construyen.

En el número 87 consignamos los inconvenientes del sistema de diferencia de pendientes; tal vez no sean tantos en el aparato de que tratamos por las condiciones de su especial construcción y tal vez tambien con las grandes dimensiones de 12, 14 y 16 pulgadas que se dan al limbo *H* sea posible apreciar mucho mejor que con los clisímetros las pendientes; si así sucediese y resultara seguridad en los movimientos de inclinación, aunque siempre ofrecerán el inconveniente de necesitar al menos dos operaciones distintas con los movimientos correspondientes del operador para cada observación, digno es de estudio este clisímetro y de comparación con los buenos taquímetros y clisímetros, especialmente el modelo representado en la figura 329; por no haber tenido ocasión de manejarle suspendemos nuestro juicio acerca de sus verdaderas condiciones (1).

ARTÍCULO SEGUNDO

PANTÓMETRAS, BRÚJULAS Y PLANCHETAS TAQUIMÉTRICAS

180 — Pantómetras.

Solo las perfeccionadas, á que nos referimos en el número 152, con anteojo distanciómetro pueden utilizarse con los nuevos procedimientos y así se hace ordinariamente; pero como la graduación sexagesimal, que suelen tener, ofrece dificultades en los cálculos (2) y por otra parte el anteojo de la mayoría de las que en el comercio se encuentran es de poca sensibilidad ó potencia, es preferible utilizar algunos aparatos especialmente hechos al efecto, aunque de las mismas condiciones de construcción que las antiguas pantómetras perfeccionadas.

---

(1) Casella construye de cada modelo tres magnitudes:

El de 12 pulgadas del modelo de la figura 328 se vende á				21	libras
El de 14	»	»	»	22	»
El de 16	»	»	»	25	»
El de 12 pulgadas del modelo de la figura 329				30 l.	15 s.
El de 14	»	»	»	33 l.	10 s.
El de 16	»	»	»	38 l.	»

Las pulgadas se refieren ordinariamente al diámetro del limbo en todos los aparatos topográficos y siendo cada una igual á 25'4 milímetros resultan respectivamente de 30'48, 35'56 y 40'64 centímetros, que nos parecen excesivamente grandes y por consiguiente estos aparatos han de ser muy pesados, especialmente el segundo modelo; pero en cambio presentarán ancho campo para señalar las pendientes y las graduaciones angulares, en que se utilizan dos nónius y sus correspondientes microscopios.

(2) Para facilitarlos comprendimos en nuestras sencillas *Tablas taquimétricas* ademas de las correspondientes á la graduación centesimal las de la sexagesimal: estas Tablas se venden á 2 ptas.

Entre ellos consideramos muy digno de aprecio para trabajos de poca importancia el llamado por el Ingeniero constructor D. Amado Laguna *pantómetra-teodolita*, que sustituye á su anterior *taquímetro parcelario* y puede tener grandísima aplicación por su solidez, poco volumen y peso é ínfimo precio (1).

En la figura 272 se representa.

Comparándola con la 271 correspondiente á la pantómetra perfeccionada del mismo constructor, se observa desde luego su completa igualdad en cuanto hace referencia al trípode, juego, tornillos de presión y coincidencia y forma del limbo azimutal y brújula; nos concretarémos por lo tanto á describir las diferencias de construcción y las consiguientes en sus comprobaciones y correcciones suponiéndola en las condiciones mas apropiadas para su aplicación á los modernos procedimientos.

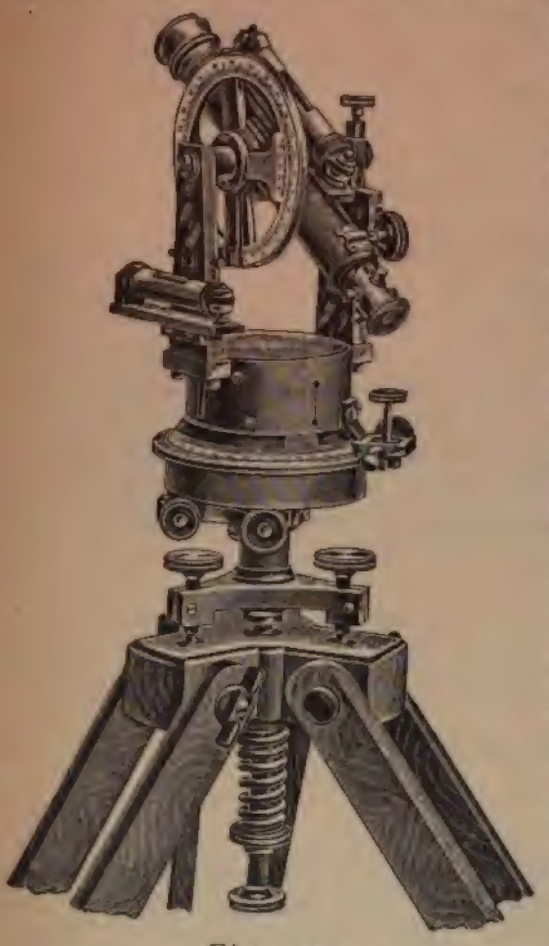


Fig. 272

Divididos los limbos azimutal y vertical en medios grados centesimales, con dos nónius se aprecia en cada uno el centígrado con repetición; pero para su lectura se ha de utilizar una lente de mano lo que ofrece inconvenientes en la práctica y por su poca amplificación y el diámetro de 10 centímetros de tales limbos difícilmente se conseguirá la apreciación teórica del centígrado, pero si la de 2 ó sean 64".

El limbo vertical es completo, como se vé en la figura y estando sólidamente unido al eje de muñones del anteojo va presentando la graduación á los dos nónius opuestos (2), que dan á conocer los ángulos zenitales con repetición, pues el de la parte del objetivo difiere constantemente del otro 200^c justos.

El anteojo, de objetivo de 20 centímetros de distancia focal y ocular ortoscópico de amplificación de 25 diámetros, puede dar una vuelta completa de campana con movimiento brusco y lento, siendo rectificable la posición de la cruz filar grabada sobre cristal, en que también lo están los trazos horizontales determinantes del ángulo diastimométrico que se desée, generalmente el de 1 centímetro por 1 metro de distancia.

Comprobaciones y correcciones

De las explicadas en el número 153 para el modelo de pantómetras perfeccionadas allí descrito pueden aplicarse al de que ahora tratamos las 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª y 5.ª

La 6.ª condición no es posible comprobarla, porque el anteojo no puede girar sobre su eje de figura y debe suponerse que lo haya hecho el constructor.

---

(1) Con anteojo de 24 centímetros de distancia focal y amplificación de 12 diámetros se vende á 275 ptas. y con el mas potente utilizado en sus nuevas brújulas que, según se dice en el catálogo, permite leer los centímetros de la mira á 380 ó 400 metros, á 315 pesetas.

(2) Algunos modelos solo tienen un nónius doble con los inconvenientes que hemos hecho constar; debe siempre pedirse los dos nónius opuestos y la numeración seguida de 0^c á 400^c dispuesta de manera que se lean los ángulos zenitales, como en la generalidad de los taquímetros.

La 7.ª se comprueba y corrige como se dijo en el número 153 en cuanto se refiere á la horizontalidad del eje de muñones; pero como por la falta de giro del anteojo sobre su eje de figura no se puede corregir la 6.ª condición, no debe haber reparo en la corrección de la posición del retículo mediante los tornillos que rigen su movimiento horizontal.

Esta comprobación es suficiente en los aparatos destinados á trabajos de poca importancia; pero en los mejores debe procederse de una de las dos maneras siguientes:

1.ª Haciendo coincidir exactamente los nónius azimutales respectivamente con las graduaciones 0^c y 200^c y apretada la alidada al limbo, se dirige la visual á un punto lejano y bien determinado; se asegura el limbo y se suelta la alidada haciendo aquella coincidencia con los nónius cambiados, de manera que el que coincidía con el 0^c lo haga ahora con el 200^c y al contrario; se da una media vuelta de campana al anteojo y si la visual pasa por el mismo punto, la condición se verifica; en otro caso se la dirige á él y se lee con cuidado el ángulo de desviación; se toma la mitad, en ella ó sea en su bisectriz se coloca el diámetro de los nónius y se mueve horizontalmente el retículo hasta que la visual pase por el mismo punto; repitiendo la comprobación para afinar.

Este procedimiento tiene la ventaja de poderse aplicar desde casa al propio tiempo que se hace la comprobación 8.ª como luego dirémos, cuidando de observar muy bien los ángulos azimutales para que el semi-giro sea exacto.

2.ª Se dirige la visual á un punto lejano y asegurando el limbo y la alidada se da medio giro de campana al anteojo marcando en el terreno á 200 ó 300 metros de distancia con una estaca, jalón ó banderola el punto correspondiente de la visual; se afloja la alidada y haciéndola girar horizontalmente se dirige otra vez la visual al primer punto y asegurándola nuevamente se hace girar el anteojo verticalmente; si el plano visual pasa por el segundo punto visto, la condición se verifica; en caso contrario se marca el punto á donde fuere la visual á la misma distancia de la estación que el anterior; se marca el punto medio entre los dos y se mueve el retículo hasta que por el último pase el plano de colimación; repitiéndose la comprobación y corrección para afinar.

Este procedimiento es más seguro y exacto que el precedente; pero obliga á operar en el campo en terreno llano para que los semi-giros verticales sean completos y para mayor seguridad conviene tomar nota de los ángulos azimutales y verticales partiendo en los primeros del diámetro $0^c - 200^c$ y cuando fuese posible en los segundos del $100^c - 300^c$, pudiéndose también con estas precauciones comprobar la 8.ª, si bien es preferible generalmente utilizar para ella puntos altos.

Comprobación 8.ª—Por la falta de movimiento del anteojo sobre su eje de figura y de que tampoco se puede cambiar la posición del nivel para hacer la comprobación y corrección 8.ª del número 153, se procederá de la manera siguiente:

Se dirige la visual á un punto algo alto, lejano y bien determinado, como la veleta de un edificio ú otro semejante y se lee el ángulo zenital; se da al anteojo una semi-revolución y otra horizontal á la alidada y se lee de nuevo el ángulo zenital que señale el mismo nónius visando al mismo punto; si la suma de los dos ángulos es igual á 400^c la condición se verifica; en caso contrario se corrige la mitad de la diferencia moviendo convenientemente la pieza de los nónius ó el hilo horizontal del retículo, pues no sabemos si está centrado, cuando se hacen á la vez las comprobaciones 7.ª y 8.ª como antes digimos.

Supongamos que hayan resultado para

el primer ángulo zenital =	$126'66^c$
el segundo » » =	$273'20$
Suma. . .	$399'86$
Diferencia á 400^c	$0'14$

pues siendo la mitad de esta $0'07^c$ el 2.º ángulo debería ser de $273'27^c$ y así se señalará con el

nónius movido con su tornillo de corrección, comprobando con la nueva lectura del primer ángulo si no se hiciera con el movimiento del retículo (1).

Para apreciar mejor la diferencia conviene leer en ambas posiciones del anteojo los dos nónius y utilizar para la corrección la semisuma de las dos diferencias y repetir la operación para afinar.

Hácese despues coincidir el cero de cada nónius respectivamente con las graduaciones 100^c y 300^c centrando la burbuja del nivel, que está sobre el anteojo, con sus roldanas correspondientes y comprobar esta centración dando una semi-revolución á toda la alidada y haciendo las demas maniobras explicadas para conseguir la verticalidad del eje principal del aparato.

Teniendo en cuenta las condiciones generales de este no se debe esperar conseguir la corrección al centígrado, si se obtiene con 0^c02 ya puede darse por satisfecho el operador, porque no dan mas de sí tales aparatos.

La *condición 9.ª* se comprueba y corrije como queda dicho en el número 153 con la sola diferencia de que las coincidencias deben hacerse con las graduaciones 0^c — 200^c y que la inversión del anteojo se ha de hacer con el movimiento de campana.

Finalmente la *condición 10.ª* ó sea la relativa á los ángulos diastimométricos se comprobará como en el número 80 se explicó para la estadía de Reichembach; pero no hay corrección posible si, en caso necesario, no se construyen miras especiales para el aparato.

Las *aplicaciones* de esta *pantómetra taquimétrica* son las mismas que las de todos los teodolitos taquimétricos ó simplemente taquímetros con la sola diferencia de la precisión, pues ni los limbos ni los tubos de burbuja permiten tanta como con los buenos de estos se consiguen; pero sí dan mas que suficiente para los planos de poca y mediana extensión en su parte planimétrica, porque en el concepto altimétrico no son comparables los resultados con los que se consiguen con la mayoría de los niveles; pero si con los buenos de anteojo se determinan las alturas relativas de las estaciones, las que se consiguen para los detalles son suficientes; de manera que en el relleno de los planos parcelarios con excelentes poligonaciones pueden utilizarse esta clase de aparatos.

181 — Brújulas taquimétricas.

La facilidad con que se convierte un anteojo astronómico en distanciómetro y las ventajas indudables de la medición indirecta de las distancias por su medio sobre la directa con la cadena ó con la cinta, han hecho que se haya aplicado la estadia á casi todas las brújulas de anteojo y mas ó menos completamente los modernos procedimientos en los levantamientos de los planos con la brújula, por la que tantos Topógrafos tienen todavía injustificada predilección por no haberse hecho bien cargo de los inconvenientes que presenta y dejamos expresamente consignados en el número 156.

Pero como con las sencillas nivelantes no es posible conseguir planos numéricos aceptables para un Topógrafo escrupuloso y aquellos y no los geométricos deben ser el objetivo de la aplicación de los nuevos procedimientos, realmente con estos no pueden ó no deben aplicarse otras brújulas que las llamadas teodolitas, á que hemos hecho referencia en el número 158 con anteojo distanciómetro ó analático, graduación centesimal en sus limbos y en el vertical dispuesta para obtener directamente los ángulos zenitales, porque por su medio se consiguen con bastante seguridad, facilidad y precisión para los planos de no mucha importancia no solo las distancias sino tambien los ángulos horizontales y verticales, que son los elementos necesarios.

(1) Se comprende que con este sistema de construcción, muy generalizado en los taquímetros, no se sabe nunca si coinciden los ejes ópticos y de figura del anteojo; esto es, si se cumple la condición 6.ª del número 153 y porque la damos mucha importancia quisiéramos que los anteojos se colocaran en collares y que el nivel que sobre ellos se coloca pudiera cambiarse extremo por extremo; pues el anteojo, órgano principal del aparato, no cumple bien su misión sin aquella condición.

Nada esencial por consiguiente hay que añadir á lo dicho en el número 158 sobre las condiciones, comprobaciones y usos de estas brújulas sino es recomendar de nuevo; que, cuando se quiera conseguir planos suficientemente exactos, no debe dejar de aplicarse la regla de Bessel para anular el error de excentricidad del anteojo y aumentar la precisión en la medida de los ángulos.

182 — Planchetas taquimétricas.

Todas las que tienen alidada de anteojo simplemente distanciómetro ó analático, como la de Salmoiraghi descrita en el número 173, deben comprenderse entre los aparatos modernos y muy especialmente la de *Viotti*, á que ya hicimos referencia en el número 171 y en el 196 lo harémos relativamente á la mira que utiliza; pero como por las condiciones de su alidada se consiguen las distancias horizontales y verticales sin cálculo alguno utilizando la escuadra de proyección característica de los Taquigrafómetros de Wagner-Fennel, creemos oportuno aplazar su descripción para cuando en el Artículo 4.° nos ocupémos de los *Taquimetros reductores* y entonces verémos las aplicaciones que puede tener en los planos modernos.

De las otras planchetas taquimétricas solo conviene hacer constar: que si bien presentan sobre las antiguas la ventaja de la medición indirecta de las distancias, como quiera que obligan á hacer sobre el terreno los cálculos necesarios para determinar las horizontales y verticales aisladamente, lo que ocupa mucho mas tiempo que cuando ordenadamente y por clases se hace esto en el gabinete, no ofrecen ventaja alguna al uso de las pantómetras y brújulas taquimétricas, antes al contrario motivan mucho mayor gasto de tiempo y molestias en los trabajos de campo, que son los mas caros y penosos, sin conseguirse por su medio tanta precisión; de suerte que son poco recomendables y solo podrán utilizarse en terrenos llanos, en que son innecesarios los indicados cálculos y cuando los errores del graficismo, que las son propios, sean compatibles con el destino de los planos que se deseen conseguir, y en la Topografía irregular por la facilidad con que sobre ellas se pueden hacer cróquis generales del terreno con referencia á un corto número de puntos por su medio situados.

Hay, por consiguiente, que desechar la preocupación de que con el uso de las planchetas se lleva hecho el plano y que sobre el terreno se descubren los errores; porque ni estos se evitan, ni se consiguen planos muy medianos sino á costa de mucho tiempo, gasto y molestias.

ARTÍCULO TERCERO

Universales modernos ó taquímetros, como generalmente se llaman

183 — Clasificación.

Aunque segun demostramos en el número 176 no debiera darse á ningún aparato especial el nombre de *taquimetro*, en cierto modo le aceptarémos en este Artículo para no contrariar abiertamente la denominación hasta ahora admitida por todos los Topógrafos.

Entre los *taquimetros* no pueden menos de comprenderse el *omnimetro de Eckhold*, el llamado *auto-reductor Sanguet* y los teodolitos americanos dotados de *gradienter* ó tornillo micrométrico de pendientes, porque estos, como aquellos, son teodolitos modificados al objeto de medir, al par que los ángulos horizontales y verticales, indirecta y rápidamente las distancias.

En tal caso podría servir de base para la clasificación los distintos sistemas de conseguir esto último; pero como del de Eckhold ya nos ocupamos con suficientes detalles en el número 77, del de Sanguet ya lo hicimos en los números 88 y 145 y de lo esencial de los últimos en el 179, debiendo ahora concretarnos á los universales ó teodolitos con anteojo distanciómetro ó analático, que son precisamente los conocidos con el nombre de *taquímetros*, no podemos

tomar como base de clasificación la diferencia en la manera de medir las distancias, con tanto mayor motivo cuanto que sobre los diferentes sistemas inventados al efecto ya digimos bastante en el Artículo 2.° Capítulo III de la segunda Parte.

No en todos los taquímetros se miden los ángulos del mismo modo; pues mientras en unos se utilizan los nónius ó verniers, en algunos otros se emplean microscopios compuestos con micrómetro de hilos fijos y como á esta condición reunen ordinariamente la notable reducción del diámetro de sus limbos y su cierre completo en cajas, que les dan condiciones especiales, estas diferencias han servido de base á su clasificación general; pero como por otra parte en unos solo se miden los argumentos necesarios para calcular las distancias horizontales y verticales por las fórmulas explicadas en el número 82 y en otros se consiguen directamente tales distancias, dividirémos la materia de este artículo en:

Taquímetros con nónius,
Taquímetros con microscopios micrométricos y
Taquímetros reductores.

Taquímetros con nónius

184 — Taquímetros de Laguna.

Tres modelos construye en sus excelentes talleres de Zaragoza.

El *modelo grande* representado en la figura 331, tiene el trípode de amplia corona circular con hueco de 7 centímetros, de que ya nos ocupamos en el número 98 y la fortísima varilla de unión, de que tambien allí hablamos, que dá grande seguridad al aparato y permite su movimiento de traslación azimutal de 3 centímetros en todos sentidos facilitando la completa centración de su eje sobre el punto de estación, para lo cual basta aflojar la tuerca que aparece por debajo de la corona de madera; esta condición es importante en las triangulaciones y mas aún en la exacta prolongación de las grandes rectas ó mejor dicho de la traza de los planos verticales en el terreno.

El juego de tres tornillos ofrece sobre los análogos de otros aparatos la ventaja de apoyarse y girar sobre discos de gran base, que contribuyen á dar estabilidad al aparato, la que se consigue muy notable sobre la plataforma de su resistente trípode mediante la unión con grande rosca, como se indica en la figura 152, de su fuerte varilla á la parte inferior del eje hueco soldado en el centro de la plataforma del juego, todo lo que, cuando está apretada la tuerca de la varilla y esta enroscada al eje, hace que no se perciba el menor movimiento aunque se empuje con la mano el aparato.

El plato del limbo azimutal lleva en su centro por la parte inferior un eje hueco perpendicular á su plano, que se enchufa á suavísimo rozamiento en el cilindro unido á la plataforma del juego y á él se aprieta ó dentro de él gira con movimiento rápido ó lento mediante los tornillos de presión y coincidencia, que en la figura aparecen por debajo del plato: desenroscando el de presión, este con toda la parte del aparato que sobre él se apoya, gira libremente: apretándole cesa este movimiento; pero puede adquirir el lento con el tornillo de coincidencia, que se apoya en la rama de la izquierda de la plataforma del juego.

El *limbo azimutal*, de 15'4 centímetros de diámetro, está finamente grabado sobre una corona circular de plata soldada al platillo, es plano y está dividido en cuartos de grado centesimal y numeradas las decenas de estos de 0^c á 400^c en el sentido de N. á E.

Con un eje central inferior perpendicular al plano del platillo, que se enchufa en el hueco de este, hay otro en que se encuentran, en los extremos de un diámetro, dos nónius, que permiten apreciar la vigésima quinta parte del cuarto de grado del limbo ó el centígrado y para conseguirlo fácil y exactamente están aclarados por dos reflectores de cristal esmerilado y se miran con un microscopio de amplificación de 9 diámetros, que hallándose en el extremo de una palanca articulada y giratoria alrededor de la columna de la plataforma del juego puede colocarse sobre cualquiera de aquellos.

La graduación del limbo y de los nónius están sobre superficies planas perfectamente ajustadas y, aunque el eje del microscopio no les es completamente normal, se distinguen claramente ambas graduaciones y las líneas finísimas de ellas que están en coincidencia, lo que permite apreciar bien el centígrado y aun mas con la media de las dos lecturas opuestas.

Para que este limbo y sus nónius se conserven perfectamente limpios y pulimentados está cubierto el primero con plancha de metal atornillada al plato de los nónius, que con la parte correspondiente del limbo lo están con un delgado y muy trasparente cristal, de manera que en todas sus posiciones se pueden leer y apreciar los ángulos bien y rápidamente.

Fig. 331

Los ejes antedichos de durísimo metal campanil están finamente torneados, de suerte que los movimientos resultan muy suaves.

El plato de los nónius los tiene tambien rápido y lento mediante los tornillos de presión y coincidencia, que se ven sobre él á la derecha de la figura; de manera que cuando el primero está atornillado quedan los dos platos perfectamente unidos no teniendo la parte superior del aparato ó *alidada* mas movimientos que los que se den al plato del limbo; pero gira sobre este con movimiento lento mediante el tornillo de coincidencia, que es de resorte como los demas del aparato.

Para poner horizontales los dos platos ó verticales sus ejes ó el general del aparato, sobre el de los nónius hay un nivel de burbuja, corregible, que puede utilizarse solo ó en combinación con el de la pieza de los nónius verticales, que por estar en dirección perpendicular al eje de aquel hace innecesario todo giro para poner el aparato en estación.

En el mismo plato de los nónius y de manera que su centro se halla en la prolongación

del eje general del aparato hay una brújula de 70 milímetros de diámetro con aguja prismática y limbo graduado sobre plata en medios grados con el diámetro 0ᶜ-200ᶜ en el plano de colimación del anteojo y la numeración de las decenas de su limbo en sentido opuesto al exterior para que concuerden las indicaciones de la aguja con las del cero del nónius de la izquierda, que vá señalado con la letra A, mientras el opuesto lo está con la B para evitar equivocaciones en los registros.

La aguja se puede detener mediante una palanca acodada y en algunos casos se da movimiento á su limbo para obtener directamente los azimutes ó los rumbos corregidos de la declinación.

A petición de los interesados se sustituye esta brújula de *limbo fijo* por otra de *limbo móvil* con prismas opuestos y susceptibles de movimiento para corregir la declinación y en este caso vá cubierta con plancha de metal y de cristal en las ventanas abiertas para poder hacer las lecturas.

Con esta modificación aumenta el precio de los aparatos en 30 pesetas; pero son de tanta importancia las ventajas que por su medio se consiguen, como dejamos dicho (n.° 101), que aconsejamos á los Topógrafos la reclamen siempre y al constructor que la utilice en tanto no se le pidan expresamente con brújula de limbo-fijo.

Atornillados al platillo de los nónius se levantan perpendicularmente á su plano dos montantes para sostener el eje de muñones á suficiente altura para que el anteojo pueda hacer completo el giro de campana; la cabeza del de la izquierda no tiene otrá misión que sujetar mas ó menos oprimido un extremo de aquel eje; pero en el de la derecha se puede ademas hacer la corrección de su altura, como fácilmente se comprende examinando su coginete y cuyo objeto es conseguir la horizontalidad del eje de muñones.

En el travesaño del de la izquierda se sujeta por medio de dos tornillos opuestos la rama inferior de la pieza de los nónius del limbo vertical y por su medio se puede corregir la posición de la línea de sus ceros, y en el de la derecha se apoya el tornillo de coincidencia ó movimiento lento del anteojo y en la parte superior el correspondiente de presión; de manera que es fácil de hacer que el eje de muñones gire tan suavemente como convenga dentro de los coginetes, que el movimiento de campana del anteojo y del limbo vertical, que está sólidamente unido á su eje, sea rápido ó lento ó nulo; que este eje sea horizontal, cuando se haya puesto vertical el eje general del aparato y que el cero de los nónius verticales coincida con el diámetro 100ᶜ-300ᶜ del limbo, cuando sea horizontal el eje de colimación del anteojo.

A tal efecto, aunque la pieza de los nónius es atravesada por el eje de muñones, lo hace holgadamente para que no la arrastre en su movimiento y al objeto de acusar esta posición está destinado el nivel de burbuja corregible, que la está unido en la parte superior.

El limbo y los nónius son de iguales condiciones que los horizontales y las lecturas se hacen con dos excelentes microscopios, que, aunque aquel no tiene mas que 14'1 centímetros de diámetro, permiten apreciar el centigrado observando con alguna detención, señalando el nonius I, que está mas cerca del ocular, el ángulo zenital y el opuesto, II, el mismo ángulo aumentado de 200ᶜ, de suerte que se comprueban constantemente y permiten con su media mayor apreciación.

Este limbo no está cubierto como el horizontal y es esto un defecto comun á todos los aparatos de igual clase, que se debiera subsanar; porque el limbo vertical está mas expuesto que el horizontal á deterioros y muy especialmente á la acción directa de los vientos húmedos, que, cuando están saturados de sal, como sucede en las costas, en pocos dias hacen imposible la lectura de los ángulos con la necesaria rapidez y precisión.

El anteojo, sólidamente unido á su eje de muñones, tiene el objetivo, compuesto de dos lentes del mejor cristal, un diámetro de 40 milímetros formando uno compuesto de 28 centímetros de distancia focal, es analático fácilmente corregible con cremallera y un ocular ortoscópico con amplificación de 30 á 35 diámetros, que le da grande sensibilidad; de repuesto lleva otro de Ramsden con amplificación de 25 á 30 diámetros, segun se dice en el nuevo catálogo.

El ocular está dispuesto de manera que por medio de un tornillo con piñón y la cremalle-

ra correspondiente, se le puede dar un pequeño movimiento vertical para colocar su eje óptico delante de cada hilo de su retículo compuesto y de esta suerte sin dificultad pueden utilizarse ángulos diastimométricos de dos ó más centímetros por metro de distancia.

El retículo compuesto con los ángulos diastimométricos que se pidan generalmente vá finamente grabado sobre cristal, aunque tambien se hace de hilos fijos; los ángulos diastimométricos mas usados son los de 2, 1 y $^1/_2$ centímetros y pueden fijarse en la forma sencilla de la figura 105, que evita equivocaciones permitiendo utilizar en cada caso el que mas convenga: la cruz filar se centra fácilmente mediante cuatro tornillos como digimos en el número 30 para los utilizados por Troughton.

En lugar de anteojo analático se puede tener el astronómico con hilos movibles pidiéndolo así al constructor y ya digimos las ventajas é inconvenientes que estos presentan comparados con los analáticos y retículo de cristal en el número 80.

Este potente anteojo puede dar la vuelta completa de campana facilitando las comprobaciones y la aplicación de la regla de Bessel y al mismo primer objeto el nivel que sobre él se halla puede cambiarse extremo por extremo de una manera sólida, pero algo expuesta á que impida el encaje la interposición de alguna partícula de arena, por lo cual se ha de cuidar de evitarlo en las inversiones del nivel.

La extrema solidez de este aparato es causa de que resulte bastante pesado; algo pudiera disminuirse esto sin perjudicar su estabilidad; pero de todos modos no es este inconveniente apreciable con la aplicación de los nuevos procedimientos, porque con ellos se hacen pocas estaciones y lo que mas se necesita es la completa estabilidad del aparato.

Siendo corregibles todos sus órganos, como dejamos indicado, es innecesario que nos ocupemos de sus *comprobaciones y correcciones* por ser esencialmente las mismas consignadas en el número 180 para la *pantómetra-teodolita taquimétrica* con referencia á lo detalladamente expuesto en el número 153.

Con caja de caoba, en que se incluyen los correspondientes utensilios de rectificación y limpieza, cuesta este excelente aparato con brújula de limbo fijo 975 pesetas y 1,005 con la de limbo móvil.

El *segundo modelo*, que en el nuevo catálogo de Laguna se llama *pequeño* es de las mismas condiciones que el anterior con las diferencias siguientes:

1.ª El diámetro del limbo azimutal es de 12'5 centímetros y está dividido en medios grados; de manera que, aunque teóricamente se aprecia con sus nónius el centígrado, no se conseguirá esto; valiera mas reducirlos á 25 partes con la apreciación de $0'02^c$.

2.ª La brújula es de 60 mm. de diámetro y permite apreciar el medio grado.

3.ª El limbo y nónius verticales son tambien de menor diámetro y apreciación real que en el modelo grande y debiera reducirse la teórica á $0'02^c$ simplificando los segundos y cubrirse todo, como se hace en el limbo azimutal.

4.ª El nivel que está sobre el anteojo no es inversible y para las comprobaciones y correcciones se ha de tener en cuenta lo consignado en los niveles de anteojo de este y el tubo de burbuja fijos.

5.ª El anteojo es de 30 mm. de abertura, 25 centímetros de distancia focal y su ocular ortoscópico solo amplifica 25 á 30 diámetros, todo lo que demuestra que es de menor potencia que el del modelo anterior; pero la tiene suficiente para la generalidad de los trabajos.

Este modelo, de mucho menos peso y volumen que el anterior y de suficiente estabilidad, es por esto muy recomendable y solo cuesta 830 ó 860 pesetas, segun que tenga la brújula de limbo fijo ó móvil con prismas.

El *tercer modelo* llamado *parcelario* en su nuevo catálogo, es un perfeccionamiento muy notable del que antes construía la misma casa con este nombre de la forma de la pantómetra taquimétrica que hemos descrito, número 180 figura 272 y conviene fijar en él bien la atención; por su poco volumen, peso y precio y su extremada sencillez es el aparato mas recomendable para los trabajos de poca importancia.

Como aparece en la figura 332, que le representa, su trípode es de seis brazos, suficientemente resistente y menos voluminoso y pesado que el de la figura 152, el tornillo de unión de fuerte espiral y el juego de 3 tornillos de los buenos ordinarios, lo que dá al aparato bastante estabilidad.

El limbo y nónius azimutales graduados sobre plata con diámetro de 10 centímetros están en una superficie tronco-cónica y el primero dividido en medios grados, y numeradas sus decenas de 0^c á 400^c en el sentido de N. á E. y con los segundos colocados en los extremos de un

Fig. 332

diámetro se aprecia teóricamente $0'01^c$, pero realmente no mas de $0'03$, porque careciendo de microscopios se ha de leer con lentes de mano, que rara vez amplifican mas de 4 diámetros y ofrecen los inconvenientes de los movimientos involuntarios de aquella.

Los platos del limbo y nónius tienen movimiento rápido y lento independientes mediante los correspondientes tornillos de presión y coincidencia; estos son de espiral.

La brújula de limbo fijo tiene 6'5 centímetros de diámetro dividido en grados y la aguja prismática de buenas condiciones, en que se lee con facilidad el medio grado.

Los montantes sólidos y sencillos sostienen el eje de muñones sobre buenos coginetes siendo uno corregible para conseguir la horizontalidad de aquel.

En el de la derecha penetra el extremo acodado de la rama inferior de la pieza del nónius vertical para asegurarle y corregir la posición de su cero y el nivel de burbuja que á ella vá unido sirve para poner vertical el eje general del aparato; en el de la izquierda se apoyan los tornillos de presión y coincidencia, que rigen los movimientos del anteojo.

Con un solo nónius se aprecian los ángulos zenitales en el limbo vertical, pero no al centígrado, como indica su división, sino con aproximación á lo mas de $0'02^c$ ó $0'03^c$, porque su

iámetro, la pérdida del pulimento, cuando menos, por su exposición al aire húmedo y al sol la lectura con lente de mano, no permiten otra cosa y como no se tiene comprobación de stos ángulos, que influyen tanto en las distancias horizontales y especialmente en las alturas, s preciso leerlos con mucho cuidado y comprobar frecuentemente la posición del cero de este ónius para evitar errores, porque carece del nivel de burbuja en los dos modelos anteriores estinado á comprobar la invariabilidad de la posición de los ceros de sus nónius.

El anteojo es solo distanciómetro, de 30 mm. de abertura, 25 centímetros de distancia focal, sencillo ocular de Ramsden con amplificación de 20 á 25 diámetros y retículo sobre cristal ompuesto de 5 trazos, que dá dos ángulos diastimométricos completos, obligando á tener en uenta la *constante* ó sea la distancia del foco anterior del anteojo, 37 centímetros al eje de muones, para aumentarla á todas las distancias leídas en la mira.

Este anteojo, que puede dar el giro completo de campana, es el mas potente de todos los tilizados en los taquímetros de poco precio y como en estos aparatos es el órgano mas importante hace muy recomendable este taquímetro para los trabajos de no mucha importancia y el nas apropiado para los agrimensores y propietarios inteligentes, aunque en los trabajos que xijan bastante precisión en las alturas deben comprobarse las de las estaciones, por lo menos, on un nivel.

El de burbuja, que está sobre el anteojo, como unido á él, solo sirve en las comprobaciones correcciones en la forma explicada para los niveles de anteojo de estas condiciones.

Sus comprobaciones y correcciones son las mismas detalladas en el número 180 para la antómetra-teodolita.

Con la caja, en que se incluyen los utensilios de rectificación y limpieza, cuesta 495 pesetas.

185 — Taquímetros de Salmoiraghi.

Para atender á las exigencias de sus clientes construye tambien este distinguido Ingeniero, res modelos de esta clase de aparatos.

El mayor ó *normal* se representa en la figura 333 sobre un trípode de forma inglesa con oble plataforma; pero á petición de los interesados tambien se utiliza el de la figura 335 costando 70 liras menos; en el número 98 ya digimos las ventajas é inconvenientes que aquellos resentan y si bien el trípode de la figura 335 no ofrece todas las ventajas del de Laguna se le arece bastante.

Las condiciones generales de construcción son tan parecidas al modelo grande de Laguna la figura pone tan de manifiesto los medios que ofrece para conseguir los movimientos rápios y lentos y comprobar y corregir sus diferentes partes, que consideramos innecesario hacer e ellas una detallada descripción concretándonos á consignar las diferencias mas notables entre mbos aparatos.

No tiene este brújula, sino declinatoria en forma de anteojo, que puede girar alrededor del ilindro que envuelve el eje vertical, de manera que señale el meridiano geográfico ó el magnéico, según convenga; como declinatoria es de excelentísimas condiciones; pero ya digimos n.° 101) las ventajas que sobre ella tiene la brújula de limbo fijo y mas especialmente las de la ue le tiene móvil combinado con prismas.

Los microscopios son de menor potencia que los de Laguna, no permitiendo hacer las lecuras de los ángulos con tanta facilidad y precisión como en el taquímetro de aquel; pero en ambio, su anteojo de 48 milímetros de abertura, 33 centímetros de distancia focal y con dos culares ortoscópicos que respectivamente amplifican 45 y 25 diámetros, tal vez resulte de nayor potencia, aunque no hemos podido comprobarlo, porque esta depende mucho de la cadad de las lentes y condiciones de construcción de tan importante órgano.

El retículo compuesto de 5 trazos finísimos sobre cristal permite medir las distancias con los ángulos diastimométricos de 1 centímetro por metro y otro de 4 milímetros por metro;

pues los trazos están combinados en la forma indicada en la figura 334, de manera que a—b=a'—b'=1 centímetro por metro y a—a'=4 milímetros por 1 metro y leyendo las alturas de mira con los 5 trazos se tienen varias comprobaciones y con la media de (a—b)+(a'—b') mayor aproximación en la lectura.

Esta combinación es necesaria cuando el campo del ocular fijo es pequeño á causa de su mucha amplificación; pero no cuando es móvil, como en el aparato de que se trata, que per-

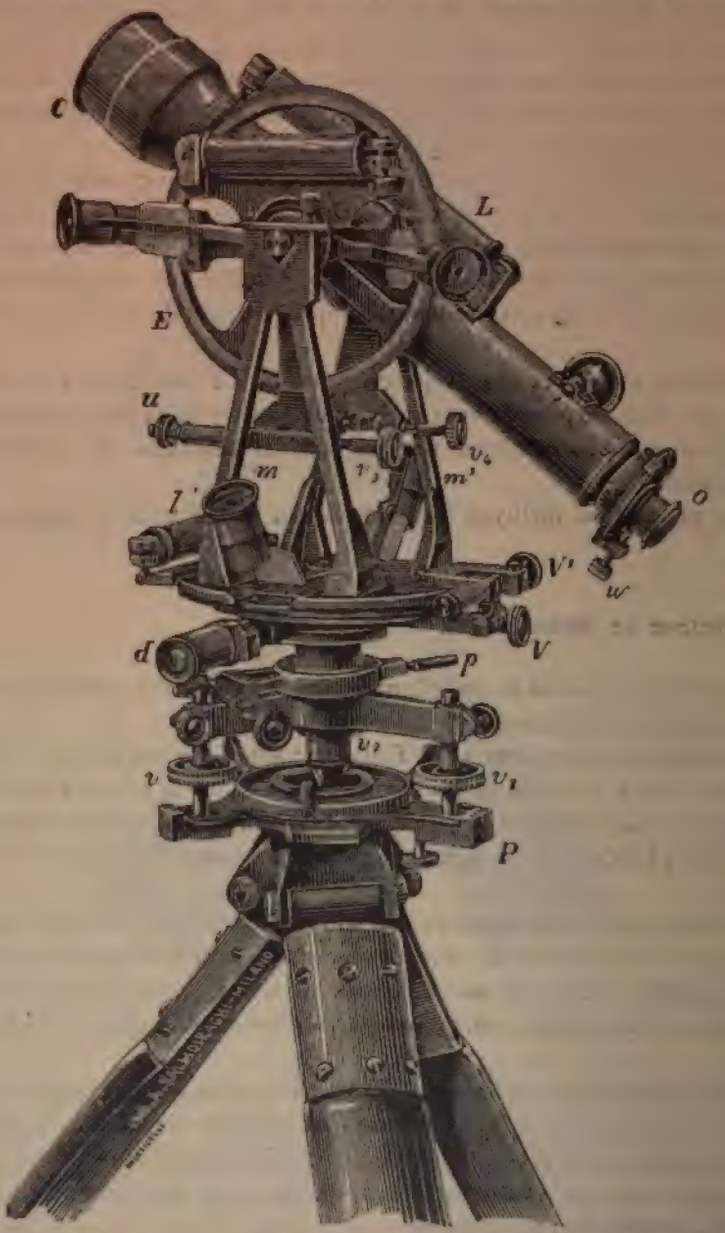


Fig. 333

mite colocar su eje óptico delante de cada trazo y siempre es mejor disponer el micrómetro en la forma indicada para el taquimetro grande de Laguna; pues con la misma molestia se consiguen las alturas de mira correspondientes á los ángulos diastimométricos de 2 centímetros y 1 centímetro que son á aquellos preferibles y ofrecen las combinaciones que en la práctica pueden ocurrir.

Con el trípode de la figura 335 cuesta en Milán 800 liras y 870 con el de la figura 333.

El *modelo mediano* se representa en la figura 335 sobre un trípode de amplia plataforma circular, que permite un pequeño movimiento de traslación para centrar el aparato sobre la

estación; no tan grande como en el de Laguna, que por otra parte da mayor estabilidad al aparato por las especiales condiciones de la varilla de unión y la mayor solidez de sus piernas; pero aun siendo asi y ofreciendo algún embarazo en los trasportes, consideramos preferible este trípode al mas caro de forma inglesa con doble plataforma, cuyos inconvenientes detallamos en el número 98.

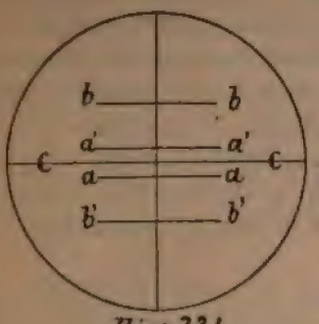


Fig 334

Los limbos, planos, son de cerca de 13 centimetros de diámetro y mediante dos nónius en el horizontal y uno solo en el vertical permiten la apreciación de o'02 c, que es la que en ellos se puede conseguir con los microscopios utilizados, que, como en el modelo anterior, no son tan potentes como los utilizados por Laguna; siendo sensible que por no tener mas que un nónius en el limbo vertical no puedan comprobarse los ángulos zenitales, como es tan necesario para evitar equivocaciones y errores, que influyen en la exacta apreciación de las distancias y en las alturas mas especialmente.

De las condiciones de la declinatoria, que es igual á la del modelo normal, y de los tornillos de presión y coincidencia, por que se rigen todos los movimientos rápidos y lentos, no hay nada que decir, pues la figura indica claramente su destino y lo mismo ocurre con los de corrección de la posición del nónius vertical apoyados exteriormente al montante de la izquierda, como en el de la derecha lo están los que rigen el movimiento lento del anteojo y limbo vertical.

En otros tiempos en el espacio comprendido entre los dos montantes había un buen nivel esférico de 3 á 4 centimetros de diámetro, que permitía poner vertical el eje general del aparato con mucha rapidez y suficiente precisión, nada de él se dice en la instrucción especial ni aparece en la figura, en que consta sobre el platillo de los nónius uno cilíndrico rectificable, que obliga en la puesta en estación á colocar la alidada en dos posiciones perpendiculares.

El nivel mas sensible que está sobre el anteojo no está á él sujeto, pudiéndose cambiarle extremo por extremo, con lo cual se facilita la comprobación del eje de colimación del anteojo, como hemos dicho al tratar de los niveles que tienen esta condición; pero muy fácilmente se cae por descuidos del operador y seria muy conveniente asegurarle con resortes, como suele hacerse en los clépes del modelo mediano.

Fig. 335

Esto y la sustitución del tubo cilíndrico de burbuja, que está sobre el platillo de los nónius horizontales, por el esférico indicado, lo hace el constructor á petición de los clientes, asi como tambien poner brújula en lugar de declinatoria, como juzgamos preferible.

El anteojo de 30 milimetros de diámetro en el objetivo y ocular ortoscópico con amplifica-

ción de 20 veces y retículo compuesto de las mismas condiciones que en el taquímetro normal, es analático y puede dar la vuelta de campana y es rectificable en todos conceptos; pero como tiene el ocular fijo no admite mayor amplificación ni el ángulo diastimométrico de 2 centímetros y aun con la combinación de la figura 334 se ven los hilos extremos con excesiva y molesta inclinación.

Para facilitar el trasporte el aparato se coloca en una caja y el trípode en otra de forma especial y cómoda; todo cuesta en Milán 480 liras y 500 con dos nónius en el limbo vertical y poco mas con las sustituciones indicadas de la brújula y nivel esférico, con todo lo que ganaría mucho este aparato.

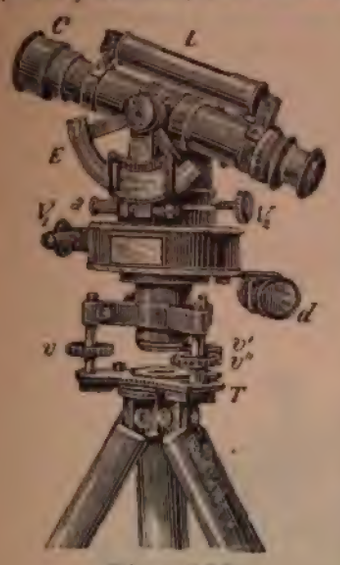


Fig. 336

El modelo pequeño ó de Soldati es de muy poco volúmen, peso y precio y, como el parcelario de Laguna, está destinado á trabajos de poca importancia.

Como en la figura 336 aparece, su trípode es de los sencillos, pero mas resistente que los ordinarios del comercio; su plataforma, T, es de metal y se enrosca á la cabeza de aquel y el juego de tres tornillos y la declinatoria de la forma antedicha.

El limbo azimutal de 8 centímetros de diámetro está en forma de llanta de rueda; por medio de un nónius se aprecian los $0'05^c$ ó 2' con lente de mano y lo propio se hace en los ángulos zenitales con el arco y nónius rectificable, que se vé en la figura.

No hay mas nivel que el que aparece sobre el anteojo, y con él se ha de nivelar el limbo azimutal ó poner vertical el eje general del aparato cuidando previamente de hacer la coincidencia del cero del nónius con el del limbo vertical, utilizándole en las comprobaciones y rectificaciones en la forma explicada para los niveles de anteojo, en que á este se encuentra unido el tubo de burbuja.

El anteojo, con objetivo de 22 mm. de diámetro y 15 centímetros de distancia focal, no es analático y sí solo distanciómetro consignándose en la caja la *constante*, que se ha de añadir á todas las distancias leídas en la mira; el retículo compuesto con ángulo diastimométrico de 2 centímetros por 1 metro se vé con un ocular fijo de amplificación de 12 diámetros que, segun se dice en el catálogo, permite medir las distancias hasta de 150 metros con $^1/_{500}$ de error, lo cual no hemos podido comprobar.

Este pequeño aparato solo cuesta en Milán 275 liras.

186 — Taquímetros de Trougthon (1).

Perfectamente ajustados al mismo tipo y condiciones generales de construcción se hacen cuatro modelos, que se denominan respectivamente de 6, 5, 4 y 3 pulgadas (152'4, 127, 101'6 y 76'2 mm.) según el diámetro útil de sus limbos (2).

---

(1) El primer ejemplar de estos aparatos se construyó en 1872 á instancias y con estricta sujeción á los planos y cálculos del ilustre Ingeniero de caminos y canales D. Elzeario Boix y Llobateras (q. e. s. g. e.), que pagó por él 1.000 pesetas y dió á la casa Troughton y Simms ocasión para conseguir grandes beneficios, pues se cuentan por miles los ejemplares que desde entonces han hecho de sus apreciados taquímetros. — Véase vol. II de la revista *La Topografía moderna y el Catastro*, páginas 139-143.

(2) El peso y precio de cada uno en 1895, á que ahora hay que aumentar el valor del cambio, era el siguiente:

El de 6 pulgadas. — Peso	trípode 5 kilos. / caja. . 18'8 »	Precio	1.065 pesetas.
El de 5 pulgadas. — Peso	trípode 5 kilos. / caja. . 13 »	Precio	940 pesetas.
El de 4 pulgadas. — Peso	trípode 3'8 kilos. / caja. . 8'7 »	Precio	840 pesetas.
El de 3 pulgadas. — Peso	trípode 3'6 kilos. / cajas . 5'3 «	Precio	680 pesetas.

De estos cuatro modelos el mas generalizado es el de 5 pulgadas, que, copiándole del catálogo de Bardelli de Turin, representamos en la figura 337.

En honor de la verdad debemos hacer constar que Bardelli no se ha ajustado enteramente á las dimensiones señaladas para los de la casa Trougthon y que expende sus modelos á mas bajo precio (1); pero no hemos tenido ocasión de comprobar las condiciones de construcción de sus aparatos, que son verdaderas copias de los de aquel celebrado constructor y por eso

Fig. 337

aceptamos la figura, aunque ajustarémos lo que vamos á decir á las notas que directamente tomamos en el exámen de un taquímetro de Trougthon de 5 pulgadas.

El trípode y juego son de la misma clase que los utilizados en el taquímetro normal de Salmoiraghi (figura 333); pero desde luego se nota en este mayor solidez.

La declinatoria con aguja de 145 mm. de largo está formada por una caja prismática cubierta de cristal, que mediante unas correderas puede ponerse en dos direcciones opuestas por debajo del plato del limbo ó quitarse, lo que facilita la comprobación del paralelismo del eje de figura de la aguja con el plano de colimación del anteojo y su corrección se consigue fácilmente mediante el movimiento de dos arcos graduados, que en sus extremos sirven para fijar su

(1) Bardelli construye (?) tres modelos; el mayor con limbos de 135 mm., el mediano de 110 mm. y el menor de 85 mm. que vende al precio respectivamente de 840, 780 y 650 liras en su casa de Turin.

posición; pero no puede declinarse, ni se vé la aguja tan cómodamente como en la del taquímetro normal.

El limbo horizontal y sus nónius están grabados sobre plata en una superficie tronco-cónica, que permite colocar los microscopios á ella normales facilitando la visión; pero como el primero está solo dividido en medios grados centesimales, los segundos se componen de 50 partes y la amplificación de los microscopios es solo de 5 diámetros, si bien se vé algo mejor la coincidencia de sus graduaciones que en el taquímetro normal, no que en el modelo grande de Laguna (figura 331), cuyos microscopios tienen casi doble amplificación; pero se aprecia bien el centígrado.

No sin motivo la generalidad de los Topógrafos prefieren los limbos cónicos á los planos, como ya digimos en el número 61, pero con microscopios como los utilizados por Laguna desaparecen las diferencias.

Como en los taquímetros de este y de Salmoiraghi el limbo horizontal está cubierto para conservar su pulimento; tambien cubre el limdo vertical, si así se pide, como tuvimos ocasión de observar en uno expresamente construído para trabajar con él en Australia.

En el primitivo modelo y en los ejemplares que así se pide, en lugar de la declinatoria se halla entre las armas una brújula de limbo fijo de buenas condiciones, que debiera sustituirse por la de limbo móvil con prismas para evitar los inconvenientes y conseguir todas las ventajas de que dimos cuenta en el número 101.

La graduación y apreciación por dos nónius opuestos de los ángulos zenitales se hace en la misma forma y con igual resultado que en los taquímetros normal de Salmoiraghi y grande de Laguna.

Los movimientos rápidos y lentos se consiguen de la misma manera que en estos y las correcciones de sus diferentes órganos son enteramente análogas.

Los tres niveles, que en el aparato se encuentran, son de fácil y segura corrección; su sensibilidad alcanza á cerca de 12″ ó 0'004^c; pero el del anteojo no es invertible, como convendría y sucede en el taquímetro grande de Laguna.

El anteojo es analático con un excelente objetivo fácilmente desmontable de 45 mm. de diámetro y distancia focal de 33 centímetros; retículo compuesto de 5 hilos horizontales con ángulos diastimométricos de 2 centímetros y 4 mm. por 1 metro y otro grabado en cristal de reserva en la caja y 3 oculares, dos sencillos de Ramsden com amplificación comprobada de 12 y 18 diámetros y otro ortoscópico, como el de Laguna, de 45, pudiéndose mover verticalmente para colocar su eje delante de cada hilo ó trazo.

Despues de lo que dejamos dicho en los números 153 y 180 nada tenemos que añadir relativamente á las *comprobaciones y correcciones* de este excelente aparato, cuyas condiciones técnicas son casi idénticas á las del normal y grande de Laguna, con los que brevemente le hemos comparado.

Con el modelo de 6 pulgadas naturalmente se consigue mas fácil y seguramente la apreciación del centígrado en los ángulos azimutales y zenitales y aun los 5 milígrados operando con cuidado; en cambio no sucede aquello con los de 4 y 3 pulgadas, aunque sin razón se dé á sus nónius la apreciación teórica del centígrado, sin duda por exigencias injustificadas de los consumidores.

Taquímetros con microscopios micrométricos

187 — Taquímetro de Troughton.

En la figura 338 se representa el que Bardelli vende en Turin al precio de 1.100 liras.

Es enteramente igual al mayor de los tres modelos que del mismo tipo y con nónius se encuentra en aquel establecimiento con la sola diferencia de la sustitución de los nónius por microscopios compuestos y la consiguiente en la subdivisión de los limbos.

Este modelo se ha construído para hacer la competencia á los clépes de Salmoiraghi, de que luego hablarémos, á los que se atribuye falta de claridad en los limbos (1).

Los limbos finamente grabados sobre plata están divididos, en el sentido de N. á E. el primero y de izquierda á derecha el segundo para dar los ángulos zenitales, en 4,000 partes ó décimas de grado centesimal, con diámetro de 135 mm.

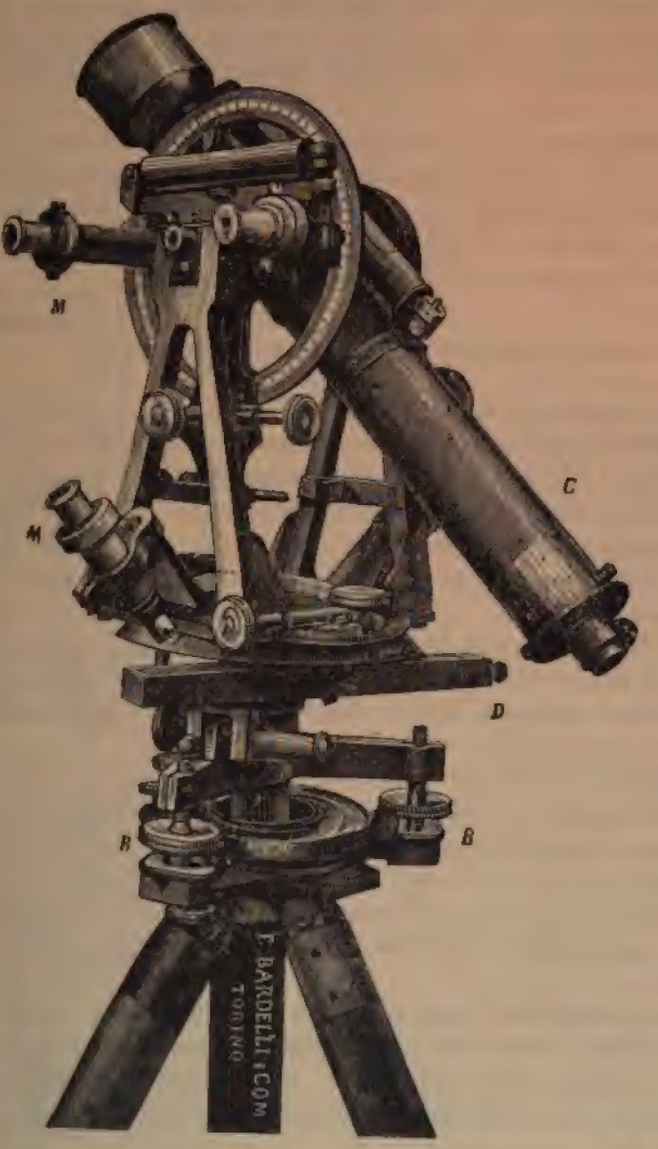


Fig. 338

Todos los grados están numerados de 0ᶜ á 399ᶜ y por medio de microscopios compuestos con tres hilos fijos se aprecia fácilmente el centígrado.

Los limbos no aparecen cubiertos y este es un grave defecto, porque no permite conservarlos con el pulimento necesario para que se vea bien la graduación, ni esta puede ser tan delicada sobre plata como sobre el durísimo metal utilizado en los limbos de los clépes; pero, como el diámetro es mucho mayor, sin duda se apreciará bien el centígrado, al menos mientras se conserven limpios.

(1) Al principio así sucedía y por eso el ilustre Ingeniero Profesor Jadanza propuso la sustitución de los clépes por el taquímetro de que ahora nos ocupamos; pero aquel defecto ha desaparecido mediante prismas giratorios, que iluminan perfectamente la parte de los limbos, que se ha de observar conservando todas las demas ventajas de los clépes.

El anteojo es analático, de 48 mm. de abertura y 38 centímetros de distancia focal, tiene el retículo compuesto con dos ángulos diastimométricos de 1 y 2 centímetros por metro, y otro grabado sobre cristal de reserva, y finalmente 3 oculares, que fácilmente se pueden sustituir, con amplificaciones de 20, 28 y 45 diámetros, sin duda los dos primeros de Ramsden y el último ortoscópico, como en todos los taquímetros de Troughton.

Para el transporte se embala en dos cajas, lo que si ofrece comodidad, tambien exposición de que se descorrija el aparato (1), por lo cual conviene conservarle montado para llevarle de estación á estación, cuando no se hallen muy distantes, aunque sea algo molesto por su gran volumen y peso.

Nada debemos añadir á lo antes consignado sobre comprobaciones y correcciones, porque son las mismas de todos los taquímetros y la única diferencia que este presenta, que se refiere á la colocación de los hilos centrales de los microscopios en los extremos de un diámetro, es fácil de comprenderla y corregir en presencia del aparato y su enfocación tampoco ofrecerá dificultad alguna recordando lo que sobre ellos digimos en el número 42.

188 — Clépes de anteojo excéntrico de Porro y Salmoiraghi.

Debemos hacer constar que la primera idea de la condición característica de esta clase de aparatos, esto es tener los limbos encerrados y libres de las influencias atmosféricas, se debe al Instituto Geográfico y Estadístico de España, que propuso al Tecnomático de París, dirigido por el mismo Porro, un modelo en que los limbos eran de vidrio, se leían por trasparencia mediante microscopios especiales, tenían 14 centímetros de diámetro y estaban encerrados en una caja de latón, de cuyo modelo se hicieron, según dice Porro (2), unos 30 ejemplares, siendo la idea muy bien recibida.

El ilustre geógrafo Marqués de Abadíe, encargado de la carta topográfica de Abisinia, propuso otro modelo al mismo Instituto Tecnomático; pero las dificultades que presentó su construcción no permitieron realizarle, aunque Porro hizo con tal motivo estudios y experimentos muy notables.

La forma definitiva del *clépe* no se encontró hasta 1867, en que en la Filotécnica de Milán, tambien establecida por Porro, y por Salmoiraghi continuada con grande éxito, se empezaron á construir los clépes en cuatro dimensiones; la 1.ª destinada á los trabajos propios de la Geodesia, que por falta de decisión no se realizó, con anteojo de un metro de largo; la 2.ª con otro de 50 centímetros; la 3.ª con el de 30 centímetros y la 4.ª con el de 20 centímetros, que no tuvo aceptación por su poco alcance ó sensibilidad; de manera que la 2.ª y 3.ª fueron las que realmente se realizaron.

Por lo mismo que esta clase de aparatos tanto llamó la atención, fueron objeto de severas críticas y dieron motivo á muy encontradas opiniones, que aun se reflejan entre los Topógrafos, no obstante los notables perfeccionamientos introducidos por el ilustre Salmoiraghi teniendo en cuenta lo que de razonable tenían las acervas críticas, que algunos Ingenieros formularon.

No considerando oportuno dar de estas cuenta, ni tampoco de la série de modificaciones en distintos tiempos realizadas, nos concretarémos á describir los tres modelos que ahora se construyen y mas detalladamente el *mayor* para que se adquiera una idea clara de las especia-

(1) En el gabinete sin inconveniente alguno se puede sacar de sus coginetes el anteojo con todos los órganos unidos al eje de muñones: pero en el campo ya no sucede lo mismo, porque muchas veces se ha de encargar á un ayudante que ponga el aparato en estación y ademas se está muy expuesto á que con el polvo que el viento arrastra se coloque mal aquel interponiéndose algún granito de arena y tambien á que los coginetes ó el eje ó cualquiera de las piezas sufra deterioro con choques violentos; esto tal vez no lo admitan los que manejan los aparatos con toda tranquilidad y al abrigo de la intemperie en el gabinete; pero los prácticos, los que los manejan en el campo, comprenderán que nada exageramos en los peligros anunciados.

(2) Applicazione della Celerimensura alla misura generale parcellaria... pág. 112—Milán-1870.

les condiciones de construcción de esta clase de aparatos, pudiendo los que mas noticias deseaen acudir á los dos libros de Salmoiraghi *Istrumenti e metodi moderni...* y *Les cleps* en que las hallarán suficientemente detalladas.

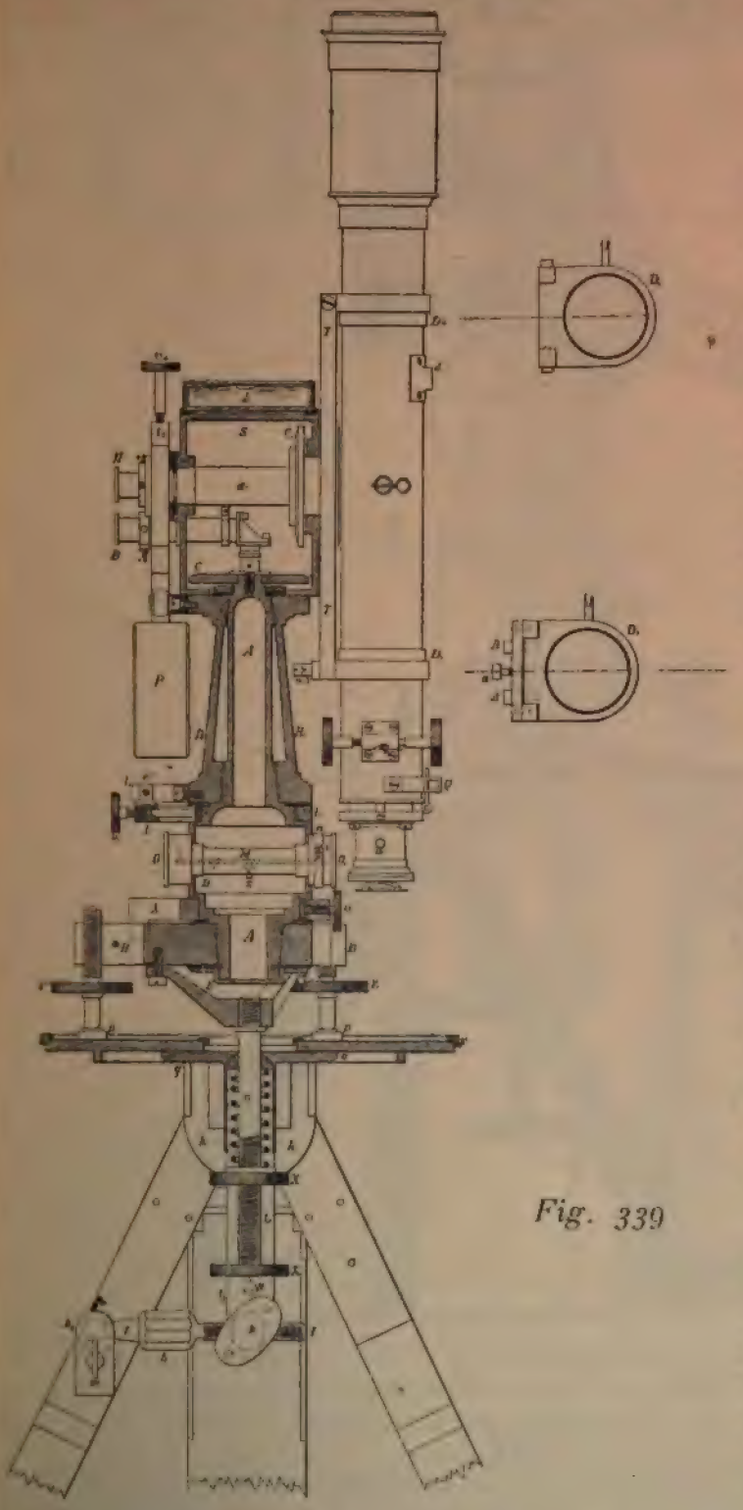


Fig. 339

Clépe gran modelo

En escala de $^1/_6$ del natural se representa en sección vertical, excepción hecha del anteojo, en la figura 339 y en proyección también vertical parelela al eje de colimación de aquel en la figura 340 al objeto de poner de manifiesto las especiales condiciones de construcción de esta clase de aparatos y finalmente en la figura 341 aparece en perspectiva en disposición de hacer observaciones nocturnas para que mejor se aprecie el conjunto tal como se presenta á la vista del observador, cuando está á punto de utilizarle.

Las letras á que harémos referencia en la descripción serán las de la figura 339 ó las de la 340, que, aunque se corresponden, unas veces indican mejor el objeto en una que en otra por la distinta posición de las partes determinadas por ellas, si bien en los casos dudosos indicarémos la figura, en que se deben observar, para que mejor se comprenda el concepto.

Aunque ya nos ocupamos del trípode especial de este aparato en el número 98 y le representamos en la figura 153, conviene fijar la atención en las 339 y 340, en que por su mayor escala se ponen mas de manifiesto sus particulares condiciones y muy especialmente las de la palanca l_4 de sujeción de la plataforma y la manera de asegurarla á las piernas del trípode con el tornillo de presión, que es lo que debe tenerse mas presente cuando el aparato está montado para evitar el peligro de que entonces hablamos; conviene, pues, fijar la atención en esta com-

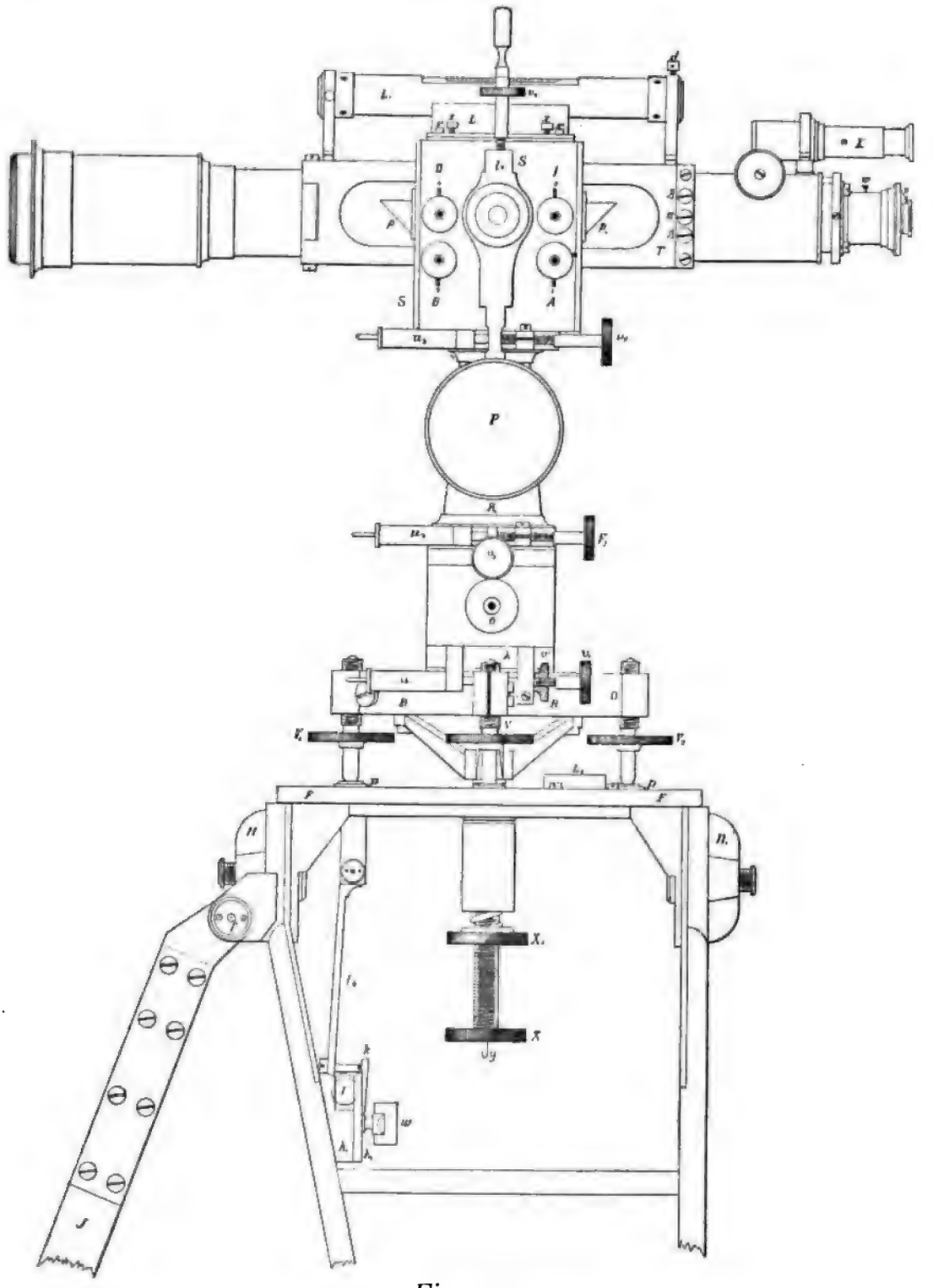


Fig. 340

binación y no descuidarse de asegurar fuertemente la plataforma, apretando con la tuerca w, la esfera con que termina el brazo I I de la palanca, aumentando ó disminuyendo su longitud cuanto sea necesario, haciéndole girar sobre su eje de figura.

Cuando se desprende de sus amarras la palanca l_1 gira la plataforma alrededor de los pernos de las piernas dobles adaptándose á estas y como ellas se pliegan aflojando las tuercas

H, H_1, y f se reduce considerablemente su volumen; de manera, que es fácil su transporte en una caja de forma especial y de estación á estación se puede conducir el aparato montado sobre el hombro del peón, pues cae sobre su espalda mientras el trípode lo hace por el pecho y cubriéndole con una manta no hay peligro de que se enrede con las ramas de los árboles, etc., ventaja

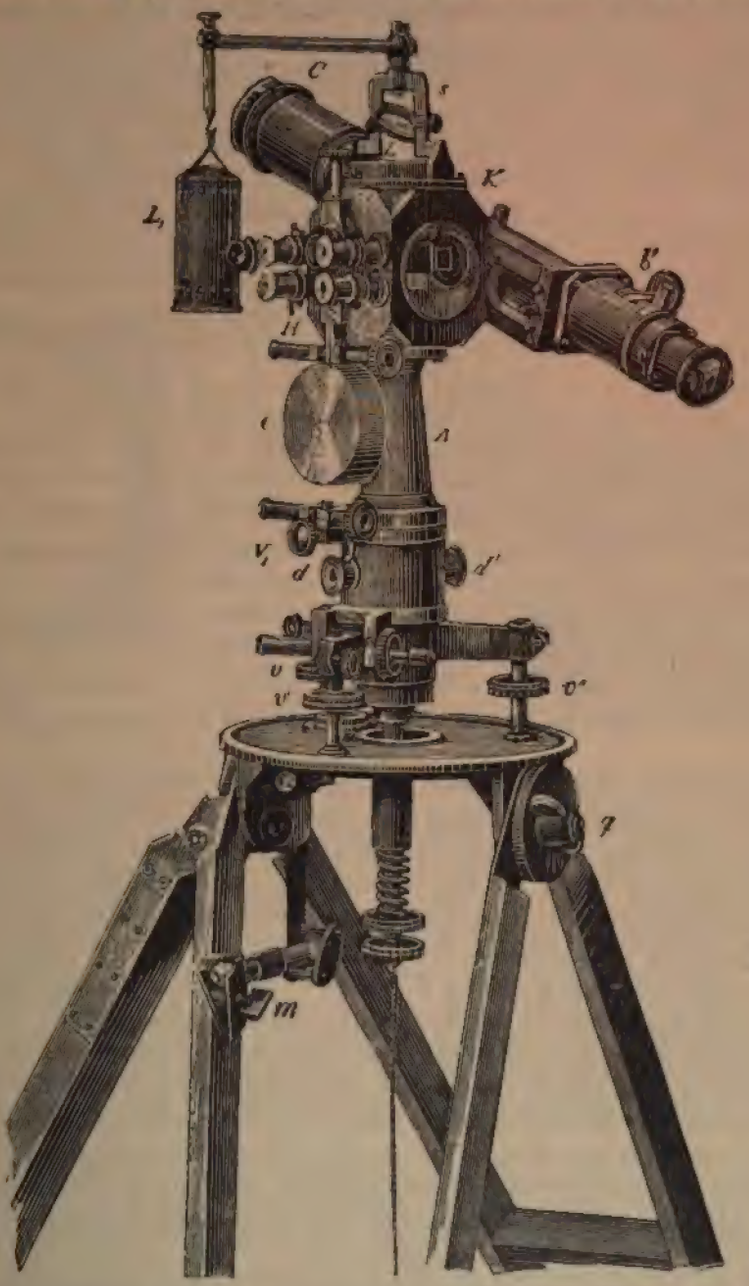


Fig. 341

que se propuso conseguir el ilustre Porro con esta forma de trípode; pero no deja de ofrecer inconvenientes al ponerle y quitarle del hombro del peón, sino se hace con mucho cuidado, por lo que consideramos preferible trasladar separadamente el trípode y el aparato.

Aflojando las tuercas H, H_1, y f y asegurando suavemente primero la palanca l_2 se pone fácil y rápidamente sobre la estación este trípode y se nivela su plataforma con la pierna sencilla y el pequeño nivel esférico L_1 á este objeto destinado, asegurando despues fuertemente las piernas y la palanca l_2 con sus tuercas.

El aparato se coloca sobre la plataforma apoyando los tornillos del juego sobre pequeños

discos *p p*, que les da mayor estabilidad, pero que no deben ser sueltos, como hemos visto en algun ejemplar, sino unidos al extremo de aquellos tornillos, como en los teodolitos y taquímetros de Laguna, para evitar el embarazo de recogerlos y su pérdida, y despues de enroscar el tornillo de unión (figura 339) con la cabeza *X*, permaneciendo flojo el resorte se mueve el aparato sobre la plataforma en cuanto sea necesario y lo permita su hueco circular central (22 milímetros en todos sentidos) hasta que el perpendículo colgado del gancho *g* se ponga sobre el punto de estación; se aprieta entonces suavemente el resorte de espiral con la tuerca *X*, y con los tornillos del juego y el nivel esférico *L*, que está sobre la caja de los limbos y es de sensibilidad de un centígrado, se pone vertical el eje general del aparato muy fácil y rápidamente; después de lo cual se aprieta con la tuerca X_1 la unión del aparato al trípode.

En el centro de la plataforma de éste se levanta normalmente á su plano un eje hueco *A A*, que apresado en el extremo inferior por la pieza *E* (figura 339), lleva en el superior el limbo horizontal *C* perfectamente unido á él y dispuesto de tal modo que su diámetro $0^c - 200^c$ se encuentra en el mismo plano vertical que el eje de la aguja imanada *M*, cuando esta señala el cero de la escala de la orientadora O O_1, (figura 339), que se halla en un ensanche del mismo eje y es de las condiciones de las utilizadas por Salmoiraghi en sus taquímetros, aunque no se puede declinar como en ellos, lo cual es un inconveniente no despreciable.

Este eje, y consiguientemente toda la parte superior del aparato que sobre él se apoya, puede girar libremente dentro de la plataforma del trípode ó permanecer á ella unido enroscando el tornillo de presión v_1 (figura 339), si bien entonces tiene el movimiento lento mediante el correspondiente de coincidencia v_1 u_1 (figura 340); con estos dos movimientos y teniendo en cuenta las indicaciones de la aguja se puede colocar el diámetro 0^c — 200^c del limbo azimutal en el plano del meridiano magnético muy fácil y rápidamente y en tal caso apretando la tuerca de seguridad v_1' se evita que se desoriente por distracción del operador, que podría mover el tornillo v_1 en lugar del V_3 motivando errores ó la extorsión de tener que orientar de nuevo y repetir los rumbos anteriores de la misma estación por no saber cuando había tenido la distracción.

Envolviendo al eje *A A* se encuentra el estuche *R R*, que sostiene todos los órganos integrantes de la llamada *parte móvil ó alidada* del aparato, como en la figura 339 se observa fácilmente y puede hacerla girar libremente sobre aquel eje ó á él unirla invariablemente en el sentido azimutal, segun que esté ó no desenroscado el tornillo de presión v_2, si bien en este segundo caso puede aquella recibir el movimiento lento con el de coincidencia V_2 u_2 (fig. 340).

En la caja S (figura 339), sólidamente unido al estuche *R R*, están herméticamente encerrados el limbo azimutal *C* fijo al eje *A* y el vertical C_1 que lo está al eje de muñones del anteojo, con el que gira apoyándose en dos paredes de la caja S, (figura 339).

En la paralela al eje de colimación del anteojo la atraviesan cuatro microscopios compuestos A, B, I, II (figura 340); con los dos primeros se leen en cada momento dos ángulos azimutales que difieren en 200^c justos y lo propio sucede con los dos últimos respecto á los zenitales y ambos limbos reciben la luz necesaria mediante la reflexión de la difusa del día ó de la de una linterna apropiada de noche por los prismas *p* p_1 (figura 340), con lo cual se evitó el principal inconveniente que antes ofrecían estos aparatos, pues recibiéndola directamente por debajo del nivel esférico *L* no era muchas veces suficiente.

Los limbos *C* y C_1 están finísimamente grabados con punta de diamante sobre discos esféricos del bronce blanco especial y muy duro, que se emplea en la fabricación de los espejos de telescopio y como ellos pulimentados, siendo su diámetro útil solo de 58 mm. y como están divididos en 4.000 partes ó sea en décimas de grado y las unidades numeradas de 0^c á 339^c, resulta que las líneas de estas están separadas 0'455 mm. y las de las décimas 0'0455 mm., nada de lo que podría conseguirse á mano ni sobre plata ú otro metal mas blando ni conservarse en buen estado expuestos los limbos á la acción de la intemperie, por eso se dividen y numeran mecánicamente y se conservan herméticamente cerrados.

Para poder apreciar en estos especialísimos limbos hasta 5 miligrados con la observación

de un solo hilo, se utilizan microscopios compuestos con amplificación de 32 diámetros y para en caso necesario conseguir mayor precisión llevan 5 hilos simétricamente colocados cuatro de ellos relativamente al central, con lo cual y reiterando 10 veces las lecturas se puede alcanzar la notable apreciación de 5'8", según dedujo Salmoiraghi de las experiencias realizadas al efecto por el ingeniero Borletti (1).

Con las antedichas condiciones aparece en cada microscopio la parte correspondiente del limbo en la forma y dimensiones de la figura 84, que para mayor comodidad reproducimos y se comprende en su vista que fácilmente pueda hacerse la apreciación directa con un hilo hasta los 5 miligrados, porque no es difícil estimar con menos error de $^1/_{10}$ de las décimas de grado la situación del hilo en el espacio á ellas correspondiente.

Como es siempre conveniente que el hilo central de cada par de microscopios corresponda á los extremos de un diámetro, se corrige la posición de su respectivo retículo moviéndole con llave de cuadradillo mediante las cabezas prismática 1, 2, 3 y 4 que se ven en la figura 340.

Fig. 84

El eje de muñones, a, está en uno de sus extremos sólidamente unido á la regla T T, á que se sujeta el anteojo con los collares D, D_a permitiendo el D, dar una pequeña inclinación al anteojo relativamente al eje de muñones por medio de los tornillos α y β para poder corregir, sin tocar al eje de colimación, el error de falta de perpendicularidad entre estos dos ejes.

En el otro extremo, sostenido por un collar que no impide su movimiento, lleva el contrapeso P que equilibra el del anteojo; pero á él se fija este, impidiendo todo movimiento de campana, con el tornillo de presión ν_4 si bien puede dársele el lento con el de coincidencia ν_3 u_3 (figura 340).

Ya hemos dicho que el nivel esférico L, que está sobre la caja S, es de sensibilidad de 1" y sirve para poner vertical el eje general del aparato, siendo corregible mediante los tornillos x y x', que se ven en la figura 340; pero para poner horizontal el eje de colimación del anteojo, sobre él en dos collares perfectamente torneados se puede colocar en dos opuestas direcciones el nivel L, de mucha más sensibilidad y para que durante la observación ó mejor aun durante las comprobaciones y correcciones, que es su destino mas comun, no se caiga por distracción del operador al invertir el anteojo, en algunos ejemplares se sujeta mediante unas puntas movidas por muelle que entran en el agujero abierto en unas piezas unidas á los collares, mecanismo sencillísimo y el mas cómodo de cuantos hemos visto destinados á tal objeto y que debiera generalizarse en todos les aparatos, que tienen el nivel sobre el anteojo, pues así, como otras veces hemos dicho, se hace fácil y completa la comprobación de la horizontalidad del eje de colimación.

El anteojo con objetivo de 50 mm. de diámetro, es analático, con retículo compuesto de las condiciones del representado en la figura 110, que aquí reproducimos y de cuyas ventajas é inconvenientes ya nos ocupamos en el número 83; la lente colectora no se puede mover sin desarmar el anteojo y el ocular es de los llamados Argos y otro de Ramsden y retículo de 5 trazos de recambio.

Para facilitar la lectura de los distintos ángulos diastimométricos, A, B ó C del retículo de Porro, figura 110, el ocular Argos tiene un pequeño movimiento á fin de colocar los oculares de que se compone delante de los correspondientes grupos de trazos y sobre aquel se mueve también una plancha, como aparece en la figura 342, de manera que solo puede observarse el ocular ó los oculares en cada caso convenientes; es decir, que si se quieren leer las alturas de mira correspondientes al ángulo diastimométrico del grupo A ó sea de 2 centímetros por metro

(1) «Les Cleps», 1888, página 15.

se corre la plancha hasta que los oculares y los agujeros A A se coloquen delante de los grupos extremos; si las correspondientes á los grupos B, ó de 1 centímetro por metro, hasta que los agujeros B y B' se correspondan con aquellos y si el de 4 mm. por metro se colocará el agujero C delante del correspondiente grupo del retículo, cuidando en cada caso de que el centro de los agujeros oculares se corresponda con el trazo central de cada grupo, para que se vean todos con la menor inclinación posible.

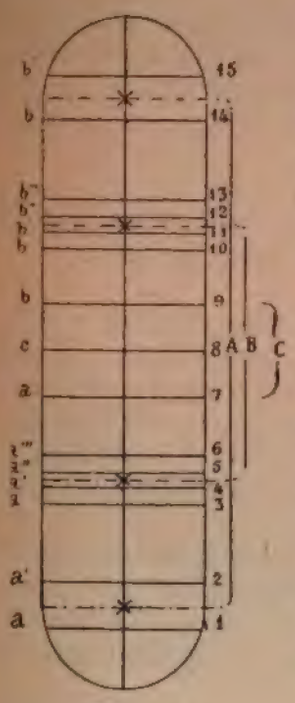


Fig. 110

Como cada uno de los pequeños oculares del Argos tiene la amplificación de 70 diámetros, es su campo muy pequeño ofreciendo dificultades para dirigir las visuales y para facilitar la busca de los objetos lleva el anteojito galileano con amplificación de 3 ó 4 veces, que aparece en la figura 340 cerca del ocular del anteojo grande; por el que se enfilará pronto el objeto, cuando se haya visto centrado por el anteojito de busca referido.

Como de la figura 339 se desprende, el anteojo puede dar la vuelta de campana completa y con un ocular con prisma permite hacer observaciones al zenit, condición que condujo á Porro á elegir la posición excéntrica del anteojo; pero con la disminución del diamétro de los limbos redujo la excentricidad á 75 mm. en el aparato de que nos ocupamos, que en las distancias considerables influye poco en el valor de los ángulos azimutales y de todos modos se puede anular con la aplicación de la regla de Bessel, segun demostramos en el número 156.

El precio de este aparato es en Milan de 1,200 liras con los utensilios necesarios para las observaciones nocturnas ó en las minas, tal como aparece, en la figura 341 y sin ellos de 1,100 liras.

No creemos necesario entretenernos á explicar la manera de hacer las comprobaciones y correcciones de este especialisimo aparato, porque fácilmente se deducen de cuanto para los anteriores hemos dicho y de la precedente descripción, con tanto mayor motivo hemos de proceder así cuanto que, fuera de las ya indicadas, apenas hay correcciones que hacer siguiendo las ideas de Porro, que no quería que el Topógrafo las realizara y sí el constructor asegurando bien todas las piezas, lo cual tiene sus ventajas y los inconvenientes consiguientes á los descuidos de los fabricantes y á los desperfectos ocasionados con los golpes que sufren los aparatos en los grandes transportes, aunque en verdad no son de temer en el de que nos ocupamos por su extremada solidez y la escrupulosidad con que se corrige y aseguran las piezas en los talleres del ilustre Salmoiraghi antes de entregarlos al comprador; esto no obstante no debemos olvidar el provervio latino; *aliquando dormitat Horacio* y con tal motivo es de recomendar que al recibir tales aparatos se comprueben todas sus partes y se corrijan en lo que fuera necesario y posible.

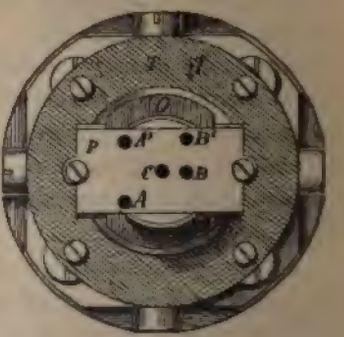


Fig. 342

CLÉPE MEDIANO

En perspectiva se representa en la figura 343 sobre un trípode de forma inglesa con doble plataforma.

Sus condiciones son enteramente análogas á las del modelo anterior con las diferencias siguientes:

1.° Aunque los limbos son solo de 50 mm. de diámetro están también divididos en 4.000 partes ó décimas de grado.

2.° Solo tiene dos microscópicos, uno para cada limbo, con amplificación de 28 veces y con tres hilos, por cuyo medio se consigue directamente con el central los ángulos al centígrado y reiterando los 5'4 miligrados; pero no se obtiene la comprobación inmediata por no leerse mas que un ángulo: con el microscopio de la izquierda, señalado ψ, se leen los ángulos zenitales, con el de la derecha, θ, los azimutales; el 1.° es corregible, el 2.° no; la imagen observada en cada microscopio es la que aparece en la figura 85 que reproducimos.

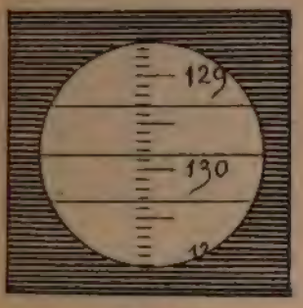


Fig. 85

3.° El anteojo es analático, el diámetro del objetivo de 40 mm., el retículo solo tiene 4 hilos horizontales y el ocular ortoscópico amplifica 28 veces.

4.° No tiene el anteojito galileano por ser innecesario y

5.° La excentricidad del eje de colimación es solo de 60 mm.

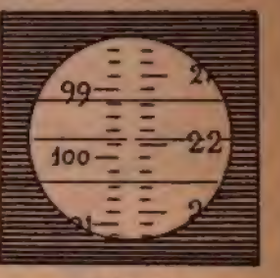


Fig. 86

Su precio en Milan es de 875 liras con los accesorios necesarios para las observaciones astronómicas y 800 sin ellos.

CLÉPE PEQUEÑO

En perspectiva se representa en la figura 344.

Su trípode de forma inglesa con plataforma sencilla es mucho mas ligero que el del modelo mediano.

Los limbos solo tienen 35 mm. de diámetro, están divididos en 2.000 partes ó en quintos de grado y estos numerados todos de 0^c á 399^c: ambos son leídos á la vez con un solo microscopio que amplifica 17 diámetros, presentándose la imagen en la forma y dimensiones de la figu-

Fig. 343

Fig. 344

ra 86, reproducida, correspondiendo la graduación de la izquierda al limbo vertical y al horizontal la de la derecha, lo que debe tenerse muy presente para evitar equivocaciones, especialmente cuando á las visuales les corresponde el rumbo de 90ᶜ á 110ᶜ.

Con el hilo central se miden directamente los ángulos con apreciación de 2 centígrados, pero con los tres y reiterando no es difícil llegar al centígrado.

El anteojo es analático, de 35 mm. de diámetro el objetivo, el retículo con 4 trazos horizontales para conseguir el centímetro por metro repetido en la forma ya dicha (número 185) y el ocular ortoscópico con amplificación de 25 diámetros, con lo cual, según Salmoiraghi, se miden las distancias hasta 150 metros con la precisión de $^1/_{1000}$.

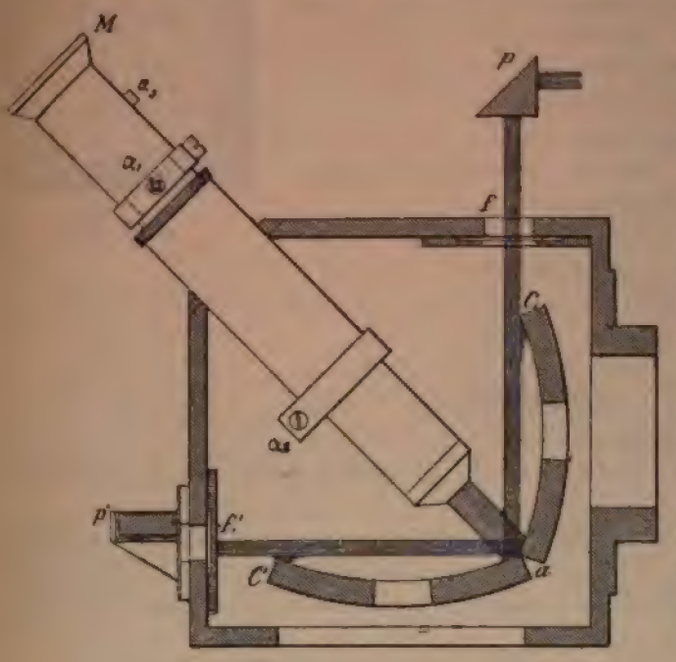
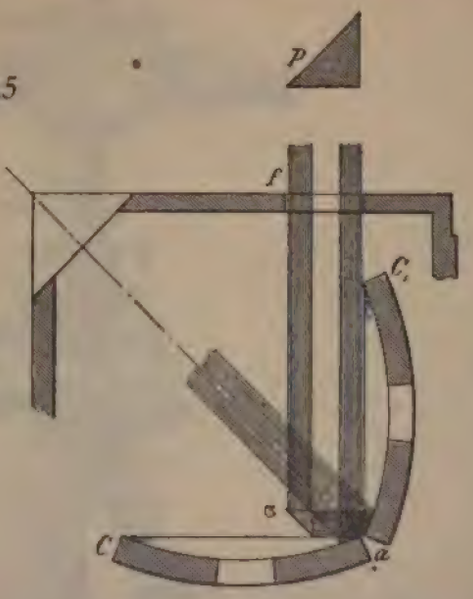


Fig. 345

Una sola cosa merece explicación especial en este aparato y es el por qué aparecen las graduaciones de los dos limbos sobre el mismo microscopio, combinación ingeniosa que permite leer con suma rapidez los ángulos azimutales y los verticales haciendo que muchos Topógrafos prefieran este aparato á todos los demás para trabajos de no mucha importancia, no obstante su excentricidad de 52 mm., que si no tiene importancia en la apreciación de los ángulos azimutales puede ofrecer el inconveniente de dificultar las observaciones recíprocas por la interposición de los pequeños obstáculos, que es el mayor que resulta de la excentricidad del anteojo.



La combinación que justifica la aparición de las graducciones de los dos limbos en el mismo microscópico la pone bien de manifiesto la figura 345, en que aparece una sección de la caja de los limbos.

Estos están grabados sobre casquetes esféricos cóncabos de tal manera ajustados sobre los dos ejes que casi se tocan en un punto *a* del plano de los dos ejes, en el que tambien se encuentra el del microscopio dirigido hacia el mismo punto y con inclinación de 50ᶜ relativamente al plano de cada uno de los dos limbos, cuya graduación está dispuesta de manera que el *cero* del azimutal y el 100ᶜ del zenital coincidan en *a*, cuando el de colimación es horizontal y se encuentra en el plano del meridiano magnético.

La iluminación de la parte necesaria del limbo azimutal se verifica por el haz que penetra por la ventana *f* en ciertos casos auxiliada por el prisma *p* y la del limbo vertical por el que

recogido por el prisma p' penetra por la ventana f', reflejándose ambos en la dirección del microscopio, como en la figura se indica; de manera que la imagen de la parte de cada limbo se produce á uno y otro lado del eje cual se representa en la figura 86 y se comprende que por poca luz difusa que haya en el aire se verán bien los limbos y de noche y en las minas se iluminarán fácilmente con una luz cualquiera, en cuyo caso hay tambien que iluminar el retículo del microscopio con una linterna: este es tambien rectificable con relación á la graduación 100^c del limbo vertical, pero se debe hacer esto con cuidado para no cambiar la orientación, pues aquella corrección influye algo en la observación de los ángulos azimutales, si bien esto se puede evitar con el movimiento del eje general.

Este clépe cuesta en Milan con los accesorios necesarios para las observaciones nocturnas astronómicas, ocular con prisma y vidrio negro, espejito para la iluminación del retículo, etcétera, 530 liras y sin estos 500.

189 — Clépes de anteojo centrado.

Para satisfacer los deseos de muchos Ingenieros italianos que reprochaban á los clépes anteriores la excentricidad del anteojo, hizo este modelo el ilustre Salmoiraghi advirtiéndolo así en su catálogo de 1894, como si temiera las críticas de otros y así también como si le repugnara variar la forma típica y especialísima construcción de aquellos.

No eran infundados los temores del ilustre Salmoiraghi, porque si bien con esta nueva forma han desaparecido los inconvenientes atribuídos á la excentricidad del anteojo, entre los cuales es indudablemente el mas importante la dificultad que algunas veces presenta la observación recíproca, porque todas las demas, excepción hecha del aumento de peso, se evitan con la aplicación de la regla de Bessel, haciendo que tales Ingenieros consideren el aparato de que nos ocupamos como el *mas perfecto* de todos los construídos hasta ahora, motivos hay para que muchos otros Ingenieros den la preferencia al clépe grande antes descrito y no precisamente por la mayor potencia de su anteojo y microscopios y sensibilidad de sus niveles, que esto podría ser igual hasta cierto punto en ambos tipos, sino porque la forma propia del excéntrico ofrece ventajas indudables, que indujeron al ilustre Porro á aceptar aquella condición.

En efecto: no es fácil con el anteojo centrado, segun aparece en la figura 157, que reproducimos, hacer observaciones hácia el zenit y nadir; no lo es tampoco dar al anteojo grandísima potencia y consiguientemente las grandes dimensiones que tuvo y puede tener en el clépe primitivo, y en este el nivel esférico sencillamente colocado sobre la caja de los limbos y la colocación de los 4 microscopios hácia un mismo lado, da gran facilidad para la puesta en estación del aparato y para la observación de los ángulos con su inmediata comprobación desde un mismo punto, todo lo cual economiza muchas molestias y tiempo en la observación, y evita tambien los peligros y errores consiguientes á los movimientos del operador alrededor del aparato.

Tampoco en el clépe centrado es fácil corregir la falta de perpendicularidad entre los ejes de colimación y de muñones del anteojo sin mover la cruz filar como en el clépe excéntrico se hace, finalmente es este mas sólido y está menos expuesto á desperfectos; de manera que á igualdad en la potencia del anteojo y microscopios, de sensibilidad en los niveles, de trípode y otros órganos, que pueden aceptarse para los dos tipos, parécenos que el de anteojo excéntrico es preferible al del centrado y sin duda por juzgarlo así también el ilustre Salmoiraghi ha construído este con alguna repugnancia.

No queremos con todo esto decir que el clépe de anteojo centrado no resulte un aparato de excelentísimas condiciones, que pueda competir con los mejores taquímetros con nónius y sí solo que no anula, ni mucho menos, los clépes anteriores.

Dos modelos se construyen del nuevo clépe, que solo difieren en la magnitud de sus partes y en la potencia de su anteojo y microscopios. (1)

(1) Por encargo especial de la casa de Biosca y compañía de esta ciudad, se está construyendo un tercer modelo, de cuyas condiciones darémos cuenta si podemos estudiarle antes de entrar en prensa nuestro libro.

El mayor, representado en la figura 157, tiene su anteojo con objetivo de 48 mm. de diámetro y 335 de distancia focal, el retículo de 5 trazos horizontales y dos oculares movibles con amplificación de 28 y 40 diámetros respectivamente: el limbo azimutal es de 68 mm. de diámetro y el vertical de 61 mm. ambos divididos en 4.000 partes ó décimas de grado con todos

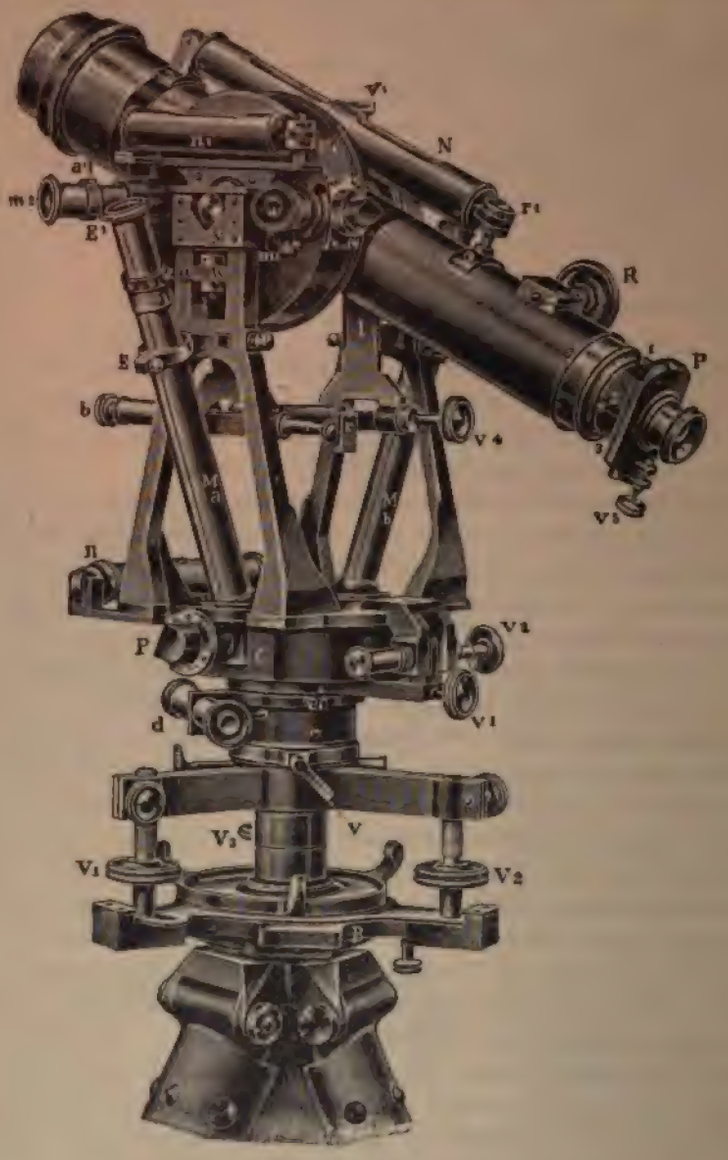


Fig. 157

estos numerados de 0ᶜ á 399ᶜ y con los microscopios compuestos con micrómetro de 3 kilos se puede apreciar fácil y directamente con uno solo el centígrado y los 5 miligrados con los tres y la reiteración.

El nivel que está sobre el anteojo es rectificable, pero no inversible, como debiera serlo, y de sensibilidad de 10″, siendo algo menor, pero suficiente á su objeto, la de los otros dos que se hallan sobre la caja del limbo azimutal y sobre los microscopios del vertical.

Los microscopios son fácilmente rectificables y los limbos están iluminados por prismas giratorios, que recojen la luz difusa del día ó la directa de una linterna reflejándola sobre las partes de los limbos que se han de leer; de manera que esto se hace sin la menor dificultad haciendo girar el prisma segun convenga en cada caso.

. La orientadora es declinable y el trípode de forma inglesa con doble plataforma se puede sustituir por el de la figura 335 con rebaja en el precio y ventaja en las maniobras; con las condiciones indicadas cuesta en Milan 935 liras.

El modelo menor solo difiere del precedente en que su anteojo tiene el objetivo de 40 mm. de diámetro y 280 mm. de distancia focal, el limbo horizontal de 58 mm. de diámetro y 53 el vertical, costando en Milan 800 liras; este modelo es el que satisfará mejor las necesidades mas comunes, pues, siendo suficientemente potente en todos conceptos, es de peso y volumen menos molestos que el del precedente; sustituye al *clépe mediano de anteojo excéntrico* tal vez con alguna ventaja, porque en él se pueden observar los ángulos azimutales y verticales con comprobación inmediata, aunque con la molestia de tener que dar una vuelta alrededor del aparato y se puede declinar la orientadora como convenga en cada caso; pero en cambio ofrece mas dificultad la corrección de falta de perpendicularidad entre los ejes de colimación y de muñones del anteojo y la comprobación de la horizontalidad del primero.

Despues de lo que tantas veces hemos dicho no es necesario que nos entretengamos en explicar el manejo de estos aparatos y sus comprobaciones y rectificaciones, que fácilmente se comprenden á la vista de la figura y mejor en presencia de ellos.

ARTÍCULO CUARTO

TAQUÍMETROS REDUCTORES Y AUTOREDUCTORES

190 —Consideraciones generales y clasificación.

Segun dejamos demostrado en el número 82, para determinar las distancias horizontal y vertical entre el punto de estación y otro observado, es necesario resolver una de las diferentes combinaciones de las fórmulas siguientes:

CON LA ESTADIA DE PORRO DE ANTEOJO ANALÁTICO CENTRAL

Colocando la mira vertical:

$$D = g.\ \text{sen.}^2\varphi \qquad y \qquad (1.^a)$$

$$z = D.\ \cot.\ \varphi + (i-m) = g.\ \text{sen}\ \varphi.\ \cos.\ \varphi + (i-m) \qquad (2.^a)$$

Colocando la mira normalmente á la visual axial:

$$D = g.'\ \text{sen.}\ \varphi \qquad y \qquad (3.^a)$$

$$z = D.\ \cot.\ \varphi + (i-m) = g.'\ \cos.\ \varphi + (i-m) \qquad (4.^a)$$

CON LA ESTADIA DE REICHEMBACH

Colocando la mira vertical:

$D = g.\ \text{sen}^2\varphi + {}^2/_3\ f\ \text{sen}\ \varphi$, que se sustituye sin error sensible por esta otra mas sencilla;

$$D = (g + {}^2/_3\ f)\ \text{sen}^2\varphi = g.\ \text{sen}^2\varphi + {}^2/_3 f\ \text{sen}^2\varphi \qquad (5.^a)$$

$$z = D.\ \cot.\ \varphi + (i-m) = (g. + {}^2/_3\ f)\ \text{sen.}\ \varphi.\ \cot.\ \varphi + (i-m) \qquad (6.^a)$$

Colocando la mira normalmente á la visual axial:

$$D = (g' + {}^2/_3\ f)\ \text{sen.}\ \varphi \qquad (7.^a) \quad y$$

$$z = D.\ \cot.\ \varphi + (i-m) = (g' + {}^2/_3\ f)\ \cot.\ \varphi + (i-m) \qquad (8.^a)$$

Las mas generalmente utilizadas son las dos primeras, porque lo es tambien la estadia de Porro con la mira vertical, y una vez conocida la distancia y el azimut ó el rumbo, segun los casos, se consiguen las coordenadas planimétricas por las sencillas fórmulas:

$$X = D.\ \text{sen.}\ \theta \quad \text{é} \quad y = D.\ \cos.\ \theta$$

con lo que se tienen las tres coordenadas ortogonales de cada punto con referencia á la estación y por suma algébrica las de todos á un orígen, cuyo conjunto constituye el *plano numérico*, objeto final, que por sus grandes ventajas se propuso Porro.

Pero sabiendo este ilustre Ingeniero, que á la aceptación de su estadia y procedimiento se oponía, por los defensores de la medición directa de las distancias y de los antiguos procedimientos, como obstáculo de grande importancia é ineludible la necesidad de invertir mucho tiempo en la resolución por el cálculo ordinario de tales fórmulas para cada punto, no solo preparó sus Escalas y Círculo logaritmicos, de que despues se derivaron otros muchos aparatos análogos, que las resuelven con suma rapidez y mas que suficiente precisión, como lo harémos ver al ocuparnos de los *trabajos de gabinete en los procedimientos modernos*, sino que para resolver la primera, que es la única diferente entre unos y otros procedimientos, compuso su ingenioso anteojo sthenallático, en el que la distancia horizontal se leeria directamente en la mira, fuera cualquiera la inclinación de la visual, como luego verémos.

Pero no dió resultados prácticos esta ingeniosa solución y como los enemigos de la medición indirecta de las distancias y de los modernos procedimientos continuaron en su pertinaz oposición, Porro y los partidarios de aquellos, para disminuir en lo posible el trabajo y molestias que la resolución de tales fórmulas motivaba, prescindieron de las coordenadas planimétricas en los detalles transigiendo con la adopción de los *planos numérico-gráficos*, calcularon diferentes Tablas apropiadas y combinaron las Reglas y Círculos logarítmicos antes aludidos, con lo que puede bien asegurarse que se anula el motivo de oposición á los nuevos procedimientos en lo que tiene de atendible, porque no lo son las exageraciones en que inconscientemente incurren sus detractores, que olvidan los gravísimos defectos inherentes á la medición directa y antiguos procedimientos y no quieren tener en cuenta las condiciones de los planos, que con unos y con otros se consiguen; pero son tan evidentes las ventajas de la medición indirecta de las distancias sobre la directa y los planos numéricos y numérico-gráficos sobre los simplemente gráficos respectivamente característicos de los nuevos y de los antiguos procedimientos, que ya solo las ponen en duda los que no han hecho de aquellos un estudio sério y comparativo, que nos hemos propuesto facilitar con la redacción de este libro describiendo todas las clases de aparatos y procedimientos antiguos y modernos.

Pero si aquella controversia ya no existe entre los Topógrafos ilustrados, si otra que, aunque no lo parezca á primera vista, tiene iguales fundamentos y conduce á parecidos resultados; porque mientras unos defienden que se conserve la estadia invariable para determinar los argumentos g, φ y θ y de ellos se deduzcan las coordenadas ortogonales numéricas por el cálculo logarítmico ó con Tablas apropiadas en las poligonales y con las Reglas y Círculos logaritmicos en la parcelación consiguiendo siempre planos numéricos de bastante precisión, otros, aceptando lo primero y reduciendo lo segundo á las distancias horizontal y vertical, se contentan con planos mixtos, esto es, numéricos en cuanto al esqueleto formado por las triangulaciones y poligonaciones y gráfico en la parcelación para evitar el cálculo de las coordenadas planimétricas (X é Y) de los puntos de esta y otros finalmente exagerando el trabajo y las molestias inherentes á la resolución analítica de las fórmulas al principio citadas, han procurado conseguirlo modificando los aparatos, que con ello toman el nombre de *reductores* y *autoreductores*, creyendo de esta suerte evitar la dificultad y aun suponiendo algunos que al par que tiempo se gana con sus ingeniosos aparatos precisión, sin tener en cuenta que sucede todo lo contrario, como indicarémos relativamente á cada uno.

Entre los inventores de estos modernos aparatos hay algunos que, para ensalzar las ventajas de los suyos, rebajan injustamente las condiciones de los taquímetros ordinarios y exageran extraordinariamente el trabajo que motiva la resolución de las fórmulas antes citadas, suponiendo que sus inventos constituyen un progreso indudable en la moderna Topografía; mientras que otros inventores mas conocedores de los recursos de esta y mas prácticos limitan la aplicación de sus aparatos á la fijación de los detalles ó parcelación; y como estos precisamente reunen condiciones aceptables en casos determinados y conviene que se conozcan las condicio-

nes de los que con tan exageradas pretensiones se han presentado, para evitar prejuicios y desengaños hemos creído oportuno describir lo mas brevemente que nos sea posible todos los aparatos de esta clase que conocemos.

No lo harémos, sin embargo, del llamado Autoreductor Sanguet, ni de los de Charcot y Loir-Erasme, porque, como ya digimos relativamente al primero en el número 88, siendo verdaderos clisímetros, no dan las distancias horizontales y verticales por condiciones especiales de su mecanismo, sino por las que corresponden al sistema de diferencia de pendientes ó tangentes aplicable con todos los aparatos de igual clase y esto con la exposición á los errores graves que allí apuntamos.

En su consecuencia nos ocuparémos separadamente en este artículo, en el orden cronológico en que se dieron á conocer, de los reductores y autoreductores siguientes:

1.° Taquímetro reductor (sthenallático) de Porro.
2.° Id. id. Metrógrafo y Omológrafo de Peaucelier y Wagner.
3.° Taquímetro reductor de Wagner-Fennel.
4.° Taquímetro Kreuter.
5.° Taquímetro reductor de Tichy é Starke.
6.° Plancheta de Viotti.
7.° Taquímetro reductor de Roncagli-Urbani.
8.° Autoreductor Hammer.
9.° Taquígrafo de Ziegler.
10. Autoreductor Baggi.
11. Autoreductor de Marco Nassó.
12. Autoreductor Salazar.
13. Taquígrafo de Schrader.
14. Autoreductores numérico y numérico-gráfico de Mas y Zaldúa.

Terminarémos con el juicio crítico de estos aparatos en su comparación con los taquímetros comunes y entre sí para procurar encauzar los distintos pareceres que ahora dividen á los Topógrafos modernistas.

191 — Taquímetro reductor (sthenallático) de Porro.

En las páginas 54 y 55 de su «Tachéométrie, etc., 1858» le describe de una manera bastante incompleta en cuanto al mecanismo autoreductor; pero suficiente á dar idea del artificio ingenioso utilizado al efecto; mas como quiera que este y el taquímetro á que se aplicó fueron por el mismo Porro desechados, nos concretarémos á indicar el objeto que se propuso y la manera de conseguirle.

Aunque el ideal de Porro fué siempre modificar los aparatos y procedimientos para conseguir los planos mas completos y exactos que los que se obtenían con los característicos de la antigua Topografía, como lo justifican los perfeccionamientos que realizó en el teodolito extendiendo su uso á todos los casos á que hasta entonces solo se dedicaban la brújula ó la plancheta, al propio tiempo que procuró por todos los medios la generalización de los planos numéricos para sustituir á los gráficos y en el gráfico de aquellos las coordenadas ortogonales á las polares, que nunca dan tanta *seguridad* y *precisión;* es decir, aunque estas dos condiciones y la no despreciable de la economía en los gastos le sirvieron de norte en sus importantísimos trabajos, para llamar la atención del público topográfico y hacer entusiastas partidarios de sus reformas trascendentales, procuró poner en evidencia especialmente la celeridad suma, que con ellas se podían conseguir los planos transigiendo en cierto modo con las inconveniencias del graficismo.

Por eso se vé que en su famoso teodolito olométrico y en el taquímetro reductor ó mejor dicho autoreductor, á que ahora nos referimos, no se limitaba á medir los ángulos azimutales y zenitales y los elementos necesarios para calcular las distancias horizontales y verticales, sino

que, mediante una regla que puso en la parte inferior del eje del aparato y hacía de alidada y una plancha horizontal que cubría con papel enrasando por debajo de ella, construía lo que llamó *tipos eidográficos* ó planos de cada estación para evitar despues la construcción de los detalles; pues una vez calculadas las coordenadas ortogonales de las estaciones y fijada con ellas la situación correspondiente en el plano, le bastaba calcar en él todos los detalles mediante los tipos eidográficos, con lo cual se economizaba mucho tiempo en los trabajos de gabinete (1).

Pero para que los eido-tipos fueran suficientemente exactos, era preciso reducir en el campo las distancias al horizonte con el inconveniente de entorpecer aquellos trabajos, que son los mas caros y penosos, y de exigir un Ayudante especial encargado de tales reducciones y para evitar todo esto y conseguir directamente las distancias reducidas, que pudieran transportarse desde luego á los eido-tipos, es precisamente para lo que compuso su taquímetro autoreductor; pues por su medio se leerían directamente en la mira las distancias horizontales fuera cualquiera la inclinación de la visual axial haciendo que en cada una variase el ángulo diastimométrico en razón inversa del cuadrado del ángulo zenital, porque de esta suerte la primera fórmula anterior, que dá el valor de la distancia, se convertiría en esta otra:

$$D \text{ met.} = g'' \text{ partes de la mira.}$$

A este efecto, como se indica en la figura 347, entre la lente colectora Q, acromática y cóncava, y el objetivo O interponía otra tambien acromática y convexa, P, movible paralelamente á sí misma en el sentido de la longitud del eje óptico, que aproximándose al objetivo disminuía en las condiciones deseadas la magnitud de la imagen sin cambiar el lugar de su formación y la condición analática, que al anteojo daba la lente Q.

Para producir este movimiento automáticamente y en razón del ascensional del anteojo, sujetaba la lente P á los extremos de las varillas de un bastidor, que se deslizaban por unas canales abiertas en el anteojo paralelamente á su eje óptico y hallándose el otro extremo, C, articulado á una viela C B, que en B, sobre la horizontal del eje de muñones, se articulaba con una barra fija al platillo de la alidada, formaban una suerte de paralelógramo de Watt y aunque Porro reconocía que, como en este, tal mecanismo no funcionaría de una manera matemáticamente exacta, suponía que en las inclinaciones que ordinariamente alcanzaría el anteojo, aun en los terrenos accidentados, los errores consiguientes serían despreciables; pero la experiencia le convenció de que así no sucedía y mas concienzudo que otros inventores, que han útilizado medios mecánicos semejantes para análogo objeto, desechó su autoreductor.

192 — Taquímetro reductor, metrógrafo y omológrafo de Peaucellier y Wagner.

Estos dos capitanes de Ingenieros militares franceses proyectaron en 1866 su *taquímetro reductor* proponiéndose leer directamente en la mira la distancia horizontal mediante la variación automática del ángulo diastimométrico de una manera enteramente análoga á como lo propuso Porro, con la sola diferencia de que los hilos estadimétricos eran verticales por utilizar las miras horizontales (euthímetro), de que nos ocuparémos en el artículo siguiente; no consiguieron mejores resultados, porque, como en el precedente, con el movimiento de la lente P (figura 347) varía mas ó menos la posición del eje óptico del anteojo relativamente al geométrico y consiguientemente la situación de la imagen en el plano del retículo y ademas porque es imposible regular aquel movimiento con la precisión necesaria para conseguir la del ángulo diastimométrico, como ya indicaba Porro con referencia á la que podía esperarse del paralelógramo de Watt.

(1) Como luego verémos Wagner-Fennel y Viotti se propusieron y consiguieron el mismo objeto y mucho mejor despues Mas y Zaldúa con su Taquigrafómetro, que resulta mas sencillo y perfeccionado en su Autoreductor numérico-gráfico, que completa perfectamente el ideal de Porro y satisface cumplidamente las aspiraciones de sus sucesores en la solución de tal cuestión.

El ilustrado Ingeniero Marco Nassó, en su excelente estudio de esta clase de aparatos atribuye (1) el fracaso del de Porro y su homólogo de Peaucellier y Wagner á que tenían el *reticulo móvil;* pues dice que variando la inclinación lo hacía la posición de los ejes citados; pero no se comprende bien esta observación; porque siendo fijo el objetivo no puede menos de moverse en el sentido del eje óptico para conseguir la enfocación de la imagen y en el concepto de la posición relativa de los hilos y de la cruz filar en el sentido vertical en ninguno de los dos casos lo era, según dice Porro, á parte, por de contado, del movimiento de corrección necesaria á la

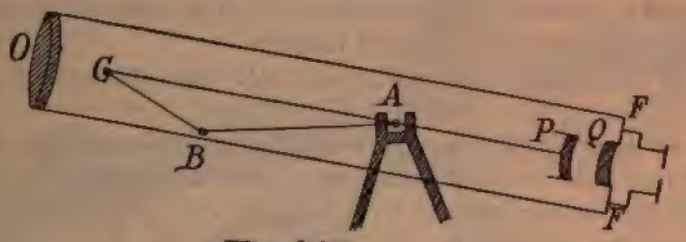


Fig. 347

centración de la cruz filar. No podemos resolver la duda por no disponer de otra descripción mas concreta y detallada de este aparato, que por otra parte no ofrece mas que un interés histórico, ya que por sus mismos autores fué abandonado.

Relativamente al *metrógrafo* dice el Sr. Nassó lo siguiente:

«Los Sres. Peaucellier y Wagner, reconocieron el inconveniente de tener *móvil el plano del reticulo* y modificaron su taquímetro haciendo fijas las lentes objetiva y analática y tambien el plano del retículo *colocando una lente móvil entre el ocular y la analática*. La mira y el retículo de este instrumento son iguales á las del taquímetro precedente. Al instrumento así modificado dieron el nombre de *metrógrafo*. Para servirse de este se dirige el hilo vertical central al eje del montante de la mira y se maniobra un sistema articulado que hace mover la lente móvil hasta que los dos hilos verticales extremos caigan sobre dos divisiones del brazo horizontal de la mira. Una regla graduada da la posición de la lente móvil y por medio de la lectura de esta regla y de la de la mira se tiene la distancia horizontal. Un doble paralelógramo articulado da la diferencia de nivel entre los puntos de estación y vistos. Esta modificación hecha al taquímetro es ingeniosa, pero, ademas de haber hecho mas complicado el taquímetro, le quita la condición de ser autoreductor».

Describe así mismo el *omológrafo* en los términos siguientes: «Es una combinación del *metrógrafo* y de la *plancheta de Viotti*. La mira es análoga á la utilizada con el *metrógrafo:* el anteojo es centralmente analático y el retículo está formado de cuatro hilos de los que uno es horizontal y verticales los otros tres; uno de los hilos verticales extremos es móvil y fijos todos los demas; un parelógramo articulado regula la distancia de los dos hilos verticales extremos de modo que la parte de mira comprendida entre estos dos hilos multiplicada por el coeficiente diastimométrico, dé inmediatamente la distancia horizontal del punto visto. La altura se obtiene por medio de una regla vertical de una manera análoga á la utilizada en la plancheta de Viotti y en el taquímetro de Wagner-Fennel. Al instrumento vá tambien unida una plancheta para dibujar mecánicamente la posición planimétrica de los puntos visados».

A falta de descripciones mas completas hemos creido oportuno traducir literalmente las consignadas por el Sr. Nassó y aunque es de temer que nuestros lectores tendrán, como nosotros, muchas dudas sobre las condiciones de tales aparatos, parécenos que no los considerarán utilizables, ni atendible en este concepto el juicio crítico que sobre ellos hace el Sr. Nassó en los términos siguientes.

(1) «Rivista di Topografia e catasto». Julio de 1899—pág. 13.

«El *metrógrafo* y el *omológrafo* de Peaucellier y Wagner tienen sobre el modelo de 1866 la gran ventaja de tener el eje óptico invariable».

«En cuanto á *comodidad* no son teodolíticos; pero podrian serlo con leves modificaciones; tienen la ventaja de adaptarse á una mira vertical y de poder dirigirse la visual axial á un punto cualquiera de ella; pero tienen el inconveniente de exigir el uso de una mira de construcción particular».

«Relativamente á la *rapidez* conviene notar que las correcciones y rectificaciones del *metrógrafo* y del *omológrafo* son relativamente fáciles y breves; pero estos dos instrumentos no son autoreductores. La distancia y la diferencia de nivel se obtienen, es cierto, con una sola puntería para cada punto; pero no con mucha rapidez».

«La *exactitud* de estos dos instrumentos es suficiente; pero ambos son de construcción complicada y costosa».

Lamentamos no tener de estos aparatos descripciones mas completas para satisfacer mas cumplidamente la curiosidad de nuestros lectores y emitir sobre ellos juicio propio mas fundado; pero el formado con lo antes trascrito no es favorable á su aplicación y lo mismo debe pensar el ilustrado Ingeniero, Inspector que fué muchos años del catastro italiano Sr. Roncagli, cuando haciendo caso omiso de los dos últimos, se concretaba á decir (1) sobre el primero que no había dado resultado.

193 — Taquímetro reductor de Wagner - Fennel

El primero de estos aparatos le construyó en Wiesbaden en 1869 el Ingeniero M. C. Wagner.

La cassa de Fennel establecida en Cassel, que despues se encargó de su construcción, ha publicado dos instrucciones en alemán (1886 y 1901) y otra en francés (1887) describiéndole detalladamente y en su vista lo harémos tambien, porque su mecanismo de proyección, que es lo característico de estos aparatos, le encontrarémos utilizado en otros dignos de aprecio, como lo son, en Alemania especialmente, los de Wagner-Fennel, que aplicaron igual medio de reducción á taquímetros sin limbo vertical, á planchetas comunes, dándolas el nombre de *taquigrafómetros*, y á brújulas estadimétricas, al objeto de que pudieran utilizar las ventajas del invento los partidarios de estas tres clases de aparatos.

Consecuentes con la opinión emitida sobre las planchetas de la 2.ª y 3.ª clase (números 172 á 175) y sobre las brújulas (número 156) creemos oportuno concretar nuestra noticia al *taquímetro reductor*, que en la figura 348 aparece, presentando claramente las condiciones del mecanismo de reducción de las distancias horizontales y verticales.

Este consiste en lo siguiente:

Una regla graduada, A A, está fija al anteojo por dos brazos próximos al retículo y al objetivo, siendo su arista superior paralela al eje de colimación y por consiguiente lo serán tambien en todas las inclinaciones de la visual.

Una corredera, S, provista de dos nónius, *a* y *b*, se mueve por medio de un resorte automático sobre dicha regla. El nónius superior, *a*, gira sobre un eje cuyo centro se halla en la arista de la escala vertical, D E, cuando esta se pone en contacto con él y sirve para la apreciación de las alturas, así como el otro, *b*, lo hace en las distancias inclinadas, que se toman sobre la regla A A; de manera que cuando el *cero* de estos nónius coincide con los de sus respectivas escalas, el eje del nónius *a* se encuentra 1'5 metros, reducidos á la escala de las reglas ó $\frac{m}{n}$, por debajo del eje de muñones y en cualquier posición inclinada su cero señalará sobre la escala D E la altura relativa de dichos dos ejes.

En un plano paralelo al de la regla A A hay otra B B, cuya arista superior es perpendicu-

(1) «Rivista di Topografía e catasto». Marzo de 1896—pág. 140.

lar á la de la regla D E, de manera que cuando el aparato está dispuesto para observar son respectivamente horizontal y vertical.

Sobre la arista superior de la regla B B corre suavemente, mediante ruedas apropiadas, una escuadra de proyección C D E, que lleva un nónius *c* para apreciar las distancias horizon-

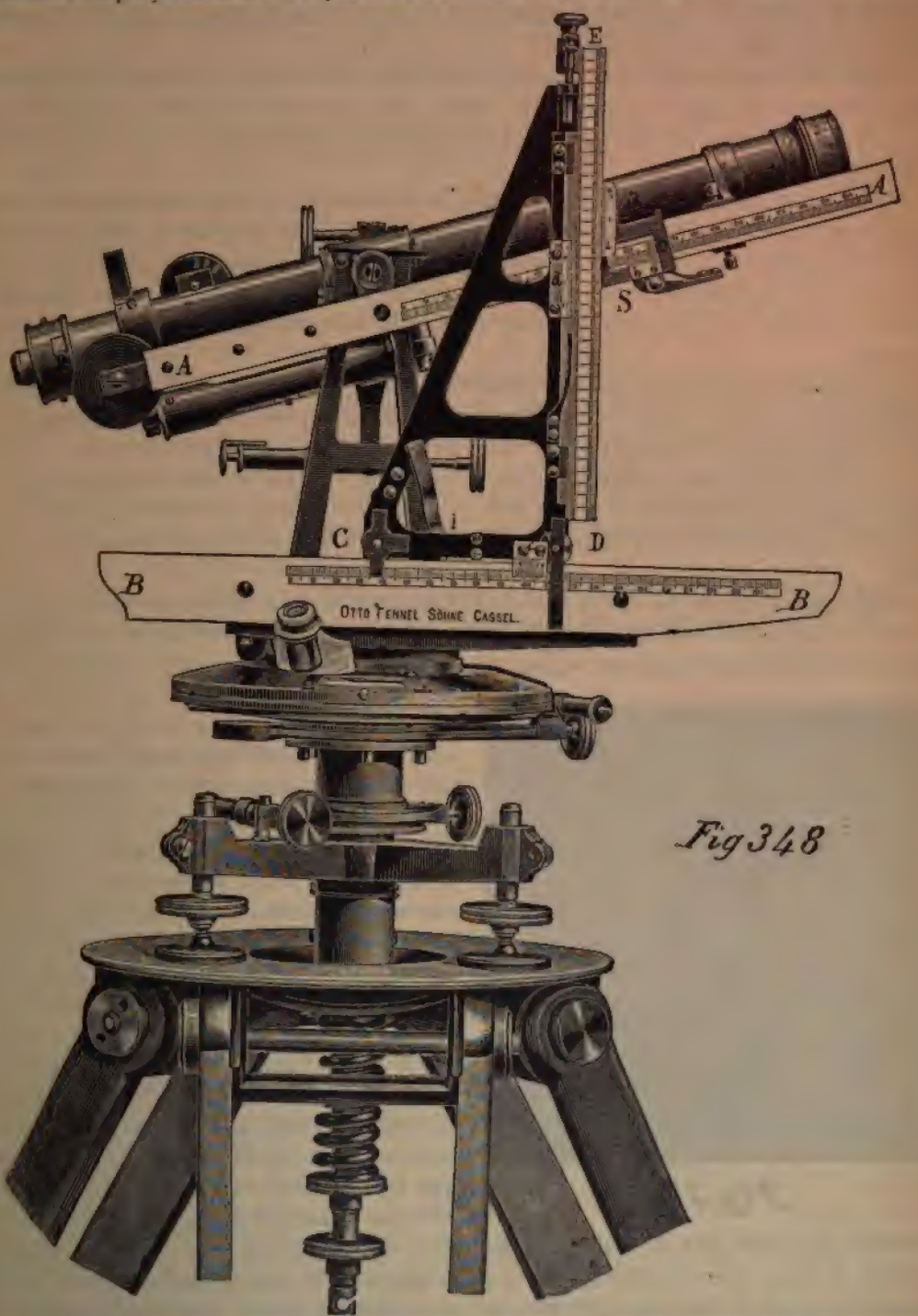


Fig 348

tales en la escala B B y dispuesto á tal efecto de manera que, cuando el cero del nónius *b* coincide con el de la escala A A y en esta posición lo hace la arista de la D E con el nónius *a* y el plano vertical del eje de muñones, el cero del *c* coincide tambien con el de la escala B B y esta escuadra puede detenerse en su movimiento mediante el resorte automático *i*.

Las tres escalas tienen la misma graduación, que debe ser tal que á la vista se aprecie la décima de sus unidades mediante el nónius respectivo (la mas cómoda será sin duda la división en milímetros para poder medir distancias hasta de 150 metros sin fatiga de la vista); en las escalas A A y B B están numeradas las decenas en el mismo sentido; pero en la D E no lo están al objeto de determinar automáticamente, no las alturas relativas entre el punto de estación y los vistos desde ella, sino las altitudes.

A este efecto hay en ella una lámina de marfil con las divisiones decenarias y en cada estación se escriben con lápiz las decenas de altitud que, segun la de la estación, pueden corresponder á los diferentes puntos, que desde ella se observen borrándose despues de terminada la operación en cada una.

Esto, que se considera como una ventaja, es en nuestro concepto un grave inconveniente, que debiera desde luego evitarse, no solo por la molestia que ocasiona sino por los errores á que puede conducir; lo mejor sería numerar esta escala como las demas, con lo que se conseguirían las alturas relativas de los puntos vistos con referencia al de estación y despues en el gabinete se deducirían por sencillas sumas y restas las altitudes con mas seguridad y sin tantas molestias.

La escala D E puede moverse verticalmente hasta 15 milímetros mediante el tornillo micrométrico E al objeto de tener en cuenta en la determinación automática de las altitudes la que corresponde á la de la estación y el valor de la diferencia i — m, que se puede hacer constante en cada una, y para conseguirlo con la precisión deseada y posible lleva la escuadra el nónius *d* fijo, aunque corregible y que tiene su cero á 1'5 metros, reducidos á la escala, por debajo del eje de muñones; pues es el que sirve para fijar la altitud de la estación, como vamos á ver.

Colocando horizontal el eje de colimación los nónius *d* y *a* aparecerán en la forma representada en la primera parte de la figura 349 y si la altitud del eje de muñones en la estación fuera, v. g., de 237'40 metros, en la placa de marfil se escribirían con lápiz sobre las líneas correspondientes las decenas que en ella aparecen por encima y debajo de los ceros de los nónius; pero estos señalarían entonces la altitud de 235 y para fijar á la horizontal del eje de muñones la que le corresponde, con el tornillo micrométrico E bajaríamos la escala hasta que, como en la segunda parte de la figura aparece, los ceros de los dos nónius señalaran 237'4 metros y como no es esta la altitud que nos conviene tener en cuenta sino la de la esación y respecto á cada punto visado la del terreno en que la mira se coloca y no la del punto de la misma con cuya imagen se hace coincidir el hilo axial, es consiguiente que si en todos los que se observen desde cada estación se conserva la misma altura de mira, á que los inventores llaman *cero* de ella, bastará corregir la altitud de la estación de la diferencia i — m para todos ellos en la forma indicada; de suerte que si fuera i — m = — 0'40 y la altitud de la estación 236'7 metros, con el movimiento de la regla E haríamos que el cero del nónius *d* señalara en su escala 236'3 metros, que tambien señalaría el del nónius *a* si el eje de colimación era horizontal para conseguir directamente la altitud de todos los puntos observados desde la misma estación sin tener que preocuparnos de la corrección i — m, ventaja que tambien se obtendría si estuvieran numeradas las decenas, como en las demas escalas, para conseguir solamente las alturas relativas y no las altitudes, que no consideramos oportuno.

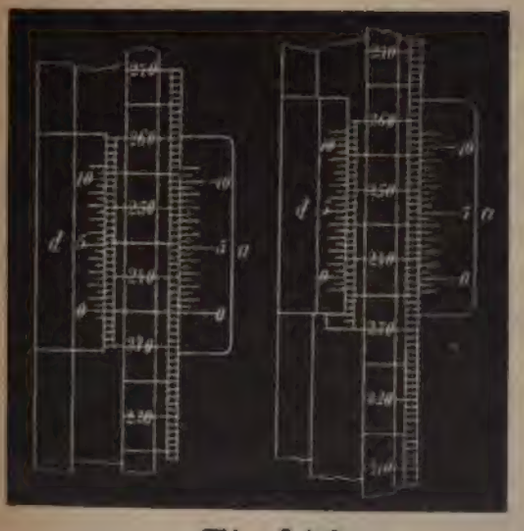


Fig 349

Si con las condiciones expuestas se señala sobre la escala A A con el nónius *a* la magnitud del radio vector ó sea la distancia inclinada que hay entre el eje de muñones y el punto de la mira, cuya imagen se ha hecho coincidir con la cruz filar, es indudable que el cero del nónius *c* señalará en la escala B B la distancia horizontal y el del *a* en la D E la altitud del punto visto ó la diferencia de alturas de aquellos dos puntos, segun que se haya ó no preparado la numeración de la escala D E y la coincidencia del cero del nónius *d* con la altitud corregida del punto de estación, no creyendo necesario demostrarlo, como en la Instrucción se hace, por ser fácilmente comprensible.

No sucede lo mismo respecto á la aplicación que ha de tener este mecanismo; porque si bien colocando la mira normalmente á la visual axial las partes de aquella dan directamente la magnitud del radio vector habido en cuenta el ángulo diastimométrico y las divisiones de la mira, como en las visuales inclinadas el punto á que se dirigen ó lo que llaman los inventores cero de la mira, no está en la vertical del punto del terreno, que se quiere determinar, sino delante ó detrás de él, segun que se incline hácia delante (en las visuales ascendentes) ó hácia atrás (en las visuales descendentes), es indudable que la distancia horizontal ha de sufrir una corrección sino se utilizan miras como la de Viotti, de que luego nos ocuparémos.

Tambien hay que tener en cuenta la *constante* si se utiliza la estadía de Reichembach y en el caso de que se coloque la mira verticalmente con esta ó la de Porro, que el aparato de proyección solo lo hace cuando se conoce la magnitud del radio vector, que con aquella condición no se obtiene directamente, sino su producto por el coseno del ángulo de inclinación.

Todo esto lo tienen en cuenta los inventores explicando lo que se ha de hacer en cada caso y conviene hacerlo constar, si bien pára mayor facilidad adoptarémos en las fórmulas que se consignan las letras admitidas ya para casos análogos.

Para el en que se utilizare un anteojo con estadía de Reichembach y la mira ordinaria normalmente á la visual axial, admiten como fórmula general la equivalente á la siguiente:

$$D = (g + c) \cos. \alpha + m. \text{ sen. } \alpha \qquad (1.^a)$$

en la que

D es la distancia horizontal buscada;

g el número de partes de la mira representativas de los metros de la distancia inclinada ó radio vector;

α el ángulo que la visual axial forma con el plano horizontal del eje de muñones y

m la altura de mira, en metros, correspondiente al punto de la misma á que se dirige la visual axial.

Pero, segun lo que hemos dicho antes, si esta fórmula corresponde á las visuales ascendentes, no á las descendentes y por lo tanto la fórmula general debe ser

$$D = (g + c) \cos. \alpha \pm m. \text{ sen. } \alpha. \qquad (2.^a)$$

Como la constante, *c*, es siempre la misma para cada aparato, basta para tenerla en cuenta cambiar la situación del cero del nónius *b* de manera que en cada posición dé $g + c$ con solo colocarle en la graduación correspondiente á g; pues en la proyección horizontal se tendrá el producto $(g + c) \cos. \alpha$, como es fácil de comprender teniendo en cuenta que con las reglas A A, D E y una paralela á la B B, que pase por el cero de los nónius de las otras dos, se forma un triángulo rectángulo semejante al formado en el terreno por la visual axial, la horizontal que pasa por el eje de muñones y la vertical del llamado cero de la mira, siendo la hipotenusa de aquel $g + c$, α el ángulo de inclinación y D el cateto horizontal, que en la misma escala de $g + c$ dará la distancia horizontal del centro del aparato á la vertical del cero de la mira, esto se comprende fácilmente.

No sucede lo mismo con lo que se dice relativamente á la corrección automática que implica el segundo término de la fórmula general anterior (2.ª), al que corresponde el signo $\pm$ y no el positivo que suponen los inventores y como no comprendemos que con tal condición

pueda utilizarse el procedimiento que proponen, vamos á copiar su ingeniosa explicación con algunas observaciones aclaratorias.

«Para determinar mecánicamente, dicen, el término m. sen. α se ha fijado el eje del nónius *a* de manera que, en la posición horizontal del anteojo, se halle por debajo del eje de muñones á una distancia equivalente á la altura de mira *m* reducida en la relación de las escalas $\left(\frac{1}{n}\right)$. Cuando esta condición está cumplida en el momento de la operación, no solo se obtiene la cantidad m. sen. α, sino que tambien de una manera exacta la altura del punto de mira relativamente al de la estación teniendo en cuenta la diferencia i — m.» (1)

«La figura 350 lo demuestra. — Designando por

v el punto *cero* de una mira puesta en P;
O el eje de muñones;
O v la visual axial á que es normal la mira;
α el ángulo de inclinación;
$^1/n$ la razón de las escalas;
$O O' = i$ la altura del instrumento;
$P v = O O^1 = m$ la altura de mira, y
$O a = \frac{O v}{n}$ la longitud del radio vector en la escala A A.

«Si se traza la perpendicular $a a'$ á O v siendo $a a' = O k = O i = \frac{m}{n}$, $k a'$ representará la línea paralela á la visual, en la que se mueve el eje del nónius *a* moviendo la corredera S sobre la regla A A. — Para la longitud *cero* y la visual horizontal el eje del nónius *a* coincidirá con *i*. Para la distancia oblícua O v poniendo el nónius *b* á la distancia $\frac{O v}{n} = k a'$ de la regla A A se obtiene el punto a' y la magnitud $O a'$ debe evidentemente ser igual á $\frac{O P}{n}$ segun la semejanza de los triángulos $O a' a$ y O P v. Si se proyecta horizontalmente $O a'$ se tendrá entonces la longitud

$$O a^1 = i a^1 = O e^1 + e^1 a^1 = O a \cos. \alpha + a a' \text{ sen. } \alpha = \frac{O v}{n} \cos. \alpha + \frac{m}{n} \text{ sen. } \alpha$$

$$= {}^1/n \, (l g + c) \cos. \alpha + m. \text{ sen. } \alpha) = \frac{1}{n} D.»$$

Con lo cual queda resuelta automáticamente la fórmula aceptada por los inventores; pero no la general que debe aplicarse, demostrándose con ello, que en las visuales descendentes en lugar de anularse el defecto se aumenta el error con la corrección instrumental.

Estos inconvenientes desaparecen utilizando anteojo analático central y miras como las de Viotti, pues con ellas son innecesarias las dos correcciones discutidas y con tal que para los puntos de cada estación se cuide de elevar el eje de giro ó *cero* de la mira, á la altura del eje de muñones del aparato, hasta se hace innecesaria la corrección *i-m* en las alturas; porque no existe la constante, *c;* el punto llamado cero de la mira está sobre la vertical de el del terreno e' i-m=o; de suerte que conservando el aparato en las condiciones al principio dichas, esto es, sin corrección especial ninguna, con los nónius de las escalas B B y D E se obtendrían directamente las distancias horizontal y vertical.

Tambien puede conseguirse el mismo resultado utilizando una mira colocada verticalmen-

(1) Esto implicaría que las magnitudes i y m fueran siempre las mismas y si lo segundo se supone por los inventores y por eso fijan lo que llaman el cero de la mira con los inconvenientes de no poderse ver en muchos casos, lo primero es imposible para las distintas estaciones y habría que hacer en cada una la corrección instrumental correspondiente: téngase ademas en cuenta que los inventores razonan en el supuesto de que el término m. sen. *a* es siempre positivo, cuando unas veces lo es y otras negativo para puntos vistos desde una sola estación.

n el punto que se quiere determinar; pero como la distancia está dada por la conocida mula:

$$D = g.\ \cos.^2 \alpha$$

que resulta en la escala BB corresponde á

$$D' = g.\ \cos.\ \alpha$$

sta magnitud se toma sobre la escala AA y á ella se ajusta la DE moviendo la escuadra de yección, con el nónius *c* se leerá en la escala BB otra magnitud que valdrá:

$D'\ \cos.\ \alpha$ y sustituyendo resultará:

$$x = D'\ \cos.\ \alpha = g.\ \cos.\ \alpha\ \cos.\ \alpha = g.\ \cos.^2 \alpha = D.$$

La diferencia de alturas se leerá con el nónius *a* en esta segunda posición de la escuadra, si lirigió la visual axial á un punto de la mira que esté sobre el del terreno á la altura misma eje de muñones y en otro caso habrá que corregirla, como de ordinario, de la diferen-i-m.

Si fuera admisible la fórmula (1.ª) de los inventores y consiguientemente la corrección ins-mental que aconsejan y hemos dicho, con ella quedaría tambien hecha en las alturas la co-cción *i-m*, como elegantemente demuestran de la manera siguiente:

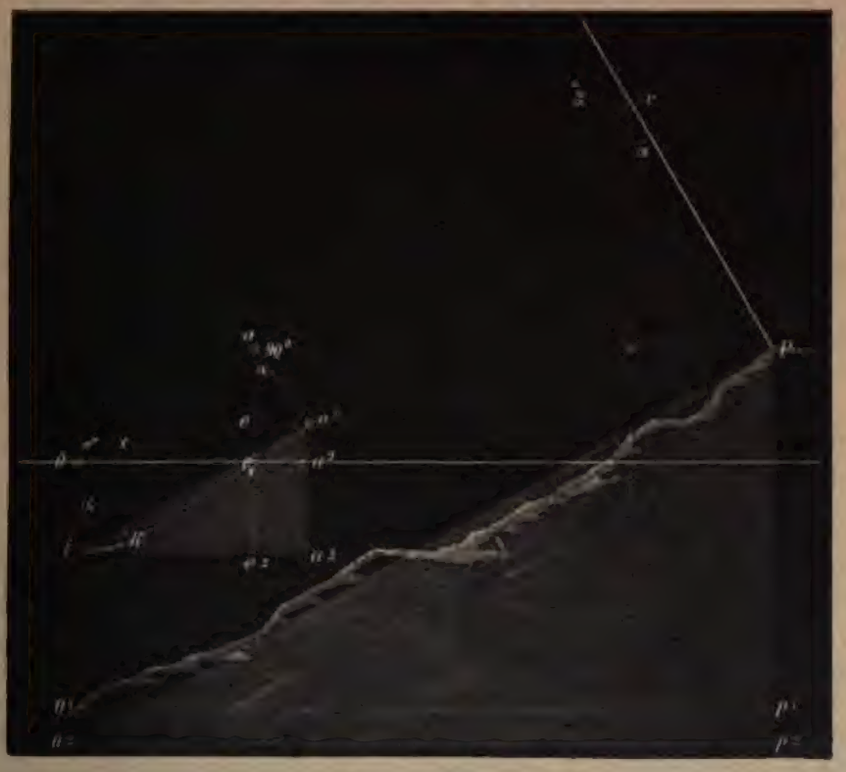


Fig 350

«La diferencia de altura entre O' y P (figura 350) es $PP' = z$. Suponiendo $OO^1 = vP = m$ ue las líneas ia' y O^1P sean trazadas, se verá que las figuras $O\ i\ a'\ a$ y OO^1Pv serán seme-tes, de donde resulta que ia' es paralela á O^1P é $ia' = \frac{1}{n} O^1P$. De aquí resulta también la nejanza de los triángulos $ia'\ a^1$ y O^1PP^1 así como $a'\ a^1 = \frac{1}{n} PP^1$, es decir que por la proyec-n vertical del punto a' se consigue en $a'\ a^1$ la medida reducida á escala de la altura $P\ P^1$.»

«Transformando estas en medidas naturales y adicionando (i-m) tendrémos la diferencia de altura entre O' y P; pues $z = PP^2 - P'P^2 = PP^2 - (m-i) = PP^2 + (i-m)$.

Para hacer mecánicamente la corrección i-m, cuando esta sea constante, basta variar la posición del cero del nónius *d* en la magnitud que en la escala adoptada la represente, á cuyo efecto está sujeto por dos tornillos con agujeros oblongos; pero como el supuesto es inadmisible esta corrección automática, como la antedicha no puede realizarse con provecho y solo para dar á conocer las ideas de los inventores y los recursos del aparato las hemos consignado.

Las condiciones especiales del referido aparato son, además de las que indica la figura 34, las siguientes:

Anteojo de 35 centímetros de distancia focal.

Nivel de doble curvatura unido al anteojo y otro suelto de largas piernas para comprobar la horizontalidad del eje de muñones.

Reticulo compuesto de hilos movibles para conseguir la estadia de Reichembach con constante de o'5 metros.

Limbo de diámetro útil de 15'5 centímetros dividido en tercios de grado con nónius de apreciación de 30" ó con graduación centesimal con la de o'01^c

El ángulo diastimométrico mas utilizado es el de $^1/_{100}$.

Nada se dice en la instrucción relativamente al diámetro del objetivo, clase y amplificación del ocular, ni sobre la sensibilidad de los niveles; pero es de suponer que estén en relación con las excelentes condiciones de construcción del aparato, que ya indica la figura y que en la Instrucción se detallan mas y se explican muy bien todas las comprobaciones y correcciones del aparato.

Ya hemos dicho que en nuestro concepto la mas sencilla y útil aplicación del invento de Wagner estará en aplicar la escuadra de proyección á un aparato con anteojo analático central y utilizar miras como las de Viotti para evitar la complicación de las peligrosas correcciones instrumentales; comprendemos que pueda tener alguna utilidad aplicar el sistema á una plancheta circular como Viotti y Mas y Zaldúa lo han hecho para conseguir sobre el terreno el plano acotado de todos los puntos vistos desde cada estación con mas precisión que los tipos eido-gráficos de Porro; pero lo que no nos explicamos es que Topógrafos sérios y concienzudos se entusiasmen con aparatos de esta clase, porque fácilmente se comprenderá que, con ellos, no se consigue mayor economía de tiempo, de dinero y de molestias, ni mucho menos tanta precisión como con los buenos taquímetros goniométricos.

En efecto:

Comparando este aparato con un taquímetro de 5 ó 6 pulgadas, que seguramente dará mayor precisión en los datos y resultados finales, desde luego se observa que el reductor es mucho mas embarazoso y expuesto á desperfectos, que pueden inutilizarle ó al menos descorregirle haciendo muy molestos los movimientos de los órganos constantemente expuestos á la intemperie, á la atmósfera polvorosa que frecuentemente rodea al operador y á que se enreden en sus escalas las ramas de las matas, arbustos y árboles, que se encuentran en el traslado de una estación á otra; de manera que será muy difícil realizar un trabajo de alguna importancia sin tener que interrumpirle con motivo de los desperfectos ocurridos por estas causas en los terrenos accidentados y cubiertos de estorbos.

En segundo lugar; si bien es cierto que en los trabajos de campo se economiza la observación del limbo zenital y en el gabinete la reducción de las distancias al horizonte y el cálculo de las alturas, en cambio en los primeros se ha de invertir mas tiempo en señalar con el nónius *b* el valor de *g* en la escala AA, en llevar la escuadra de proyección á la coincidencia con la pieza del nónius *a* y en leer con este la altura y con el *c* la distancia horizontal y tomar nota ordenada de estos resultados, y es sabido que el tiempo en los trabajos de campo cuesta más de 4 veces lo que el correspondiente á los de gabinete.

Pero no es esto lo peor; sino que preocupado como está siempre el Topógrafo con las muchas cosas á que ha de atender, es muy fácil que equivoque la colocación del nónius *b*, ó

que por entorpecimiento del giro de la pieza que lleva el *a* la escala DE no ocupe el lugar oportuno y entonces ni en ella señalará la verdadera altura el cero del nónius *a*, ni el del *c* la distancia horizontal y nada de esto presenta medios de comprobación, mientras que en la lectura de los ángulos zenitales siempre la ofrecen los dos nónius opuestos; pueden por consiguiente cometerse errores notables, que por falta de comprobación no se pueden encontrar ni corregir, faltando á la primera y mas importante condición de los modernos procedimientos; y no vale decir que estas causas de error no se producirán sino muy rara vez, porque sucede todo lo contrario y por eso precisamente se ha puesto la condición referida.

Pero hay mas; aun suponiendo que tal error no se cometa, los de apreciación en los nónius á la simple vista existirán siempre y si en el gabinete con escalas y nónius bien limpios se puede apreciar o'1 milímetro, cuando están sucios de polvo y mas ó menos oxidados ó húmedos y el operador tiene la vista fatigada ¿tendrá seguridad de apreciar los o'3 milímetros? lo dudamos; pues estos, en el supuesto de adoptarse las escalas de $^1/_{1000}$, representan un error de 30 centímetros en la distancia y en la altura solo por este concepto.

Compárense estas molestias y errores muy probables con los que ocasiona el cálculo correspondiente en la tranquilidad y comodidad del gabinete, en que despues de comprobar todos los datos se pueden hacer 600 ó mas cálculos de este género en cada hora con nuestro Círculo logarítmico apreciando con seguridad el decímetro hasta 300 metros de distancia y mas si se quiere con cualquiera de las muchas Tablas apropiadas, que al efecto se han publicado y de que darémos noticia al ocuparnos de los trabajos de gabinete con los modernos procedimientos y pronto se convencerá cualquiera que sale en todos conceptos muy cara la supuesta economía en los trabajos de gabinete con el referido taquímetro reductor.

Finalmente no creemos que ningún Topógrafo sério le admitirá para determinar las poligonaciones en trabajos de precisión y esto implicaría la necesidad de utilizar para ellos un taquímetro goniométrico, lo que en muchos casos es un grave inconveniente, porque implica una gran pérdida de tiempo en los trabajos de campo, que son los mas costosos.

De todo lo expuesto resulta que, aunque es muy ingenioso y digno de aplauso el invento del ilustrado Sr. Wagner, no consideramos su taquímetro reductor y menos su plancheta y brújula, aplicables al levantamiento de los planos de precisión y todo lo mas puede ofrecer alguna ventaja en los de detalle de cada estación.

194 — Taquímetro reductor de Kreuter.

No hemos tenido ocasión de verle, ni tampoco la detallada Instrucción publicada en Brünn en 1876, pero, segun afirma el Ingeniero Marco Nassó (1), es enteramente análogo al taquigrofómetro de Wagner-Fennel y si bien dice Nassó que no tiene plancheta, es de presumir que fijará la situación de los puntos observados desde cada estación en la forma en que se hacía en el de Porro ó en el autoreductor de Mas y Zaldúa, porque de otra manera no podría comparársele con el taquigrafómetro; de todos modos, no ofreciendo ninguna novedad, no vale la pena de ocuparse mas de este aparato.

195 — Taquímetro reductor de Tichy y Starke.

Con referencia á este nos encontramos en el mismo caso que respecto al anterior; no tenemos otras noticias que las incompletas consignadas por los Ingenieros J. Roncagli y Marco Nassó en su respectivo estudio de estos aparatos (2) y por consiguiente nos hemos de concretar á reproducir la descripción y juicio crítico que hace el segundo y la figura que dá el primero con algunas observaciones; dice así:

(1) «Rivista di Topografia e catasto».—Julio de 1899, pág. 9.

(2) Revista antes citada, págs. 14 y 15 y cuaderno de Marzo de 1896, pág. 140.

«En el taquímetro Tichy y Starke (figura 351) se han suprimido todas las reglas graduadas, los paralelógramos articulados y la movilidad del reticulo. Este taquímetro consta esencialmente de un teodolito ordinario con anteojo centralmente analático, con el eje óptico fijo y el objetivo móvil; el círculo vertical, ademas de los nónius que se encuentran en los ordinarios teodolitos, *tiene otros dos llamados uno de las distancias y el otro de las alturas, colocados en los extremos del diámetro horizontal del limbo vertical.* Con estos nónius se pueden hacer las lecturas en otras dos graduaciones particulares grabadas sobre el mismo limbo. El reticulo está

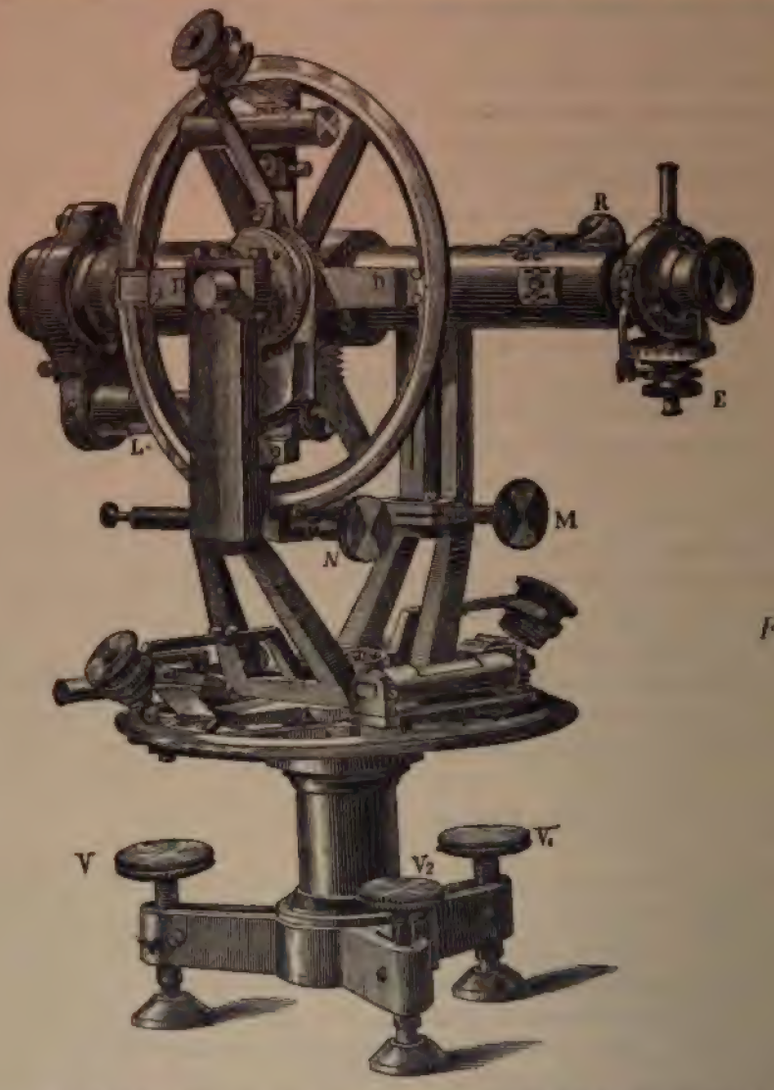


Fig. 351

formado por una cruz de hilos fijos y por otro hilo horizontal móvil por medio de un tornillo micrométrico con cabeza graduada. *Se puede asi tener la distancia entre los dos hilos horizontales en función del paso del tornillo».*

«Para hacer las observaciones, se colima con el hilo horizontal fijo el cero de la mira (que es de las comunes mantenida verticalmente) *y se hacen las lecturas en los dos nónius del diámetro horizontal del limbo zenital. Despues se hace girar el tornillo de cabeza graduada en una cantidad indicada por la lectura del nónius de las distancias; la porción de mira que aparecerá comprendida entre los dos hilos horizontales, multiplicada por 100 dará la distancia horizontal buscada. Despues se hace girar el mismo tornillo de conformidad con las indicaciones de la lectura del nónius de las alturas; y la porción de mira comprendida entre los dos hilos horizontales, multiplicada por 100, dará la altura del punto observado».*

Lamentamos no tener á la vista la Instrucción detallada de este aparato, porque, aunque desde luego se comprende que no dará buenos resultados por falta de comprobación é incompleta apreciación en la distancia de los hilos ó sea en el ángulo diastimométrico, cuyos errores por muy pequeños que sean los han de producir notables en los resultados, es el mecanismo digno de estudio por ingenioso.

Se comprende fácilmente que su objeto es cambiar el ángulo diastimométrico para las distancias horizontales y verticales en razón del ángulo de inclinación y que las magnitudes señaladas en el respectivo nónius especial no son otra cosa que las de los valores de sen.$^2\varphi$ y sen. φ cos. φ con radio igual á la distancia focal de la lente colectora (figura 107), que en el ejemplo explicado en el número 81 solo es de 0'216 metros y por consiguiente sus variaciones serán muy pequeñas y es claro tambien que el tambor ó cabeza graduada del tornillo micrométrico ha de disponerse de manera que á la distancia de 100 metros, al coincidir su cero con el índice correspondiente y estando horizontal el eje de colimación del anteojo, la separación de los hilos sea tal que comprendan en la mira un metro justo.

Leyéndose una sola magnitud de la mira para cada distancia horizontal ó vertical no hay comprobación y siendo tan pequeñas las magnitudes de variación de la posición de los hilos, por pequeñísimo que sea el error que en ello se cometa se ha de producir otro notable en la mira; pues á la distancia de 100 metros será en ella, en el supuesto anterior, 464 veces mayor y teniendo en cuenta que cada centímetro de la mira representa un metro en las distancias horizontal y vertical será en estas 46.400 veces mayor, de suerte que siendo aquel error solo de $^1/_{100}$ de milímetro, que no será difícil ni poco frecuente, resultaría de 46'4 centímetros en las distancias reales, solo en tal concepto.

Por otra parte se nota que el trabajo de observación se aumenta considerablemente; pues si bien se economiza la lectura de los nónius verticales, que se comprueban y las alturas de mira con el hilo axial y los extremos, como se hace en los taquímetros ordinarios, con el de que tratamos se ha de hacer la coincidencia del hilo axial con el cero de la mira, se han de leer separadamente los dos nónius especiales y despues de cada lectura mover con mucho cuidado el tornillo micrométrico y leer una altura de mira con cuatro movimientos del operador, todo lo que implica un trabajo que exigirá mas del triplo del tiempo necesario en la observación ordinaria con la exposición de cometer muchos errores, entre los que se deben contar los producidos por el movimiento del terreno con los del operador y la facilidad con que este puede cometer algunos en la apreciación de las partes de giro del tambor del tornillo micrométrico, por todo lo que, en nuestro concepto, es completamente inadmisible este ingenioso mecanismo.

Veamos sin embargo el juicio que sobre él emite el ilustrado Ingeniero Sr. Nassó.

«Respecto á la *comodidad* tiene la ventaja de ser teodolítico y de hacerse uso de una mira ordinaria mantenida verticalmente; pero requiere que se colime con un punto determinado de ella.»

«Relativamente á la *rapidez;* se puede observar que las comprobaciones y rectificaciones del aparato no son largas ni difíciles y se tiene la gran ventaja de tener inmediatamente en el campo y sin cálculos la distancia horizontal y la altura de los puntos observados. Para cada punto que se desea determinar es necesario hacer una colimación, dos lecturas de nónius, dos maniobras del tornillo micrométrico y dos lecturas sobre la mira. Ademas, como es notorio, este taquímetro no es autoreductor».

«Respecto á la *precisión;* se puede observar que si el coeficiente diastimométrico 100 puede ser oportuno para las distancias, es un poco demasiado grande en la medida de las alturas; que si el instrumento funciona bien, hasta óptimamente, cuando es nuevo, es de temer que con el uso se gaste el paso del tornillo y el instrumento pierda una parte de su precisión».

«En resumen; el taquímetro Tichy y Starke, ha sido utilizado y parece todavía destinado á producir grandes resultados»; podrá ser esto cierto, pero nosotros preferiríamos siempre trabajar con los buenos taquímetros ordinarios; pues con ellos se conseguirá mayor precisión, seguridad y economía de tiempo y de molestias en los trabajos de campo, que son los mas penosos y costosos.

196 — Plancheta de Viotti.

Ya en 1893 dió cuenta de ella el ilustrado Ingeniero Sr. Baggi en la revista «*Ingeniería Civile*» y en la de «*Topografía e Catasto*» la describió detalladamente en Mayo de 1896 haciendo constar, que se había utilizado con gran provecho en el estudio de algunos ferrocarriles y era muy apreciada por Topógrafos prácticos de varios países *para detallar los planos, que es el objeto que Viotti se propuso* en vista de que muchos de aquellos, si admiten el sistema numérico para las poligonaciones, esto es, calcular las coordenadas cartesianas de sus vértices ó sean las estaciones y situarlos en el papel mediante ellas, por considerar demasiado enojoso é innecesario proceder del mismo modo para situar los puntos característicos, comunmente llamados de detalle, lo hacen mediante el rumbo y distancia con trasportadores especiales; pues suponía Viotti que para conseguir tales resultados sería ventajoso utilizar una plancheta, que sin los inconvenientes de las comunes y la necesidad de hacer por el cálculo la reducción de las distancias al horizonte y la determinación de las alturas, permitiera construir directamente sobre el terreno el plano de lo que se observara desde cada estación economizando trabajos de gabinete, facilitando la croquización y descubriendo desde luego las equivocaciones y groseros errores, que pudieran cometerse.

Al comparar las ventajas é inconvenientes, que presentan los planos numéricos, con los simplemente gráficos y gráfico-numéricos, demóstrarémos la sin razón con que muchos Topógrafos utilizan los últimos hasta en los trabajos de precisión; pero la verdad es que esta preferencia existe y en algunos trabajos puede tolerarse, aunque no ofrezca las ventajas que suponen sus preconizadores, y que de todos modos es necesario tener esto en cuenta para juzgar con acierto si el aparato de Viotti cumple ó no el objeto, que se propuso y la importancia de este, de que naturalmente depende la del aparato.

Este, en cuanto á la plancheta propiamente dicha, tiene mucha semejanza con la de Fontan (n.° 171), que Viotti sin duda no conocía y el aparato de proyección con el utilizado por Wagner-Fennel (n.° 193); pero en ambos organismos introdujo modificaciones importantes.

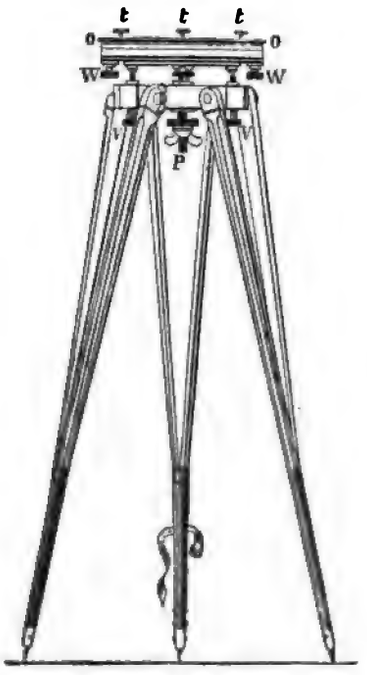


Fig. 352

Para darla á conocer con los detalles convenientes, utilizando la descripción del ilustrado Sr. Baggi, nos ocuparémos separadamente:

1.° *De la plancheta propiamente dicha ó sea del trípode, juego y tablero;*
2.° *De la alidada y su aparato de proyección;*
3.° *De la mira especial con ella utilizada;*
4.° *De las verificaciones y correcciones y*
5.° *De su manejo y ventajas é inconvenientes que ofrece.*

1.° Plancheta propiamente dicha

Como aparece en la figura 352, se compone de un trípode de seis brazos con plataforma de madera, á la que se une el tablero por medio del tornillo con tuerca de orejetas P; aflojando este, el tablero puede girar azimutalmente sobre las puntas de tres tornillos V, que constituyen el juego nivelador.

El tablero de madera y de 25 milímetros de espesor es circular con una corona de latón, *O*, de 27 centímetros de diámetro.

Los cuatro tornillos W, sirven para fijar la corona *O* al tablero y sujetar entre ambos una cartulina de la misma forma y dimensiones, que se coloca en cada estación desenroscando aquellos.

Los tornillos *t* con sus mordazas se destinan á sujetar la alidada á la corona, *O*, y puede

girar con ella apoyándose en esferitas de acero colocadas debajo de la corona O (1), de manera que cuando la alidada está sobre la corona y apretados los tornillos *t* no hay peligro de que se caiga al trasladar el aparato de una estación á otra, porque un tornillo de presión, que se vé á la izquierda en la figura 353, la fija al tablero.

2.° Alidada y su aparato de proyección

Representada en la figura 353 desde luego se comprenden sus buenas condiciones de construcción y la semejanza del segundo con el de Wagner-Fennel.

Cuando el instrumento está rectificado y colocado en su lugar, al girar la alidada con la corona *O* lo hace el eje óptico del anteojo alrededor de la vertical, que pasa por el centro del tablero.

El anteojo es analático con retículo de tres hilos horizontales y uno vertical, correspon-

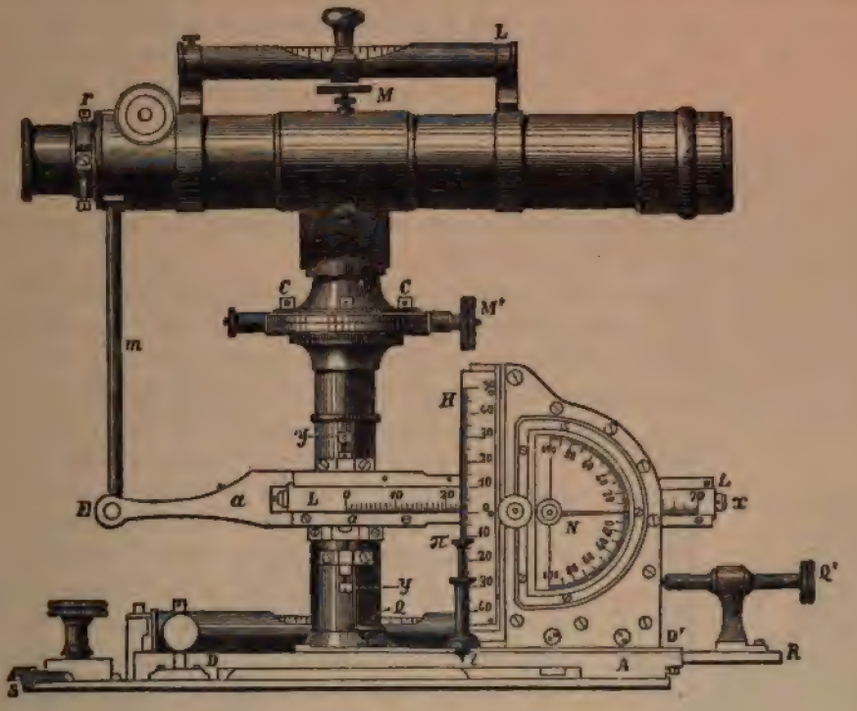


Fig. 353

diendo á los extremos el ángulo diastimométrico de 1 centímetro por cada metro de distancia ($^1/_{100}$) y consiguientemente 5 milímetros ($^1/_{200}$) por cada metro á los formados por el hilo axial con cada uno de aquellos.

El tornillo de presión, *M*, sirve para detener el movimiento rápido del anteojo y el *M'* es el correspondiente de coincidencia.

El nivel, L, que está sobre el anteojo, es de fácil corrección y móvil y sirve para su rectificación y la del aparato de proyección, así como tambien para acusar la horizontalidad de la visual, cuando convenga, y el que está unido á la regla para nivelar el tablero de la plancheta.

El aparato de proyección consta, como el de Wagner-Fennel, de tres reglas graduadas, L, H y D, que se llaman respectivamente *de las longitudes* (inclinadas ó radio vector), *de las alturas* (z) *y de las distancias* (horizontales).

La graduación de la última, D, está trazada en la cara que se proyecta verticalmente en la

(1) No se comprende bien esto á no suponer que la corona se componga de dos, una inferior en que se enroscan los tornillos W asegurando el papel y otra superior movible sobre aquella mediante las esferas citadas.

recta DD' y por consiguiente no se vé en la figura; su *cero* se encuentra en la vertical del eje de giro de la regla L y el del anteojo.

La regla de las longitudes, L, está dispuesta de manera que la arista graduada se conserva constantemente paralela al eje colimador del anteojo en los movimientos de campana de este, á cuyo efecto gira alrededor del eje *a* colocado en el *cero* de su graduación y en la vertical de la intersección del eje de giro del anteojo y el de colimación, mediante el *asta rigida, m*, unida al anteojo y al extremo E de la armadura que contiene la regla *L*.

La de las alturas, H, puede moverse horizontalmente sobre *la de las distancias, D*, manteniéndose siempre perpendicular á ella ó vertical cuando el tablero es horizontal.

Su graduación vá en dos sentidos á partir del *cero*, que se encuentra á la altura de la graduación de la regla *L*, cuando esta y el eje de colimación del anteojo son horizontales; está dividida en milímetros de 0 á 50 en la parte superior y de 0 á 40 en la inferior.

El *nónius circular N* sirve para apreciar el centésimo de las divisiones de la regla *H*.—Cuando el índice de este nónius señala cero, el de la graduación de la regla *L* coincide con el de la *H* y el eje de colimación y el tablero son horizontales, aquella coincidencia debe subsistir aunque se mueva la regla *H* de un extremo á otro de la *L*, cuyo movimiento rápido se detiene con el tornillo *Q* y se hace la coincidencia con el *Q'*.

Como la unidad en las tres escalas es el milímetro, el plano que se construye resulta en la de $^1/_{1000}$ y las unidades apreciadas con el nónius, N, son centímetros de altura; pero se comprende que fácil y mentalmente se pueden convertir en los de escala de $^1/_{2000}$ ó $^1/_{5000}$... siendo entonces la apreciación del nónius 2 ó 5 centímetros.

La teoría y manejo de este aparato de proyección es enteramente igual al de Wagner-Fennel, porque la regla *L* será siempre paralela al eje de colimación y permaneciendo vertical la *H* y horizontal la D, si sobre la primera y en la graduación correspondiente al radio vector se hace coincidir la regla *H*, aquella señalará en esta la altura y el índice que lleva en su parte inferior marcará en la regla *D* la distancia, que se señalará en la cartulina del tablero apretando el pasador con resorte $\pi\, i$ y como en el movimiento giratorio de la alidada la regla *D* se encuentra en la orientación correspondiente al punto observado, este quedará marcado en la cartulina en su posición planimétrica y á su lado se escribirá la designación que le corresponda y su altura relativamente al de estación, pues, como vamos á ver, la mira especial se dispone de manera que su altura *m*, sea igual á la del instrumento, *i*, y por consiguiente $i-m=o$.

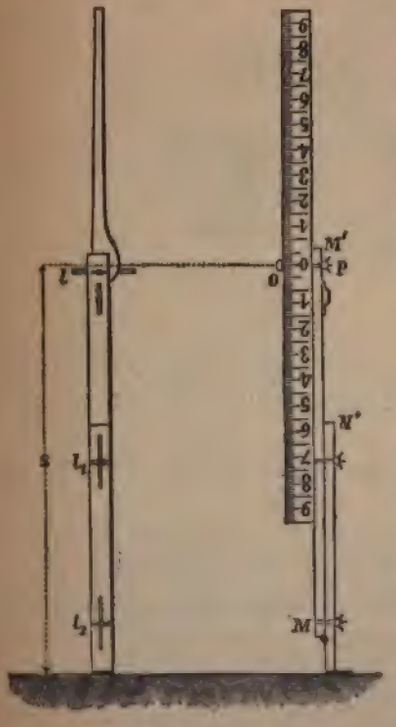


Fig. 354

3.° Mira especial utilizada

Ya digimos en el número 82 las ventajas que se conseguían en las grandes pendientes colocando la mira perpendicularmente á la visual, los inconvenientes que esto ofrece con las miras ordinarias y tambien indicamos por nota que los segundos desaparecían con la mira de Viotti, que este utiliza en toda clase de terrenos.

Esta mira, como aparece en la figura 354, se compone de dos partes; el sosten *MM'* y la mira ó tabla graduada.

El primero consta de dos piezas, que con los tornillos l_1 y l_2 permiten colocar el punto *P* á la altura del eje de giro del anteojo ó á la que mas convenga y como en *P* se halla el eje *OP* de giro de la mira y el cero de su doble graduación, con cuya imagen se hace coincidir el hilo axial, es claro que siendo iguales la altura del instrumento y la de la mira se hace innecesaria la corrección $i-m$.

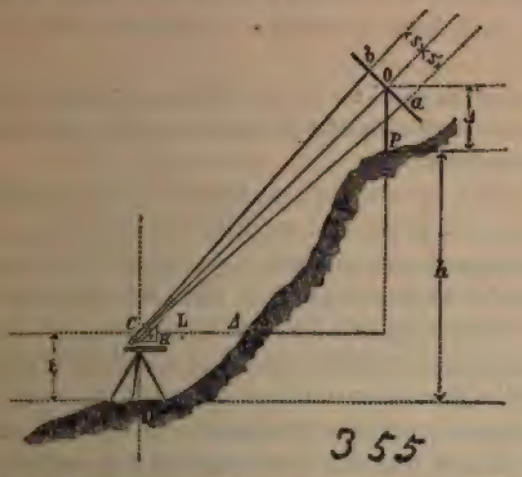
La tabla de la mira es de 2 metros y como lleva en su centro el perno con rosca *OP*, que la sirve de eje de giro, cuyo movimiento se detiene con la tuerca de orejetas *P*, puédese dar á la mira la inclinación conveniente para que durante la observación permanezca normal á la visual, lo que se consigue mirando el portamira al anteojo por una sencilla alidada de pínulas con entalladura en escuadra colocada por encima de *O*.

El primer decímetro por encima y debajo del *cero* conviene pintarlos de colores distintos y bien visibles para que el observador le vea fácilmente y á él dirija la visual central; el resto de la graduación se hace en centímetros numerando las decenas, del centro á los extremos, de 0 á 100.

Como los ángulos diástimométricos parciales que se utilizan ordinariamente son de 5 mm. por 1 metro ó $^1/_{200}$, convendría numerar las decenas de 0 á 200 y se tendrían desde luego los metros de la longitud del radio vector; en otro caso se habrán de sumar los centímetros leídos con los dos hilos extremos en la numeración de 0 á 100; sin esto ó hay que multiplicar por dos cada lectura, ó numerar como decenas cada 20 mm. de la graduación de las escalas *L*, *D* y *H*, que es lo que parece que hace Viotti; lo segundo es lo mejor, porque así se compensan los pequeños é inevitables errores de lectura de la mira.

También dijimos en el número 82 que colocando la mira normalmente á la visual, no hay que multiplicar el valor de *g* leído en aquella por el sen.^{2} φ, sino por sen φ para tener la distancia horizontal y esto lo pone también en evidencia el Ingeniero Baggi por medio de la figura 355, permitiendo ver en la graduación de la escala *H* la altura de cada punto visado sobre ó debajo del de la estación.

En efecto; si corregido el aparato y colocado el perno *OP* á la misma altura, *i*, que el anteojo de la alidada está sobre el punto de estación, Q, se coloca el pie *MM'* verticalmente en el punto *P*, que se quiere determinar y la mira en la posición *ba*, perpendicular á la visual *CO*, es claro que los centímetros en aquella comprendidos por los hilos extremos *a* y *b* expresarán la longitud en metros del radio vector, *CO*, y como la graduación es doble de *o* á *a* y de *o* á *b*,



355

Fig 356

si solo se han numerado estos centímetros, se leerán las dos mitades, que se habrán de sumar para tener el valor de *CO*, lo cual se evitaría haciendo la numeración como decenas de cada 5 centímetros.

Salvo los errores de lectura, las graduaciones leídas en *a* y *b* serán iguales, y esto segun el Sr. Baggi, indicará si la mira es ó no normal á la visual (1); pero esta comprobación es insegu-

(1) Esto se verá mejor utilizando como alidada de dirección el sencillo medio empleado por Wagner Fennel, que indica la figura 356, pues pintando de negro ó rojo las caras anteriores de las tablas, que forman la alidada y de blanco las superiores é inferiores, cuando estas vea el observador la mira no será normal á la visual y segun que sea la inferior ó superior hará conocer el sentido de la inclinación de la mira y por consiguiente la advertencia, que por señales convenidas se ha de hacer al portamira para que la coloque convenientemente.

ra, porque si bien las diferencias superiores á 5 mm. podrán servir á tal efecto, las menores no se sabrá si son debidas á esto ó al error en las lecturas de mira en las distancias algo considerables; y como corresponde un metro de estas á cada 5 mm., dichose está que ni la comprobación se consigue en ellas, ni se mide con tanta precisión como con las miras verticales de 4 ó mas metros y ángulo diastimométrico de 2 centimetros por 1 metro; pero estos inconvenientes quedarán compensados en las distancias menores de 100 metros muy inclinadas, porque, como ya digimos en el número 82, en tal caso la graduación se vé mucho mejor en la mira normal á la visual que en las verticales.

Otro inconveniente se ofrece con estas miras y es que un obstáculo cualquiera puede interceptar la visual *CO* imposibilitando la observación: pero esto puede evitarse haciendo que el portamira, mediante señal convenida, levante ó baje el eje OP, 10, 20 ó 30 centímetros tomando nota de ello para tenerlo en cuenta á la altura correspondiente y al efecto convendría hacer mas largas las ranuras en que corren los pernos l_1 y l_4 ó simplemente la correspondiente al *OP:* pero de todos modos resulta que, excepto en los casos de grandes pendientes, no ofrece esta mira tantas ventajas como suponen algunos Ingenieros.

4.° VERIFICACIONES Y CORRECCIONES

No hay para que nos entretengamos en las que corresponden al trípode, juego y tablero; solo debemos advertir que para conseguir la horizontalidad del último se utiliza el nivel que está sobre la regla inferior de la alidada, cuya burbuja se debe centrar en cada visual mediante los tornillos *V*, cuando se quieren obtener las alturas con alguna precisión.

Lo que hay que verificar y corregir con cuidado son las condiciones de la alidada y su aparato de reducción.

Para comprobar si el eje de colimación del anteojo es perpendicular al de rotación, á fin de que en su movimiento de campana describa un plano y no una superficie cónica y que aquel sea vertical, cuando la corona *O* sea horizontal, se suelta la varilla *m* destornillándola y, quedando el anteojo en libertad de dar la vuelta completa, se verifican y corrigen tales condiciones como en los demas aparatos descritos, despues de colocar la alidada sobre la corona puesta horizontal.

Para comprobar si el plano de colimación comprende ó no la línea de fé, se procede como queda dicho en el número 192, pero con referencia á un diámetro señalado en la cartulina, y, en caso necesario, se corrije mediante tornillos apropiados.

Conseguidas estas condiciones comunes á todas las alidadas, se hace que sean paralelos el eje de colimación del anteojo y el del nivel que está sobre él, á cuyo efecto se empieza por corregir el segundo centrando su burbuja en dos posiciones opuestas y corrigiendo la descentración con su tornillo especial, se dirige la visual á un punto lejano y bien determinado con el anteojo así nivelado: se quita el nivel y se invierte el anteojo moviéndole con los dos tornillos *M* y *M'* hasta que la burbuja del nivel, nuevamente colocado sobre aquel, quede centrada: si la visual va al punto anterior la condición se verifica: en caso contrario se corrije la mitad con el tornillo *M* y la otra mitad con los que mueven verticalmente el retículo, repitiendo las observaciones hasta conseguir la condición y despues se atornilla con cuidado la varilla *m* al anteojo.

Es necesario despues comprobar si su longitud es la que corresponde al necesario paralelismo entre el eje de colimación del anteojo y la escala de la regla *L*, así como tambien si esta coincide con el cero de la *H*, cuando aquella es normal y á tal efecto nivelado el anteojo se mueve la regla *H* hasta que su escala coincida con el cero de la regla *L*, se pone el índice del nonius *N* en coincidencia con su cero y se observa si el de la regla *H* coincide tambien con la arista graduada de la misma, no sucediendo así, se hace la corrección oportuna por medio de los tornillos opuestos, y, Conseguido esto se mueve la regla *H* sobre la *D* observando si en toda la longitud recorrida se verifica la coincidencia, si no sucediere esto, habrá que alargar ó acortar la varilla *m* mediante sus tornillos de unión al anteojo.

Los tornillos *x* puestos en los extremos de la regla *L* sirven para moverla en su armadura al objeto de conseguir exactamente que la rotación de aquella escala tenga lugar sobre el eje horizontal *a*, que pasa por su *cero*.

Con estas correcciones el aparato estará en disposición de utilizarse.

5.° MANEJO DEL APARATO Y VENTAJAS É INCONVENIENTES QUE OFRECE

Determinada, comprobada y corregida la poligonación del terreno realizada con un taquímetro de los antes descritos y cuidando de que las estaciones se hallen á menos distancia de 200 metros (1), se coloca en una de ellas el aparato corregido y bien nivelado mediante el nivel de la base de la alidada y los tornillos del juego, centrándole sobre la estación en la misma forma que se hace con los goniómetros; todo esto cuando se destine este aparato, como sucede de ordinario y es el objeto que se propuso Viotti, solo al *relleno* ó *parcelación* de los planos; que si se hace al levantamiento completo de ellos sin previa determinación de la poligonación, se procederá con ella en la forma de las demás planchetas con la diferencia empero de concretar cada hoja al plano de una estación relacionándola con la anterior y siguiente por rumbo y distancia y con otras lejanas por simples visuales, al objeto de tener comprobaciones en la construcción del plano general.

El papel fuerte ó cartulina utilizado es de la misma forma y dimensiones que el tablero, al que en cada estación se sujeta una hoja con la corona de metal enroscando los tornillos *W*, lo cual evita los inconvenientes de tener que pegar el papel al tablero.

La forma y dimensiones de este y la condición de no construir en cada hoja mas que el plano del terreno, que se halla alrededor de la estación á menos distancia de 100 á 200 metros, segun que se utilice la escala de $^1/_{1000}$ ó $^1/_{2000}$, anulan completamente todos los inconvenientes, que presentan las planchetas ordinarias para la centración del aparato sobre el punto de estación, para la observación y para la construcción del plano, si bien hace necesario que despues en el gabinete se forme el general, calcando el especial de cada estación.

Haciendo coincidir la escala de la regla *H* con el *cero* de la *L* y oprimiendo el botón π, el punzon *i* señalará sobre la cartulina el punto de estación, al que se dará la misma letra con que figure en la poligonación encerrándole en un circulito ó semicírculo pequeño para hallarle despues con mas facilidad; se coloca al eje *OP* de la mira ó miras á la misma altura del eje de giro del anteojo y, suponiendo que sean dos, se manda una á la estación precedente y otra á la siguiente de la poligonación; dirigida la visual á la primera se determina con las alturas de mira la distancia inclinada ó *g;* se hace coincidir con la graduación comprendida en la regla *L* la arista graduada de la *H*, á cuyo efecto se desenrosca el tornillo de presión *Q* y enroscándole despues de conseguida aproximadamente aquella coincidencia se afina esta con el *Q'*; se oprime el boton π y en la cartulina quedará marcado con el punzon *i* el punto de tal estación; se lee con el índice correspondiente en la regla *D* la distancia y en la H y nónius *N* la altura, que, despues de ver si están conformes con las calculadas en la poligonación, se escriben cerca de dicho punto en la dirección de la estación actual, con lo que quedará terminada la observación y fijada la orientación, que se comprobará, haciendo lo propio con la siguiente.

Se van despues colocando las miras en los puntos característicos del terreno, que se determinan en la misma forma y se designan de una manera conveniente cuidando de colocar cerca de cada uno entre paréntesis su altura sobre ó por debajo de la estación.

Cuando se han determinado todos los puntos, que se consideren necesarios, se saca la cartulina y el Ayudante hace su dibujado á la vista del terreno desde la estación ó recorriéndole en lo necesario, mientras que el operador se traslada y arregla el aparato en la estación siguiente, en la que se procede del mismo modo.

---

(1) Así lo dice el Sr. Baggi en el supuesto de que el plano se construya en la escala de $^1/_{1000}$; pero aquella distancia podrá aumentarse hasta 300 ó 350 metros reduciéndola á la de $^1/_{2000}$ y teniendo esto en cuenta al manejar el aparato de reducción.

Si por cualquier motivo no fuera posible determinar desde una estación todos los puntos, que al hacer la poligonación se habían supuesto que lo serían, se determinará desde ella otra secundaria como otro punto cualquiera y colocando en ella el aparato se orientará con la anterior y demás que desde ella se vieren, ya con observación completa, ya con simple dirección destinándola una hoja especial.

Dice el Sr. Baggi que, según el Ingeniero Giovanni Marsaglia, con esta plancheta y dos miras, un operador puede hacer en un día de 18 á 24 estaciones, determinando en cada una por término medio 24 puntos consiguiendo en los planos así obtenidos una economía de mas del 20 por 100 respecto á los levantados con el taquímetro: pero dudamos que así suceda, porque, aun siendo mucho mas expedito el trabajo de campo con el taquímetro, no es fácil hacer diariamente tantas estaciones y utilizando el procedimiento que mas adelante explicarémos, esto es, omitiendo inútiles cálculos de orientación, se podrán conseguir los planos numéricos y gráficos con mayor precisión y sin mayor gasto que con la plancheta de Viotti; que en el campo se emplea en la observación completa de cada punto mucho menos tiempo con los taquímetros se comprende desde luego y que no será muy grande la diferencia en los trabajos de gabinete se verá oportunamente, y como los primeros son mucho mas caros es consiguiente que lo han de resultar tambien los planos con la plancheta que con los buenos taquímetros, á igualdad se comprende de condiciones generales; lo que hay de cierto es que á muchos ilusiona llevar á casa hecho el plano, lo que en verdad se consigue casi completamente con los *cróquis circulares*, y que ordinariamente se complican sin necesidad los trabajos de gabinete y por eso es bastante general la aversión á tales cálculos y la consiguiente afición á los planos simplemente gráficos ó gráfico-numéricos.

Por lo demas esta plancheta cumple bastante bien su objeto y resulta ventajosa comparada con el taquigrafómetro de Wagner-Fennel y aun con el taquímetro reductor de este, si bien tiene los inconvenientes de no dar los ángulos azimutales y zenitales, que pudiera convenir conocer, ni en ella se aprecian con tanta seguridad las fracciones de unidad de las escalas por falta de nónius en las de las longitudes y distancias horizontales; pero su mayor sencillez y menor volumen permitirá que se opere con ella con mayor rapidez y comodidad consiguiéndose la precisión suficiente en los planos gráfico-numéricos, á que se destina, y en tal sentido es recomendable, aunque, como verémos despues, es á ella preferible el autoreductor numérico-gráfico de Mas y Zaldúa.

197 — Taquímetro autoreductor de Roncagli.

El ilustrado Topógrafo Sr. Roncagli escribió en Septiembre de 1894 una detallada descripción de su taquímetro reductor, que publicamos en el cuaderno de Octubre siguiente de nuestra Revista «*La Topografía Moderna y el Catastro*», y para darle á conocer creemos oportuno reproducirla prescindiendo de las consideraciones en que funda la conveniencia de esta clase de aparatos, completándola con otras noticias y las modificaciones que despues hizo para convertirle en autoreductor y que constan en varios artículos publicados en la «*Rivista di Topografia e Catasto*».

En su referida descripción se expresaba el Sr. Roncagli en los términos siguientes:

Antes de hablar del instrumento conviene hacer constar una breve ilustración de la teoría, en la cual su construcción está fundada.

Cuando con un taquímetro se colima una mira vertical con el eje óptico horizontal, la ecuación

$$D = kS \qquad (1.^a)$$

nos permite calcular la distancia horizontal D, por medio del segmento S=AB, figura 357, de la mira, interceptado entre los lados del ángulo diastimométrico ω, y del coeficiente k. Si luego colimamos con el eje óptico inclinado al horizonte según el ángulo α, entonces, siendo D' la

distancia inclinada C'O, y S' el segmento de la mira interceptado entre los lados del ángulo ω, aquella ecuación se muda en la que sigue:

$$D' = kS' \cos. \alpha$$

y la distancia horizontal resulta de la relación:

$$D = kS' \cos.^2 \alpha \qquad (2.^a)$$

Supóngase que podamos disminuir el ángulo diastimométrico de modo que el segmento de mira A''B'' interceptado entre sus lados sea igual á A B: es claro que con el nuevo ángulo

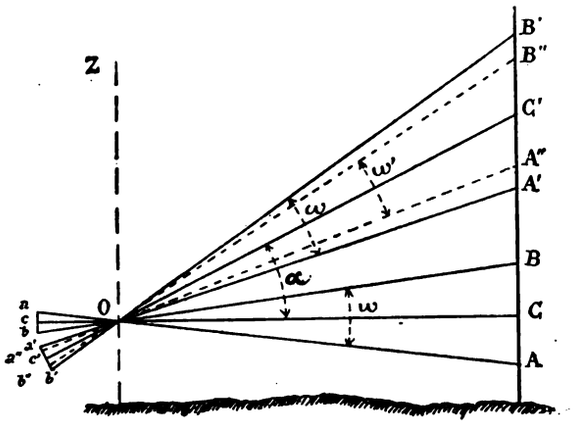


Fig. 357

diastimométrico ω' y con el eje óptico inclinado bajo el ángulo α la lectura hecha sobre la mira será igual á la hecha con el ángulo diastimométrico ω y el eje óptico horizontal; por consiguiente la distancia medida será la horizontal.

Si en la ecuación (2.ª) en lugar de S' ponemos S y en lugar de k otro coeficiente diastimométrico k' tal que sea:

$$k'S = kS'$$

la dicha ecuación no será alterada. Examinando simultáneamente las dos ecuaciones (1.ª) y (2.ª) se halla tambien que:

$$S = S' \cos.^2 \alpha$$

por consiguiente será:

$$k' = \frac{k}{\cos.^2 \alpha} \qquad (3.^a)$$

Haciendo ahora $ac = a'c' = d$, $cO = \delta$, $a''c' = y$ (1) podrémos poner las relaciones:

$$k = \frac{\delta}{2d}, \quad k' = \frac{\delta}{2y}$$

Sustituyendo esos valores en la (3.ª) y determinando y, se halla:

$$y = d \cos.^2 \alpha \qquad (4.^a)$$

expresión de la distancia entre los hilos del micrómetro, que cumple la condición del problema.

Si suponemos un taquímetro ó clépe en el cual el intérvalo entre los hilos del micrómetro pueda variarse, á voluntad del operador, entre d y $d \cos.^2 \alpha$ (α variando de 0° hasta un límite práctico de inclinación, por ejemplo 30°), y bajo la ley de la ecuación (4.ª), se comprende como ese instrumento, muy sencillo, pueda dar desde luego la distancia horizontal *economizando cualquier cálculo de reducción.*

Esto consignado, véase la descripción del instrumento.

---

(1) Cambiamos por y la x utilizada por Roncagli, porque resulta aquella *ordenada* del diagrama y á estas las designamos por y y por x las abscisas.

Su órgano principal, el solo por el cual se diferencia sustancialmente del taquímetro ordinario, es el aparato diastimométrico. Este se compone de dos partes, es decir: 1.°, de un hilo vertical fijo al tubo ocular del anteojo; 2.°, de un diagrama susceptible de un movimiento de traslación mediante un mecanismo especial.

El hilo vertical fijo determina el plano de colimación azimutal.

El diagrama, figura 358, grabado sobre un cristal, cuyas caras son perfectamente paralelas, es la expresión gráfica de la ecuación (4.°). La línea horizontal AB sustituye al hilo mediano de los ordinarios micrómetros, y al mismo tiempo representa el eje de las X para la construcción gráfica de la fórmula (4.°).

Sobre dicho eje están representados, según una ley especial de progresión, de que darémos cuenta en seguida, los ángulos α desde 0^c hasta 30^c, mediante segmentos rectilíneos, cuyo origen

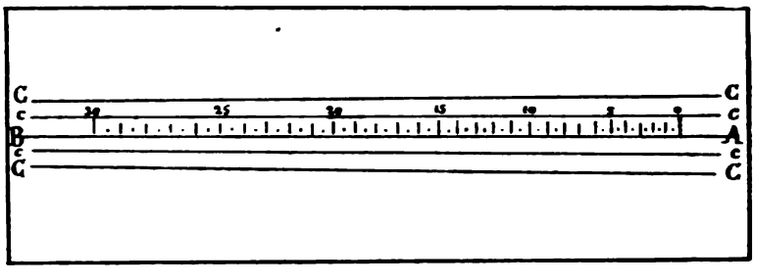


Fig. 358

comun es el cero. Las ordenadas, y, representan para cada punto de la graduación el valor correspondiente de $d \cos.^2 \alpha$, así que las curvas CC y cc, simétricas á la recta AB, son la expresión gráfica de la ley de variación de $d \cos.^2 \alpha$ (1).

El cristal, cerrado en un bastidor metálico, atraviesa el campo del anteojo y puede moverse mediante un botón exterior (cuyo eje está en b, figura 359) y una cremallera interna, quedando siempre en un plano perpendicular al eje óptico y de modo que la mediana AB quede siempre tambien perpendicular al plano de colimación. El bastidor está cerrado en una cajita paralelipípeda aplicada al tubo ocular del anteojo mediante tornillos, que sirven tambien como otros de corrección para rectificar la posición del diagrama segun las condiciones ya dichas.

El hilo vertical sirve ademas como *línea de fé* para la graduación del diagrama.

Conociéndose el valor del ángulo α y colocando el diagrama en la posición, que al mismo corresponde sobre la graduación horizontal, la lectura de la mira hecha sobre el hilo vertical dará directamente la distancia horizontal.

Decimos ya que la graduación horizontal está hecha segun una ley especial de progresión, de modo que á ángulos mayores correspondan intervalos mayores. Esta disposición es necesaria para conseguir mas exactitud en la colocación del diagrama para los ángulos mas grandes.

La ley de progresión es arbitraria y solo subordinada á las necesidades mecánicas de la construcción para no dar al aparato dimensiones demasiado grandes, que comprometerían su solidez y aumentarían inútilmente su peso. La progresión adoptada en la construcción del primer modelo era aritmética, y su *razón* fué calculada de modo que el último intervalo de la graduación fuese doble del primero. Si luego se adopta como ley de progresión la ecuación:

$$x = d \text{ sen.}^2 \alpha$$

á las curvas del diagrama se sustituyen *líneas rectas*, lo que hace mas sencilla la construcción. De las consideraciones teóricas, de que emanó esa última consecuencia, daré cuenta en un estudio especial sobre la naturaleza de la curva del diagrama.

Esto consignado, es fácil comprender el uso del instrumento.

---

(1) La figura 358 muestra cuatro curvas, porque el diagrama está preparado para dos coeficientes diastimométricos simultáneos, de suerte que ellos con la mediana AB equivalen á los 5 hilos ó trazos de los buenos taquímetros.

Colimando á la mira con el hilo vertical, se lee el ángulo vertical (ó lo que es lo mismo, el zenital); se coloca el diagrama del modo ya dicho, y se lee la mira sobre el hilo vertical; de las lecturas con los hilos del micrómetro resulta inmediatamente la distancia horizontal.

Para que sea mas fácil y mas rápida la lectura del ángulo α, la graduación vertical del instrumento se halla sobre una superficie cilíndrica (círculo de rueda); el limbo vertical es fijo, y un microscopio *m* (figura 359) paralelo al plano de colimación con su ocular muy próximo al del anteojo permite leer la graduación vertical desde la misma posición, en que se visa la mira.

Fig. 359

Es preciso observar que, para que los dos oculares dichos queden siempre en la misma posición relativa, en la cual fueron colocados en la construcción, bajo el punto de vista de la comodidad de lectura, el alargamiento del anteojo para su entocación segun la distancia se hace por el lado de la lente objetiva en lugar de hacerlo por la parte del ocular, como ordinariamente se hace en los demás taquímetros.

La graduación del diagrama, para anteojos con oculares de fuerte amplificación, como generalmente son los de los taquímetros de gran modelo, puede hacerse con mucha claridad á intérvalos de $\frac{1}{5}$ de grado, sin que la cajita que contiene el cristal alcance los 9 ó 10 centímetros. Y con esas dimensiones el intérvalo de $\frac{1}{5}$ de grado aparece tan claro en el campo del

anteojo que se puede con la mayor seguridad apreciar la décima parte, asi que el error de colocación puede considerarse como $= \pm \frac{1}{50}$ de grado $= \pm$ o'02^c. La misma precisión puede garantirse en el ángulo α, y aun superior usando los tres hilos del microscopio zenital; estas condiciones deben considerarse suficientes en la práctica de las operaciones topográficas mas comunes. De hecho es supérflua la lectura de los tres hilos; porque la uniformidad de graduación entre el limbo vertical y el diagrama permite al ojo experto del Ingeniero asegurar la precisión de $\pm$ o'2^c, aun empleando el solo hilo mediano, ademas de que es muy fácil reproducir en el campo del aparato diastimométrico la misma disposición, que se observa en el del microscopio entre la graduación del limbo vertical y el hilo mediano, *aun sin ejecutar materialmente la lectura del ángulo* α (1). Este procedimiento puede ser sobre todo útil en el levantamiento rápido de los planos. La lectura de los tres hilos será útil cuando se desée calcular las alturas por medio del eclímetro. En tal caso los zenitales podrán medirse con la precisión de $\pm$ o'01^c aproximación, que se considera casi universalmente como *máxima natural* en las operaciones topográficas.

Una observación importante, como caracteristica principal del sistema, es la de que el funcionamiento del aparato es *independiente de cualquier error propio de los mecanismos,* como tornillos micrométricos, etc. El movimiento de traslación del bastidor se hace, como ya he dicho, por medio de una cremallera y de un botón exterior. La *línea de fé* de la graduación del diagrama es el mismo hilo vertical fijo. Es, pues, fácil comprender que el tiempo y el uso del aparato no pueden tener influencia ninguna sobre la exactitud de la colocación del bastidor y, por consiguiente, de la lectura de la distancia. Esta condición tiene mayor importancia de lo que puede suponerse á primera vista. En efecto: es sabido que en cualquier instrumento de Geodesia ó de Topografía, en el cual las lecturas se hacen con microscopios y tornillos micrométricos, es preciso verificar con frecuencia la posición del cero de los tambores sobre los cuales se ejecuta la lectura, ó registrar el error del cero (error de índice) para tenerle en cuenta en los cálculos. Es también sabido que ese error de índice es variable con el tiempo; si puede considerarse nulo ó despreciable en los instrumentos nuevos, no sucede lo mismo en los que tienen muchos años de servicio, en los cuales el dicho error alcanza tal vez algunos segundos.

Esta característica del nuevo taquímetro constituye, además de su mayor sencillez, una importante ventaja sobre el taquímetro de Tichy & Starke, que sirve al mismo efecto de la medición directa de la distancia horizontal (2); en este último empléase un tornillo micométrico para regular la distancia entre los hilos del micrómetro, de los cuales uno es fijo y otro móvil.

El uso práctico del taquímetro reductor es tan sencillo y tan rápido como el de cualquier otro taquímetro ordinario. Una larga experiencia hecha en el campo con el primer modelo, construído por el bien conocido Ingeniero Sr. D. Angelo Salmoiraghi de Milan, ha suficientemente demostrado que el nuevo instrumento puede con ventaja sustituir al taquímetro ordinario bajo el doble punto de vista de la rapidez en las operaciones y de la precisión en las mediciones. El método mas práctico de uso es el que sigue:

1.° Se colima á la mira con el hilo vertical, y se aprieta el tornillo del movimiento azimutal.

2.° Se lee sin cambiar de posición el ángulo vertical, é inmediatamente se coloca el bastidor y se lee la distancia horizontal.

3.° Se hace la señal al portamira para que mude su posición segun las instrucciones del jefe de la brigada.

---

(1) Véase el estudio de los Ingenieros Mariani y Guarduci, del Instituto Geográfico Militar, sobre la precisión de las lecturas de los círculos con microscopios de hilos fijos. *(Rivista di Topografia é Catasto:* vol. IV. página 191.)

(2) Véase *Die Tachymetrie mit besonderer berücksichtigung des tachymeters von Tichy et Starke:* Anton Schell, Wien, L. W., Seidel et Sohn, 1880.

4.° En el intérvalo de tiempo, que emplea el portamira en cambiar de punto, se hace la lectura del ángulo azimutal.

Es preciso observar que, si este instrumento elimina toda probabilidad de errores propios de los cálculos auxiliares, admite todavía él mismo una probabilidad de error. Puede en efecto suceder que se cometa un error en la colocación del diagrama. Sin duda la existencia de esa probabilidad no puede negarse: es preciso, sin embargo observar que en la peor de las hipótesis el error será limitado á una lectura de distancia (lo mismo que puede suceder con la reducción de las distancias inclinadas) cuando la medición no sea la de un lado poligonal. En este caso, como en cualquier otro en el cual sea preciso asegurarse un medio de comprobación, el instrumento nos ofrece uno tan rápido como seguro. *Se repite la medición de la distancia mudando la inclinación del eje óptico.* La rapidez con la cual se puede ejecutar esta operación es superior á la que permite repetir la reducción de la distancia inclinada con los instrumentos de cálculo ó con las Tablas.

La ventaja de obtenerse directamente en el campo el elemento principal para el cálculo de las coordenadas es indudablemente grande bajo el punto de vista de la economía en el trabajo de gabinete. Una operación de menos significa un gasto menor en los trabajos, sobre todo cuando esa operación es la que debe repetirse para un número grandísimo de puntos, como sucede en el levantamiento de planos con el método taquimétrico.

En los cuadernos de Julio á Octubre de 1895 de la «*Rivista di Topografia e Catasto*» se publicó la interesante memoria del Sr. Roncagli sobre la rectificación y posible construcción gráfica de su diagrama, que no creemos oportuno reproducir aquí por su grande extensión y poca utilidad práctica; en el de Abril de 1896 se hizo de un artículo del mismo Topógrafo, en que, ocupándose de las condiciones de otros aparatos análogos, dió á conocer las del suyo mas brevemente que en el que hemos copiado, consignando que para evitar los errores consiguientes á los movimientos automáticos del diagrama no había querido darle la condición de autoreductor y que persistía en la misma idea; pero como algunos Ingenieros criticaron su aparato por no tener esta condición, trabajó en este sentido y modificó en su consecuencia el aparato anterior describiendo detalladamente el ingenioso mecanismo, que inventó para convertir su *taquímetro reductor en autoreductor*, en un artículo que publicó la referida Revista italiana en los cuadernos de Junio y Julio de 1897, suponiendo que por este medio se anulaban los inconvenientes, que antes les había con razón atribuído.

Somos en cierto modo contrarios á estas innovaciones, que en nuestro concepto complican los aparatos y las observaciones muchas veces sin utilidad, especialmente cuando se quieren conseguir planos numéricos; pero como los medios utilizados son ingeniosos, pueden servir de base al progreso de la ciencia y á muchos Topógrafos no les será fácil procurarse los cuadernos de la Revista italiana antes citados, y no siendo por otra parte muy extensa la descripción de tan ingenioso mecanismo, insertamos á continuación la explicación que de él hace el ilustrado señor Roncagli.

Dice así:

«Antes de hacer la descripción del nuevo instrumento, expondré brevemente el método *cinemático* por mí preferido para conseguir el efecto deseado y las razones de esta preferencia».

«Habiéndome propuesto conservar al instrumento sus caracteres fundamentales conservando el diagrama que corre por delante del ocular en el plano de la imagen, el problema cinemático se reducía á lo siguiente:»

«*Transformar el movimiento de campana del anteojo en un movimiento lineal de traslación perpendicular al plano vertical y de conveniente amplitud*».

«Tratábase, en otros términos, de conseguir que, moviendo el anteojo en el plano vertical, su movimiento imprimiese al bastidor, que tiene el diagrama diastimométrico en el reductor Roncagli-Urbani, el mismo movimiento de traslación que á este imprime la rotación á mano del pequeño tornillo b'» (figura 359).

«Procederé por grados, empezando por transformar la rotación del anteojo en otra de igual amplitud, pero alrededor de otro centro».

«Sobre el sosten del anteojo, en la parte opuesta al círculo zenital, se fija una varilla rígida *ab* (figura 360) de conveniente longitud (que podrá ser muy pequeña, aunque suficiente para dejar libre el anteojo en todos sus movimientos en el plano vertical). Aquella varilla ó brazo juntamente con las *bd* y *dc* constituyen un paralelógramo articulado en *b*, *d* y *c*, que por construcción permanece en un plano paralelo al vertical de colimación. Si *c* representa la traza del eje matemático de un perno perpendicular á dicho plano vertical, es claro que inclinándose el anteojo las varillas *ab* y *cd* se mantendrán siempre paralelas entre sí, de manera que el perno *c* *girará alrededor de si mismo en un arco igual al que gira el anteojo alrededor de su eje horizontal*».

«Obtenida esta primera transformación, es fácil conseguir la segunda, á que se puede llegar por diferentes vías».

«Excluyo *á priori* los engranajes, tornillos continuos, etc., porque sujetos á esfuerzos y desperfectos nocivos al buen funcionamiento de un mecanismo ya de suyo delicado y demasiado fácil que se deteriore por el uso, producirían la consecuencia de motivar errores instrumentales notables con el tiempo».

«Sea *cd* (figura 361) la varilla ó palanca de la figura 360 y *cC'* el perno horizontal aludido. Si sobre este fijamos centrado un cilindro cortado por un extremo en plano inclinado, como indica la figura é imaginamos que, en contacto con la *periferia* del corte, en virtud de la espiral *m*, se mantenga constantemente la varilla *MN* paralela al perno *cC'* y libre por consiguiente de moverse en la propia dirección, es claro que á cualquiera rotación de la palanca *cd* corresponderá un movimiento horizontal de la *MN*, cuya amplitud será función de la inclinación del corte respecto á la base del cilindro y cuyo valor máximo será *rq*».

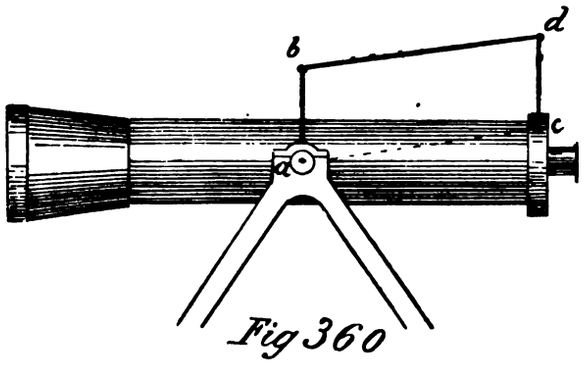


Fig 360

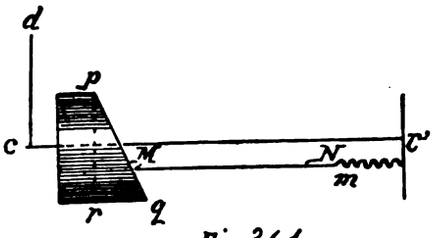


Fig 361

«Como se vé, el problema cinemático queda de este modo resuelto».

«Veamos ahora su aplicación práctica».

«Empiezo por consignar que, hecho automático el instrumento, cesa la necesidad de dar al diagrama diastimométrico la longitud adoptada en el reductor (45 milímetros) y esto porque, no siendo ya necesario apreciar á la vista la parte de la graduación del mismo, que resulta inútil, la longitud *L* de las *x* correspondiente á α_L (1) puede reducirse hasta el límite máximo, que permita la clara intersección con el hilo vertical del sistema no obstante la mayor inclinación de las curvas ó rectas del diagrama respecto á la mediana. Ademas, porque siendo asaz inútil que el diagrama diastimométrico prosiga su movimiento de traslación mas allá de un cierto límite de α (inclinación del eje óptico sobre el horizonte), convendrá que su movimiento se detenga cuando α llega ó supera al valor límite, para la necesaria inversión del anteojo y vuelva á su movimiento simétricamente al lado opuesto.—Esto se puede conseguir alternando oportunamente en el corte del cilindro segmentos curvos de conveniente amplitud con otros rectilíneos paralelos á la base, como indica mas claramente la figura 364».

«Esto sentado veamos el instrumento».

---

(1) Angulo límite que en el reductor Roncagli-Urbani es de 30c.

«El paralelógramo A B D C (figura 362) articulado, como ya se ha dicho, en B y D, sirve para imprimir al tambor reductor *Q* la necesaria rotación. Esta, á su vez, transforma el movimiento de rotación del anteojo en otro de *traslación* del bastidor porta-micrómetro, que corre en el plano de la imagen *P P* perpendicular al vertical».

«El tambor está cortado segun la curva *G H L H G* (figuras 363 y 364) de cuya construcción hablaré enseguida».

«En contacto con la referida sección del cilindro está mantenido, mediante la espiral S (figura 363), un bastidor T, que por aquella parte termina en forma de triángulo, en cuyo vér-

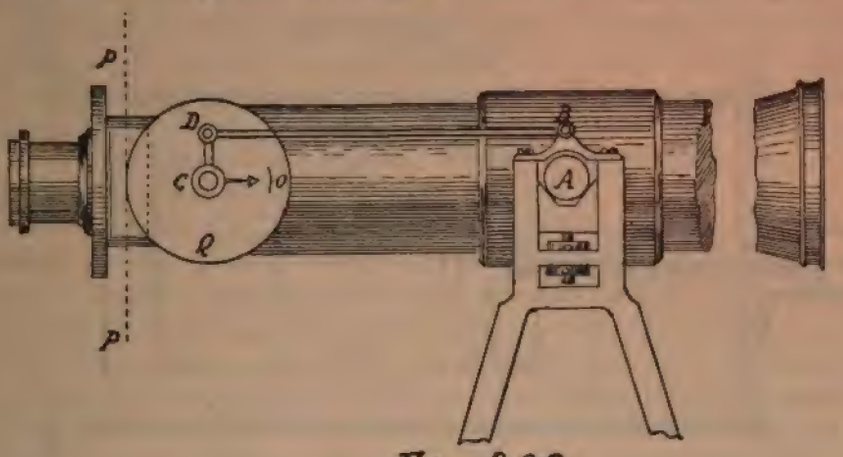


Fig 362

tice se halla la ruedecilla *r*, que determina el contacto con la cara cilíndrica del tambor y transforma en volvente la presión radiante debida al movimiento de los cuerpos en contacto».

«Dentro del bastidor *T* corre con suave rozamiento, mediante el movimiento del tornillo A B que enrosca en R y gira libremente en B, el bastidor *t*, que lleva los hilos micrométricos del diagrama. El tornillo A B sirve á dos objetos importantes; esto es, *para mantener centrado* el doble bastidor en su traslación mediante su cabeza cilíndrica *V*, que puede correr en el tubo *K*, y como *tornillo de rectificación* para corregir la posición relativa de los dos bastidores *T* y *t* cuando convenga. El pequeño muelle, μ, no indispensable, obra como antagonista del tornillo A B. El micrómetro, ademas de los hilos diastimométricos tiene otros dos verticales *m m* y *n n*, que corresponden respectivamente á las inclinaciones α_0 α_L del anteojo. El plano vertical de colimación está determinado por el único hilo vertical independiente del bastidor y que en la figura aparece en coincidencia con el hilo *m m* (posición del *cero*). Este mecanismo está metido en una caja *a a*, que comprende el doble bastidor y el tambor reductor.» (1)

«Esto consignado es fácil de comprender como funciona el instrumento. La curva *G H L H G*, en sus segmentos *L H* está construída según la ley $x = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha_L} \text{sen}^2 \alpha$ (2), que permite la adopción del micrómetro de hilos rectilíneos. Los segmentos *L H*, que llamaré *segmentos útiles*, son por medio de *los de unión H H'*, relacionados con los otros *H' G* paralelos á la directriz del cilindro y que llamo *segmentos inertes*, porque no hay ninguna traslación del bastidor, cuando el contacto de la ruedecilla *r* se hace sobre ellos. La figura 364 pone de manifiesto, desarrollada sobre un plano, la mitad de la cara cilíndrica de que se trata, construída para $\alpha_L = 40^c$».

«Cuando el instrumento está rectificado y el anteojo dispuesto horizontalmente, el contacto de la ruedecilla *r* tiene lugar en el *cero*, esto es, en L y el hilo vertical *m m* debe coincidir

(1) Para comprender bien el funcionamiento del mecanismo es necesario tener presente que el doble bastidor es, con el plano de los hilos, tangente á la cara cilíndrica del tambor Q.

(2) Véase «Rivista di Topografia e Catasto», vol VIII, página 53.

con el plano de colimación del anteojo. Si hubiere diferencia se corrige moviendo el tornillo V de rectificación mediante un pequeño destornillador, que se introduce en el tubo *K*. Esta rectificación para ser eficaz debe ser *precedida* de la del *cero del tambor*, cuya posición se puede observar por el índice externo (figura 362) y rectificarle en caso necesario, modificando opor-

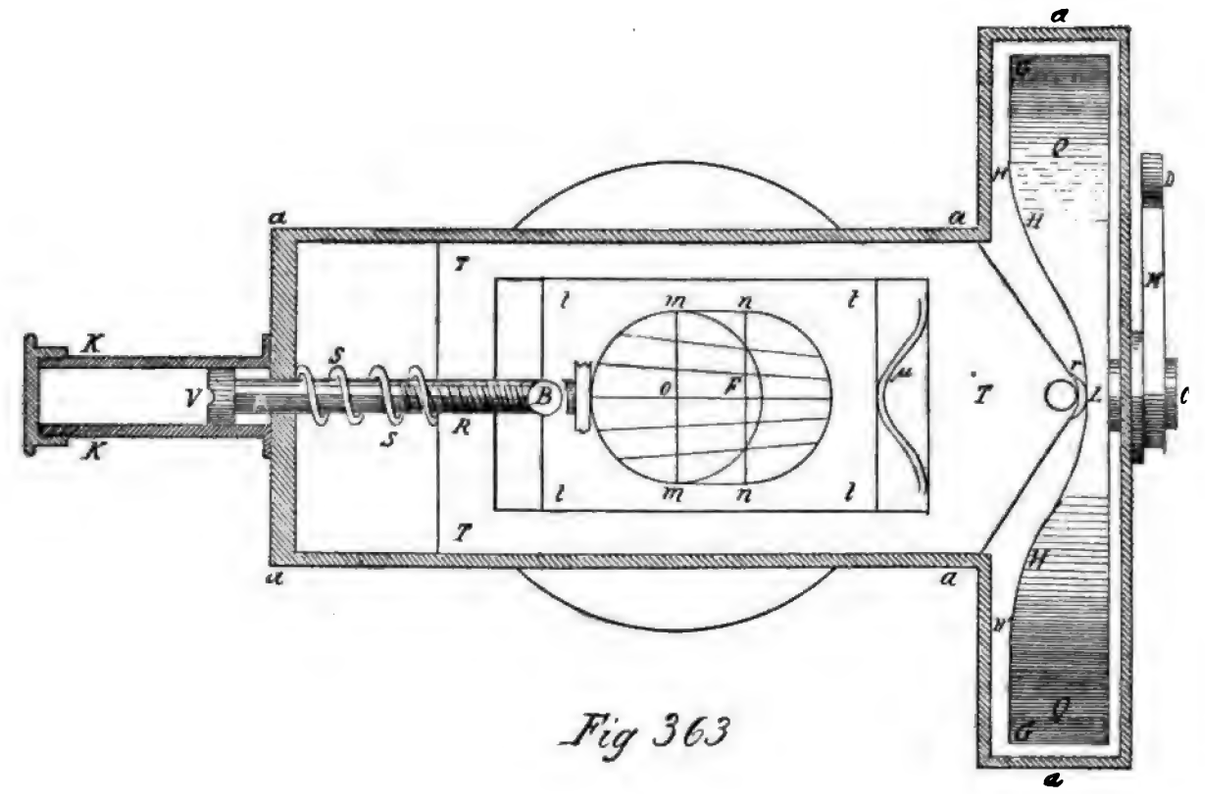


Fig 363

tunamente, por medio de un tornillo micrómetro especial aplicado á la varilla B D del paralelógramo, su longitud».

«Admitido que el aparato esté rectificado como he dicho, si se inclina el anteojo en un ángulo α cualquiera comprendido entre α_0 y α_L el contacto de la ruedecilla *r* se trasladará á un punto de la cara cilíndrica que corresponde á $x = \frac{l}{\text{sen.}^2 \alpha_L} \text{sen.}^2 \alpha$ (1) se tendrá así la traslación del bastidor en la cantidad *x* necesaria y el hilo vertical, que fija el plano de colimación, cortará al diagrama diastimométrico en el punto en que el intérvalo entre los hilos será igual á

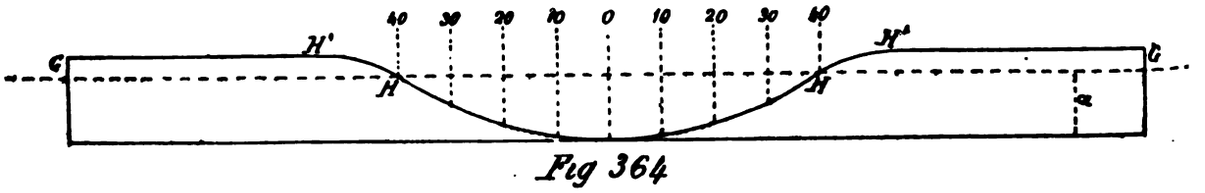


Fig 364

$d \cos.^2 \alpha$, siendo *d* el intérvalo correspondiente á $\alpha = 0$. Por cuanto demostré al explicar la teoría del reductor Roncagli-Urbani, la distancia leída sobre la mira con tal intérvalo será la horizontal.

«Estas breves consideraciones bastan para dar una idea del nuevo autoreductor, tal como se está construyendo (1897) en los talleres de Salmoiraghi de Milan por cuenta de la Dirección general del catastro de la República del Uruguay».

---

(1) Verémos despues como esto no es rigurosamente exacto y como se tenga un error que calculamos.

«La transformación del movimiento del anteojo por medio del paralelógramo articulado me ha parecido el mas conveniente entre los varios disponibles para evitar mecanismos delicados y sujetos á fáciles alteraciones y ademas porque aquel se presta, mejor que cualquier otro, á la *rectificación de los errores instrumentales* en la forma ya indicada, conservando de esta suerte al autoreductor la principal ventaja del reductor, esto es el de *ser independiente de los errores propios de los mecanismos*».

«Es sin embargo necesario considerar una nueva é importante causa de error propia del mecanismo adoptado para deducir la manera de eliminar su influencia».

De esto se ocupa con ingeniosos conceptos y cálculos elegantes en el cuaderno siguiente de la referida Revista italiana, pero como al fin deduce que el *error teórico* de los contactos solo alcanza á o'0109 mm. á los 30^{c} de inclinación y ya hemos dedicado demasiadas páginas á este ingenioso aparato en obsequio á los que se ocupan especialmente de ellos y verémos que el Sr. Mas y Zaldúa ha resuelto mas fácilmente la misma cuestión, que en el concepto considerado por el Sr. Roncagli creemos poco práctico, dejamos de reproducir su elegante é ingeniosa demostración de tal error y la manera de anularle.

Estamos conformes con el Sr. Roncagli en que su taquímetro reductor resuelve mas sencilla y seguramente que el de Tichy & Starke el ploblema de la reducción de las distancias al horizonte; pero no sucede lo mismo con su autoreductor, porque el mecanismo exterior é interior motivará errores mayores que los teóricos deducidos; pero supongamos que así no suceda; el fin conseguido no merece que se complique el aparato y se prive á la observación de la necesaria comprobación en los ángulos verticales, pues la de los dos opuestos es indispensable para proceder con seguridad en el cálculo de las alturas y solo á costa de ella se consigue una pequeña economía de tiempo en la observación y si bien, en caso de duda, se comprueba fácilmente la distancia dando al anteojo distinta inclinación, esta comprobación no será mejor ni mas breve que la que se consigue con los taquímetros ordinarios levantando el anteojo de manera que su hilo axial coincida con uno ó dos centímetros mas altos de la mira al solo objeto de comprobar el primer valor de *g* y leer todo lo mas uno de los ángulos zenitales para mayor seguridad en la observación, y esta variación en el ángulo vertical no exige otro cálculo de las distancias horizontal y vertical.

El Sr. Roncagli como Topógrafo distinguido y experimentado no dá á esto grande importancia; pero naturalmente ilusionado con su invento, exagera la que tiene la economía en los trabajos de gabinete al evitar la reducción de las distancias al horizonte y sin embargo tiene muy poca, porque haciendo los cálculos por clases en la tranquilidad del gabinete con nuestro Círculo logarítmico se pueden hacer cómodamente, como ya se ha dicho, 600 en una hora con aproximación de un decímetro hasta 300 metros y con las nuevas Tablas de Orlandi seguramente se harán mas de 150 reducciones y el cálculo de otras tantas alturas; por consiguiente la *simple determinación de las distancias horizontales no vale la pena de complicar y encarecer los taquímetros ordinarios;* otra cosa muy distinta sucede cuando al par que aquello se consigue la situación planimétrica de los puntos y sus alturas, como sucede especialmente con el *autoreductor numérico gráfico de Mas y Zaldúa*, de que nos ocuparémos despues, ya que facilitará la construcción de los planos gráfico-numéricos tan apreciados por muchos Ingenieros.

198— Autoreductor Hammer. (1)

En vista del diagrama utilizado en el taquímetro reductor de Roncagli-Urbani, de que dió noticia en 1893 la Revista alemana, que por nota antes se cita, se le ocurrió al Autor al año siguiente componer otro que diera automáticamente reducidas *las distancias horizontales y verticales*, sin

(1) Tomamos estas noticias de la descripción que de este aparato y resultados de sus primeras experiencias publicó el profesor E. Hammer de Stuttgart en la Revista alemana «*Zeitschrift für Instrumenten Kunde*» y que traducida al italiano por el ilustrado Ingeniero Sr. Marco Nassó se insertó en la italiana «*Rivista di Topografia e Catasto*», cuadernos de Diciembre de 1898 y Enero, Febrero y Marzo de 1899.

tener noticia del de *Schrader Balbrek*, que se propuso el mismo objeto en el que, como en el de Roncagli, segun hemos visto en el número anterior, se introdujeron despues importantes modificaciones.

Confiesa ingenuamente el profesor Hammer que su aparato no da resultados tan exactos como fuera de desear especialmente en la determinación de las alturas y que además está expuesto á deterioros, que en breve tiempo le inutilizan; pero cree que no será difícil llegar por los medios que propone al objeto deseado y precisamente para que los aficionados á esta clase de trabajos puedan utilizar tales medios para conseguirlo, creemos oportuno darlos á conocer, aunque no reproducir íntegramente la descripción dada por el inventor.

Este discurre de la manera siguiente:

Llamando:

g la porción de mira comprendida por los hilos estadimétricos;
α al ángulo de inclinación;
K la constante que generalmente se hace igual á 100 ó 200;
D la distancia horizontal;

se sabe que $D = K.\ g.\ \cos.^2 \alpha$ (1.ª)

y si hacemos $K' = K.\ \cos.^2 \alpha$ (2.ª)

tendrémos $D = K'\ g.$ (3.ª)

En el anteojo analático (1) de Porro, llamando;

b la distancia invariable entre la lente objetiva y la colectora.
f la distancia focal de la primera;
f_1 la id. id. de la segunda; y
a la id. id. entre los dos hilos estadimétricos;

se tiene para valor de la constante K

$$K = \frac{f f_1}{a\,(f + f_1 - b)} = \frac{C}{a} \qquad (4.ª)$$

Suponiendo que en lugar de ser a invariable cambie su longitud de manera que multiplicando la relación constante K por el nuevo valor de g ó sea g' en lugar de hacerlo por g $\cos.^2 \alpha$, se conseguirá directamente la distancia y para ello basta, segun se deduce de las fórmulas (1.ª)á (4.ª), hacer que

$$a' = a \cos.^2 \alpha \ (2) \qquad (5.ª)$$

«El diagrama destinado á medir las distancias, dice el Autor, le he colocado, en el modelo de mi taquímetro, en el ocular mismo del anteojo. Describiré ahora brevemente este aparato y el mecanismo que produce el movimiento automático del diagrama.»

«Las figuras 365 y 366 representan dos proyecciones verticales de la parte superior del instrumento; una, la primera, es perpendicular al eje de muñones y la otra paralela al mismo. El modelo le construyó Tesdorpf en Stuttgart aprovechando un viejo aparato y quedó terminado en Marzo de 1896..... A y B son dos superficies planas sólidamente unidas al sosten de la alidada y la *primera debe ser perfectamente plana*. Esta es perpendicular al plano del dibujo en la figura 366 y forma con el eje de muñones *un cierto ángulo i*. Dicho eje gira con duro rozamiento entre los cojinetes *l-l*.»

---

(1) El profesor Hammer parece mas bien referirse al stereogónico, pues supone necesaria la adición de una constante á todas las distancias; pero, como ahora al hablar del anteojo de Porro siempre se hace referencia al analático central por él inventado, así lo consignamos ya que las fórmulas que se utilizan le corresponden tambien y no es necesario hacer referencia á las propias del stereogónico, por lo que llega Hammer al mismo resultado que Roncagli.

(2) Esta fórmula es enteramente igual á la (4.ª) deducida por Roncagli.

De los tres niveles con que cuenta el aparato el mas importante es el N_3 que está sobre el anteojo.

Como ha de ser constante la distancia entre el eje de muñones y el retículo, la enfocación de la imagen de los objetos se hace alargando el anteojo por la parte del objetivo, lo que, aunque hace variar las distancias en algunos centímetros, esto no tiene importancia alguna.

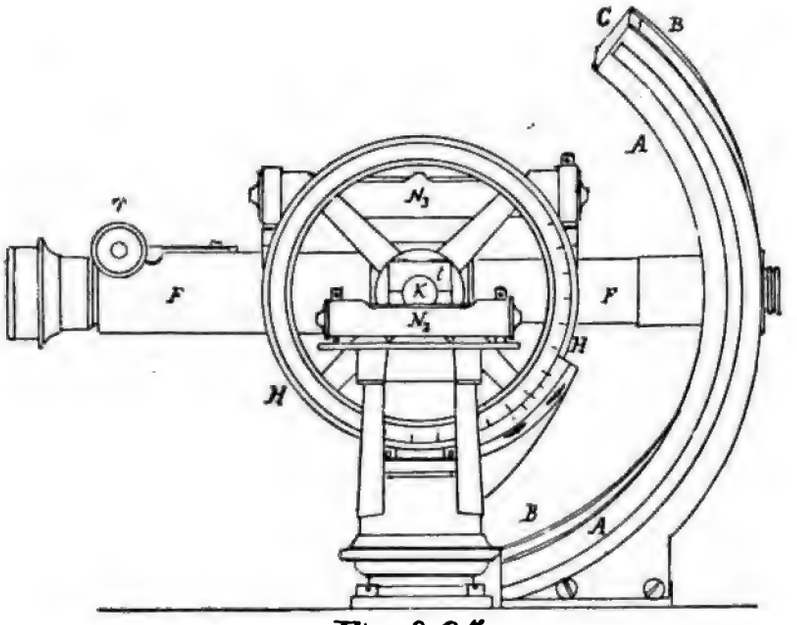


Fig. 365

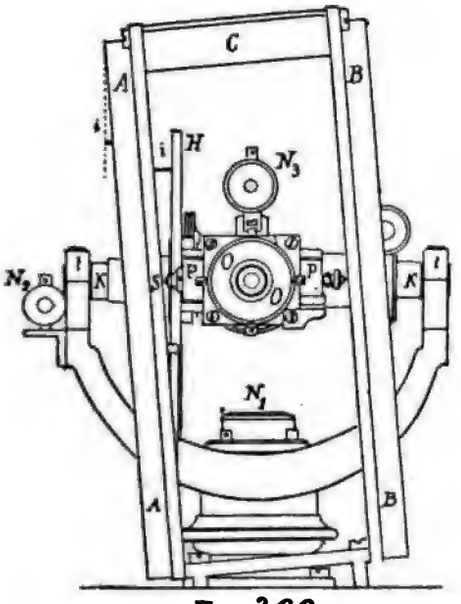


Fig. 366.

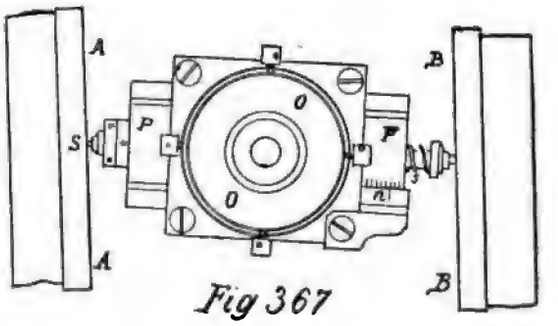


Fig 367

El sistema de los hilos del ocular se compone de dos; uno es fijo y vertical, como de ordinario y el otro está colocado en la parte anterior del diagrama pudiendo este correr con duro rozamiento por delante del primero.

El diagrama fué dibujado microfotográficamente sobre un cristal unido á la plancha PP, que se vé claramente en la figura 367 dibujada en escala doble de las precedentes y se mueve de

uno á otro lado con el movimiento de campana del anteojo, á cuyo efecto con la punta S se apoya constantemente sobre la superficie plana A mediante la acción del muelle opuesto s; siendo digno de notarse que si la superficie A A ha de ser rigurosamente plana no es esto necesario en la superior B B, ó que todos sus puntos disten igual y constantemente de los respectivos de A A, ni que la traslación del diagrama exceda del radio del campo ocular.

«En cuanto se refiere á la medida de las distancias la forma del diagrama impreso sobre el cristal es con poca diferencia la de la figura 368 y consta de un hilo horizontal, *h h*, de otro vertical, que por el momento tiene menos importancia, y en lugar de un tercero horizontal hay una curva, *K K*, con la convexidad hácia fuera, formando parte del sistema el hilo vertical de que se ha hablado. Detrás de este y á cortísima distancia corre (cuando se levanta ó baja el anteojo) hácia la derecha ó á la izquierda la pieza *P P*, que lleva el cristal con el diagrama.»

«El aspecto del campo del anteojo para un ángulo de inclinación α es el de la figura 369: el hilo vertical del diagrama se ha separado del fijo y sobre este en lugar de la distancia *a* entre el hilo horizontal, *h h*, y el centro de la curva, K K, que corresponde al ángulo $\alpha = 0$, aparece la distancia *a'*. El limbo vertical H, que se observa en las figuras 365 y 366, aunque es innecesario en las observaciones, se conservó en el modelo para utilizarle en las graduaciones, etc., y en la

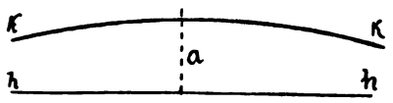


Fig. 368

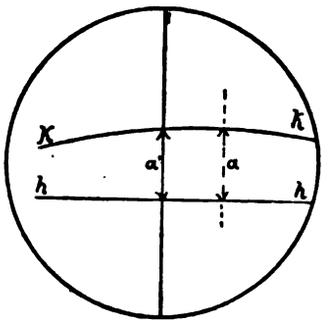


Fig 369

lectura de los ángulos de inclinación en la medida de los movimientos de la pieza *P P*, á cuyo objeto se destina el nónius *n*, que se vé en la figura 367.»

«Para operar con este instrumento basta dirigir el anteojo á la mira, hacer que el hilo horizontal, *h h*, cubra la línea cero de aquella y la lectura del punto superior *a'* en el centro del campo visual sobre el hilo fijo, *v v*, multiplicada por 100 (esto es sin cálculo) dará la distancia horizontal desde el punto de estación á la mira.»

Aplazando lo referente á las alturas consigna los cálculos hechos para el trazado del diagrama de las distancias en los términos siguientes.

«Las medidas del anteojo de Porro de mi modelo eran: $f = 378'6$ mm.; $f_1 = 136$ mm., la distancia *b* entre las dos lentes $b = 244$ mm.; *d* (para la posición ∞ del anteojo) $= 170$ mm.

«De los tres primeros números resulta, que á fin de que sea $C = 0$ (1) debe ser $d = 151$ mm. y por consiguiente cuando el anteojo está en la posición ∞ el valor de *b* es dado con un error inferior á 2 cm: este aumenta sin embargo en algunos centímetros, cuando se observan puntos muy cercanos, pero el error es despreciable.»

«Para el valor de la constante *K* se tiene:

$$K = \frac{378'6 + 136}{514'6 - 244'2} \times \frac{1}{a} \qquad (6.^a)$$

(1) *C* es la constante, que supone se ha de añadir, con el anteojo á que se refiere, al producto Kg. para tener la distancia y como antes ha dicho debe ser

$$C = d - \frac{f(b - f_1)}{f + f_1 - b}$$

pero, que siempre es igual á cero en los anteojos centralmente analáticos, por lo que antes hemos prescindido de tenerla en cuenta.

y por lo tanto, si se quiere tener K = 100, es preciso que la distancia de los hilos medida sobre el hilo vertical en el centro del diagrama, ó cuando $\alpha = 0$, sea

$$a = 1'9042 \text{ mm.} \qquad (7.^a)$$

«Se presenta ahora la cuestión siguiente: ¿qué movimiento horizontal hace la punta *S* (esto es la pieza P P y el diagrama que le está unido en una inclinación del anteojo hácia arriba ó hácia abajo de un ángulo α?»

«La punta *S* describe alrededor del eje de rotación del anteojo un arco de círculo, cuyo radio es r = 137'3 milímetros; y por consiguiente cuando el anteojo partiendo de la posición horizontal gira hácia arriba en un ángulo α, la punta *S* se eleva en la canal de la figura 366 en la cantidad $r \operatorname{sen} \alpha$ y llamando *i* el ángulo que hace el plano A A con la vertical, se tiene que la separación horizontal W de la punta *S* (y por consiguiente del diagrama) está dado por la fórmula

$$W = r. \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tang}. i. \qquad (8.^a)$$

«Para el valor elegido de *i* (esto es, tang. i = 8'9440 y por consiguiente i = 5° 1'4') se tienen los siguientes valores de 5° en 5° hasta 30°, que es la máxima inclinación por encima y debajo del horizonte, que se puede dar al anteojo.

α	Separación horizontal W en mm.
0°	0'000
5°	1'051
10°	2'094
15°	3'121
20°	4'125
25°	5'097
30°	6'030 (1)

Obtenidas estas abscisas y la ordenada normal de 0° ó sea $a = 1'904$ milímetros, para determinar las correspondientes á las demas inclinaciones se resolvió la fórmula $a \cos.^2 \alpha$ dando sucesivamente á α los valores de 0°, 5°, 10°, etc., consiguiéndose los de 1'904, 1'890, 1'847, 1'777, 1'681, 1'564 y 1'428 milímetros; pero para alcanzar mayor precisión se dibujó el cliché en la escala de 5o : 1 construyéndose dos curvas simétricas con relación á la mediana *hh* al objeto de tener comprobación en las alturas de mira y despues se hizo la reducción á la escala natural por medio de la fotografía: el dibujo se hizo con menos error de $^1/_{10}$ de milímetro; pero la reducción microfotográfica no se consiguió con la precisión que era de esperar y es necesaria; pero esto se puede fácilmente evitar.

Las dimensiones de la curva dibujada y las del diagrama utilizado fueron las siguientes:

Inclinaciones	Abscisas x	Ordenadas y	Abscisas x'	Ordenadas y'
	mm.	mm.	mm.	mm.
$\alpha = 0°$	0'0	95'2	0'000	1'904
$\alpha = 5°$	52'5$_5$	94'5	1'050	1'890
$\alpha = 10°$	104'7	92'3$_5$	2'094	1'847
$\alpha = 15°$	156'0$_5$	88'2$_5$	3'121	1'777
$\alpha = 20°$	206'2	84'0$_5$	4'124	1'681
$\alpha = 25°$	254'8	78'2	5'096	1'564
$\alpha = 30°$	301'5	71'4	6'030	1'428

(1) Estos valores son la media de 10 experiencias y se hallaron indirectamente por medio de la lectura del limbo vertical y la del nónius n, de la figura 367.

Para dar idea mas clara de las condiciones del diagrama hemos creido oportuno añadir á las coordenadas del dibujo, que dá el Autor, las naturales y hacer sobre ellas algunas consideraciones.

Hallando la diferencia entre las ordenadas sucesivas de las segundas se encuentra respectivamente de

0°	á	5°,	o'014	milímetros	y	por	termino	medio	para	1° o'0028 milímetros
5°	á	10°,	o'043	»	»	»	»	»	»	o'0086 »
10°	á	15°,	o'070	»	»	»	»	»	»	o'014 »
15°	á	20°,	o'096	»	»	»	»	»	»	o'0192 »
20°	á	25°,	o'117	»	»	»	»	»	»	o'0234 »
25°	á	30°,	o'136	»	»	»	»	»	»	o'0272 »

De todo esto se deduce:

1.° La extrema pequeñez del diagrama, pues sus dimensiones útiles serían de 12 milímetros de largo por 3'8 de alto.

2.° Que las curvas simétricas, que determinarían las alturas de mira, no aparecerían tan pronunciadas como resultan de las figuras 368 y 369, y

3.° Que la pequeñísima diferencia en las ordenadas para cada grado de inclinación en las de 0° á 15°, aun suponiendo de 20 diámetros la amplificación del ocular, haría inapreciable la diferencia correspondiente de la altura de mira ó sea de g (cos.^{2} α' - cos.^{2} α) induciendo á creer que no sería mucha la precisión con que se haría la reducción de las distancias al horizonte.

«Es de notar, dice el Autor, que el instrumento está arreglado de manera que la línea mediana *h h* (figuras 368 y 369) es horizontal, cuando la burbuja del nivel N_s está centrada y en esta posición el hilo vertical del diagrama cubre al fijo vertical y esto, en caso necesario, se consigue alargando ó acortando la punta *S* por medio de los tornillos de corrección, que se ven dibujados en la figura 367 cerca de *S*.»

Sobre el dibujo del diagrama de las distancias horizontales se señaló el correspondiente á las verticales teniendo en cuenta que

$$z = D \text{ tang. } \alpha$$

y con el anteojo analático de Porro

$$z = Kg. \cos.^2 \alpha \text{ tang. } \alpha = Kg. \tfrac{1}{2} \text{ sen. } 2\alpha \qquad (9.^a) \qquad (1)$$

siendo α el ángulo que forma el eje de colimación.

Con el aparato de que se trata la distancia horizontal, es D = 100 g' y se desea saber como podrá conseguirse que en el mismo punto en que se lea el valor de g' se haga de otro que multiplicado por otra constante *q* nos dé la altura z.

No admite para estas la constante 100 á fin de evitar errores intolerables; la sustituye por *q* = 20, porque duplicando el valor de g' leido en la mira y multiplicando por 10 se tendrá la altura; de manera que se tendrá

$$q\, g' = 100\, g \text{ tang. } \alpha \qquad (10)$$

siendo g la parte de mira comprendida por el diagrama de las distancias y *q* = 20, resultará:

$$g' = 5\, g \text{ tang. } \alpha \text{ ó sea } \frac{g'}{g} = 5 \text{ tang. } \alpha \qquad (11)$$

«Este 2.° diagrama para el cálculo de las alturas debe dibujarse de manera que en el mismo punto (abscisa) en que en el primer diagrama se lea *g*, se pueda leer sobre la estadia la mag-

(1) En esta, como en todas las fórmulas, ponemos en lugar de las letras h, e y l, que utiliza el Autor las de z, D y *g* generalmente admitidas entre los Topógrafos españoles; hacemos caso omiso de la corrección i - m porque tambien lo hace el Autor señalando lo que llama *cero de la mira* á la altura de 1'30 metros de su pié, que supone ser la altura ordinaria del eje de muñones del anteojo.

nitud g' que satisfaga á la fórmula (11).—Se halla fácilmente que para conseguir este objeto es necesario que la distancia del segundo hilo al hh satisfaga á la relación.

$$5\,a.\ \text{sen.}\ \alpha.\ \cos.\ \alpha = 5\,a.\ {}^1/_2\ \text{sen.}\ 2\,\alpha = \frac{5 \times 1'9042}{2}\ \text{sen.}\ 2\,\alpha\ \text{mm.} \quad (12)\quad (1)$$

La fórmula (12) da los siguientes valores para las ordenadas del diagrama de las alturas y de su dibujo 50 veces mayor, las cuales se toman sobre las correspondientes abscisas del diagrama de las distancias antes consignadas.»

Angulo de inclinación	Ordenadas en mm.	Ordenadas multiplicadas pór 50 en mm.
0°	0'000	0'000
5°	0'827	41'3$_8$
10°	1'628	81'4
15°	2'380	119'0
20°	3'060	153'0
25°	3'647	182'3$_4$
30°	4'123	206'1$_8$

«El dibujo original del diagrama se hizo con los números de la 3.ª casilla y la figura 370 le representa reducido al $^1/_5$. Es por consiguiente todavía 10 veces mayor del que se encuentra sobre el cristal de la pieza PP puesta en el ocular del anteojo».

Segun antes hemos indicado, la reducción microfotográfica se hizo con poca precisión, las líneas resultaron muy gruesas y el cristal perdió su trasparencia; así es que en las experiencias de comprobación resultó la constante K = 111 en lugar de 100 y á la distancia de 155 me-

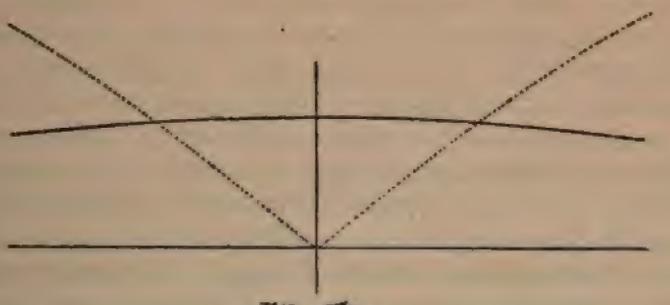


Fig 370

tros ya no se pudo leer la mira; todo esto no obstante los resultados experimentales fueron aceptables relativamente á las distancias horizontales; pero no en cuanto á las verticales, si bien es de advertir que las observaciones se hicieron con inclinaciones de 2.° á 5.°, segun es de ver en los resultados de tales experiencias, que el Autor consigna y no creemos necesario reproducir; pero si lo harémos de sus ingenuas é interesantes conclusiones.

«Conclusiones.—En cuanto se refiere á la *comodidad* de las lecturas puede parecer que en la intersección del hilo vv con las curvas de las distancias y de las alturas sea un poco menor que la que se tiene con un hilo horizontal, como sucede en los taquímetros ordinarios; pero la diferencia que yo he encontrado es bastante pequeña, aunque hay alguna.»

«En cuanto á las variaciones introducidas en el diagrama haré observar lo siguiente: para

(1) Esta es una fórmula aproximada, dice el Autor, porque supone constante el ángulo diastimométrico, que no lo es en el autoreductor, pero sus variaciones no tienen importancia.

tener resultados exactos en los ángulos de inclinación sobre y debajo de la horizontal se ha de duplicar el diagrama colocándole bien simétricamente al hilo horizontal *h h*, que ha de aparecer en el medio del campo, como en la figura 371.»

«Para el cálculo de las alturas conviene dibujar sobre el cristal los signos + y — á una y otra parte del medio del diograma.»

«En lugar de trazar este sobre el cristal microfotográficamente conviene hacerlo directamente con tal que el dibujo original sea suficientemente grande y se disponga de un pantógrafo adecuado.»

«En mi modelo hay un medio de corrección para la distancia *r*, entre el plano de la cruz filar y el eje de muñones, cuyo medio se le ocurrió al constructor Tesdorpf para poder cambiar de lugar la punta *S*, cuando se observa que ha gastado la superficie A A y *por consiguiente el taquímetro* no dá ya buenos resultados. Pero variando *r* las medidas del diagrama ya no concuerdan y *por consiguiente se producen errores, que si para las pequeñas inclinaciones no influyen en el cálculo de las distancias, sí en el de las alturas.*»

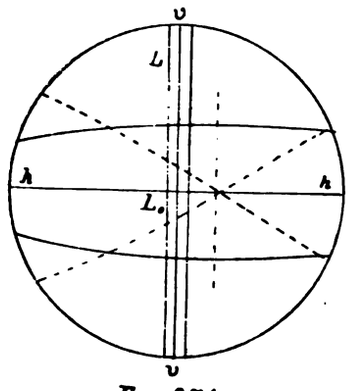


Fig. 371

«Para que mi taquímetro sea sensibilísimo es necesario que la superficie A A sea *rigurosamente plana;* sobre ella roza de arriba á abajo la punta *S* y mas frecuentemente hácia el medio porque las inclinaciones mas frecuentes son las menores. El *desgaste* de A A es propiamente desigual, *esta es una objección justa á mi sistema* y este desgaste es tanto mas temible cuanto que entre *A* y *S* pueden hallarse granos de polvo etc., que pudieran quitarse colocando encima y bajo de la punta *S* y á ella unidos finos expulsadores.»

«Podríase colocar un mecanismo que alejara la punta *S* de la superficie *A A* durante el movimiento del anteojo, por ejemplo, que aflojando un tornillo se separasen y apretándole se pusieran suavemente en contacto, cuyo mecanismo será de facilísima construcción y muy útil; pero aun con él, el rozamiento de la punta *S* continuaría siendo mayor hácia el medio de la superficie A A que en las demas partes. *Sin este mecanismo la superficie A A y por consiguiente todo el aparato, se haría en poco tiempo inservible á menos que se hiciera A A de una materia excesivamente dura.* En mi modelo, en que *A A* es de bronce campanil, ya ha sucedido. Cuando se llegue á construir *A A* y *S* con materiales tales que el desgaste se produzca *enteramente* sobre la punta *S* (p. e. *A A* de acero bien templado y *S* de hueso ú otra sustancia análoga ó que se sustituya la punta por una ruedecilla ó cosa semejante) se conseguirá fácilmente el objeto; pues no se tendría que hacer otra cosa que despues de cada 100 lecturas, p. e, corregir la posición de la punta *S*, lo que se consigue en pocos segundos colocando horizontal el eje de colimación y el hilo *h h* por medio del nivel N_1 y hacer coincidir el hilo *v v* con el centro de las curvas del diagrama y poner en contacto la punta *S* con la superficie *A A* mediante sus tornillos de corrección.»

«Es sin embargo fastidiosa la excesiva sensibilidad que en todos los casos tendría la superficie *A y es por consiguiente muy posible que,* EN CUANTO SE REFIERE Á LAS ALTURAS, EL PROYECTO DEBA ABANDONARSE EN ABSOLUTO. Cuando se colocan las variaciones de w correspondientes á las diferencias de 1′ en los ángulos de inclinación, suponiendo que la superficie *A* sea y se conserve plana, se obtienen números extraordinariamente pequeños ($^1/_{200}$ de milímetro cerca entre 0° y 20°, como se puede observar inmediatamente en el estado que dá los valores de *W) y por lo tanto está justificado el temor que, para el cálculo de las alturas, no se pueda conservar suficientemente plana la superficie A.*—Pero para las distancias creo que está demostrada la posibilidad y relativamente á las alturas convendría hacer ulteriores experiencias. Algo podrá contribuir dar al ángulo *i* mayor valor, aunque con ello se habrán de reducir las inclinaciones á 20° en lugar de 30° si se le daba un valor 1 $^1/_2$ veces el antes admitido.»

«Solo cuando se hayan experimentado diferentes materiales para la superficie *A*, como piedra, acero, etc., se podrán indicar los resultados prácticos, que realmente se pueden conseguir y confío que alguno tendrá los medios y voluntad para realizarlo. En cuanto á las alturas todo se reduce á procurar que el desgaste de la superficie *A* sea suficientemente pequeño y uniforme, esto es que se efectúe casi completamente á espensas de la punta S».

«En cuanto al diagrama haré todavía observar que podria suceder que á causa de un pequeño defecto de su construcción, *a* no tuviera rigurosamente la magnitud deseada y por consiguiente se tenga una pequeña variación en el valor de la constante K, p. e, 101 ó 99 en lugar de 100, en el anteojo de Porro ó del ocular de Huygens. Es por consiguiente necesario tener cuidado de que *b* no sea absolutamente invariable, sino que el anillo *R*, que lleva la lente de Porro esté unido á dos muelles, que puedan correr en dos canalitos abiertos en el tubo del objetivo; separando primeramente el anillo *R* se hace que sea K = 100 y despues se fija la lente referida (véase la figura 372) como ya se hizo en mi modelo. Sin duda una variación, todavía

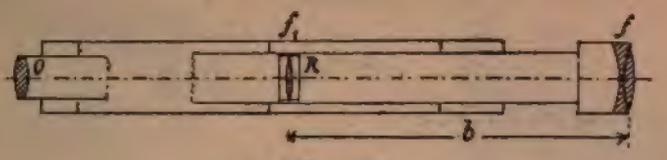


Fig 372

posible, de *b* tendrá en el valor de K (véase fórmula 4.ª) menor influencia que la que produciría una pequeña separación de la lente colectora del ocular de Huygens».

No creemos necesario añadir nada á las precedentes conclusiones del Autor para deducir que su ingenioso mecanismo no es hoy por hoy aceptable en la práctica.

199 — Taquigrafómetro de Ziegler.

No tenemos de este aparato otras noticias que las consignadas por el ilustrado Ingeniero Marco Nassó en su citado artículo (1) y si bien son bastante incompletas dedúcese de ellas que, como los de Sanguet y Loir-Erasme, es solo una modificación de los clisímetros ordinarios, si bien su combinación con la plancheta le dá el carácter de taquigrafómetro.

Siendo De-Ziegler (Victor) Ingeniero civil en Luxemburgo allí se construyó su aparato en 1895 utilizando, como Sanguet, la diferencia de pendientes con la variante de ser estas arbitrarias y apreciadas con un tornillo micrométrico y de haber adicionado una plancheta para fijar mecánicamente la posición de los puntos observados: de manera que no debe resultar de muy buenas condiciones y por eso sin duda no ha tenido grande aceptación.

200 — Taquímetro autoreductor de Baggi.

Este ilustrado ingeniero habia descrito en 1893 un autoreductor, que por dificultades prácticas de construcción no llegó á realizarse y habiéndolo así advertido el Sr. Roncagli al dar á conocer el suyo, indujo al Sr. Baggi á ocuparse nuevamente de su primera idea describiendo en 1896 (2) su nuevo autoreductor muy detalladamente.

Aunque hayamos de incurrir en repetición de conceptos y fórmulas, nos ajustarémos á esta descripción para que se comprendan bien las ideas del Autor y la manera de realizarlas; solo cambiarémos algunas letras para utilizar las mismas ya empleadas en análogas ó iguales fórmulas anteriores.

---

(1) «Rivista di Topografia e Catasto». Cuaderno de Julio de 1899, pág. 12.

(2) Revista antes citada, cuadernos de Agosto y Septiembre de 1896, págs. 17-26 y 42-48.

Es sabido que cuando con un taquímetro de anteojo centralmente analático se visa una mira colocada verticalmente se tiene:
cuando el eje de colimación es horizontal

$$D = K\,g \qquad (1.^a)$$

y cuando dicho eje está inclinado en un ángulo α

$$D = K\,g.\cos.^2\alpha \qquad (2.^a)$$

La cantidad g varía naturalmente haciéndolo el ángulo α para el mismo valor de D y el objeto del aparato, como todos los de su clase, es modificar automáticamente el ángulo diastimométrico de manera que se anule aquella variación; esto es que para la misma distancia horizontal, D, se lea igual valor de g sea cualquiera el de α, reduciendo la fórmula (2.ª) á la (1.ª).

Llamando φ la distancia focal del *objetivo compuesto de un anteojo centralmente analático* y a la separación de los hilos estadimétricos, resulta:

$$K = \frac{\varphi}{a} \qquad (3.^a)$$

y la (2.ª) se puede expresar por esta otra

$$D = \varphi\, g\, \frac{\cos.^2\alpha}{a} \qquad (4.^a)$$

Su objeto es, pues, hacer que, permaneciendo constante el valor de φ, el de a varíe, cuando lo haga el de α, de manera que para una misma distancia horizontal, D, resulte para todos los valores de α

$$\varphi\,\frac{\cos.^2\alpha}{a} = \text{constante} = K \qquad (5.^a)$$

de suerte que si se quiere tener siempre

$$D = 100\,g$$

deberá ser

$$\varphi\,\frac{\cos.^2\alpha}{a} = 100$$

Haciendo cos. $\alpha = x$; $a = y$; $\frac{\varphi}{K} = p$, de la (5.ª) se deduce

$$y = p\,x^2 \qquad (6.^a)$$

que representa una parábola de parámetro p; pero si se hace $\cos.^2\alpha = x$, la (5.ª) se convierte en

$$y = p\,x \qquad (7.^a)$$

que es la ecuación de una recta, que pasa por el origen de los ejes coordenados.

El autoreductor descrito en 1893 se fundaba en la ecuación (6.ª), que presentaba en la práctica la dificultad de construir arcos parabólicos metálicos; pero esta dificultad desaparece utilizando la fórmula (7.ª), porque aquellos se sustituyen por rectas y es precisamente lo que ha hecho el Sr. Baggi en su nuevo autoreductor.

Veamos como.

En la figura 373 se representa mediante la modificación hecha en un taquímetro del modelo Trouchthon.

Supone que el retículo se haya de componer de cinco hilos horizontales a, a', b, b' y c, como aparece en la figura 374; que los c y n sean fijos formando la ordinaria cruz filar y los otros cuatro, en dos grupos a-a' y b-b' correspondientes á dos ángulos diastimométricos, móviles de manera que puedan acercarse ó alejarse respectivamente entre sí en la cantidad y, dada

por la fórmula (7.ª) para cada valor de x, y es consiguiente que entonces las diferencias de las lecturas de mira

$$a - a' = g \qquad y \qquad b - b' = g'$$

multiplicadas respectivamente por K y K', deducidas de la (5.ª), darán directamente la distancia horizontal D.

La traducción práctica del principio enunciado se consigue del modo siguiente:

Sea C (figura 373) un anteojo analático, en el que el plano reticular π permanezca constantemente á la misma distancia del eje de muñones, á cuyo efecto se haga la enfocación de la

Fig 373

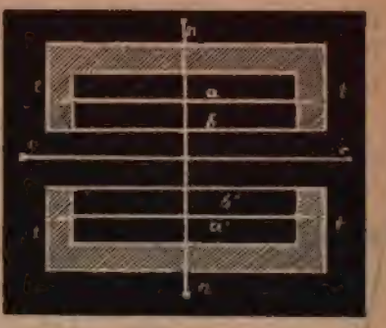


Fig 374

imagen de los objetos separando el objetivo mediante el tornillo V, como se realiza en algunos taquímetros.

Fíjese en uno de los montantes del anteojo un sosten S y una varilla a á él y á un manguito m, que envuelve al tubo del anteojo t, articulada en los puntos x é y, y colóquese en el extremo del manguito, m, dos piezas $P P_1$, cuyas caras planas internas representen rectas de ecuación análoga á la (7.ª)

Moviendo verticalmente el anteojo, el extremo y del brazo a describe un arco de círculo de radio a y centro x, y en este movimiento dicho brazo hará correr al manguito m y á las piezas P y P_1, que le están unidas, sobre el tubo, t, y como las últimas se mantienen constantemente en contacto con dos bastidores, t, (figura 375), que regulan los hilos móviles del micrómetro y estos no pueden moverse sino verticalmente en el plano π, lo hacen en razón del movimiento del manguito, m, pues que dos muelles internos repelen hácia fuera ó contra las piezas P y P_1, á los referidos bastidores para conservar constantemente su contacto.

La cruz filar es independiente de dichos bastidores y por consiguiente no se altera con sus movimientos el eje de colimación.

Manteniéndose constantemente en contacto los bastidores móviles con la cara interior de las piezas P y P_1, cuya posición está regulada segun los principios antes sentados, ha de suceder que, cuando el anteojo esté horizontal, los hilos a, a' y b, b' disten respectivamente entre sí en la cantidad g y g' correspondiente á un taquímetro centralmente analático ordinario y al moverse el anteojo verticalmente correrán las piezas P y P_1, sobre los bastidores, t, haciendo que se acerquen los hilos a, a' y b, b' en una cantidad tal que en cualquiera inclinación la fórmula (2.ª) se reduzca á la (1.ª) y como para cada ángulo diastimométrico son dos equidistantes del axial, c, el valor de la ordenada, y, para cada uno deberá ser la mitad del deducido de la fórmula (7.ª)

Llamando a la longitud de la varilla xy (figura 373) y suponiendo igual á ella la distancia xO al eje de muñones, el triángulo yxO resulta constantemente isósceles y cuando el eje de co-

limación sea horizontal los puntos y, x y O, estarán en línea recta, la distancia yO será igual á $2a$ y las piezas P y P_1, abrazarán á los bastidores por su extremo libre; pero cuando el anteojo se incline en un ángulo α, el brazo xy girando alrededor de x las piezas P y P_1, correrán sobre los bastidores en una longitud igual á lo que se acorte el lado Oy.

El lugar geométrico de los puntos y, cuando la alidada está fija en azimut, es un arco de círculo de radio a y centro x, como ya se había dicho, y en todos casos resulta que la distancia Oy estará expresada por

$$Oy = 2a \cos. \alpha$$

y por lo tanto cuando el anteojo adquiera una inclinación cualquiera α el curso de un punto cualquiera del manguito, m, y por consiguiente de las piezas P y P_1, valdrá:

$$2a\,(1 - \cos. \alpha) \qquad (8.^a)$$

Determinemos ahora el ángulo ω que deben formar entre sí las caras planas de las piezas P y P_1, que sirven para regular la distancia entre los hilos del retículo, así como su longitud.

Indiquemos con d (figura 376) la máxima carrera que se quiere dar al manguito m sobre el

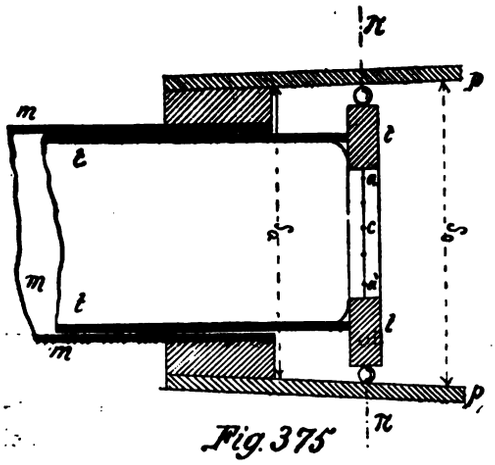


Fig. 375

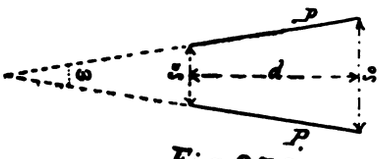


Fig. 376

tubo t del anteojo y con s_0 la distancia entre los hilos estadimétricos, á que corresponde la relación K.

Cuando el eje óptico es horizontal, esto es para $\alpha = 0$ se tiene

$$s_0 = \frac{\varphi}{K}$$

y para otro valor cualquiera de α

$$s_\alpha = \frac{\varphi}{K} \cos.^2 \alpha$$

y suponiendo á α el valor máximo de 30° resulta:

$$s_\alpha = {}^3/_4 \frac{\varphi}{K} \qquad (9.^a)$$

y el máximo movimiento de d se obtiene de la (8.ª) haciendo $\alpha = 30°$ y por consiguiente

$$d = 2a\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

ó sea

$$d = 0'2679\, a \qquad (10)$$

La inclinación de cada una de las piezas P y P_1, relativamente al eje óptico, resulta expresada por

$$\text{Tang. } {}^1/_2\,\omega = \frac{1}{2\,d}\left({}^s_0 - {}^s_\alpha\right)$$

ó sea sustituyendo y reduciendo

$$\text{Tang. } {}^1/_2\,\omega = \frac{\varphi}{2'1432\ a\ K} \qquad (11)$$

de la que se obtiene el valor de ω

La longitud util, l, de cada una de las piezas P y P_1, resulta expresada por

$$l = \frac{\left({}^s_0 - {}^s_\alpha\right)}{2\ \text{sen. } {}^1/_2\,\omega} \qquad (12)$$

Así determinadas las cantidades d y ω se tienen todos los datos para la construcción del aparato.

En el representado en la figura 373, que como se ha dicho es un taquímetro Trougthon modificado, es la distancia focal $\varphi = 0'22$ metros. El retículo se compone de tres hilos horizontales, de los cuales el central está fijo al tubo t y los otros pueden acercarse ó alejarse como queda descrito. Cuando el anteojo es horizontal la razón diastimométrica, K, correspondiente á los hilos extremos vale 50 y por lo tanto:

$${}^s_0 = \frac{0'22^{\,m}}{50} = 4'4 \text{ mm.}$$

El anteojo puede inclinarse 33° sobre y por debajo de la horizontal.

La varilla a tiene 50 milímetros de largo y limitando el valor de α á 30° en lugar de los 33°, que han resultado para el aparato, se tiene para la máxima carrera, d, del manguito m, segun la fórmula (10.ª)

$$d = 0'2679 \times 50 = 13'395 \text{ mm.}$$

y la mínima distancia á que deben hallarse los hilos extremos del retículo cuando $\alpha = 30°$ será, según la (9.ª)

$${}^s_\alpha = 3'30 \text{ mm.}$$

Dados K y φ y fijado α los elementos calculados d y ${}^s_\alpha$ bastarán para la construcción del aparato.

Aunque para mayor facilidad se han dejado descubiertas las piezas P y P_1 conviene encerrarlas en una caja dispuesta de modo que no impida el movimiento del ocular, á fin de que la interposición de los granos de polvo no interrumpan el regular movimiento de los hilos; de todos modos será fácil conocer si tal sucediera, porque, como el polvo se depositará sobre la cara interior de la pieza P_1 y no sobre la de la superior P lo indicará la notable diferencia en las diferencias de altura de mira correspondientes al hilo axial y á cada uno de los extremos.

Para comprobar el funcionamiento del aparato representado en la figura 373, los señores Baggi y Jadanza realizaron 21 mediciones de distancia de 5'64 m. con una mira de 6 al objeto de apreciar bien los milímetros y los resultados que diera en grandes inclinaciones; el Sr. Baggi los consigna y de ellos resulta para los valores de g, tres veces 0'110, cuatro 0'111, trece 0'112 y una 0'113, que multiplicados por el coeficiente 50 dan respectivamente 5'50, 5'55, 5'60 y 5'65 metros para D y como los terceros valores de g ó sean 0'112 son en mucho mayor número y se repiten casi constantemente en las menores inclinaciones del anteojo, es de suponer que el milímetro que les falta para llegar al verdadero valor de g, que debería ser 0'113, debe proceder, mas que de error de lectura, de defecto de construcción del aparato, así como las mayores diferencia (0'113—0'110) que se observan en las mayores inclinaciones, han de ser debidas á la di-

ficultad de apreciar exactamente las alturas de mira en ellas consiguientemente al error de paralaje, que se produce por no poder coincidir la imagen de la mira vertical con el plano del retículo, que no lo es, y de aquí la ventaja de utilizar *en las grandes inclinaciones* del anteojo la mira perpendicular al eje de colimación, como lo hacen Wagner-Fennel y Viotti: de todos modos los resultados fueron aceptables, aunque convendría conocer los que se obtendrían á mayores distancias (1) y despues de haber hecho uso frecuente del aparato, porque en este podrá suceder algo parecido al inconveniente que Hammer mismo reconoce en el suyo; esto es, el desgaste irregular de las caras planas de las piezas P y P_1, que regulan el movimiento de los hilos estadimétricos.

Sobre los *usos de este aparato* dice el Sr. Baggi:

«El autoreductor descrito sirve en todas aquellas operaciones en que el taquímetro es un verdadero instrumento de Celerimensura, porque no quita al taquímetro ninguna de sus ventajas, *elimina el cálculo de las reducciones al horizonte* y (como verémos despues) *simplifica el de las alturas.*

«Es sabido que una de las ventajas del taquímetro consiste en hacer una buena poligonación simultáneamente con la parcelación y que para la primera es necesario que el anteojo sea reversible á fin de hacer las lecturas conjugadas en la determinación de los vertices poligonales, de tal manera que se pueden considerar *irracionales* los teodolitos topográficos, en que no sea posible hacer las dobles lecturas.» (2)

«Pues bien; el aparato descrito permite hacer esto, porque basta quitar la llavecita que une en *y* la varilla *a* al manguito *m* y volverla á poner cuando se han hecho las lecturas conjugadas visando á los vértices precedente y siguiente para medir despues los números generadores de los puntos que se quieran determinar.»

«Si el objeto del trabajo es solo determinar las condiciones planimétricas del terreno, es innecesario leer el círculo vertical limitándose el trabajo de campo á hacerlo del azimutal y las lecturas de mira para tener las distancias horizontales y con esto se evita el peligro de introducir en ellas los errores procedentes de los que se cometen en la apreciación de los ángulos verticales y ademas al trasladarse de una estación á otra se puede tener inmediatamente la comprobación de los lados de la poligonal.»

«Esta comprobación se puede hacer también para los puntos de detalle, pues bastará leer la mira con distintas inclinaciones del anteojo, ya que en todas debe ser igual la porción de mira comprendida por los hilos estadimétricos.» (3)

«Cuando además se desea conseguir la acotación de los puntos visados, como es necesario para los estudios de vías de comunicación, canales, etc., *se pueden tener las alturas de dos maneras; una recurriendo á la lectura del circulo vertical y otra á las lecturas con otros dos hilos fijos del retículo, como verémos despues.*»

«Valiéndose del círculo vertical dichas alturas se determinan por la fórmula

---

(1) Según dice el Sr. Baggi (página 47 del cuaderno de Septiembre de 1896 de la Revista antes citada) hizo otras experiencias á distancias variables y á la mayor de 140 metros, que pudo utilizar la *diferencia máxima entre las distintas porciones de mira comprendidas entre los hilos estadimétricos, inclinando el anteojo de grado en grado de 0° á 20° 31' no fué nunca tal que produjera un error superior á 0'30 metros ó sea el 0'21 por 100* y sin embargo segun las consideraciones teóricas debía haber alcanzado el de 0'56, lo cual atribuye á que la cara interior de las piezas P y P_1 no era perfectamente plana.

(2) Importancia tiene la regla de Bessel, á cuya aplicación se refiere el Sr. Baggi; pero no la consideramos tan decisiva que aceptemos la calificación que dá á los teodolitos, que no tengan el anteojo reversible, especialmente si, como los de semicírculo vertical y anteojo en collares, puede este sacarse de ellos para hacer la inversión al propio tiempo que girar libremente sobre su eje geométrico, porque con estas condiciones se suplen las de la regla de Bessel y se comprueban y corrigen las del anteojo mejor que en los que no tienen mas giro que el de campana.

(3) Todo esto es cierto; pero el mismo resultado se consigue con los taquímetros ordinarios haciendo que el hilo axial coincida en dos observaciones sucesivas con dos alturas de mira que difieran en uno ó dos centímetros; pues á la distancia de 100 metros v. gr., es inapreciable la variación del ángulo vertical y comprobando los valores de g y φ se adquiere la seguridad en los datos.

$$z' = K\, g' \text{ tang. } \alpha \qquad (13)$$

mientras que con los taquímetros ordinarios se tiene por la

$$z' = K\, g \text{ sen. } \alpha \cos. \alpha \qquad (14)$$

por lo que cuando se utiliza el círculo vertical, el cálculo de z' resulta simplificado y *no hay necesidad de recurrir á Tablas especiales para su determinación.*»

«Indicando con θ el ángulo azimutal las coordenadas planimétricas se calculan por las fórmulas

$$x = K\, g' \cos. \theta\,;\; y = K\, g' \text{ sen. } \theta \qquad (15)$$

mientras que con los taquímetros ordinarios se utilizan las siguientes:

$$x = K\, g \cos.^2 \alpha \cos. \theta\,;\; y = K\, g. \cos.^2 \alpha \text{ sen. } \theta \qquad (16) \quad (1)$$

Explica después (2) la manera de determinar las alturas sin leer los ángulos verticales mediante la combinación de los hilos estadimétricos móviles con otros dos fijos; pero, aunque el medio es muy ingenioso, resulta mayor complicación en el aparato y en la observación, pues si se economiza la lectura de los ángulos verticales hay que hacer las de otras alturas de mira con mayor exposición á cometer errores, por lo que no creemos que sea utilizable tan ingenioso mecanismo.

Finalmente discute (páginas 44-48) el error probable que se puede cometer haciendo planas en lugar de parabólicas las caras interiores de las piezas P y P_1 del aparato, deduciendo que aquel no pasa en las distancias y en las alturas de $^1/_{1000}$ y por mas que sus consideraciones y cálculos puedan interesar á los que se dediquen expresamente á la combinación de mecanismos especiales para conseguir la autoreducción, no creemos oportuno consignarlos, porque no ofrecerían interés para la generalidad de los lectores, con tanto mayor motivo cuanto que de tal aparato no se ha hecho mas que el ejemplar de prueba y no es comparable á los de Mas y Zaldúa de que luego nos ocuparémos.

201— Autoreductor de Marco Nassó.

Este ilustrado Ingeniero propuso en 1899 un taquímetro *autoreductor para las distancias y las alturas* en una forma enteramente análoga á la utilizada por Hammer, describiéndole, al par que daba noticia de otros aparatos del mismo género, en una memoria, que se publicó en los cuadernos de Abril á Agosto de aquel año de la *Rivista di Topografia e Catasto* y aunque creia entonces haber resuelto completamente el problema, que á tantos Topógrafos preocupa hace algunos años, pronto se desengañó, pues ya al año siguiente proyectó otro, que dice fué premiado en la exposición universal de Paris, y es una modificación del de Baggi especialmente en la autoreducción de las alturas, á que Nassó atiende mas, aunque á costa de complicaciones instrumentales, que sin duda detuvieron á Baggi.

Abandonando la descripción del modelo de 1899, harémos la del de 1900 con la pena de tener que incurrir en enojosas repeticiones y al solo objeto de completar en lo posible el que nos hemos propuesto en el presente artículo.

---

(1) Las ventajas á que ahora se refiere el Sr. Baggi son ilusorias, porque con los taquímetros ordinarios se utilizan generalmente en España y en otras naciones para la determinación de las coordenadas z', x é y, las fórmulas

$$z' = D. \text{ tang. } \alpha = D. \text{ cot. } \varphi\,;$$
$$x = D. \text{ sen. } \theta \text{ é } y = D. \cos. \theta\,;$$

porque es de advertir que se toman por abcisa y ordenada respectivamente x é y, y no al contrario, como lo hacen algunos Ingenieros italianos y estas fórmulas son tan sencillas como las (13) y (15) y cuando se emplean las (14) y (16) es porque se dispone de Tablas que dan directamente los productos *sen.* α *cos.* α y $\cos.^2 \alpha \cos. \theta$ y $\cos.^2 \alpha$ sen. θ de suerte que el trabajo de cálculo es enteramente el mismo.

(2) Páginas 42-44, cuaderno de Septiembre de 1896 de la Revista antes citada.

El Sr. Nassó explica la teoría de su autoreductor de la manera siguiente:

«Sean: F (figura 377) el primer foco principal del sistema objetivo de un anteojo distanciómetro; $o\,F\,A$ su eje óptico; a, b, c, tres hilos horizontales paralelos colocados en el segundo plano focal de aquel estando el hilo medio a en el eje óptico colimando á la división A de la mira vertical $A\,T$ y sean B y C las divisiones de la misma, que colinan los hilos b y c.»

«Es sabido que si indicamos

con φ la distancia focal del sistema objetivo (o F),

» g la porción B C de la mira,

» α el ángulo vertical (H F A),

» a la separación de los hilos b y c, y

» D la distancia horizontal $F\,H$ entre el primer foco principal del sistema objetivo y la mira vertical, se tiene:

$$D = \frac{\varphi}{a}\, g \cos.^2 \alpha. \quad (1) \qquad (1.^a)$$

» Si despues se representa con z' la diferencia de nivel, A H, que hay entre el foco F y la división A, que colima sobre la mira el hilo axial, a, se tiene:

$$z' = \frac{\varphi}{a}\, g \text{ sen. } \alpha. \cos. \alpha \qquad (1.^{a\,1})$$

» Si los hilos b y c en lugar de ser fijos fueran móviles y al variar la inclinación α del anteojo se separasen de manera que su distancia a fuera en todos casos $a = a_1 \cos.^2 \alpha$ siendo a_1 una constante, entonces sustituyendo este valor de a en la (1.ª) se tendría:

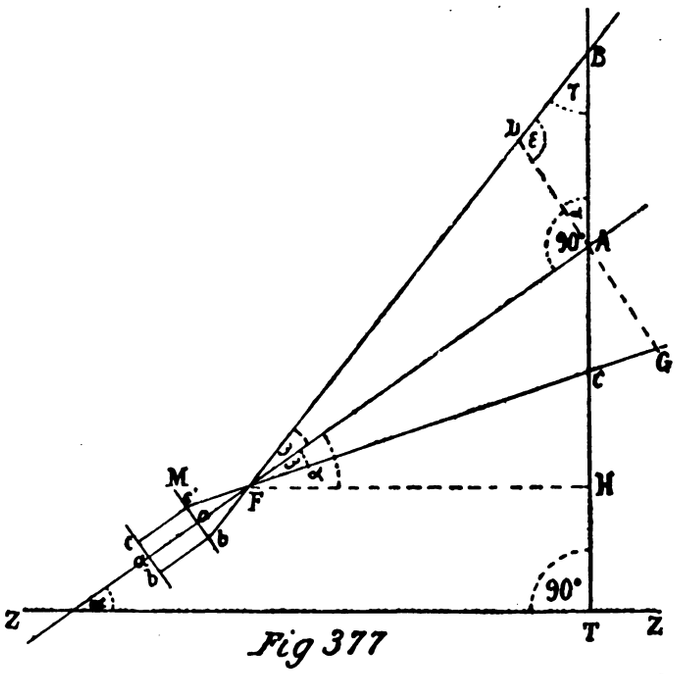


Fig 377

$$D = \frac{\varphi}{a_1}\, g$$

ó sea

$$D = g \times \text{constante} \qquad (2.^a)$$

» Así mismo si la distancia entre los hilos b y c variase haciéndolo la inclinación α del an-

(1) Variamos las letras indicadoras para que utilizando las mismas de otras descripciones se vea mejor la concordancia de las fórmulas empleadas por los distintos autores.

tcojo de manera que $a = a_1$ sen. α. cos. α, siendo a_1 constante, entonces sustituyendo este valor de a en la (1.ª') se tendría:

$$z' = \frac{\varphi}{a_1} g$$

ó sea

$$z' = g \times \text{constante.} \qquad (2.^{a'})$$

» *El problema se reduce por consiguiente á esto: construir un retículo que tenga un par de hilos horizontales, cuya distancia sea siempre igual á* a_1 cos.$^2 \alpha$ *y otro par cuya distancia sea siempre igual á* a_1 SEN. α. COS. α. — *La parte de mira comprendida entre los dos primeros hilos multiplicada por el coeficiente diastimométrico de las distancias daría la horizontal y la parte de mira comprendida por el segundo par de hilos multiplicada por el coeficiente diastimométrico de las alturas daría la buscada.*»

La solución mas sencilla consistiría en componer el retículo de tres hilos horizontales y el vertical, destinando de los extremos de aquellos, uno á las distancias horizontales y el otro á las verticales; pero demuestra analíticamente que, si utilizando para cada una los dos hilos extremos se pueden conseguir las distancias horizontales y verticales con error de 0'001 por 100 haciéndolo con uno solo y el axial puede el error llegar á ser de 0'323 por 100 en las primeras y 0'235 por 100 en las segundas y esto es intolerable en la Topografía de precisión y por esto considera necesario utilizar los dos pares de hilos móviles de manera que *uno*, para cualquiera valor de α, de 0° á 20°, dé siempre:

$$a_d = a_1 \cos.^2 \alpha \qquad (3)$$

y el otro par de hilos

$$a_{z'} = a_1 \text{ sen. } \alpha \cos. \alpha \qquad (3.^{a'})$$

Véase con qué medios mecánicos ha creído obtener el resultado apetecido.

Descripción del aparato

«Este se representa en la figura 378.—El anteojo es sencillamente astronómico con la cruz filar fija y el objetivo móvil mediante el boton E (1).—El retículo está encerrado en la caja cilíndrica *F*.—Detrás de la cruz filar se encuentran dos bastidores metálicos H y H' en forma de *U* y colocados como se indica en la figura 379.—En cada uno de ellos está fijo un hilo de araña extendido horizontalmente y tales bastidores solo tienen movimiento paralelo al hilo vertical de la cruz filar. Dos muelles en espiral I é I' paralelos á dicho hilo y colocados á derecha é izquierda de estos bastidores los repelen respectivamente hácia arriba el uno y hácia abajo el otro y por lo tanto tienden á separar los hilos horizontales que llevan fijos y sirven para la *determinación de las alturas* hallándose en un plano paralelo y muy próximo al de la cruz filar.

«Detrás de los anteriores bastidores se hallan otros dos K y K' á ellos semejantes (fig. 380), que tampoco tienen mas movimiento que el vertical paralelo al de aquellos.—A cada uno de estos bastidores está fijo horizontalmente un hilo de araña y encontrándose ambos en un plano paralelo y muy próximo al de los hilos anteriores *sirven para determinar las distancias horizontales*».»

«Dos muelles con lengüeta *M* y *M'* fijos por uno de sus extremos al tubo del anteojo tienen el otro en una abertura de los bastidores y los empujan constantemente hácia fuera tendiendo á separar los hilos que llevan.»

«El movimiento de los bastidores y consiguientemente la distancia de los respectivos hilos se regula mediante las guías de acero G (figura 378) colocadas sobre y debajo de aquellos y

(1) Es sabido que la pequeña separación del objetivo necesaria para la enfocación de la imagen de los objetos no influye sensiblemente en las distancias horizontales y verticales.

mediante su contacto con las puntas N y N' y N'' y N''' atornilladas á los respectivos bastidores.»

«Ya que los cuatro bastidores no se pueden mover sino paralelamente al hilo vertical fijo, si la distancia de los hilos móviles ha de variar haciéndolo el ángulo de inclinación α es necesario que con la variación de este las guías G se muevan paralelamente al eje óptico del anteojo.»

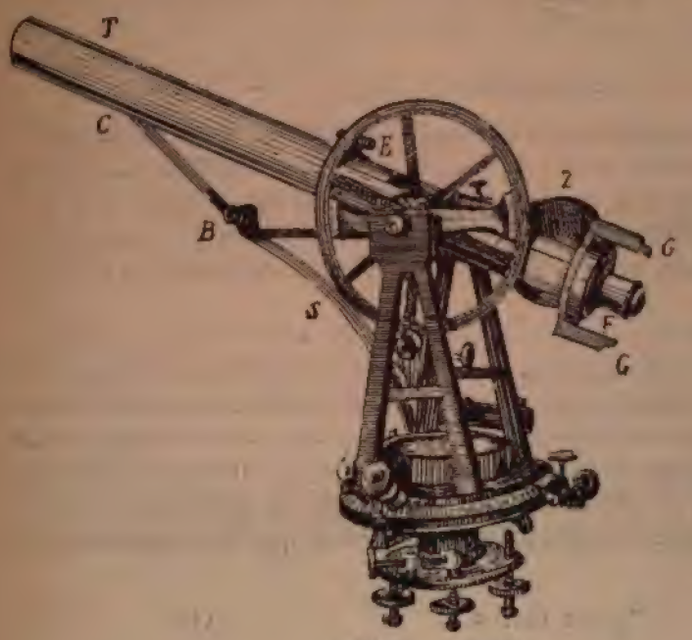


Fig. 378.

«A tal objeto el anillo á que están sujetas las guías G (figura 378) lo está tambien invariablemente á un tubo ó manguito T, que envuelve al del anteojo en casi toda su extensión y corre sobre él.— El manguito T se relaciona con el sosten S mediante la varilla BC. — El sistema formado por el manguito T, el sosten S y la varilla BC está articulado en los puntos B y C y llamando A al en que el eje de muñones encuentra al plano vertical, que pasa por los otros dos, cuando el anteojo está horizontal los puntos A, B y C están en línea recta y el manguito y las guías se encuentran á la máxima distancia del retículo. Inclinando el anteojo las puntas A y B permanecen inmóviles y la varilla BC gira alrededor de B, el manguito T corre sobre el tubo de aquel y el anillo que lleva las guías G se acerca al retículo» (1).

«Para conservar la exactitud primitiva del aparato es indispensable que las piezas de acero

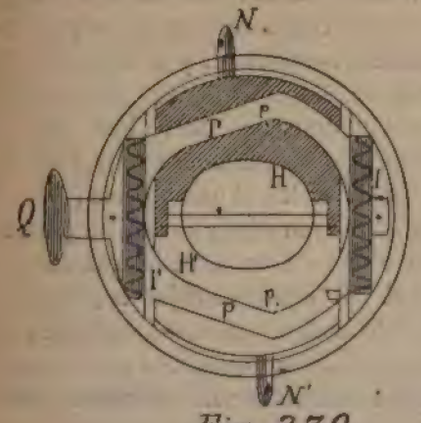


Fig. 379

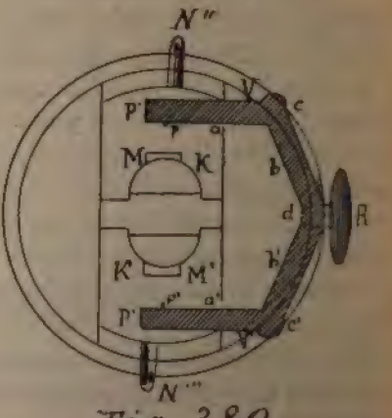


Fig 380

que regulan la distancia de los hilos móviles se mantengan invariables aun despues de un uso prolongado del instrumento; cosa que no puede conseguirse si, cuando se inclina el anteojo, las puntas N y N' y N'' y N''' rozan las guías; pues se comprende fácilmente que un pequeñísimo

(1) Basta comparar las figuras 373 y 378 para comprender que Marco Nassó utiliza para el movimiento de los hilos estadimétricos en función del ángulo α el mismo mecanismo empleado por el Ingeniero Baggi; en lo que está la diferencia es en las caras interiores de las guías ó piezas G y en las condiciones de los bastidores portadores de los hilos móviles, como ya se ha indicado y mas justificado quedará en la explicación subsiguiente.

desgaste de éstas produce una variación en la distancia de los hilos móviles, que, por pequeña que sea, ha de influir sensiblemente en la medida de las distancias horizontales y verticales.—Si el desgaste fuera uniforme sobre toda la longitud de las guías se podría remediar fácilmente haciendo girar las puntas N y N' y N'' y N''' hasta llevar los hilos á la distancia conveniente, á cuyo objeto están unidas á los bastidores con rosca de pequeño paso y tienen los agujeritos, que se ven en la figura, para moverlas mediante aguja y en tal caso solo ofrecerían el inconveniente de tener que comprobar y corregir el aparato con alguna frecuencia; pero en la práctica no sucede así, pues es raro que haya de darse grandes inclinaciones al anteojo y muy frecuente otras pequeñas y por lo tanto el desgaste será irregular é imposible la corrección del aparato con el solo movimiento de las puntas N y N' y N'' y N''', por todo lo que se ha procurado evitar este inconveniente *haciendo imposible el desgaste de las guías* anulando su rozamiento con las puntas N y N' y N'' y N'''.»

«A este objeto los dos bastidores de las alturas están provistos de la palanca P (figura 379) en forma de anillo alargado. Las dos puntas metálicas p fijas á los bastidores se apoyan contra el borde interno de aquel y por medio de los muelles I é I', que constantemente tienden á separar los bastidores, las puntas p aprietan constantemente contra su borde interno.—La palanca está lateralmente provista de un botón Q; apretando este aquella se separa hácia la derecha y aproxima las dos puntas, p y consiguientemente los dos bastidores y las puntas N y N' dejan de tocar á las guías G. Cuando se deja de oprimir el botón Q los muelles de espiral I é I' obran sobre los bastidores y hacen que se pongan en contacto las puntas N y N' con las guías G.»

«Los dos bastidores de las distancias están tambien relacionados con la palanca P' (figura 380) que cumple con ellos el mismo objeto que la P con los otros; pero como no se la puede dar la misma forma que á esta, porque los muelles M y M' se sujetan al tubo del anteojo, se les ha dado la articulada que aparece en la figura, á cuyo efecto está formada de cuatro piezas a, a', b y b', las dos últimas articuladas en d con el boton R y en c y c' con las otras dos y por consiguiente pueden girar alrededor de los tornillos V y V' que hacen de pernos y están fijos á la caja que contiene los bastidores. Las puntas p', fijas á estos, se apoyan contra el borde interno de las piezas a y a' y á él le aprietan constantemente los muelles M y M', de los que solo se vé una pequeña parte; por lo tanto cuando se oprime el boton R el ángulo obtuso formado en d crece y obliga á las piezas a y a' á girar alrededor de V y V' y aproximándose sus extremos arrastran en su movimiento las puntas p' y consiguientemente los bastidores, que se acercan y las puntas N'' y N''' se separan de las guías y cuando se deja de oprimir el botón R, por la acción de los muelles M y M' los bastidores vuelven á su puesto y las puntas N'' y N''' á ponerse en contacto con la cara interna de las guías.»

«Los dos botones Q y R se colocan uno á la derecha y el otro á la izquierda del ocular y acostumbrándose á oprimirlos al hacer girar al anteojo, las puntas N y N' y N'' y N''' no rozarán nunca en contra las guías G y estas podrán conservarse indefinidamente en su forma primitiva.» (1)

«Las guías son cuatro, dos iguales entre sí, es decir simétricas respecto al eje óptico del anteojo, para las distancias y otras dos iguales tambien entre sí, pero diferentes de aquellas, para las alturas y colocadas muy próximas una de cada clase arriba y abajo.»

«La línea de separación de las caras de las dos guías superiores y las de las inferiores, están en un mismo plano β vertical, paralelo al eje óptico del anteojo y pasa por el hilo vertical de la cruz filar. En su consecuencia las puntas N y N y N'' y N''' que por un extremo están unidas al respectivo bastidor y por el otro tocan á las guías, no están colocadas en la parte central de los bastidores. Se sigue de aquí que la presión que las guías ejercen por medio de estas puntas

(1) Así sucederá; pero se comprende que la acción de los muelles y articulaciones no producirá siempre la misma presión sobre las guías y por consiguiente la separación de los hilos no será siempre matemáticamente igual á la calculada, como sería preciso para que el aparato diera buenos resultados, pues pequeñísimas diferencias en la separación de aquellos las ha de producir notables en la porción de mira por ellos comprendida.

en aquellos no es central y *se podría justamente temer que el movimiento de aquellos no resulte rigurosamente paralela al hilo vertical fijo* y por consiguiente que los hilos en lugar de ser horizontales hicieran un pequeño ángulo con el axial. En tal caso, si las dos guías de la distancia se hallaran del mismo lado del plano β los dos hilos correspondientes, en lugar de ser paralelos entre sí, formarían un pequeño ángulo con el vértice hácia la parte del plano β, en que se hallaran tales guías y bastante probablemente este ángulo variaría con la inclinación del anteojo *haciendo por esto imposible una buena medida de las distancias é igual inconveniente se encontraría en la de las alturas.*»

«Se ha remediado, dice, este inconveniente colocando las dos guías de las distancias, una á la derecha y otra á la izquierda del plano β. Evidentemente las guías de las alturas resultarán tambien colocadas una á la derecha y otra á la izquierda. De esta manera los hilos de los dos bastidores correspondientes resultan siempre paralelos entre sí, aunque si así no sucediere el defecto de horizontalidad no sería perjudicial, si se cuidara de hacer la lectura de los hilos horizontales en su intersección con el vertical fijo.»

Pasa despues á explicar les condiciones geométricas de las guías aplicando las fórmulas resultantes á las condiciones del taquímetro que utilizó para el ensayo; que fué el mismo que sirvió al Sr. Baggi, y como el mecanismo exterior es enteramente igual, lo son tambien en parte los razonamientos fundamentales, que sin embargo repetirémos para no truncar la descripción.

Determinación de la forma de las guías para las distancias y las alturas

«Cuando el anteojo está horizontal, los puntos A, B y C (figura 378) se encuentran en la misma horizontal y la distancia A C es igual á la suma A B + B C. Inclinando el anteojo los puntos A y B no se mueven, pero el C lo hace en un plano vertical paralelo al de colimación describiendo un arco de círculo de centro B y radio B C; la distancia A C disminuye, el manguito corre á lo largo del anteojo y las guías G se acercan al ocular. En este taquímetro se hace A B = B C y por lo tanto el triángulo A B C es siempre isósceles sobre la base A C. Haciendo A B = B C = m y llamando α al ángulo de inclinación del anteojo serán iguales á él los ángulos en A y en C del triángulo A B C en todas las inclinaciones.»

«En todas estas el segmento A C será siempre igual á la suma de las proyecciones sobre él de los segmentos A B y B C y por consiguiente se tendrá

$$A C = A B \cos. \alpha + B C \cos. \alpha = (A B + B C) \cos. \alpha$$

y siendo A B = B C = m se tendrá:

$$A C = 2 m. \cos \alpha$$

«Cuando el anteojo pasa de la horizontal á la inclinación α, lo hace la distancia A C del valor A C = 2 m. á A C = 2 m. cos. α y por consiguiente disminuye en 2 m. — 2 m. cos. α ó sea 2 m. (1 - cos. α).»

«Esta disminución de la distancia A C mide la recorrida por el manguito y las guías paralelamente al eje óptico en el movimiento del anteojo desde la posición horizontal á la inclinación α sobre y debajo del horizonte.

«En la construcción del aparato se hizo

$$m = 150 \text{ milímetros} \qquad (4.^a)$$

y se supuso al anteojo la inclinación máxima de 20° sobre y debajo del horizonte, de manera que el recorrido máximo del manguito es de

$$300 (1 - \cos. 20°) \text{ mm.} = 18'09 \text{ mm.}»$$

«Para conocer la forma que deben tener las guías de las distancias se tomarán por abscisas los recorridos del manguito, correspondientes á cada valor de α y por ordenadas las distancias respectivas entre los hilos y se tendrá por lo tanto *para las de las distancias horizontales:*

$$x = 2 \text{ m.} (1 - \cos. \alpha) \qquad (5.^a)$$

$$y = a_1 \cos.^2 \alpha \qquad (6.^a)$$

«Sustituyendo en la segunda ecuación el valor de cos. α deducido de la anterior se tiene:

$$y = \frac{a_1}{4 \text{ m}^2} (2 \text{ m.} - x)^2 \qquad (7.^a)$$

que es la ecuación de una parábola, cuyo eje es perpendicular al de las x, y que tiene el vértice sobre este en el punto de abscisa $x = 2$ m.»

«Se sabe que si φ es la distancia focal del objetivo y K_d la constante diastimométrica para las distancias, se tiene:

$$a_1 = \frac{\varphi}{K_d} \qquad (8.^a)$$

y como en nuestro caso, $\varphi = 23$ centímetros y $K_d = 100$, resulta:

$$a_1 = 0'23 \text{ centímetros} \qquad (9.^a)$$

«Sustituyendo en la (7.ª) á a_1 y á m sus valores, dados respectivamente por la (4.ª) y la (9.ª) tendrémos con toda facilidad los valores de y correspondientes á los diferentes de x.»

«De las fórmulas (5.ª) y (6.ª) se deduce fácilmente que, cuando el anteojo es horizontal, siendo $\alpha = 0°$, es $x = 0$ é $y = a_1 = 0'23$ centímetros y aumentando α de 0° á 20° el valor de y disminuye.»

«El estado siguiente dá los valores de x y de y correspondientes á los de α de 3° en 3°, de 0° á 21°; pero es de observar que siendo dos los hilos móviles y las guías simétricas al eje óptico, para la construcción de las dos curvas se ha de tomar por ordenadas, no los valores de y, sino los de $\frac{y}{2}$.»

Ángulo de inclinación	Abscisas $x = 2$ m. $(1 - \cos. \alpha)$	Ordenadas $y = a_1 \cos.^2 \alpha$	$y/2$
$\alpha = 0°$	0'00 mm.	2'30 mm.	1'15 mm.
$\alpha = 3°$	0'42 »	2'29 »	1'14 »
$\alpha = 6°$	1'65 »	2'27 »	1'13 »
$\alpha = 9°$	3'69 »	2'24 »	1'12 »
$\alpha = 12°$	6'54 »	2'20 »	1'10 »
$\alpha = 15°$	10'23 »	2'14 »	1'07 »
$\alpha = 18°$	14'67 »	2'08 »	1'04 »
$\alpha = 21°$	19'92 »	2'00 »	1'00 » (1)

(1) Es muy importante fijar la atención en los datos consignados en este estado, porque, aunque se suponga que por su medio se puedan construir las guías con toda precisión, lo que es bastante dudoso, ponen de manifiesto los errores que solo por el concepto de la modificación del ángulo diastimométrico se pueden cometer en la medición de las distancias.

En efecto: supongamos una inclinación comprendida entre 9° y 10°; aunque el mecanismo funcione con completa precisión y en la abscisa de las curvas no se cometa error sensible, lo cual es un poco dudoso, porque en tal inclinación á 1° corresponde una diferencia de recorrido de 0'95 mm. que no es posible precisar con los mecanismos utilizados, como la diferencia de las ordenadas de 9° á 12° es solo de 0'04 mm. y por término medio á cada 1° le corresponde 0'013 mm. y con la amplificación de 20 diámetros aparecerá como de 0'26 mm. límite aproximado de la perspicacia de la vista, resultará inapreciable la diferencia de altura de mira para inclinaciones que difieran en 1° y siendo la diferecian de los cos.² de 9° y 10°, 0'0055, á la distancia de 100 metros correspondería la de *0'58 metros* para la diferencia de aquellas inclinaciones y por lo tanto *este error se podría cometer solo por este concepto*, en tanto que apreciando el centígrado, como se hace con los taquímetros comunes, solo asciende tal error á 3 ó 4 mm. *Véase si se paga bien cara la supuesta economía conseguida en los trabajos de gabinete con este autoreductor*, aunque se prescinda de otros muchos inconvenientes que ofrece.

«Para las *guías de las alturas* se tiene:

$$x = 2\ m.\ (1 - \cos.\ \alpha) \qquad (5.^{a1})$$

$$y = a_2\ \text{sen.}\ \alpha\ \cos.\ \alpha \qquad (6.^{a1})$$

«Deduciendo de la (5.ª¹) el valor de sen. α y de cos. α y sustituyéndolos en la (6.ª¹) se tiene:

$$y = \pm a_2 \frac{(2\ m. - x)\sqrt{4\ m.\ x - x^2}}{4\ m.^2}$$

$$\text{ó sea} \qquad y^2 = \frac{a_2^2}{16\ m.^4}(2\ m. - x)^2 (4\ m.\ x - x^2) \qquad (7.^{a1})$$

que es la ecuación de una curva de 4.° orden, que pasa por el origen de las coordenadas.»

«Cuando el anteojo es horizontal, se tiene $\alpha = 0$, $x = 0$ é $y = 0$, y por consiguiente la distancia entre los dos hilos de las alturas es cero ó están en coincidencia; creciendo α de 0° á 20°, el valor de y lo hace como se puede deducir de la (6.ª¹) puesta bajo la forma de

$$y = \frac{a_2}{2}\ \text{sen.}\ 2\ \alpha$$

«Es sabido que si K es la constante diastimométrica de las alturas, siendo φ la distancia focal del objetivo, se tiene:

$$a_2 = \frac{\varphi}{K_1} \qquad (8.^{a1})$$

y en nuestro caso por ser $\varphi = 23$ centímetros y $K_1 = 20$ resulta: (1)

$$a_2 = 1'15\ \text{centímetros} \qquad (9.^{a1})$$

«Con los datos del siguiente cuadro de los valores de x é y correspondientes á valores de α de 3° en 3° de 0° á 21° se puede formar idea de las curvas segun las cuales se han construído las guías de las alturas y como son dos simétricas al eje óptico, para cada una se ha de tomar, no el valor de y, sino el de $^1/_2$ y.

ÁNGULO DE INCLINACIÓN	ABSCISAS $x = 2\ m.\ (1 - \cos.\ \alpha)$	ORDENADAS $y = a_2\ \text{sen.}\ \alpha\ \cos.\ \alpha$	$^1/_2$ y
$\alpha = 0°$	0'00 mm.	0'00 mm.	0'00 mm.
$\alpha = 3°$	0'42 »	0'60 »	0'30 »
$\alpha = 6°$	1'65 »	1'19 »	0'59 »
$\alpha = 9°$	3'69 »	1'77 »	0'88 »
$\alpha = 12°$	6'54 »	2'34 »	1'17 »
$\alpha = 15°$	10'23 »	2'87 »	1'43 »
$\alpha = 18°$	14'67 »	3'38 »	1'69 »
$\alpha = 21°$	19'92 »	3'84 »	1'92 » (2)

(1) El Sr. Nassó ha padecido con esto una distraccíón, pues, según mas adelante aparece, ha considerado $K_1 = 50$ y no $K_1 = 20$.

(2) En las inclinaciones de 9° á 10° la diferencia en las ordenadas para las que difieren en 4' es de 0'0128 mm., que con la amplificación de 20 diámetros aparece como 0'256 mm. límite aproximado de la perspicacia de la vista; por consiguiente no se pueden apreciar menores diferencias en las inclinaciones.

Ahora bien: la diferencia en las tangentes de dos ángulos que difieren en 4' es, término medio, entre 9,° y 10° de 0'0012 por metro y por consiguiente á los 100 metros de distancia *se cometería solo por este concepto un error de 0'12 metros en las alturas*, lo que es inadmisible y por consiguiente tambien los resultados que se conseguirían con este autoreductor.

El anteojo de un autoreductor de este género debe ser centralmente analático; porque, cuando se utiliza uno simplemente astronómico, como lo hizo en su ensayo el Sr. Nassó y él demuestra, la constante que se ha de añadir á las distancias horizontales varía algo con la inclinación de aquel, si bien no tiene importancia el error que se comete considerándola siempre igual, pues solo asciende á la de 10° á 0'52 centímetros; á la de 15° á 1'57 centímetros y á la de 20° á 2'08 centímetros; *pero no sucede lo mismo en las alturas*, ya que llega respectivamente á 5'99 centímetros, 8'93 centímetros y 11'80 centímetros, que es intolerable en ellas; estos errores no existen con los anteojos centralmente analáticos, en que no hay constante que añadir á las distancias y es invariable la horizontal sobre y debajo de la que se cuentan las alturas dadas por el instrumento.

Uso del aparato. — Puesto en estación se hace coincidir el hilo horizontal axial con una división notable de la mira, cuidando de oprimir los dos botones Q y R durante la rotación del anteojo y dejando de hacerlo en el momento en que se ha conseguido aquella coincidencia; se toma nota de esta altura de mira y se leen, primero las graduaciones coincidentes con los hilos de las distancias, cuya diferencia multiplicada por 100 dará la de la estación al pié de la mira, si el anteojo es centralmente analático y sino desde el foco anterior del objetivo á la mira y después se lee la porción de esta comprendida por los hilos de las alturas y si, como supone el Autor, el coeficiente diastimométrico es 50, se toma la mitad, se multiplica por 100 y se añade al resultado la diferencia $i-m$, á la que, en el caso de no ser el anteojo centralmente analático hay que añadir lo que, segun la inclinación, se haya elevado el foco anterior del objetivo, que no es despreciable, como hemos dicho, y es una complicación enojosisima, que hace imposible el empleo de los anteojos simplemente astronómicos, porque, aunque el Sr. Nassó propone como remedio que se retoquen las guías correspondientes para evitar tal error, esto no es fácil de hacer con precisión.

Pero hay otra cosa peor, que paladinamente confiesa el Autor, que dice lo siguiente: «Cuando el anteojo está horizontal, los hilos de las alturas se sobreponen al fijo. En esta posición del anteojo los brazos $A\,B$ y BC son exactamente horizontales y una pequeñísima inclinación de aquel no produce un movimiento sensible del brazo de la palanca $B\,C$. Por consiguiente *si la diferencia de altura es menor de medio metro, puede suceder que los hilos correspondientes no señalen altura alguna sobre la mira*. En tal caso se ha de visar á una división de la mira que esté, p. e., un metro mas alta ó mas baja y la porción de mira comprendida entre los hilos de las alturas dará la buscada con un metro de diferencia, que se restará ó sumará, segun que se haya elegido la división por encima ó por debajo de la horizontal.»

Esta causa de error, que el Sr. Nassó ha observado en el caso que cita, parécenos que existirá en todas las inclinaciones del anteojo consiguientemente á la acción desigual de los muelles, contactos y brazos de la palanca, que no funcionan con precisión matemática ni son bastante grandes las diferencias entre las ordenadas para que puedan apreciarse las de las alturas, cuando aquellas acciones no sean rigurosamente exactas.

Comprobaciones y rectificaciones

Concrétalas el Autor al aparato autoreductor.

En cuanto se refiere á las distancias basta colocarle á una (1) conocida de la mira vertical; visarla de manera que el hilo horizontal axial coincida con una de sus divisiones generales y ver si la porción de ella comprendida entre los dos hilos móviles corrrespondientes comprende tantos centímetros como metros hay en la distancia.

Si así no sucede, se alargan ó acortan las puntas N' y N'' (figura 380) haciéndolas girar mediante los agujeritos de que están provistas y con esto se altera la distancia entre los hilos pegados á los bastidores K K' hasta que se verifique aquella condición.

(1) Naturalmente esta distancia se ha de contar desde el foco anterior del objetivo, si el anteojo es simplemente astronómico y desde el centro si fuese, como debe ser, analático central.

Despues, conservando fijo el aparato y la mira ó mejor señalando la porción de esta antes comprendida entre los hilos en la fachada de un edificio á diferentes altùras, se inclinará el anteojo de 0° á 20° y en todas las inclinaciones deben comprender los hilos la misma porción de la vertical; si así no sucede, demostrando que las guías no están bien construídas, se devolverá el aparato al constructor para que las corrija.

Para comprobar los hilos de las alturas se visará la mira con el anteojo horizontal: si llamamos *A* la altura de mira coincidente con el hilo axial y B la correspondiente á una inclinación arbitraria del anteojo, BA será la altura de B sobre el eje de muñones, cuyos metros señalará en dobles centímetros la parte de mira comprendida, en esta segunda posición, por los hilos de las alturas.

Si así no sucediere, se corrige acortando ó alargando las puntas N y N' como antes se dijo para las N" y N"' y despues se debe verificar la condición en todas las inclinaciones de 0° á $\pm 20°$ y, si no sucediese, las guías no estarían bien construídas y habría de corregirlas el constructor.

Cuando el aparato es de buenas condiciones supone el Autor que estas comprobaciones y correcciones hechas una vez sirven para mucho tiempo.

Resultados obtenidos

Según las experiencias hechas á la distancia de 50 metros en presencia del ilustrado Ingeniero Sr. Jadanza, las diferencias halladas *entre las distancias medidas directamente y las dadas por el aparato*, fueron:

7 veces en 10 observaciones iguales á *cero;*
2 » » » » á *un decímetro*
1 » » » » á *dos decímetros*

Las diferencias en las alturas fueron:

7 veces en 10 observaciones iguales á *cero;*
1 » » » » á 5 cm.
2 » » » » á 10 cm.

El Autor atribuye estos errores á la falta de apreciación de las divisiones de la mira, que naturalmente disminuirían aumentando los ángulos diastimométricos á 2 centímetros y 5 cm. por metro en las distancias y en las alturas.

Modificaciones que deben hacerse en este aparato

El Sr. Nassó propone las siguientes:

1.ª Que se utilice un anteojo centralmente analático y bastante potente para apreciar el milímetro á 100 metros.

2.ª Construir de bronce la parte del anteojo del ocular al eje de muñones y de aluminio el resto para evitar el contrapeso Z (figura 378) y permitir el giro de campana.

3.ª Preservar del polvo las guías G, envolviéndolas en una caja con hendiduras, que dejaran libre el funcionamiento del tubo ocular y de los botones *P* y *Q* y hacer aquellas de ágata, y

4.ª Construir otro sostén idéntico al *S* y simétrico al eje de muñones, á fin de que destornillando el brazo *BC* en *C* y atornillándole en otro punto simétrico, se pudieran hacer las observaciones inversas en iguales condiciones.

Ventajas de este taquímetro

1.ª Puede utilizarse como los ordinarios en las poligonaciones y con él se emplea la mira vertical sin necesidad de visar á una división determinada.

2.ª Se comprueba y corrige fácilmente y de una vez para siempre ó al menos para mucho tiempo y es verdaderamente autoreductor sin necesitarse maniobrar mecanismos, hacer girar tornillos, mover escalas graduadas, etc., consiguiéndose inmediatamente las distancias y las alturas sin necesidad de hacer cálculos, lecturas de nónius, ni hacer uso de Tablas.

3.ª En cuanto á la *precisión* dá la suficiente y la conserva, porque se evita el rozamiento

de las guías y no tiene mecanismos delicados, engranajes, maniobras de tornillos micrométricos y los muelles utilizados solo tienen por objeto apretar contra las guías los bastidores portadores de los hilos. «*La única parte delicada*, dice, *es la formada por las guías reguladoras de la distancia de los hilos móviles,*» pero impidiendo el rozamiento y consiguiente desgaste de las guías y la interposición del polvo por los medios indicados, cree el Sr. Nassó haber evitado todos los inconvenientes.

Ya hemos dicho por nota los consiguientes á la falta de precisión de las inclinaciones, de las presiones y de los movimientos automáticos y no creemos que se evitaría la interposición del polvo en las guías y en los juegos de la palanca articulada por los medios propuestos y esto último por sí solo bastaría para motivar errores no despreciables, que se combinarían con los antes indicados, de que no se pueden librar tales mecanismos, tratándose de movimientos que para dar buenos resultados habrán de ser matemáticamente exactos; á todo lo que hay que añadir los errores consiguientes al paralaje inevitable siendo tres los planos de los hilos estadimétricos; por consiguiente, repetimos, sale muy cara la economía de tiempo que en los trabajos de campo y de gabinete se supone conseguir con este autoreductor, que no ha tenido aceptación ni de él se han hecho mas ejemplares que el que sirvió de modelo y fué solo un arreglo incompleto de un viejo aparato.

202 — Taquímetro autoreductor de Salazar.

En un folleto de 48 páginas y nueve láminas publicó en 1898 este distinguido Ingeniero de montes la descripción de su proyectado aparato, del que con grandes elogios se han ocupado en diferentes Revistas otros Ingenieros muy ilustrados; como de tan respetables opiniones diferimos, no solo en cuanto expresamente se refiere al autoreductor del Sr. Salazar, sino tambien en lo que este y ellos consignan sobre los inconvenientes que en la práctica ofrecen los taquímetros no reductores, sobre la precisión, seguridad y economía que con estos se consiguen y las tolerancias actualmente admitidas en los planos numéricos, con pena, sí, pero con absoluta imparcialidad nos vamos á ocupar de la descripción del referido proyectado aparato aplazando para el número 205 la refutación de cuanto se dice en contra de los no reductores.

La teoría en que el Sr. Salazar funda su aparato es la siguiente:

En cuanto á la reducida horizontal.

El principio fundamental del sistema de la estadía es, segun se deduce de la figura 381 que

$$D' = \frac{M\,d}{m} \qquad (1.^a)$$

cuyo 2.° miembro dá el valor de la distancia entre el punto O y la mira M, diciéndonos así mismo que permaneciendo constantes dos de sus tres cantidades, D' es función de la tercera.

En el aparato se suponen constantes M y d; D' será igual á la reducida D solo en el caso de ser horizontal la visual y por consiguiente perpendicular á la mira puesta vertical.

Cuando la visual es inclinada, se tiene, como se deduce de la figura 382,

$$D' = \frac{M.\ \text{sen.}\ \varphi \times d}{m} \qquad (1) \qquad (2.^a)$$

y

$$D = D'\ \text{sen.}\ \varphi = \frac{M.\ \text{sen.}^2\ \varphi \times d}{m} \qquad (3.^a)$$

$M\,d$ es una constante, pero $\frac{M\,d}{m}$, que como de ordinario llama g, es variable por serlo el denominador, m.

---

(1) Esta fórmula, y consiguientemente la (3.ª), no es enteramente exacta.

Para demostrarlo basta trazar en el punto O' la aa' perpendicular al radio vector D'; si los ángulos en a y a' fueran rectos, M' sería, como se supone, igual á M sen. φ, como fácilmente se deduce de los triángulos $O'ab$ y $O'a'b'$; pero no lo son y si iguales á $90° + {}^1/_2\,\omega$ el a y $90° - {}^1/_2\,\omega$ el a' en la inclinación ascendente del eje óptico.

Ahora bien, si construído el ángulo $aO'b$ (figura 383) igual al de inclinación del anteojo ó sea al que en la figura anterior forma la bisectriz oO' con la horizontal y á partir de su vértice tomamos magnitudes $O'a$ iguales á g en cada caso y desde a bajamos la perpendicular ab sobre la $O'b$ y desde b la bc sobre la $O'a$, resultará que $O'c$ será la reducida de g ó sea la distancia horizontal correspondiente; esto es $O'c = D = g.\ sen.^2\ \varphi$.

En efecto, por ser $O'bc = O'ab = \varphi$, resulta de los triángulos rectángulos $O'ab$ y $O'bc$ que

$$O'b = O'a,\ sen.\ \varphi$$
$$\text{y} \qquad O'c = O'b,\ sen.\ \varphi$$
$$\text{luego} \qquad O'c = O'a,\ sen.^2\ \varphi = g.\ sen.^2\ \varphi = D.$$

«Para poner en práctica tan sencilla teoría, dice el Sr. Salazar, no hay mas que llevar sobre la $O'a$, en cada caso, el valor de g de un modo fácil y *sin que sea necesario buscar dicho valor.*»

«Observarémos para esto que en la expresión de g, que es $\frac{M\,d}{m}$, g varía en razón inversa de m, y que, por tanto, para valores de m desde cero á infinito, g valdrá desde infinito á cero; pero como en los trabajos topográficos se opera á distancias limitadas, resolverémos el proble-

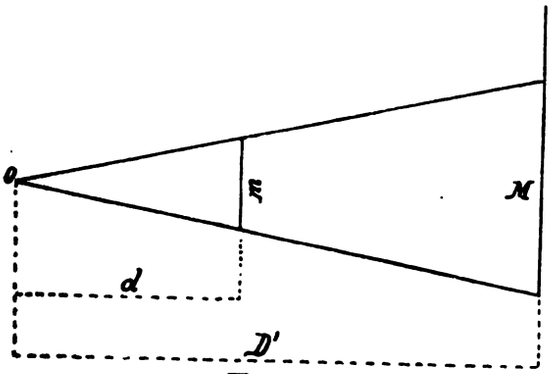


Fig 381

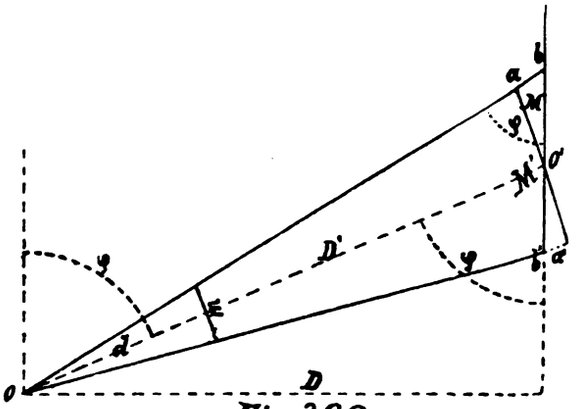


Fig 382

ma entre los límites 100 y 400, pues luego verémos cómo y con que sencillez podrémos modificar las indicaciones que nos da el taquímetro, cuando operemos á mayores y menores distancias, para obtener las reducidas horizontales y verticales correspondientes.»

«Sabemos que en los anteojos estadimétricos no es conveniente visar bajo un ángulo diastimométrico mayor de 2 grados centesimales, cuya tangente es $0'03 = {}^3/_{100}$ (1); ni inferior á $0'258^c$ cuya tangente vale $0'004 = \frac{4}{1000}$; por lo que empezarémos por fijar para nuestro anteojo un límite máximo y otro mínimo á m, eligiendo las relaciones ${}^3/_{100}$ y ${}^3/_{400}$ como valores del ángulo diastimométrico, en los casos mas desfavorables, cuando visemos al límite inferior 100 metros y al superior 400; con lo que nos colocamos en buenas condiciones, toda vez que no llegamos al máximo ni al mínimo valor que debe tener dicho ángulo.»

«Harémos, pues, á $M = 2$ *metros*, y los valores de m dependerán ahora de las condiciones del anteojo que pasarémos á estudiar.»

«Recordemos al efecto la tan conocida fórmula

$$\psi = d - \frac{p'\,F}{p' + F} \qquad (4.^a)$$

que en los anteojos analáticos liga los focos del objetivo *(F)* y de la lente analática (ψ), con la separación de estas lentes *(d)* y la situación del punto analático *(p')* con respecto al objetivo.

(1) $0'03$ y $0'004$ son respectivamente los valores de las tangentes de $1'91^c$ y $0'255^c$

Para obtener, pues, un anteojo de dimensiones reducidas y convenientes, hagamos $F = o'23$ *metros;* $d = o'21$ y $p' = o'12$, lo que nos dará para ψ el valor de $o'13$.»

«Con un anteojo así compuesto, veamos cual será el valor máximo de m en la visual de 100 metros y el mínimo en la de 400.»

«Sabemos que $m = 2 \text{ tang. } {}^1/_2\, \omega \dfrac{p'\psi}{d-\psi}$ (5.ª)

y como 2 tang. $^1/_2\, \omega$ es igual á $o'02$ en el primer caso y á $o'005$ en el segundo, resultará para

$$m \begin{cases} \text{valor máximo} = o'0039 \\ \text{valor mínimo} = o'000975 \end{cases}$$

de modo que entre los límites propuestos, el camino que debe recorrer cada uno de los hilos del retículo, que forman el ángulo diastimométrico, será $o'0014625$ y con estos datos resolvamos el problema propuesto.»

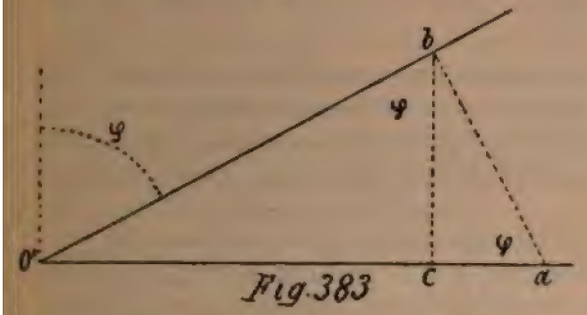


Fig. 383

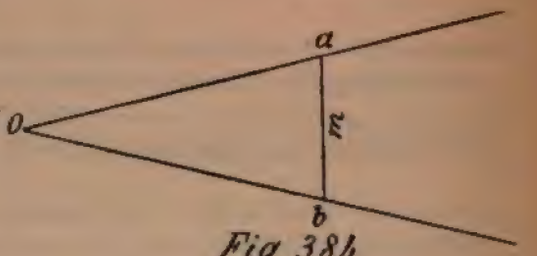


Fig. 384

«Supongamos al efecto que los hilos se encuentran proyectados segun los puntos a y b (figura 384) sobre los lados del angulo variable O, equidistantes del vértice y de tal manera que la distancia de este á la $a\,b$ sea constante.»

«Coloquemos el plano de este ángulo perpendicular al eje óptico del anteojo, y observemos que la separación m de los hilos del retículo puede tomar infinitos valores, y por lo tanto, todos los necesarios entre los límites, $o'0039$ y $o'000975$; mas como en la expresión $m = 2 \text{ tang. } {}^1/_2\, \omega \dfrac{p'\psi}{d-\psi} = \dfrac{M}{D'} \times \dfrac{p'\psi}{d-\psi}$ permanecen constantes todas las cantidades del segundo miembro excepto D', vemos claramente que m es función y varía en razón inversa de D'.»

«Sea ahora otro ángulo variable o' (figura 385), cuyo plano es perpendicular al del primero, paralelo, por tanto, al eje óptico del anteojo, y cuyos lados se apoyan siempre en los puntos a y b del anterior O, reuniendo como este la condición de que el vértice o' se encuentre siempre á igual distancia de la $a\,b$. Supongamos dos posiciones $a\,o'\,b$ y $a'\,o'\,b'$ de los lados de este segundo ángulo, que arrastrarán, como es consiguiente, á los del O. Tracemos la bisectriz $o'\,c$ y hagamos que la $a'\,b'$ recorra esta bisectriz, de tal manera que, conservándose constantemente normal á ella, el punto medio c sea siempre el de contacto.»

«Al llegar los puntos a' y b' á los a'' y b'', los lados del ángulo o' habrán pasado de la segunda á la primera posición, y tendremos:

$$\frac{a\,b}{o'\,c} = \frac{a''\,b''}{o'\,c'} = \frac{a'\,b'}{o'\,c'}$$

de donde

$$a\,b = \frac{a'\,b' \times o'\,c}{o'\,c'} = m.$$

y como podemos hacer á $a'\,b'$ constante y de un valor determinado (igual al límite inferior de m, que es $o'000975$) y $o'\,c$ es tambien constante, resultará que m es función y varía inversamente de $o'\,c'$; y en definitiva, que D' varía en razón directa de $o'\,c'$.»

«Si pues dividimos $o'c$ en 400 partes, y para este valor de o'c vale $D'=400$ metros, el número de partes que median entre el vértice o' y la posición de $a'b'$ será precisamente el número de metros de D', cuando el eje óptico del anteojo sea horizontal y perpendicular á la mira vertical, mientras que será un número de unidades igual á g cuando sea inclinada al horizonte, pérmaneciendo la mira siempre vertical.»

«Vemos, pues, demostrado que cuando los hilos movibles del retículo en el anteojo estudiado calen las tablillas colocadas en una mira distantes entre sí dos metros, la posición de $a'b'$, respecto de la $o'c$, nos dará gráficamente el valor de g; y segun la teoría antes expuesta, la $O'c$ de la figura 383 será la reducida horizontal D, que no habrá mas que leerla sobre la $O'c$.»

«Y teniendo en cuenta que m no ha de valer nunca mas de o'0039 metros ni menos de o'000975 metros, resultará que un instrumento dispuesto segun lo que acabamos de ver, nos dará todos los valores de g, comprendidos entre 100 y 400, así como los correspondientes á las reducidas D, y no los mayores ni menores que estos límites. Pero fijándonos en que si en la expresión

$$g=\frac{Md}{m}$$

multiplicamos ó dividimos M por un número, quedará g tambien multiplicado ó dividido por el mismo número, verémos claramente que para visar á distancias comprendidas entre 400 y 800 metros, no tendremos mas que dar á M el valor de 3 ó 4 metros, por ejemplo, y multiplicar por 1'50 ó por 2 los resultados ó lecturas que nos dá el taquímetro para obtener g y D; mientras

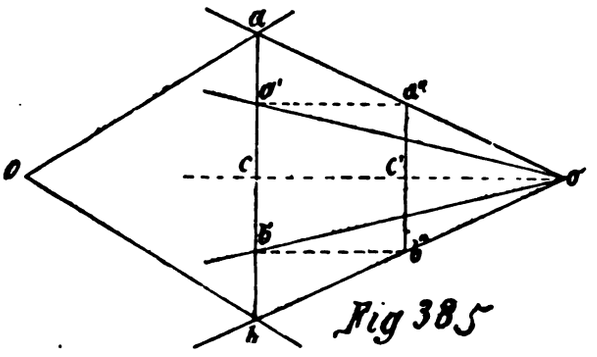


Fig 385

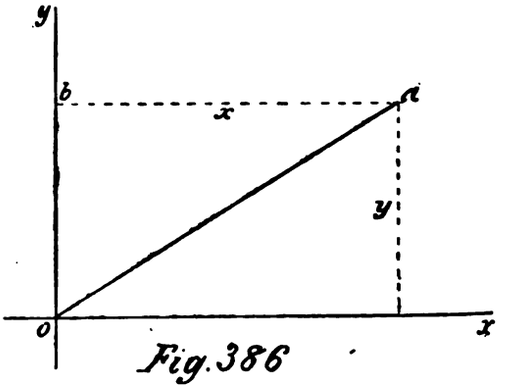


Fig. 386

que para visar á distancias comprendidas entre 100 y 50 y entre 50 y 25 metros, darémos á M los valores de 1 ó o'50, dividiendo por 2 ó por 4 los resultados del taquímetro, para encontrar g y D, sin que la separación m de los hilos del retículo tome nunca valores mayores ni menores que los límites fijados.»

«En resumen: con este taquímetro y una mira de 4 metros podrémos obtener la reducida ó distancia horizontal entre dos puntos del terreno que disten hasta 800 metros entre sí (y esto es aun otra ventaja sobre los demas taquímetros hoy en uso, que tienen menos alcance, por hacerse con ellos las visadas sobre miras que carecen de las tablillas que tan distintamente pueden calarse con el nuestro) teóricamente con toda exactitud, y prácticamente con la debida y necesaria aproximación, dependiente del esmero y precisión con que hayan de ajustarse las diversas piezas, que componen el sencillo mecanismo que al efecto se ha ideado y dispuesto, como verémos al describir el instrumento. Y aunque probablemente se cometerán algunos errores, seguramente influirán muy poco en los resultados, por efecto de la longitud y disposición de las cajas de movimiento, y *desde luego afirmamos que estos resultados nunca serán mas erroneos que los obtenidos con los taquímetros hasta hoy conocidos, por medianamente exactas que las piezas se construyan.*»

«OBTENCIÓN DE LAS TANGENTES; REDUCIDA VERTICAL Ó DIFERENCIA DE NIVEL. — La simple inspección de la figura 383 nos dice que la cb es precisamente la tangente correspondiente á la

reducida leida; y si esta cb se divide en partes de igual valor que las de $O'c$, no habrá mas que leer en la cb para cada caso la diferencia de nivel buscada.»

«Obtención de los senos y cosenos.—Sean ox y oy (figura 386) dos ejes de coordenadas, suponiendo colocado el oy en la dirección de la meridiana magnética, y sea oa una reducida en su verdadera posición respecto de dichos ejes.»

«Estando el origen de los arcos en la meridiana, que es lo que ordinariamente se supone en las operaciones taquimétricas, aunque no sea condición necesaria (1), la ab será el seno ó x y la ob el coseno ó y y con esto basta para comprender el por qué se ha dispuesto el sistema, que verémos en la descripción y uso del instrumento, para obtener dichas coordenadas.»

Hemos creído oportuno transcribir íntegramente la ingeniosa teoría en que el Sr. Salazar funda su aparato, porque ella señala nuevos derroteros á los aficionados á esta clase de investigaciones; pero no harémos lo mismo en cuanto se refiere á su descripción, uso, rectificaciones y consecuencias que deduce, porque sin provecho alguno tendríamos que ocupar muchas páginas y emplear no pocas figuras; dirémos sin embargo lo indispensable para demostrar la impractibilidad de la teoría en las condiciones de construcción supuestas, con las técnicas y económicas necesarias y justificar en su consecuencia nuestra opinión contraria á las ventajas que en él ven su Autor y los Ingenieros al principio aludidos, y con tanto mas motivo hemos de proceder así, cuanto que por deficiencias en las figuras utilizadas por el Autor resulta bastante confusa la descripción que hace de su complicadísimo aparato.

En la figura 387 se representa su *alzado* por el lado de la derecha con el anteojo horizontal, como lo hace el Autor en la lámina I.

Aunque la sola inspección de la figura dice ya bastante sobre la complicación inconveniente de este aparato, no estará de mas que démos noticia de las condiciones de sus piezas principales, algunas de las que no se presentan á la vista, siguiendo la descripción que hace el Autor.

Sobre el disco número 4, que puede ser un limbo, está rígidamente unida una regla graduada número 6, á lo largo de la cual resbala una armadura que lleva dos cajas en ángulo recto, números 7 y 8 (figura 388), con cuya disposición otra regla tambien graduada, número 9, puede moverse en dos direcciones perpendiculares entre sí, conservándose siempre normal á la primera fija, número 6.

En la pieza número 5 se levanta un fuerte montante, número 10, que sostiene el aparato visual, llevando rígidamente unida al mismo, por intermedio de las piezas 18, una regla graduada, número 11, en la que corre la armadura número 12, que por intermedio de una pieza acodada, va unida á la regla móvil inferior número 9 por el eje de giro número 13 con movimientos rápido y lento.

Todo este mecanismo está destinado á determinar las coordenadas planimétricas, x é y, cuando se conoce la distancia D, pues la escala 6 tiene la dirección del plano de colimación, que adquiere con el movimiento de toda la parte superior del aparato ó alidada y á aquel efecto se lleva el valor de D sobre la regla 11 haciendo funcionar convenientemente la armadura 12 por medio del tornillo y tambor micrométrico 14, con lo cual en las escalas 6 y 9 se marcarán los valores de dichas coordenadas, que se apreciarán mediante los nónius de las cajas 7 y 8, (figura 388).

Teniendo en cuenta que la regla número 6 es fija y que la número 9 está unida á ella mediante las dos cajas perpendiculares 7 y 8, se comprende fácilmente que, á no tener bastante juego las escalas comprendidas en dichas cajas, su movimiento y el de rotación de la alidada no podrá ser suave y regular, con tanto mas motivo cuanto que el polvo lo impedirá con mucha frecuencia y finalmente que, representándose en ellas 10 metros por cada milímetro, no será fácil apreciar con seguridad mediante nónius ni el medio metro; pues será difícil obser-

(1) La orientación mas conveniente es la geográfica siempre que sea conocida; y ella, la magnética ó una arbitraria, pero fija en todo el plano, es necesaria si ha de ofrecer alguna ventaja la determinación de las abscisas, x, y las ordenadas, y.

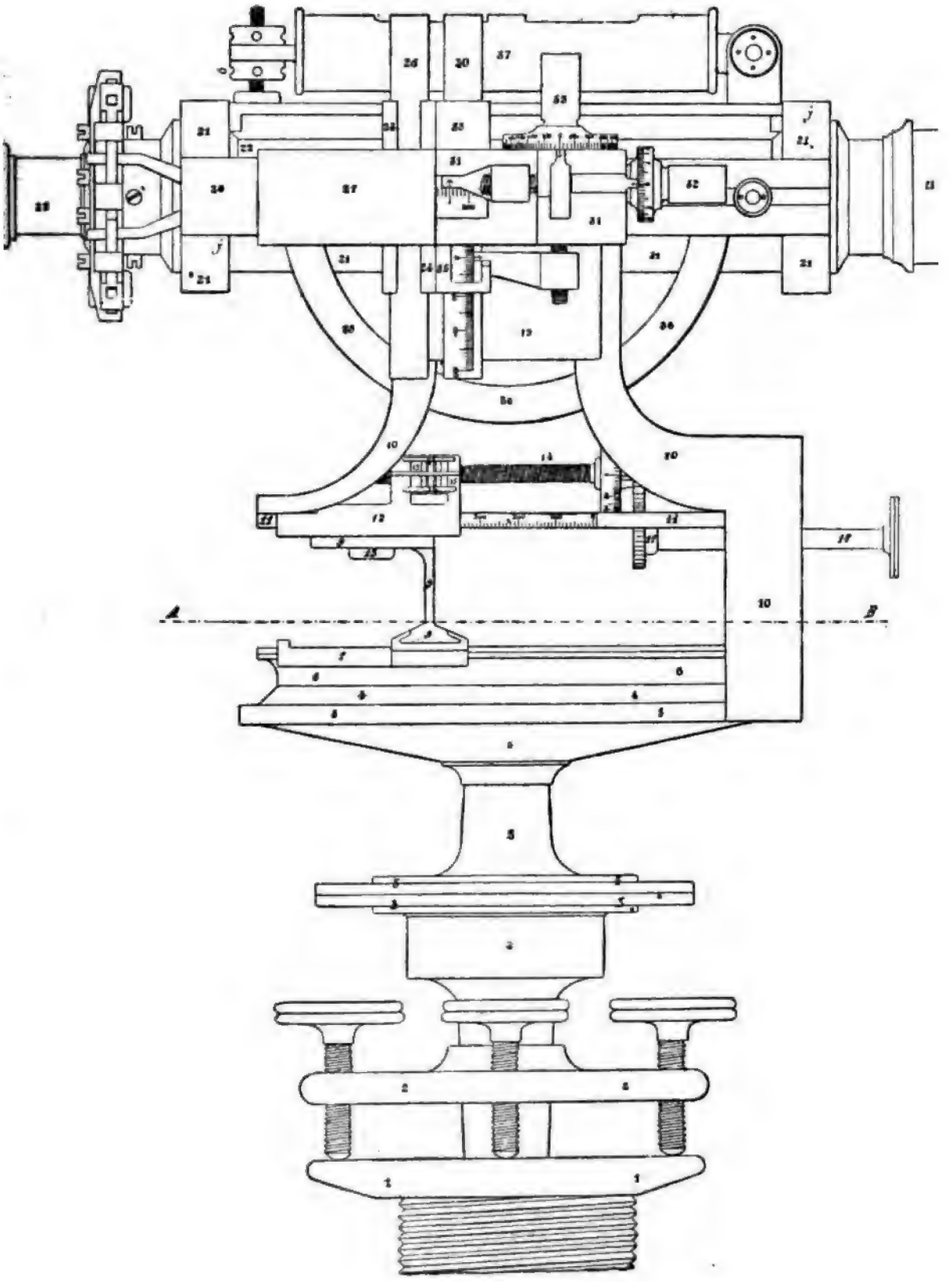


Fig. 387

varlos con lentes de amplificación de 3 ó 4 diámetros; de todo lo que se desprenden los inconvenientes de esta deducción gráfica de dichas coordenadas.

Veamos si ofrece alguna ventaja en la consecución de las distancias horizontales y verticales y á tal efecto, siguiendo al Autor, veamos primero como está dispuesto el aparato visual.

El anteojo es analático central con retículo fijo y objetivo movible para enfocar.

El retículo consta de dos partes; una con la cruz filar invariable, aunque corregible, para determinar el eje de colimación y la otra compuesta de un bastidor, c (figura 389), con dos re-

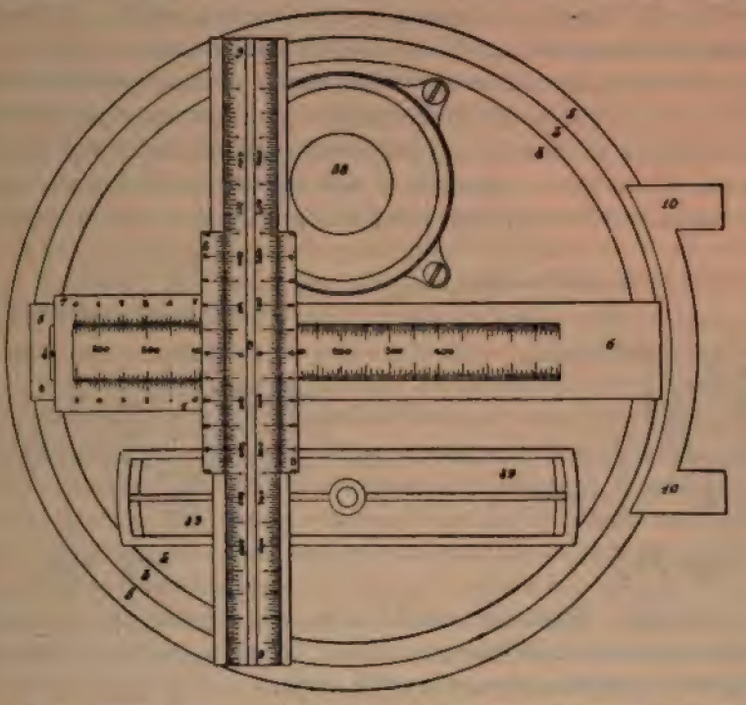


Fig. 388

bajos laterales, en que corren las piezas doblemente acodadas *d d* á que están fijos los hilos horizontales, que forman el ángulo diastimométrico variable.

«El movimiento de los hilos se obtiene por medio de las palancas *f f*, que giran sobre sus ejes *g*, y oprimen los tornillos de rectificación, *h h*, insertos en las piezas *d*. Unos fuertes muelles, *i*, mantienen constantemente en contacto las cabezas de dichos tornillos con las palancas, y, por lo tanto, para una posición determinada de estas, corresponde otra fija de los hilos movibles.»

Este juego de palancas corresponde á los lados del ángulo *o'* de la figura 385 y el *a b* de esta á la reparación de los hilos.

El movimiento de estos no es automático, esto es, producido por el de báscula del anteojo, sino que se realiza mediante el compás indicado en la figura 390, á cuyo efecto se une por los extremos de sus ramas con los de las palancas *f f* de la figura 389 y está alojado en la regla 28 (figura 387) sobre la que resbala la caja 27, que es la que *directamente se mueve* rápida y lentamente hasta conseguir que los hilos coincidan exacta y respectivamente con las imágenes de las dos planchas de la mira.

Esto no justifica suficientemente la acción combinada de la caja, compás, palancas y movimiento de los hilos, ni menos aun la relación que puede haber entre la distancia que los hilos y la caja 27 y el consiguiente índice de las distancias de la regla 28, recorren en sus respectivas direcciones; y para que de ello se convenzan nuestros lectores, al propio tiempo que de la complicidad del aparato, copiamos la explicación que da el Autor sobre *el mecanismo para la obtención de las reducidas horizontal y vertical, que consta de las piezas siguientes.*»

«Una regla, número 23 (figura 387) (que por deficiencias de las figuras no hemos podido encontrar, aunque comprendemos donde debe hallarse), sujeta sólidamente al soporte fijo 19 y

colocada en sentido horizontal, lleva la armadura 25 perfectamente ajustada, y pudiendo correr suavemente á lo largo de la regla fija.—Esta armadura lleva á su vez la caja 24, rígidamente unida, y en ángulo recto con la anterior, dejando entre ambas un espacio, donde se aloja la pieza acodada 34, que tiene su eje de giro alrededor del eje K (lámina V) (nada de esto hemos podido ver) y en cuya segunda caja 24, corre la regla 26, de modo que esta y la fija 23 se conservarán siempre perfectamente perpendiculares entre sí.»

«A la armadura 21 del anteojo, paralela á su eje óptico, va sujeta por intermedio de las piezas l *(láminas III y V)* la regla graduada 28, que deja en su interior el espacio vacío donde se aloja el compás que da movimiento á los hilos del retículo...»

«A lo largo de esta regla graduada 28, resbala la caja 27 con movimiento rápido y lento... á la que se une la regla 26, por medio del eje de giro 29 (que tampoco hemos encontrado en las figuras).—Una armadura 31, recorre tambien esta regla 28, armadura que lleva solidariamente unida la caja 35, en ángulo recto con la regla 28, en cuya caja corre otra regla graduada 30, que se conserva siempre perpendicular á la 28.—Con decir ahora que la regla gradua-

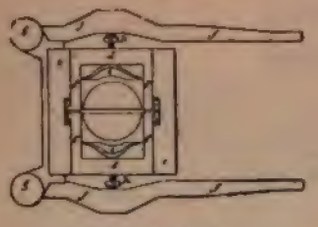


Fig. 389

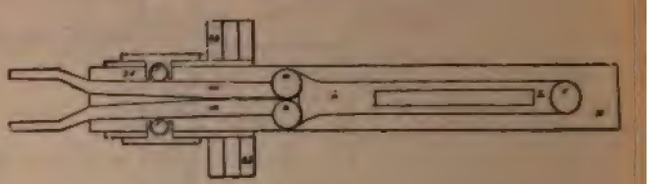


Fig. 390

da 30 se une á la armadura 25, por intermedio de la pieza acodada 34, á la que va rígidamente fija, girando por tanto, estas regla y pieza alrededor del eje K, queda perfectamente á la vista cómo se ha llevado á la práctica nuestra sencilla teoría.»

«En efecto: las reglas 28 y 23 representan las *O'a* y *O'b* de la figura 383; la 26 es la *a b;* y la 30 la *b c.*—El vértice del angulo tiene lugar en el eje de giro del anteojo, de modo que si el eje de giro de la caja 27 y regla 26 dista de el del anteojo una magnitud igual á g (magnitud reducida á escala como es consiguiente), la paralela á la regla 30, que pasase por el eje de giro de esta regla en la armadura que lleva las cajas 24 y 25, nos daría en la regla 28 la reducida correspondiente.—Pero como esta paralela no tiene representación material en el instrumento, leerémos la reducida en la regla 28, valiéndonos del índice que lleva la armadura 21, para lo cual, el origen de la graduación en la regla 28 debe tener lugar, no en el vértice del ángulo, sino mas allá, á una distancia igual á la que media entre la citada paralela ideal y el punto de la armadura 31, en que se coloque el índice que sirva para hacer la lectura.»

«Igualmente la diferencia de nivel correspondiente será la distancia desde dicho eje de giro K á una línea ideal en la regla 28, paralela á sus lados mayores, y pasando por el eje de giro del anteojo, distancia que leerémos en la regla 30, como es fácil comprender á la vista de la figura de la lámina II,» en que se representa el aparato con el anteojo inclinado.

Nos complacemos en reconocer el grande ingenio y laboriosidad demostrados por el señor Salazar en la teoría y composición de su aparato; pero con grande sentimiento no podemos admitir que, en el supuesto de que se construyera, ofrecería muchas ventajas sobre los taquímetros ordinarios de esmerada construcción.

Esta en primer lugar sería tan difícil y costosa, que no tendría cuenta adquirir semejantes aparatos y sino bastara para comprender el elevado precio á que habían de comprarse y la dificultad de conservar en buen estado tan complicadísimo aparato, lo demostraría la noticia que tenemos de que las casas constructoras han pedido como garantía para su ejecución la elevada cantidad de 100.000 francos; de manera que no pecarémos de exagerados al suponer que de

admisibles condiciones no se podrian adquirir á menos de 3 ó 4,000 y este es un inconveniente no pequeño para su generalización.

Pero el mas grave consiste en su poca precisión, no obstante haberse ilusamente supuesto que con él se tendrían las reducidas horizontal y vertical con un *decímetro* y *un centímetro respectivamente* en distancias de 100 á 400 metros, como ha dicho el Autor (página 24) en su folleto y han repetido otros Ingenieros encomiadores entusiastas de este proyectado aparato, y para evitar perniciosas ilusiones vamos á demostrar lo erróneo de tal afirmación, que no comprendemos se haya hecho, cuando el Autor admite, página 41, como *error probable el de 3 decímetros en 100 metros para las distancias horizontales*, solo por el concepto de inexacto ajuste de las cajas y rebajos por donde corren las reglas y las piezas movibles del retículo.

Cremos que este error será mayor aun, porque el juego de tales piezas ha de ser mayor que el supuesto para que los movimientos se produzcan sin dificultad; pero no es esta la causa principal de los errores graves del aparato, sino la siguiente.

Ha dicho el Autor en su teoría (página 12) que el camino que ha de recorrer cada hilo para formar los ángulos diastimométricos correspondientes á las distancias entre 100 á 400 metros sería de 0'0014625 metros ó 1'4625 mm.; por consiguiente el correspondiente á cada metro en cada inclinación sería $^1/_{300}$ ó sea 0'004875 mm. y, representando 10 metros cada milímetro de las escalas, debiera suceder, que con el de 0'1 mm. de la caja 27 se produjera aquel en cada hilo por la acción combinada de la caja 27 sobre el compás, de este sobre cada palanca de la figura 389 y de estas sobre los tornillos *h* y no es posible admitir semejantes acciones ni movimientos con tal combinación, porque los anularía la resistencia del material, aunque los contactos se hicieran con ágata; y si el movimiento fuera de retroceso para conseguir la separación, aun habría mas motivo para anular la acción, pues no ejercerían ninguna los resortes *i* (figura 389), como de ello dan pruebas repetidas los tornillos de coincidencia, (1) con que desgraciadamente se han sustituído los de esfera antes utilizados y sin embargo en estos la acción es directa y no derivada por articulaciones distintas y procedentes de un resbalamiento.

Cierto es que el Autor dice, página 19, que ha amplificado el camino que ha de recorrer cada hilo mediante una combinación poco inteligible; pero si bien pudiera hacerse esta para ampliar la distancia representativa de la inclinada y consiguientemente la que ha de recorrer la caja 27, en que ya hemos dicho que 0'1 mm. corresponde á 1 metro, de ninguna manera podrá hacerse del recorrido de los hilos sin amplificar la imagen de la mira comprendida entre las planchas, no por el ocular sino por el objetivo; de suerte que subsiste la citada causa de error y *con ella sería enorme el que se pudiera cometer* en las derivadas horizontal y vertical, sin que la teoría pura deje de ser exacta, porque en ella pueden apreciarse distancias infinitamente pequeñas, que en la práctica no son apreciables ni ejercen acción ninguna y en no haber tenido esto en cuenta está precisamente la deficiencia de la teoría, que resulta por lo tanto incompleta.

Con esto queda contestada la afirmación injustificada que el Autor hace en el resúmen de su teoría relativamente á la precisión, que se puede conseguir con su aparato en comparación á la que se alcanza con los taquímetros ordinarios, y en cuanto á lo que dice de la ventaja que el suyo ofrece utilizando miras de dos planchas cuando con aquellos solo se hace de las parlantes, hemos de recordarle que desde 1868 empleamos las de dos planchas, una fija y otra móvil para los planos de pequeña escala y en distancias mayores de 150 metros y que esta clase de miras se utilizan bajo distintas formas en casi todos los Distritos forestales de España y con ellas y ángulo diastimométrico de 5 mm. se pueden medir distancias hasta de 600 metros con

(1) En esta resistencia del material, que produce notorio retraso en la acción de los resortes, consiste la desorientación que se nota en los aparatos á que hace referencia uno de los encomiadores del proyectado taquímetro sin darse cuenta de ella; pero hay que tener presente que ni con retraso, ni sin él, hay acción de los muelles, cuando el tornillo impulsor adelanta solamente 0'1 mm.; esto es fácil de observar con un taquímetro ó teodolito ordinario.

comprobación directa, que no se tendría, como es necesaria, con su proyectado aparato, en lo que tambien resultaría deficiente y muy expuesto á graves errores.

En resúmen: considerando muy ingeniosa la teoría del Sr. Salazar la creemos incompleta, excesivamente complicado el aparato proyectado é impracticable con las condiciones técnicas y económicas apetecibles.

203 — Taquígrafo Schrader.

No podemos describir este aparato con los detalles con que lo hemos hecho del precedente, porque la Instrucción, que á él se refiere, tiene muchas deficiencias dejando incompleta la teoría en que se funda y las condiciones de sus órganos mas importantes; de manera que no es posible formar con ella juicio exacto sobre la precisión y seguridad con que varía el ángulo diastimométrico con la distancia y la inclinación; pues, como en el precedente, en esta variación para una porción determinada de la mira se funda su característica, si bien con la horizontalidad de la mira, que tiene muchos inconvenientes, y limitación de las distancias de 20 á 120 m. simplifica aquella variación y aumenta la precisión, á lo cual contribuye la mayor longitud de las escalas, en las que cada milímetro representa un metro, dando por resultado un aparato de mayores dimensiones, sí, pero mucho mas sencillo y de mayor precisión probable que el anterior en tales distancias.

En la figura 391 se representa en proyección vertical, tal como aparece en la Instrucción sin expresión de escala, que nos permitiera conocer las dimensiones de los órganos, ya que no se expresan; pero deducimos de las reglas graduadas que será próximamente $^1/_4$ de la natural.

Sobre la plataforma del juego y á ella fijo hay un gran plato circular con su periferia dividida en grados, en que por medio de un nonius de 20 partes, dícese que se pueden apreciar los centígrados por estima, lo cual es incomprensible; si bien por la magnitud del limbo pudiera

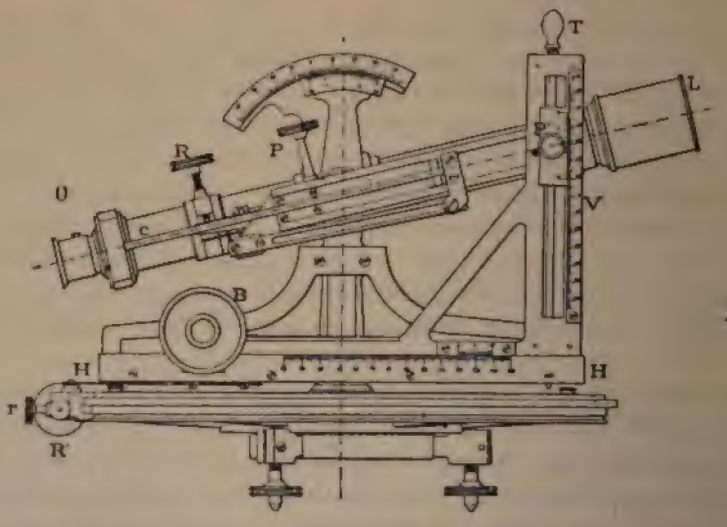


Fig. 391

apreciarse mucho mas: sirve para medir los ángulos azimutales, cuando convenga, sin duda por diferencia; pues no tiene movimiento y en el espacio que abarca se colocan las hojas de papel fuerte ó de zinc, en que se construye el plano de cada estación.

En su centro se levanta un eje, en el que enchufa y alrededor del cual gira toda la alidada, que se sujeta á la periferia del gran plato mediante el tornillo de presión R' sirviendo el de coincidencia r para hacer la del plano de colimación con una de las planchas de la mira colocada en el punto que se quiere determinar.

Para colocar las hojas de papel ó zinc, en cuyo centro se abre una ventana cuadrada que permite dar paso al eje, se ha de levantar toda la alidada y por consiguiente desenroscar el tor-

nillo R' y desprender la pieza que lleva el nónius azimutal, todo lo que es un inconveniente engorroso del aparato.

No se dice si el anteojo es ó no analático central y sí solo que amplifica 15 diámetros y que su objetivo es movible para la enfocación, que se supone conseguir automáticamente, deduciéndose que, como es necesario, el retículo es fijo.

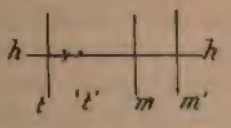
Este se compone de dos partes; una fija y móvil la otra. La primera consta de un trazo horizontal *h* (figura 392) en medio del campo; de un trazo vertical *t* á *4 mm. del eje*, á la izquierda, que sirve para bisectar la plancha de la mira puesta en el punto visado y de un trazo vertical interrumpido *t'* á 8 milímetros del primero.

La parte móvil solo tiene dos trazos verticales *m* y *m'*. El cristal, sobre que están grabados, está fijo á un bastidor, que asegura su desplazamiento rectilíneo perpendicularmente al eje óptico del anteojo.

Este bastidor impulsado por dos fuertes resortes se apoya constantemente sobre una barra de acero templado duro *C*, (figura 393), que atraviesa la caja del retículo y puede moverse paralelamente al eje óptico del anteojo.

El contacto del bastidor con la barra tiene lugar sobre la arista viva de su lado curvo, *b* y el otro, recto, se apoya en la punta de un tornillo de acero *a* y de esta manera con el movimiento de la barra, *C*, se imprime otro al bastidor ó se permite que le adquiera por la acción de los resortes; pero nada se dice sobre las condiciones de los dos lados de la barra, que han de

Fig. 392



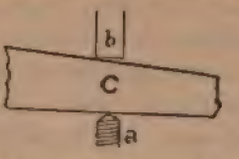


Fig. 393

poner en relación determinada la separación de los hilos fijo y móvil con el recorrido de la escuadra de proyección H V (figura 391) relacionado con el de la barra C mediante la articulación de su extremo con el eje de la pieza P', que se mueve suavemente por las guías de la escala vertical V asegurando el movimiento de la barra C paralelamente al eje óptico del anteojo, porque á su tubo está fijo el eje de la pieza P'.

El lado horizontal, H, de esta escuadra resbala en unas guías abiertas en la base de la alidada, paralelas al plano vertical de colimación y el movimiento de la escuadra se produce por el boton B y una cremallera.

De esta suerte la barra C y la escuadra de proyección H V están ligadas mecánicamente y cualquiera que sea la posición del anteojo, horizontal ó inclinada, el desplazamiento longitudinal de la escuadra arrastra consigo la barra y por consiguiente hace variar la separación entre el trazo fijo y los dos movibles del retículo; pero no se justifica la relación en que esto se verifica.

Los desplazamientos longitudinales de la escuadra se miden mediante una escala milimétrica y un nónius de apreciación de 0'05 milímetro y lo mismo se hace en la escala vertical.

«El eje, dice la Instrucción, que une las dos pequeñas correderas (la de la barra C y la de P') está en el plano del eje óptico; coincide á la vez con el cero de la doble división trazada sobre el montante vertical de la escuadra y con el doble nónius trazado sobre la pequeña corredera.»

No son posibles las coincidencias simultáneas que se dicen y sin duda lo que se querrá expresar es que dicho eje perpendicular al plano de colimación pasa por el eje óptico y por el cero del doble nónius P', al propio tiempo que por el eje del puntero T, que se encuentra en el plano vertical, que pasa por el centro del platillo, desplazándose en el movimiento de la escuadra H V en la dirección de un radio del mismo; pero para que tal cosa pueda suceder es preciso que el plano de colimación sea excéntrico, pues el puntero T está fuera del tubo del anteojo.

Toda la alidada gira alrededor del eje central del platillo, en cuya periferia resbala una caja con nónius regulándose el movimiento azimutal con el tornillo de presión R' y el de coincidencia *r* pudiéndose medir los ángulos azimutales con apreciación de 0'05 ^{c}, según se ha dicho antes.

El movimiento vertical ó de campana del anteojo se regula mediante el tornillo de presión P y el de coincidencia R y con la alidada fija y el arco móvil, que aparecen en la figura 391, se pueden medir los ángulos verticales.

Aunque en ella no se vea ningún nivel, ni nada se dice sobre su existencia y condiciones, deben existir, pues se supone que al poner el aparato en estación se nivela como los demas taquímetros.

La *mira* utilizada por Schrader es horizontal con tres planchas fijas, como en dos posiciones inversas aparece en la figura 394; pero, como nada se dice sobre la separación de aquellas, es imposible hacer con seguridad cálculo alguno para comprobar la precisión, que se puede conseguir con el aparato; sin embargo es de suponer que la distancia entre las extremas V y V'' no pasará de dos metros para que no sea excesivamente embarazoso su manejo y transporte.

Compónese esta mira de un pié vertical, *m*, y de una regla horizontal, *r*, que lleva fijas las tres planchas, V, V' y V''; aquel se coloca verticalmente mediante un nivel esférico ó un perpendículo asegurándose en esta posición con dos tornapuntas, y entonces la regla, *r*, será ho-

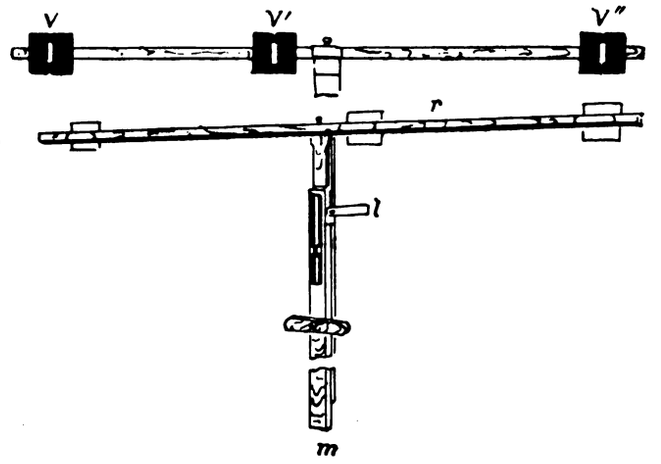


Fig. 394

rizontal, porque le es perpendicular por construcción y para hacer que tambien lo sea á la visual se utiliza un liston, *l*, perpendicular al plano de *r* y de *m* y mirando por él el portamira al anteojo observa si está en el plano de colimación: estas dos observaciones serán fáciles y bastante exactas en los casos de visual próximamente horizontal, pero no en las muy inclinadas, si no tiene movimiento el listón en un plano perpendicular al antes dicho.

La plancha V está destinada á coincidir en el momento de la observación con el trazo fijo, *t*, del retículo y las otras dos, V' y V'', respectivamente con los trazos móviles *m* y *m'*, segun la distancia á que la mira se coloque, como luego se verá.

El trazo axial horizontal del retículo, *h*, tiene por objeto hacer que el eje de la regla de la mira coincida con el óptico del anteojo, de manera que cuando despues de colocar el pié de la mira vertical, la regla perpendicular á la visual y de hacer coincidir el trazo fijo, *t*, con el eje vertical de la plancha de la izquierda, V, en las distancias de 20 á 50 m. se moverá la parte movible del retículo hasta que el trazo *m* coincida con el eje vertical de la plancha *V'* y en las mayores se hará lo propio con el trazo *m'* y el eje de la plancha *V''*.

«El punto, dice la Instrucción, en que el operador debe dejar de servirse del trazo *m* para tomar el *m'* y viceversa, le está indicado por el trazo interrumpido, *t'*, del retículo. Está indicado al mismo tiempo por la separación aparente relativa de las planchas *V'* y *V''* y de los trazos *m'* y *m*. — Si por consecuencia de la aproximación del portamira el trazo *m'* está mas próximo á *m* que V' á V'', es decir si las planchas aparecen mas separadas que los trazos correspondientes, el trazo *m'* debe ser abandonado y se ha de servir de la pequeña mira (trazo *m* y plancha V').

Inversamente si alejándose el portamira la plancha V' aparece mas próxima á V que *m* de *m'* el observador utilizará las planchas exteriores, que constituyen la gran mira (1).»

Sin justificar absolutamente nada, porque no dice las condiciones de la curva de la barra *C*, que produce el movimiento de los trazos del retículo, *m* y *m'*, ni su distancia al fijo, *t*, en la de orígen, ni la relación que haya entre aquel movimiento y el horizontal de la escuadra de proyección, ni finalmente la magnitud de la *mira grande y pequeña*, pasa á ocuparse de la *puesta en estación, observación de la mira, manejo de esta y diferentes posiciones que pueden tener relativamente al punto del terreno*, que se quiere determinar, con minuciosos detalles, que no creemos oportuno reproducir, porque no aclaran las dudas que motivan las importantísimas omisiones indicadas y el Topógrafo no puede juzgar de la bondad del aparato; el que sin pararse en tales dudas le adquiriera, en la Instrucción encontrará esas noticias y los medios que propone para medir grandes distancias y realizar nivelaciones de precisión y otras aplicaciones del aparato, en todo lo que parécenos que hay muchas ilusiones del Autor.

Para terminar hemos de llamar la atención sobre un defecto indudable en la determinación de la posición planimétrica de cada punto.

Segun lo antes indicado, el plano de colimación no pasa por el centro del platillo horizontal y esto producirá una descentración, que aumentará en las distancias algo considerables, pues como para dirigir la visual se utiliza el trazo fijo, *t*, que se halla á 4 mm. á la izquierda del eje óptico, esto es, al mismo lado de la descentración del plano de colimación y á 100 metros de distancia se separará del pié de la mira mas de un metro, que será el máximum de separación entre este y la plancha V, resultará que casi nunca el plano de colimación pasará por el punto del terreno; al menos esta condición, como las demas indicadas, queda sin justificar; de manera que mientras no se haga en debida forma no es de aconsejar la adquisición y empleo de este aparato; esto aparte de los inconvenientes que presentan las miras horizontales, por mas que por su sencillez y dimensiones de las escalas parezca, como digimos al principio, que este instrumento pudiera considerarse preferible al precedente.

204. — Autoreductores numérico y numérico-gráfico de Mas y Zaldúa.

Este distinguido Comandante de E. M. utilizando el diagrama de Roncagli y la escuadra de proyección de Wagner Fennel, de que hemos dado noticia detallada respectivamente en los números 197 y 193, proyectó á fines de 1900 un *Taquigrafómetro*, que llamó la atención de la Junta consultiva de Guerra con muchísima razón, porque dando numéricamente las reducidas horizontales, gráficamente las verticales y colocando en la dirección oportuna una regla graduada permitía construir directamente el plano acotado de cada estación en la escala conveniente en cada caso, con mucha rapidez y toda la precisión, que puede conseguirse con el mas cuidadoso graficismo, al par que suministraba los datos necesarios para calcular el plano numérico, cuando se creyera necesario.

El ilustre Salmoiraghi se encargó de construir el primer modelo que, aunque brevemente, tuvimos ocasión de examinar y desde luego calificamos de excelentísimo aparato, que honra al

---

(1) «El cambio de plancha y de trazo, dice la Instrucción, corresponde á un cambio en la curva de la barra C. El objeto de este cambio es el siguiente: segun las observaciones del coronel Goulier, la precisión de las visuales por bisección es mucho mayor que la de las visuales por coincidencia: por esto hemos adoptado el sistema de bisección de las planchas fijas. Pero por otra parte, siempre segun el coronel Gaulier, los errores crecen, con este género de lectura, segun el cuadrado de la distancia. Es para obviar este crecimiento de errores que hemos reemplazado las planchas en cuanto resultando el ángulo estadimétrico muy pequeño aumentaba el error en una proporción sensible. De esta suerte conservamos las ventajas de la bisección de las lineas fijas sin temer sus inconvenientes.»

No comprendemos esta justificación del cambio de planchas ó ángulo diastimométrico, que complica el aparato inútilmente, porque, á pequeñas y grandes distancias, cuanto mayor sea aquel mayor será la apreciación y no ha justificado que con las dos diferentes magnitudes de mira puedan tener el mismo valor las porciones de las escalas de la escuadra de proyección.

proyectista y al constructor, comprendiendo su descripción en esta parte de nuestro libro, porque era seguramente el que mejor podía satisfacer los deseos de los Topógrafos modernistas transigentes con el graficismo.

Pero durante la impresión de nuestro libro el señor Mas y Zaldúa ha mejorado su invento suprimiendo la escuadra de proyección, que le hacía embarazoso, mediante la determinación de las alturas con el mismo diagrama de las reducidas horizontales y como esto le permite reducir considerablemente las dimensiones del aparato, ha hecho dos; uno simplemente numérico y otro numérico-gráfico, que ha dado á conocer en una detalladísima y bien escrita Instrucción. (1)

En su consecuencia hemos creído oportuno sustituir la descripción del taquigrafómetro primitivo con la de los nuevos autoreductores ateniéndonos á la nueva Instrucción y como se está terminando la construcción del numérico en los talleres de don Amado Laguna bajo la inmediata inspección del señor Mas y Zaldúa, si antes de terminarse la impresión de este libro se realizan las oportunas pruebas experimentales, darémos á conocer su resultado de la mejor manera que nos sea posible.

Como los fundamentos teóricos y los mecanismos utilizados para conseguir las reducidas horizontales y verticales son idénticos en ambos aparatos y el correspondiente al graficismo de uno de ellos muy sencillo, siguiendo el sistema adoptado por el inventor en su Instrucción, nos ocuparémos de ellos antes de hacer la descripción de cada uno de los autoreductores.

Primer fundamento ó de las reducidas horizontales

Las consideraciones y fórmulas, que de ellas se deducen, son enteramente iguales á las expuestas por el señor Roncagli en cuanto se refieren á las condiciones del diagrama; pero muy

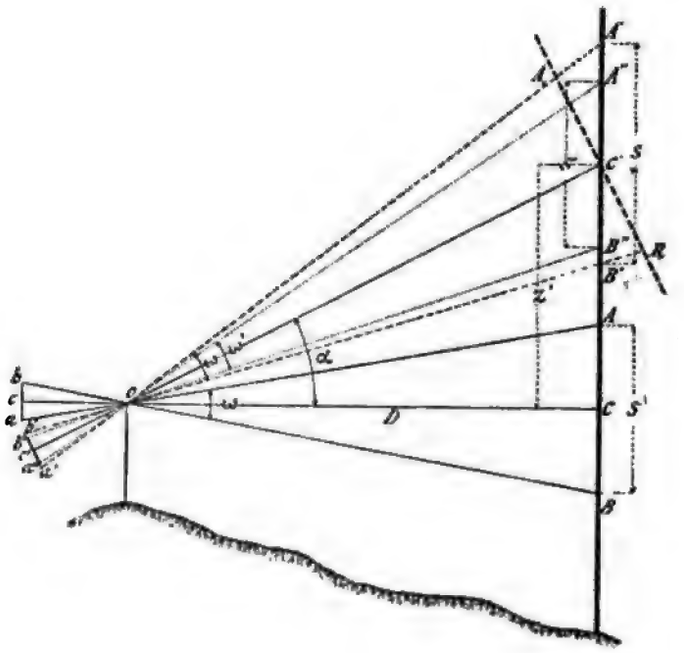


Fig. 395

diferentes en lo referente al aparato automotor; podríamos evitar la repetición de aquellas, pero como es mas detallada la demostración y consignando todo el razonamiento analítico se evitarán las dificultades que pudieran ocurrir á los no muy versados en los cálculos, consi-

(1) Al precio de dos pesetas se encuentra en Madrid en casa de Recarte-Hijo; en Zaragoza en los talleres de Laguna y en Barcelona en casa de Biosca y compañía, antigua de Rosell.

deramos mejor consignarlo *in-extenso,* aunque incurramos en repeticiones de conceptos, de fórmulas y aun de figuras, porque deseamos que no queden dudas á ninguno de nuestros lectores.

El señor Mas y Zaldúa le explica en los términos siguientes:

«Supongamos un taquímetro analático central en estación en *o* (figura 395), y que con el anteojo horizontal se enfila una mira colocada verticalmente; tendrémos por la semejanza de los triángulos *o A B* y *o a b*, que

$$\frac{AB}{oC}=\frac{ab}{oc},$$

de donde

$$oC=AB\frac{oc}{ab}, \quad \text{ó} \quad D=S'.k \qquad (I).$$

fórmula, que dará la distancia horizontal $D=oC$ en función de la parte $AB=S'$ de mira interceptada por los hilos *a* y *b* del retículo, que determinan el *ángulo diastimométrico* ω y la cantidad constante

$$\frac{oc}{ab}=\frac{1}{2\ \text{tang.}\frac{1}{2}\omega}=k$$

llamada *coeficiente diastimométrico;* de manera que si este valiera *100*, por ejemplo, cada centímetro de la porción de mira comprendida entre los hilos extremos *a* y *b* nos dará un metro para la distancia (1).

Si imaginamos ahora que el anteojo toma una posición oblícua oC' formando un ángulo α con la horizontal, la distancia inclinada $oC'=D'$ estará dada por la ecuación

$$D'=k.\ A_1B_1$$

siendo A_1B_1 la parte comprendida por los mismos hilos, que han tomado la posición *a'*, *b'*, de la mira colocada en C' perpendicularmente al eje del anteojo.

Determinemos el valor de A_1B_1 en función de $A'B'=S$ segmento correspondiente de la mira vertical, puesto que en esta posición es en la que ha de ser observada.

El triángulo $C'A_1A'$ nos dará

$$\frac{C'A_1}{C'A'}=\frac{\text{sen. } A_1A'C'}{\text{sen. } A'A_1C'}$$

como

$$\text{sen. } A_1A'C'=\text{cos. } A'oC=\text{cos. }(\alpha+\tfrac{1}{2}\omega)$$

y

$$\text{sen. } A'A_1C'=\text{sen. } C'A_1o=\text{cos. }\tfrac{1}{2}\omega$$

substituyendo en la primera expresión, será

$$\frac{C'A_1}{C'A'}=\frac{\text{cos. }(\alpha+\frac{1}{2}\omega)}{\text{cos. }\frac{1}{2}\omega}=\frac{\text{cos. }\alpha\ \text{cos. }\frac{1}{2}\omega-\text{sen. }\alpha\ \text{sen. }\frac{1}{2}\omega}{\text{cos. }\frac{1}{2}\omega}=$$

$$=\text{cos. }\alpha-\text{sen. }\alpha\ \text{tang. }\tfrac{1}{2}\omega;$$

(1) En la práctica, para mayor comodidad y facilidad en las operaciones, se hace que este coeficiente sea *50*, *100* ó *200*, á fin de que cada *20*, *10* ó *5* milímetros de mira correspondan á *1* metro de distancia, y se calculan en su consecuencia los valores que ha de tener la separación de los hilos *a* y *b* del retículo equidistantes del central *c*.

de donde se deduce $C'A_1 = C'A' \cos. \alpha - C'A' \text{ sen. } \alpha \text{ tang. } \frac{1}{2}\omega.$

Procediendo del mismo modo con el triángulo $C'B_1B'$ se obtiene

$$\frac{C'B_1}{C'B'} = \frac{\text{sen. } C'B'B_1}{\text{sen. } C'B_1B'} = \frac{\text{sen. } CB'o}{\cos. C'oB_1} = \frac{\cos. (\alpha - \frac{1}{2}\omega)}{\cos. \frac{1}{2}\omega} =$$

$$= \frac{\cos. \alpha \cos. \frac{1}{2}\omega + \text{sen. } \alpha \text{ sen. } \frac{1}{2}\omega}{\cos. \frac{1}{2}\omega} = \cos. \alpha + \text{sen. } \alpha \text{ tang. } \frac{1}{2}\omega,$$

y por consiguiente

$$C'B_1 = C'B' \cos. \alpha + C'B' \text{ sen. } \alpha \text{ tang. } \frac{1}{2}\omega.$$

Sumando ahora este valor de $C'B_1$ con el de $C'A_1$ se tendrá

$$A_1B_1 = A'B' \cos. \alpha - (C'A' - C'B') \text{ sen. } \alpha \text{ tang. } \frac{1}{2}\omega$$

y multiplicando ambos miembros por k, y substituyendo $k.A_1B_1$ por D' y $A'B'$ por S, resultará:

$$D' = k.S \cos. \alpha - k(C'A' - C'B') \text{ sen. } \alpha \text{ tang. } \frac{1}{2}\omega$$

Como el ángulo $\frac{1}{2}\omega$ es de poco valor, sen. α menor que la unidad y $C'A' - C'B'$ tambien muy pequeño, puede prescindirse sin error sensible del segundo término del segundo miembro de la igualdad anterior (1) y quedará dada la distancia inclinada por la expresión

$$D' = k.S \cos \alpha;$$

pero $D = D' \cos. \alpha$, luego la reducida al horizonte será

$$D = k.S \cos.^2 \alpha \quad \text{(II)}$$

Supongamos que se pueda disminuir el ángulo diastimométrico ω, que se ha considerado, de forma que la parte $A''B''$, de mira comprendida con este segundo ángulo ω' sea igual á $AB = S'$; es evidente que esta parte de mira comprendida con el segundo retículo, dará la distancia horizontal que se trata de conocer, por ser igual á la interceptada con el ángulo diastimométrico ω y el anteojo horizontal.

Veamos cómo se puede llegar á determinar este valor de ω' para conseguir que la simple lectura de mira nos dé las distancias reducidas al horizonte.

Si substituímos en la ecuación (II) S por S', y en vez de

$$k = \frac{1}{2 \text{ tang. } \frac{1}{2}\omega}$$

ponemos otro coeficiente k' de manera que

$$k.S = k'.S'$$

con lo que aquélla no variará, tendremos

$$D = k'.S' \cos.^2 \alpha$$

---

(1) En el caso en que $\alpha = 30^c$, límite de las pendientes que deben tomarse; que tang. $\frac{1}{2}\omega = 0{,}01$ que corresponde á un coeficiente $k = 50$ mayor valor de los generalmente empleados y que la distancia que se mida sea de 200 metros, valor máximo que puede tener con el ángulo ω supuesto, que es igual á $1^c{,}273$ y una mira de 4 metros, $C'A' - C'B' = 0^m{,}026$ y el segundo término referido valdrá $0^m{,}0059$, realmente despreciable como se ha

y poniendo en vez de D su valor de la fórmula (I), resultará:

$$k = k' \cdot \cos.^2 \alpha \quad \text{y} \quad k' = \frac{k}{\cos.^2 \alpha} \quad \text{(III)};$$

llamando

$$r \text{ á } ac = cb = a'c' = c'b', \quad f \text{ á } co = c'o \text{ é } y \text{ á } a''c' = c'b'',$$

y teniendo en cuenta la relación que de los triángulos aob y $a''ob''$ se deduce fácilmente para tales magnitudes y el coeficiente diastimométrico, se tendrá respectivamente

$$k = \frac{f}{2r} \quad \text{y} \quad k = \frac{f}{2y}$$

cuyos valores substituídos en la (III), darán

$$y = r \cos.^2 \alpha \quad \text{(IV)};$$

que satisface la condición que se desea, en la cual

$$y = c'a'' = c'b''$$

corresponde á la nueva situación de los hilos del retículo, que determinan el ángulo ω' é interceptan en la mira la cantidad S'; y la distancia horizontal será

$$D = k.\, S'$$

en que S' es el segmento de mira comprendido entre los hilos cuya separación es $2y$.

Luego, si en un taquímetro hacemos variar la separación de los hilos del retículo, de suerte que siga la ley que determina la expresada fórmula (IV), la diferencia entre las lecturas de mira multiplicada por el coeficiente diastimométrico, dará desde luego la distancia reducida al horizonte.

Para realizar esto, pueden adoptarse dos procedimientos. Retículo de hilos extremos horizontales movibles y otro fijo central tambien horizontal, que determine el eje óptico del ante-

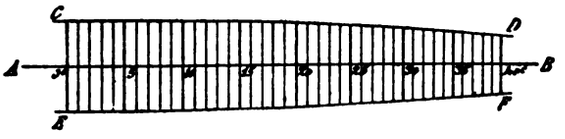


Fig. 396

ojo con su intersección con otro fijo vertical, ó bien los primeros grabados en un cristal plano en la forma que aparece en la figura 396, de manera que las curvas CD y EF sean la expresión gráfica de la fórmula (IV).

El trazo AB es el central horizontal que, con el hilo vertical fijo, determina el eje de colimación, que ha de coincidir con el óptico. Sobre él se toman, á partir de o^c y según una ley de progresión arbitraria, elementos que representen los valores de α y en cada extremo de ellos, por ordenadas, los valores correspondientes de

$$y = r \cos.^2 \alpha.$$

Si el diagrama así obtenido, se coloca en un bastidor que se pueda mover á voluntad en sentido lateral perpendicular al eje óptico, de manera que el trazo central se mueva sobre sí mismo, es indudable que al enfilar una mira situada verticalmente, si se coloca el elemento que representa la inclinación que tenga el anteojo en coincidencia con el hilo fijo vertical, la diferencia de las lecturas efectuadas en aquella con los trazos CD y EF, dará la distancia reducida al horizonte sin verificar mas cálculo que su multiplicación por el coeficiente k.

Sin embargo, esto obliga á leer primeramente el ángulo de inclinación y á mover, en su

consecuencia, á mano, el retículo hasta conseguir la coincidencia deseada, y estas operaciones, aunque sencillas, exigen algún tiempo y pueden dar lugar á errores (1).

Vamos á ver si conseguimos que, automáticamente, al enfilar los puntos que se observen, el intrumento sitúe el diagrama en su verdadera posición, con lo que economizándose tiempo se evitarán además las equivocaciones que se podrían cometer.

Sea *A c o* (figuras 397 y 398) el eje óptico del anteojo, que gira alrededor de *o*, intersección con el eje de los muñones, y *a A* el plano del diagrama; supongamos una palanca *o' d a* para-

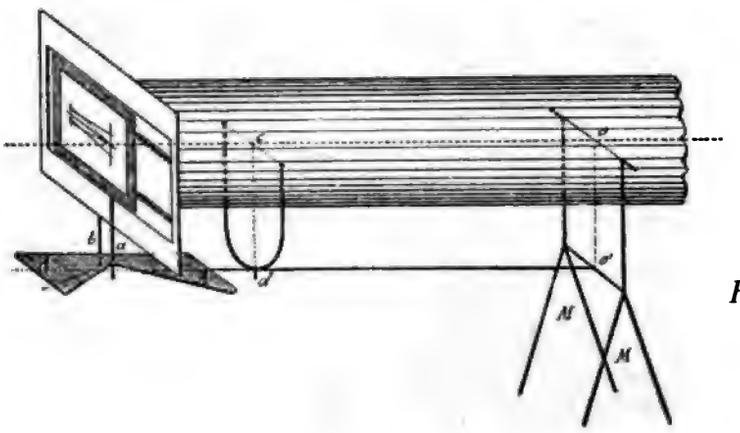


Fig. 397

lela al eje óptico, que gire alrededor de *o'* entre los montantes del anteojo, en el plano vertical del eje de muñones y dispuesta de manera que se conserve siempre paralela al eje de aquel, lo que se conseguirá por medio de la palanca *c d* paralela al plano vertical *o o'* articulada en la *a d o'*, y en dos generatrices opuestas de la superficie exterior del anteojo en dos puntos que se proyectan en *c* sobre el eje óptico. De este modo quedará formado el paralelógramo ideal pro-

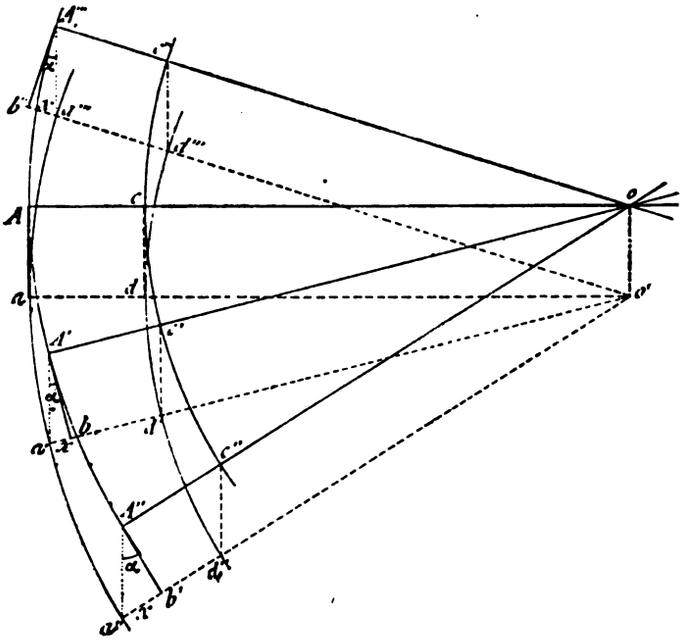


Fig. 398

(1) A estas ideas se les ha dado forma práctica en los taquímetros reductores de Tichy-Starcke y de J. Roncagli; el primero tiene un hilo fijo y otro movible con un tornillo micrométrico, y el segundo se halla dotado de un diagrama, tal como se ha descrito, al que se le imprime el movimiento de traslación conveniente por medio de un piñón y una cremallera.

Tanto uno como otro no se han generalizado, por la pérdida de tiempo que origina el previo conocimiento de las pendientes ó distancias zenitales y por tener que mover á mano el retículo, que no es fácil colocarle exactamente en su posición verdadera.

yectado en $c\,d\,o'\,o$, cuyos vértices o y o' serán fijos, y al girar el anteojo y tomar su eje las posiciones $A'o$, $A''o$, $A'''o$... (figura 398) la palanca $o'a$ tomará las $a'o'$, $a''o'$, $a'''o'$... paralelas á aquellas y el punto a se trasladará á a', a'', a'''... en las verticales $A'a'$, $A''a''$, $A'''a'''$...; el extremo inferior del diagrama se trasladará á b, b', b''... Las cantidades $a'b$, $a''b'$, $a'''b''$... ó x, que se mueve el extremo de la citada palanca con relación al diagrama, estarán dadas por la fórmula

$$x = A'a' \text{ sen. } a'A'b;\quad x = A''a'' \text{ sen. } a''A''b'...$$

por ser los triángulos $A'a'b$, $A''a''b'$, $A'''a'''b''$... rectángulos.

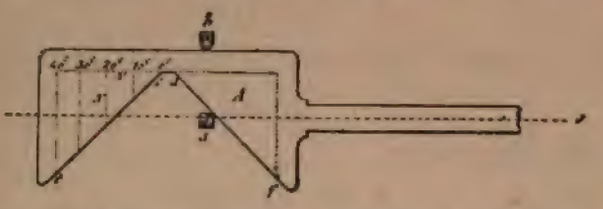
Llamando á la constante $A\,a = A'a' = A''a'' = ...\ c$, y α á las inclinaciones del anteojo, que son iguales á los ángulos $a'A'b$, $a''A''b'$, $a'''A'''b''$... por tener los lados perpendiculares, tendremos

$$x = c.\ \text{sen. } \alpha$$

cuya ecuación determina, para cada inclinación del anteojo, la cantidad que se mueve, con relación á la posición horizontal, un punto cualquiera de la palanca $o'\,d\,a$.

Supongamos que esta palanca tenga en su extremo próximo al ocular la forma indicada

Fig. 399



en las figuras 397 y 399, que obtendrémos tomando á partir de o^c, sobre una línea paralela al borde de la planchuela A y al eje de la palanca, las cantidades $o^c - 10^c$, $o^c - 20^c$... $o^c - 30^c$... valores de x dados por la fórmula anterior para 10, 20, 30... grados centesimales, y sobre los puntos así determinados ordenadas iguales á las abscisas x, que antes se consideraron; es evidente que todos estos puntos extremos de las ordenadas estarán en línea recta y formarán un plano inclinado 50^c con relación á la línea $o^c - 30^c$, y al borde y eje de la palanca, y este plano será la expresión gráfica de la misma fórmula

$$x = c.\ \text{sen. } \alpha;$$

de la misma manera se determina el segundo plano $d\,f$ simétrico al $c\,e$.

Si imaginamos ahora, que en la parte inferior del bastidor del diagrama existe fijo un prisma a de aristas perpendiculares al borde inferior de aquel, y que en el anteojo se fija un tope en forma de cuchilla b, cuyo filo paralelo á las aristas del prisma se apoya en el borde exterior de la planchuela, y que con dos fuertes resortes helizoidales se consigue que una de las aristas del prisma a se halle siempre en íntimo contacto con el plano inclinado, es indudable, que al avanzar ó retroceder la pieza A, cuyo plano en la posición horizontal del anteojo lo es también, como consecuencia del movimiento que se imprima á este, el diagrama se trasladará en su mismo plano perpendicular al eje óptico, las mismas cantidades que se haya movido la planchuela. Luego la ley de este movimiento de traslación del diagrama será la misma fórmula

$$x = c.\ \text{sen. } \alpha.$$

Enlazando estas consideraciones con las hechas precedentemente al describir el retículo reductor al horizonte, se comprende fácilmente que la ley de progresión arbitraria de que hablamos para la determinación de los trazos del diagrama por medio de la ecuación

$$y = r \cos.^n \alpha$$

debe ser la repetidamente citada

$$x = c.\ \text{sen. } \alpha$$

en la que la constante c debe tener un valor conveniente para que la pieza A resulte de dimensiones tales que no estorbe las observaciones en el ocular del anteojo, cuando se encuentre en la posición mas saliente con relación á aquel, que será al tener α el mayor valor, que consideraremos de 30^c.

Supuesto de esta forma el taquímetro, tendrémos la seguridad de que, al enfilar cualquier punto, se colocará automáticamente el diagrama en el lugar preciso para que las lecturas de mira efectuadas con los trazos de este den las distancias reducidas al horizonte.»

Segundo fundamento ó de las reducidas verticales

Como hemos dicho en el número 198, el profesor Hammer se propuso determinar las reducidas verticales al propio tiempo que las horizontales combinando en la misma plancha dos diagramas; pero, como ingénuamente confiesa, no le dió buen resultado; un medio análogo mas sencillo ha empleado al mismo objeto Mas y Zaldúa con mas provecho á consecuencia de las mejores condiciones del aparato automotor; veamos como describe este fundamento de su aparato y el sencillo diagrama, por cuyo medio consigue tales reducidas.

«Designemos por z' la diferencia de nivel CC' (figura 395) entre el centro del anteojo y el punto de la mira correspondiente al eje óptico, tendremos

$$z' = D \text{ tang. } \alpha$$

Si empleamos el diagrama descrito para las distancias reducidas al horizonte, será

$$D = k.\ S'$$

y por consiguiente

$$z' = k\,(S' \text{ tang. } \alpha) \qquad \text{(V)}.$$

Esta fórmula demuestra, qué si disponemos en el diagrama de distancias reducidas un par de trazos equidistantes del central, de tal modo, que su separación sea la oportuna para que intercepten en la mira la cantidad S' tang. α, esta porción de mira multiplicada por el coeficiente diastimométrico k será la diferencia de nivel buscada.

Si llamamos $2y'$ la separación de los trazos á que nos referimos, la condición anterior quedará satisfecha si

$$y' = y \text{ tang. } \alpha$$

porque entonces, si S'' es el segmento de mira comprendido por dichos trazos cuya separación es $2y'$, como $2y$ interceptan el segmento S', se verificará que

$$S'' = S' \text{ tang. } \alpha$$

y, por lo tanto, substituyendo en la (V)

$$z' = k.\ S'' \qquad \text{(VI)}.$$

Recordando como se construyó el diagrama de las reducidas horizontales, verémos, que si en cada punto del trazo central determinado por la ecuación $x = c$ sen. α, tomamos sobre la ordenada y que se consideró para el trazado de las curvas de las distancias dadas por la fórmula $y = r \cos.^2 \alpha$, las tangentes de estos valores de y, por encima y por debajo del trazo central, se obtendrá una serie de puntos que, unidos por un trazo contínuo, formarán dos curvas simétricas con relación al trazo eje, que arrancarán del orígen del diagrama cuando $\alpha = o^c$ y $r = y$ separándose á medida que α aumenta, y que expresarán gráficamente la fórmula $y' = y$ tang. α.

Luego, al enfilar una mira y quedar el diagrama colocado automáticamente para que los trazos de las distancias intercepten en aquella un segmento S', que multiplicado por el coeficiente k sea la reducida horizontal, tambien se verificará, que la parte S'' de la misma, limitada por las curvas de las diferencias de nivel, multiplicada por el mismo coeficiente, dará la reducida vertical.

Adoptado el coeficiente diastimométrico *50* ó *2* tang. $\frac{1}{2}\omega = 0{,}02$ como el mas oportuno para los trazos extremos de las reducidas horizontales, coeficiente que no es posible disminuir porque aumentando ω quedarían los expresados trazos fuera del campo del ocular, parece que sería conveniente emplear el mismo para determinar las diferencias de nivel.

Pero la necesidad de obtener estas reducidas verticales con mayor precisión que las horizontales, obliga á disminuir en lo posible aquel coeficiente, por cuya causa emplearémos el de *25* sin que se pueda bajar de este número para evitar que en las grandes pendientes se salgan del campo del ocular los citados trazos.

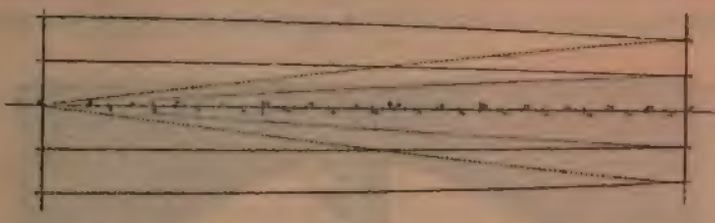


Fig. 400

Sin embargo, como habrá muchos casos al observar los puntos de relleno, bien por hallarse la mira muy alejada ó porque sólo sea visible una parte de ella, en que el ángulo diastimométrico mencionado para las distancias sea muy grande, aunque sólo se utilice su mitad valiéndose del trazo central y uno de los extremos (lo que debe evitarse por los grandes errores que así pueden cometerse), será conveniente trazar en el diagrama otro par de curvas que correspondan á un ángulo diastimométrico más reducido.

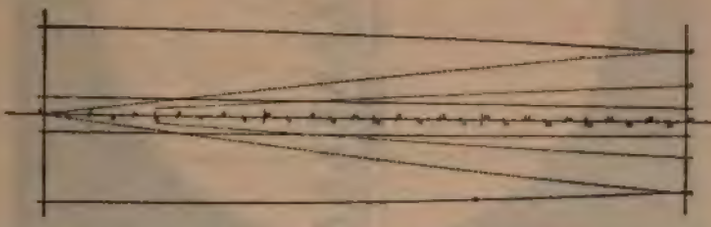


Fig. 401

Por estas razones hemos adoptado para los dos tipos de taquímetro autoreductor, gráfico y numérico proyectados, cuya descripción harémos mas adelante, dos diagramas combinando los coeficientes *25*, *50*, *100* y *250* del modo siguiente y según se puede ver en las figuras 400 y 401.

DIAGRAMA NÚMERO 1.

Reducidas horizontales	*coeficientes*	*50*
		100
Idem verticales	*idem*	*25*
		50

DIAGRAMA NÚMERO 2

Reducidas horizontales	*coeficientes*	*50*
		250
Idem verticales	*idem*	*25*
		50

Debemos hacer presente, que correspondiendo á las mayores inclinaciones separación mas grande de los trazos de las diferencias de nivel, y pudiera darse con frecuencia el caso de que no hubiera cantidad suficiente visible de mira para efectuar las lecturas con las correspondientes al coeficiente *25* y teniendo á la vez en cuenta que estos trazos concurren en el origen del diagrama y en los primeros grados se hallan muy próximos al central, sólo se han marcado los correspondientes al coeficiente *50* desde 5^c á 30^c, límite de las pendientes, para evitar la poca claridad que tendría el diagrama de señalar estos hasta el mismo origen. Ademas, para que no

se originen confusiones, que serian muy perjudiciales, se marcan los trazos del coeficiente 50 de puntos y los del de 25 de trazos como se observa en las figuras 400 y 401, en que aparecen los indicados diagramas en escala quintupla de la natural.

En las figuras 402 y 403 aparecen estos mismos diagramas tal como se verán en el campo del ocular en la hipótesis de que la amplificación del anteojo fuera de diez veces; las miras, que en las mismas figuran, tienen las divisiones $0^{m}{}'02$ y $0^{m}{}'01$, y como la amplificación de los anteojos es mucho mayor, de 20 á 40 veces generalmente, se comprende con cuanta claridad se podrán leer con los trazos del diagrama.

Por último, harémos observar que en nuestros diagramas se indicarán con una sencilla graduación y numeración, en la proximidad del trazo axial, los puntos correspondientes á las

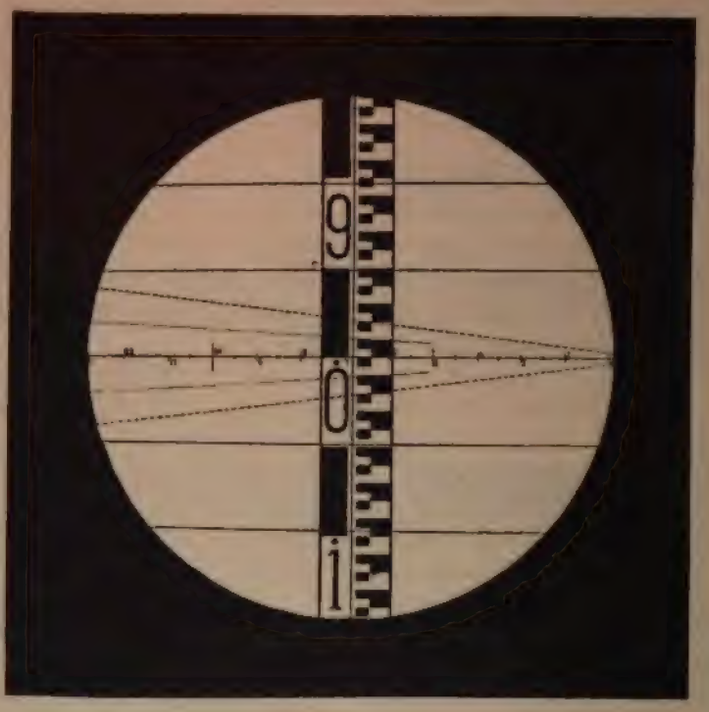


Fig. 402

pendientes de medio en medio grado, de suerte que podrá leerse en ellos observando la posición del hilo fijo vertical con relación á dicha graduación, la inclinación que tenga el anteojo, sin dificultad alguna, con un error que no pasará de $0'05^{c}$.»

Tercer fundamento ó de la determinación gráfica de los puntos visados

Este es solo aplicable al modelo de autoreductor *numérico-gráfico ó taquigrafómetro* y se reduce á mantener fija á la alidada una regla graduada en la escala del plano, que pasando por el centro del limbo azimutal se conserve siempre horizontal y paralela al plano de colimación; pues es consiguiente que, si se encuentra el cero de su doble graduación en el eje de giro de aquella y puede recorrerla una sencilla armadura con un punzón, colocando este á la distancia del centro correspondiente á la horizontal de la estación al punto visto, leida en la mira, el punto señalado con él fijará la situación planimétrica verdadera de aquel y consignando la diferencia de alturas leida en la mira sumada con la de i-m correspondiente á cada punto, se conseguirá desde luego el plano acotado de la estación, que desde ella, ó recorriendo el terreno en lo necesario, se completará dibujando los detalles planimétricos, que con todos los vistos se determinen y será tambien fácil en vista de las alturas consignadas dibujar las curvas de nivel consiguiendo el

plano topográfico con mayor precisión que con la plancheta de Viotti y el taquímetro reductor de Wagner-Fennel, porque las reducidas horizontales y verticales y la dirección, en que se debe hallar la proyección de los puntos visados, se determinan con mas exactitud y seguridad.

Antes de describir los dos autoreductores se hace en la Instrucción el cálculo del límite máximo de los errores, que se pueden cometer con ellos en el concepto de taquímetros y en el de autoreductores, y como de lo primero ya nos ocupamos en los números 84 y 85 nos concretarémos á lo segundo.

En este concepto analiza el error consiguiente al del trazado del diagrama, que detalladamente describe, resultando aquel *como máximo á 100 metros de distancia*, con los ángulos dias-

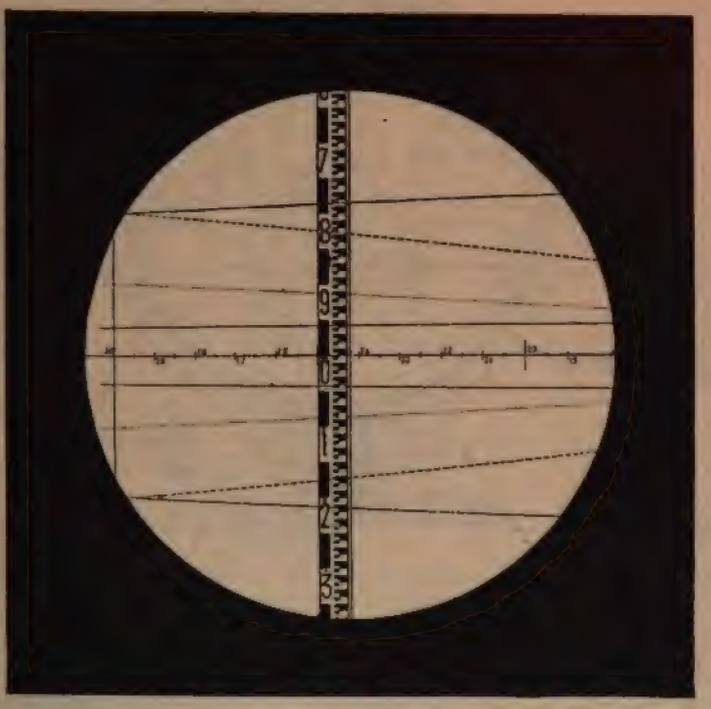


Fig. 403

timométricos de 4, 2 y 1 centímetro por metro y ángulo de inclinación de 10^c, que es el mayor admisible en las poligonales, 0'0257^m, 0'051^m y 0'103^m respectivamente, error despreciable en las distancias; pero no en las alturas de las estaciones, por lo que en estas se han de calcular mediante el ángulo zenital y la distancia para evitar la acumulación de los errores, cuyo peligro no existe en los detalles y por eso en las de ellos es innecesaria tal precaución (1).

Analiza despues muy detalladamente el error que se puede cometer por la inexacta colocación del diagrama movido automáticamente y admitiendo el de 0'10^c, duplo del señalado por Roncagli, aunque el diagrama es igual (para los horizontales) y el aparato automotor mucho mas sencillo y seguro, consigna en un estado los errores en todos conceptos para las diferentes inclinaciones, que por ser indudablemente exagerados, los comenta con la posible reducción de aquel error al de 0'05^c admitido por Roncagli, resultando 0'002^m y 0'075^m en las distancias para 0^c y 30^c de inclinación y 0'079^m y 0'057^m en las alturas para las mismas inclinaciones, que se

(1) Hay que tener en cuenta que á 100 metros de distancia con la inclinación de 10^c corresponde una diferencia de alturas de 15'83 m., que no podria determinarse con un nivel de anteojo sino mediante 5 á 7 estaciones y por consiguiente con muchas molestias y exposición á cometer errores mucho mayores de lo que ordinariamente se supone.

reducirán mucho con amplificación del anteojo superior á la de 20 diámetros supuesta para los cálculos.

Como ya indicamos en el prólogo de esa Instrucción, consideramos que la excesiva ingenuidad de su Autor ha exagerado los errores; pero de todos modos la prudencia aconseja que en las observaciones de estación á estación ó sea en las poligonales, se debe cuidar de observar y anotar los ángulos zenitales señalados en el limbo para calcular por su medio las alturas, y compararlas con las determinadas automáticamente y viendo asimismo si tales ángulos coinciden con los señalados en el diagrama por el hilo vertical, se comprobará la buena colocación del diagrama y por consiguiente las reducidas horizontales.

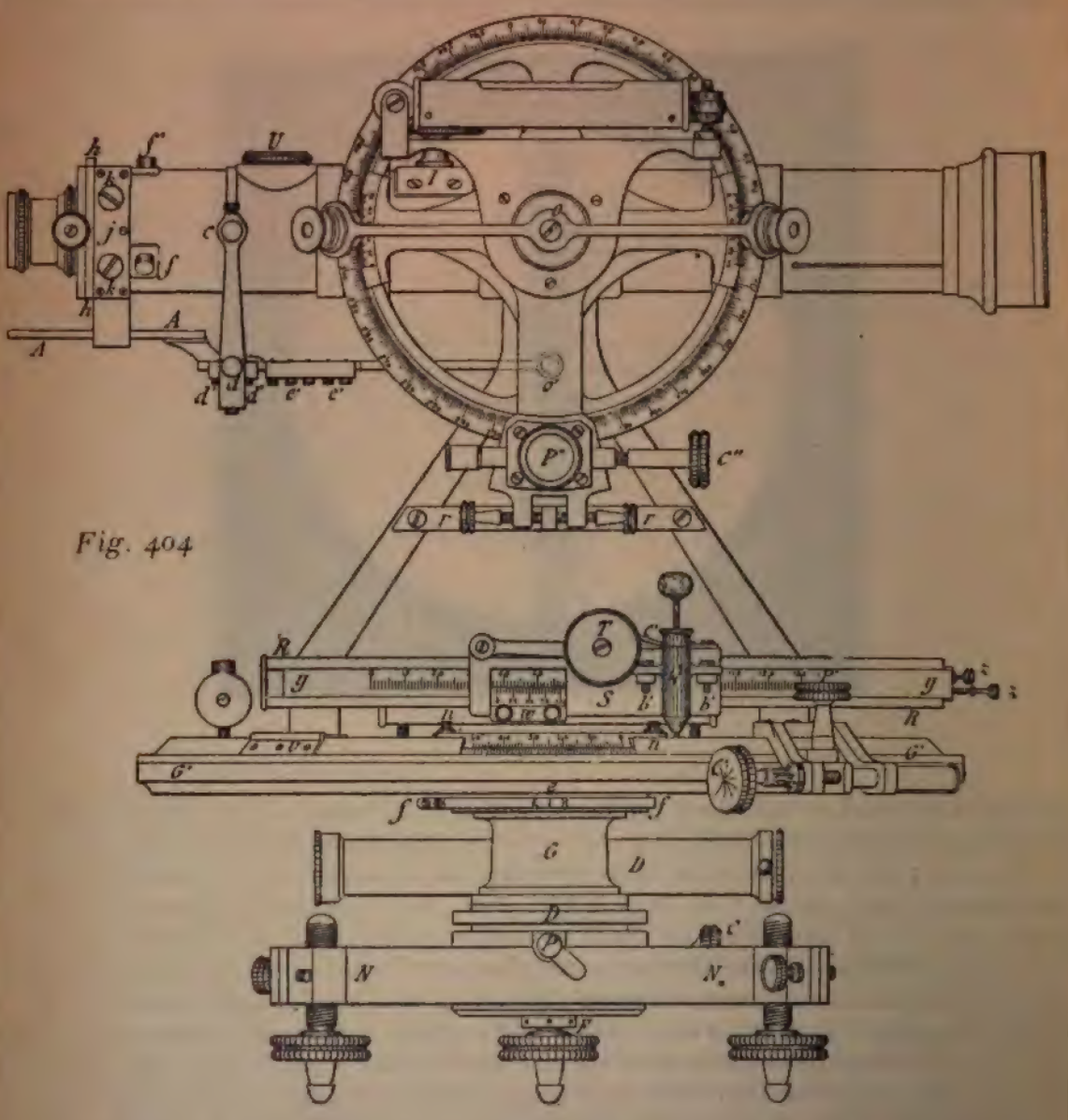


Fig. 404

Descripción, verificación y corrección del autoreductor numérico-gráfico ó taquigrafómetro

Como este aparato presenta novedades interesantes y podrá ser de grande aplicación, creemos oportuno darle á conocer con todo detalle y al efecto nada mejor podemos hacer que copiar lo que sobre él dice la Instrucción, que se expresa así:

«Este instrumento difiere esencialmente de los modelos ordinarios de taquímetro en lo siguiente:

1.° En la disposición especial de los ejes de movimientos horizontales y del limbo azimutal, á fin de conseguir que este permanezca inmóvil, libre su centro y descubierta la cara superior en una parte de extensión suficiente para que la cartulina colocada en ella, pueda recibir las proyecciones de los puntos observados y permita dibujar todos los detalles del plano de la estación.

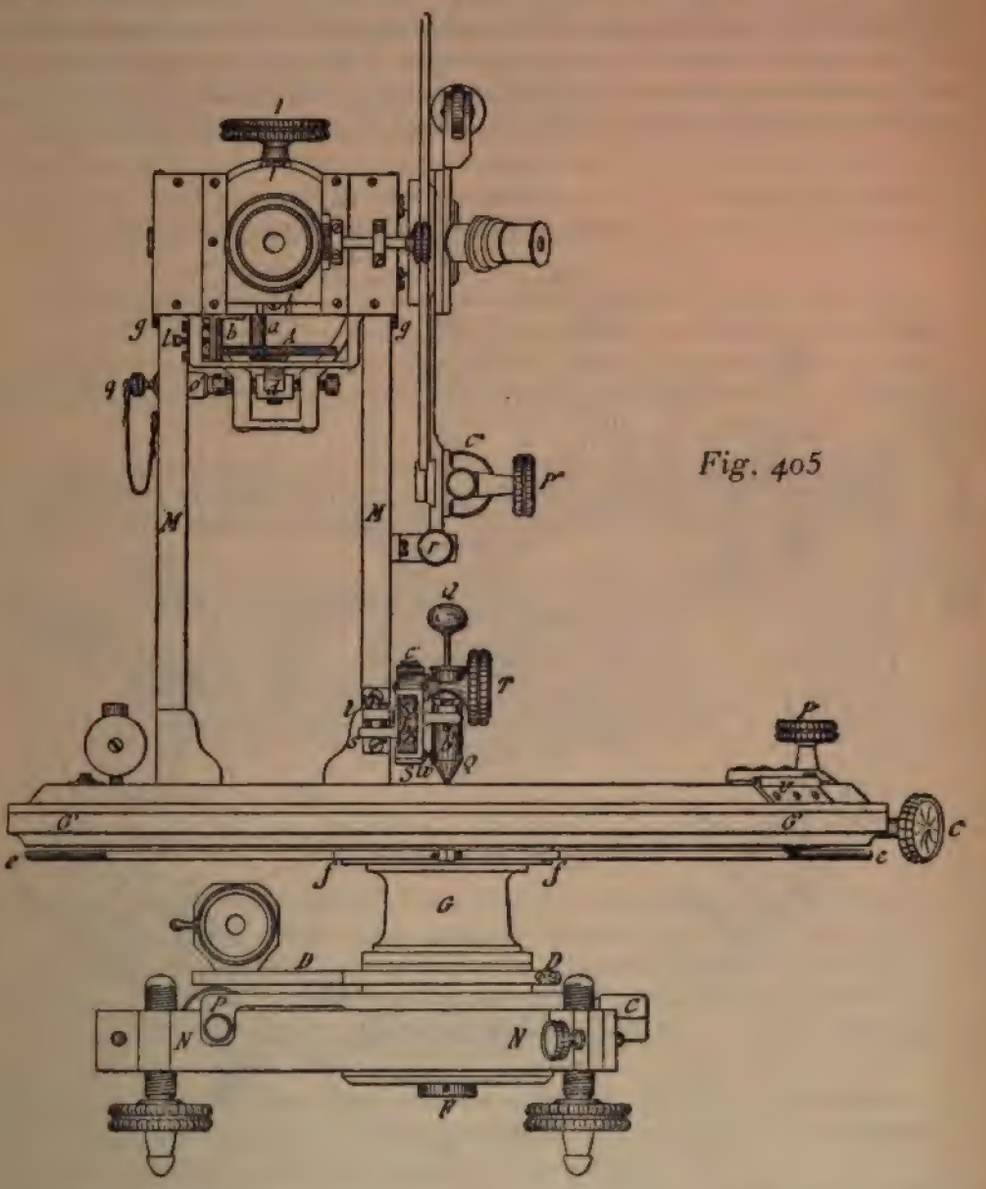


Fig. 405

2.° En la situación excéntrica del anteojo.

3.° En la particular forma y disposición del retículo reductor de distancias y diferencias de nivel, movido automáticamente por un sencillo y seguro mecanismo; y

4.° En el aparato de proyección con cuyo auxilio se fijan los puntos observados desde cada estación, en el platillo azimutal, con arreglo á la escala en que se trabaje.

En las figuras 404, 405 y 406 se representa este instrumento en escala de $\frac{1}{2}$, y en la 407 aparece una sección del platillo azimutal y sus ejes.

El eje general de giro *E E* tronco-cónico y hueco (figura 407) se halla fijo invariablemente á la plataforma de tres tornillos nivelantes *N N* y se ajusta exteriormente á él el *B B*, que forma cuerpo con el platillo azimutal, en cuya cara superior existe un rebajo circular de $0^{m}{}'105$ de radio y $0^{m}{}'002$ de profundidad, para colocar la cartulina, en que se ha de dibujar el plano de la estación.

Adaptándose al eje *B B* se halla el *G G* fijo á la envuelta *G' G'*, que encierra en su interior al platillo B B, que se encuentra de este modo oculto, á excepción de una parte de su cara superior del mismo radio que el rebajo mencionado y algo mayor que su mitad, con objeto de que sea visible la cartulina y pueda recibir las proyecciones de los puntos observados y las ano-

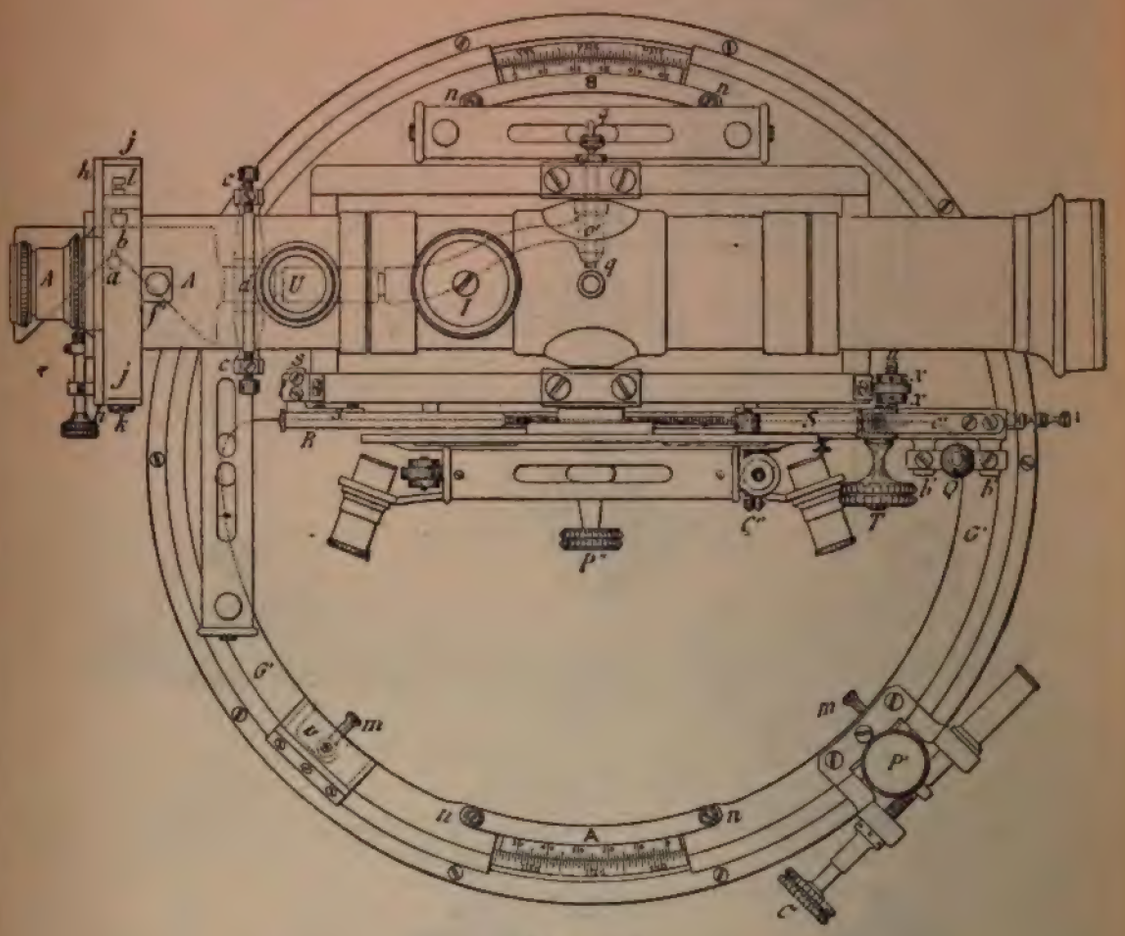


Fig. 406

taciones necesarias para el dibujo del plano. Dicha envuelta, que viene á constituir la placa de los nónius del limbo horizontal de los teodolitos y taquímetros, sustenta el resto del instrumento, ó sea el anteojo autoreductor, limbo vertical y aparato de proyección.

Dispuesta en esta forma la parte inferior del taquigrafómetro, por medio del tornillo de presión *P* (figuras 404 y 405) se podrá fijar el platillo azimutal B B al que se le imprimirá movimientos lentos con el de coincidencia *C*, y la envuelta *G G G' G'* podrá girar con todos los organismos que sostiene ó fijarse al platillo azimutal, con el tornillo de presión *P'* (figura 405), consiguiéndose los movimientos lentos con el de coincidencia *C'*.

Para asegurar la adaptación perfecta de las superficies de los diversos ejes citados, y facilitar el desarme para la limpieza y engrase, existe el tornillo *F F* (figura 407) en cuya cabeza inferior se puede suspender el hilo de una plomada para la centración del instrumento.

En el collar *D D* (figuras 404 y 406), que se fijará en la posición que convenga, segun la orientación que se desée, está montada la declinatoria del sistema Porro.

En el centro del platillo B B está fija una pequeña aguja *p* (figura 407), que corresponde al eje del instrumento y señalará en las cartulinas la posición de la estación, y estas, encajadas en el rebajo del platillo expresado, se fijarán en él por medio de cuatro grapas giratorias *mm* (figura 406), que se harán girar despues de colocarlas sucesivamente debajo de la ventana *v* que existe en la envuelta *G' G'*.

La graduación azimutal de $0^c\text{'}50$ en $0^c\text{'}50$ se halla grabada en el borde tronco-cónico del platillo en una cinta de plata, y en dos rebajos practicados en el borde de la envuelta están sujetos por dos tornillos de corrección *n n* (figuras 404 y 406), los nónius *A* y *B* de superficie tambien tronco-cónica en prolongación de la correspondiente á la graduación azimutal, los cuales contienen *50* divisiones, que corresponden á *49* medios grados, que permiten apreciar $0^c\text{'}01$.

Siendo el radio útil del limbo 113^{mm} al medio grado centesimal corresponde la dimensión de $0^{mm}\text{'}89$ y á las divisiones del nónius $0^{mm}\text{'}80$; por consiguiente, ambas clases de división se distinguen perfectamente á la simple vista y del mismo modo la separación ó coincidencia de las finísimas líneas que las determinan, de suerte que para la generalidad de los observadores

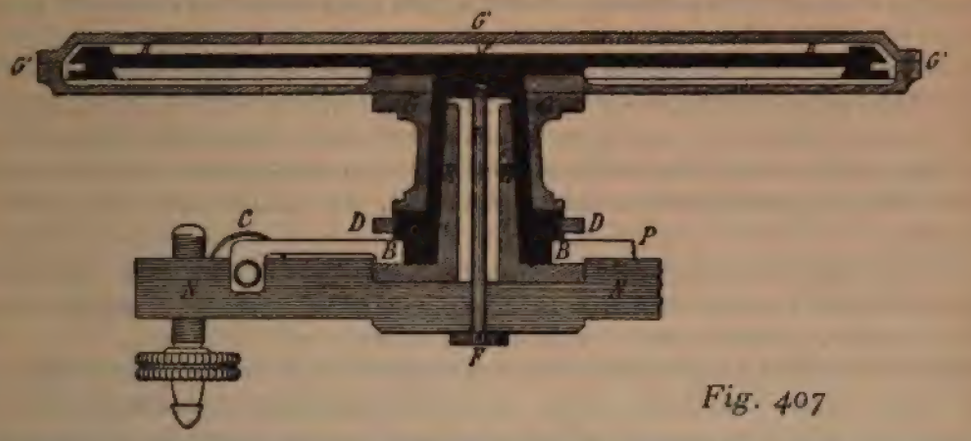


Fig. 407

será innecesario el uso del microscopio. Sin embargo, el instrumento llevará uno para cada nónius, que pueden montarse encajándolos en los extremos *e e* (figuras 404 y 405) de unas palancas unidas al collar *f* que puede girar alrededor de la parte superior del eje *G G*, y con ellos, como los espacios citados son próximamente dobles de los análogos de la generalidad de los teodolitos y taquímetros, la apreciación resulta mayor, mas sencilla y la lectura menos expuesta á errores.

Por último, en la cara superior de la envuelta *G' G'* están colocados normalmente el uno al otro dos niveles para horizontar el instrumento, uno de los cuales no se ha dibujado en la figura 404, para no ocultar los detalles del aparato de proyección.

El anteojo se apoya en dos montantes *M M* (figura 405), fijos en la parte de la envuelta, que cubre el platillo azimutal, y su eje tiene una excentricidad de $0^m\text{'}047$; los cojinetes en que giran los muñones pueden sufrir un pequeño movimiento para la corrección de la horizontalidad del eje de giro de aquel por medio de las roldanas *g g* (figura 405).

El objetivo tiene una abertura de $0^m\text{'}038$ y una distancia focal de $0^m\text{'}287$. Los oculares serán dos, de amplificaciones *20* y *40* veces, susceptibles de un pequeño movimiento en sentido vertical para mas cómodamente efectuar las lecturas con los trazos extremos del diagrama pudiendo usar uno ú otro segun convenga.

La enfocación se conseguirá alargando el anteojo por la parte del objetivo por medio del tornillo *I* (figura 406).

El reticulo está compuesto de una parte fija y otra móvil.

La primera es sencillamente un hilo de araña de buena calidad, fijo verticalmente en el centro de un disco metálico, encajado en un rebajo circular practicado en el espesor de la tapa *h h* (figura 404) que cierra la caja, en cuyo interior se mueve el diagrama autoreductor, cuyo disco puede tener un pequeño movimiento de giro para obtener la verticalidad del expresado hilo, aflojando los tornillos *i i* (figura 405).

La parte móvil del retículo está formada por el diagrama, cuya teoría y trazado ya se explicó, grabado micro-fotográficamente en un cristal perfectamente plano y de calidad superior, de pequeño espesor, montado en un bastidor rectangular de $0^m{}'042$ por $0^m{}'034$, que ajusta exactamente dentro de la caja *j j* (figura 406), en la que puede tener un movimiento lateral de $0^m{}'025$; la cara grabada del cristal se halla colocada en la parte exterior ó hácia el ocular, y queda casi en contacto con el hilo vertical fijo y colocado de forma que, ocupando su trazo central una posición aproximadamente equidistante de los bordes horizontales del bastidor, sea perfectamente paralelo á estos, á fin de que la intersección de dicho trazo central con el vertical fijo, que determina el eje óptico del anteojo, permanezca invariable en cualquier posición del diagrama ó del ojo del observador.

En el interior del bastidor, y arrollados en dos varillas guías, cuyas cabezas roscadas aparecen en *k k* (figura 406), se encuentran dos fuertes resortes de acero, que apoyados por sus dos extremos en la caja y bastidor citados, obligan á este á permanecer en el extremo de aquella, opuesto á las cabezas *k k*.

En el borde inferior del bastidor y perpendicular á él, se halla atornillado el eje de un pequeño cilindro giratorio *a* (figuras 405 y 406), que substituye al prisma de que hablamos al exponer el primer fundamento, con objeto de suprimir el rozamiento de las aristas de este, rozamiento que queda convertido en rodadura combinada con resbalamiento de la superficie del cilindro sobre los planos inclinados de la planchuela *A*, que con líneas de puntos aparece en la figura 406.

En el extremo inferior izquierdo de la caja *j j*, se encuentra fijo, por medio de tres tornillos de corrección *l l*, la cuchilla *b* de metal blanco endurecido, cuyo filo es normal al borde de la caja y bastidor, y paralelo, por lo tanto, al eje y generatrices del cilindro *a*.

Entre la cuchilla y cilindro mencionados se encuentra la planchuela *A*, tambien de metal blanco, endurecido é inoxidable, en que termina la palanca autoreductora *o' d A*, que gira alrededor de *o'* en el plano vertical del eje de muñones en el montante de la izquierda al que se une por medio del pasador roscado *q* y articulada al anteojo con la palanca elíptica *c d*, á fin de formar el paralelógramo citado en el primer fundamento, con el que se consigue el constante paralelismo del eje de aquella palanca y el óptico del anteojo.

La separación entre el eje de muñones y el *o'*, que es igual á la distancia *c d* entre los ejes de giro de la palanca elíptica, es decir, el valor de la constante *c*, se ha supuesto de $0^m{}'04$ que hemos adoptado como más conveniente para conseguir bastante movimiento en la planchuela y, por lo tanto, en el diagrama, sin hacer demasiado voluminosa la parte del ocular del anteojo. Para reducir la separación de la pieza *A*, se ha dispuesto, como se observa en la figura 404, un centímetro mas próxima al anteojo que la palanca *o' d* y paralelamente al eje de esta.

Ademas, estas diversas piezas se hallan dispuestas y tienen la forma que claramente se ve en las figuras 404, 405 y 406, con lo que se conseguirá, á la vez que sencillez y elegancia, una gran solidez, y para que las partes mas delicadas queden preservadas de los golpes que podrian recibir de hallarse al descubierto, y con objeto tambien de evitar que el polvo se fije en las superficies del cilindro *a*, cuchilla *b* y planos inclinados de la planchuela, todo este mecanismo irá encerrado en una ligerísima caja de aluminio fija al anteojo por tornillos, la cual no se indica en las figuras para no hacerlas confusas.

Esta disposición fué la empleada en el primer modelo de taquigrafómetro que nos construyó el distinguido ingeniero A. Salmoiraghi de Milán, y ha dado excelentes resultados, por cuyo motivo la adoptamos para este nuevo modelo de autoreductor.

Recordando ahora la teoría del diagrama y palanca transmisora del movimiento automático, se comprenderá fácilmente que, si en la posición inicial, cuando se halle el anteojo horizontal, el cilindro *a* está colocado en el vértice de los planos inclinados de la planchuela y el borde exterior de esta en contacto con el filo de la cuchilla *b*, y coincide entonces el hilo vertical fijo del retículo con el correspondiente á 0^c del diagrama, será indudable que al mover el anteojo y tomar por ejemplo una inclinación de 15^c la planchuela habrá avanzado ó retrocedido, segun sea la inclinación positiva ó negativa, la cantidad $x = 0^m{}'04$ sen. 15^c, y como los planos inclinados en que se apoya el cilindro *a* son de 50^c con relación al borde exterior de A y eje de la palanca *o' d*, este cilindro y el diagrama se habrán trasladado en sentido lateral perpendicular al anterior movimiento la misma cantidad, y habiéndose trazado el diagrama tomando para *x* los mismos valores de la fórmula anterior, se presentará en frente del hilo fijo del retículo los valores de las ordenadas deducidas de las ecuaciones.

$$y = r.\ \text{cos.}^2\ 15^c$$

$$y' = y.\ \text{tang.}\ 15^c$$

es decir, que las porciones de mira interceptadas por los trazos determinados por estas ordenadas serán las correspondientes á las reducidas horizontal y vertical del punto observado, las cuales se obtendrán con el producto de estos segmentos de mira por el coeficiente diastimométrico empleado.

Todo el sistema formado por el ocular, retículo y caja del diagrama, va montado en el extremo del anteojo por el intermedio de tres tornillos de corrección, *ff* (figura 404), que permiten, cuando se aflojan, darle un pequeño giro.

En el exterior del montante de la derecha se halla colocado el limbo vertical y nónius que aprecian $0^c{}'01$, y por medio de los tornillos *rr* (figura 404) se consigue que la posición del diámetro de los ceros corresponda á la horizontalidad del anteojo estando corregido el instrumento y en coincidencia dicho diámetro con las divisiones $100^c - 300^c$ del limbo, posición indicada por el calado del nivel de precisión, que existe en la parte superior de los nónius.

Con los tornillos de presión y coincidencia P^v, C^v se puede obtener la inmovilidad ó movimientos lentos del anteojo y limbo citados.

Ademas, para los casos en que se desée emplear el instrumento como nivel de visuales horizontales, llevará uno de burbuja de gran precisión, que se puede colocar sobre el anteojo y que servirá á la vez para obtener la horizontalidad de la regla del aparato de proyección.

Este, se halla formado por la regla *RR* sujeta en la parte inferior del montante mas central en un plano paralelo al de colimación; en un extremo lleva un apéndice *s* (figuras 405 y 406) que se fija con los dos tornillos de corrección *tt*, y en el otro un tornillo *u* con dos roldanas *x*, con cuyo auxilio, no sólo se podrá conseguir que la regla sea horizontal, sino que ademas se coloque en un plano vertical paralelo al de colimación.

En un rebajo longitudinal que tiene la cara exterior de la regla citada, va alojada otra *yy* graduada (figura 404) y numerada con arreglo á la escala del plano, y para colocarla en su debida posición, lleva en un extremo dos tornillos *zz*.

Ajustándose al exterior de la regla *RR* se encuentra la corredera *S* que lleva fijo con los dos tornillos *ww* un nónio, y el punzón ó marcador de punta fina y acerada *Q* montado en dos apéndices por medio de los dos tornillos *b' b'*.

Para facilitar el movimiento de la corredera á lo largo de la regla, se ha colocado un piñón movido por el tornillo *T*, piñón que estará engranado con la cremallera del borde superior de la regla por la presión del muelle *c'*. De esta manera, para trasladar la corredera de un extremo á otro de aquélla, habrá que levantar el tornillo *T* y correrla á mano hasta una posición próxima á la deseada, dejando entonces que actúe libremente el muelle *c'* para que engranen el piñón y cremallera, consiguiéndose la coincidencia apetecida haciendo girar lentamente el tornillo *T*.

Dispuestas así las cosas, si se cumplen las condiciones expuestas en el tercer fundamento, y lleva ademas el aparato de proyección la reglilla y nónio con graduación adecuada á la escala del plano, haciendo marcar al cero del nónio la distancia reducida obtenida por la lectura de mira, al oprimir la cabeza del punzón, su punta marcará en el platillo azimutal la proyección del punto observado.

El instrumento, que se ha descrito, tendrá en su conjunto $0^{m}{}'33$ de altura desde la plataforma del trípode, que será del sistema inglés, al borde superior del limbo vertical; el anteojo es de $0^{m}{}'31$ de largo, y el diámetro exterior del limbo azimutal de $0^{m}{}'25$.

Este taquigrafómetro llevará cinco juegos de reglillas y nónios, las primeras con graduación en milímetros y los segundos con 20 divisiones correspondientes á 19 de aquellas, apreciándose, por lo tanto, $0^{mm}{}'05$. Cuatro de estos juegos irán numerados para las escalas mas generalmente usadas de 1 : 1.000, 1 : 2.000, 1 : 5.000 y 1 : 10.000 y la apreciación de los nónios será respectivamente de $0^{m}{}'05$, $0^{m}{}'10$, $0^{m}{}'25$ y $0^{m}{}'50$. En la figura 404 aparece el juego de 1 : 1000. El quinto juego de los citados no llevará numeración, y así como los anteriores serán de plata ó metal blanco, este se fabricará de celuloide opaca blanca, á fin de poner fácilmente á mano, de tinta ó lápiz, la numeración correspondiente á una escala que no sea de las mencionadas.

Pudiendo señalarse en las cartulinas puntos situados á $0^{m}{}'103$ del centro, estas podrán recibir las proyecciones de los puntos que se hallen en el terreno á 103, 206, 515 y 1.030 metros de la estación, en las escalas expresadas.

Ya hemos dicho al tratar de los errores que pueden cometerse como consecuencia del empleo de los diagramas reductores, que los coeficientes diastimométricos más oportunos para los trazos de las reducidas horizontales son los de 50, 100 y 250, y para las reducidas verticales 25 y 50, combinados en la forma allí expresada segun se observa en las figuras 402 y 403, que representan los dos diagramas tal como se verán en nuestro taquigrafómetro, suponiendo una amplificación de 10 veces.

Estos instrumentos no exigen miras especiales; todas las utilizadas con los taquímetros ordinarios pueden servir, y en su consecuencia, dejamos á los tratadistas la tarea de discutir cuáles deben preferirse, y tampoco nos ocuparémos de la combinación que se ha de hacer para conseguir las reducidas horizontales y verticales, segun sean los ángulos diastimométricos utilizados y las graduaciones de las miras, porque esto es conocido de todos los que han de usar estos instrumentos.»

«Las verificaciones y correcciones á que hay que someter el autoreductor gráfico descrito, son las que siguen:

1.ª *Los ejes de los niveles del platillo azimutal deben ser perpendiculares al eje vertical del instrumento.*

Se verifican y corrigen dichos niveles en la forma ordinaria.

2.ª *El trazo central del diagrama al variar este de posición, debe moverse sobre sí mismo.*

Esta condición, que debe haberse satisfecho al colocar en el bastidor el cristal, en que se halla grabado el diagrama, de tal manera que su trazo central sea paralelo á los bordes de aquel, será conveniente sin embargo comprobarla, observando un punto bien definido que debe ser cubierto siempre por el citado trazo al mover á mano el diagrama por medio del cilindro *a* todo lo que permita la caja que le contiene. Si esto no se verificase, habrá que desmontar el bastidor y variar la situación del cristal hasta obtener el perfecto paralelismo entre los bordes de aquél y el mencionado trazo.

3.ª *El hilo vertical fijo del retículo, debe ser paralelo á los dos trazos extremos del diagrama que corresponden á 0^{c} y 30^{c} de inclinación, y por lo tanto, normal á su central horizontal.*

Moviendo convenientemente el anteojo en sentido vertical, se colocará detras del hilo fijo uno de los trazos extremos verticales del diagrama, el de 0^{c}, por ejemplo, pues los dos son paralelos, lo que tambien se podrá conseguir moviendo á mano el diagrama, como en la verificación anterior. Si no se proyectan exactamente uno sobre el otro, se logrará su coincidencia

moviendo oportunamente la placa que lleva el hilo fijo, aflojando los tornillos *i i* (figura 405), que se apretarán despues fuertemente.

Como por el trazado del diagrama su trazo central horizontal es perpendicular á los verticales extremos, tambien lo será al hilo fijo vertical.

4.° *El hilo fijo del reticulo debe ser vertical.*

5.° *El eje óptico del anteojo describirá planos verticales, cuando el instrumento se halle nivelado.*

Estas dos correcciones se pueden efectuar simultáneamente, observando una línea vertical bien señalada, como el hilo de una plomada colocada á corta distancia, moviendo suavemente uno ó los dos cojinetes en que se apoyan los muñones del anteojo por medio de las roldanas *g g* (figura 405) y haciendo girar lentamente y en el sentido oportuno la caja del diagrama, despues de aflojar los tres tornillos *f f* (figura 404), hasta conseguir la coincidencia perfecta entre el hilo fijo del retículo y la imagen de la línea vertical observada en todas las posiciones del anteojo, que se moverá en sentido vertical lo que permita el aparato autoreductor, que, como se sabe, es 30^c por encima y debajo del horizonte. Cuando se halle cumplida esta condición, se apretarán fuertemente los tornillos *f f*.

Como consecuencia de esta corrección y la 3.°, el trazo central del diagrama quedará horizontal.

6.° *El eje óptico del anteojo debe ser perpendicular al eje general de giro del instrumento, cuando el diámetro de los ceros de los nónius verticales coincida con las divisiones $100^c - 300^c$ del limbo zenital.*

Empezarémos para ello por desenroscar y sacar el pasador *q* eje de giro de la palanca autoreductora *o' d A*, con lo cual, quedando el anteojo libre, podrá dar la vuelta de campana por la parte del objetivo. En esta disposición, se procederá en la forma ordinaria, efectuándose la corrección de la posición de la placa de los nónius por medio de los tornillos *r r*, (figura 404) calando en seguida el nivel colocado sobre ellos, que en lo sucesivo será el indicador de la exacta posición de los ceros de aquellos.

Si no se quiere desarticular el aparato autoreductor, habrá que recurrir al método de las visuales inclinadas ó á los sistemas empleados con los niveles cuyo anteojo no puede ser desmontado, pudiendo tambien procederse observando algun punto de nivel con el anteojo determinado por otro instrumento bien corregido:

7.° *El ángulo diastimométrico debe corresponder exactamente á las graduaciones de la mira; en la posición horizontal del anteojo y hallándose el cilindro a, en su posición inicial en el vértice de los planos inclinados de la planchuela* A, *coincidirá el hilo fijo del reticulo con el correspondiente á 0^c del diagrama, así como el trazo de 30^c de este con el mismo fijo, cuando el anteojo tenga esta inclinación.*

Hay que dejar sentado, como hecho indudable, dadas las precauciones con que se han trazado los originales del diagrama y la exactitud con que se pueden obtener las reducciones fotográficas, que éstas corresponden con precisión á las fórmulas

$$x = 0^m{}'04 \text{ sen. } \alpha$$

$$y = r \text{ . cos.}^2 \alpha$$

$$y' = y \text{ . tang. } \alpha$$

por lo tanto, sólo habrá que verificar y corregir la situación del diagrama y aparato autoreductor para satisfacer las condiciones anunciadas.

Para ello, con el anteojo horizontal y bien fijo en esta situación se observará si, hallándose el filo de la cuchilla *b* en contacto con el borde exterior de la planchuela, el cilindro *a*, ocupa exactamente el vértice de los planos inclinados: si esto no se verifica, como será debido á un error en la longitud de la palanca *o' d*, entre *o'* y el vértice de los planos inclinados, longitud que debe ser exactamente igual á la que existe entre el eje de los muñones y el del cilindro *a*, será preciso modificar aquella distancia aflojando los tornillos *e' e'* (figura 404) con lo que se

podrá alargar ó acortar la citada palanca hasta lograr que dicho cilindro se coloque en el vértice de los planos inclinados.

Si como consecuencia de esta operación, la palanca *c d* dejara de ser vertical, se la hará tomar esta posición aflojando los tornillos *d' d'* y corriendo el eje de giro *d* á la derecha ó á la izquierda.

Situado de esta manera el cilindro en contacto con el vértice de los planos de la planchuela, debe coincidir el trazo de o^c del diagrama con el hilo fijo del retículo, y si no se verifica esto, se logrará moviendo en sentido conveniente la cuchilla *b* por medio de los tornillos *ll*, con los que se correrá en sentido lateral la cuchilla, la planchuela, el cilindro, que continuará ocupando la misma situación respecto á la planchuela, y el diagrama.

Cumplida esta primera condición, al dar al anteojo la inclinación de 30^c, coincidirá el trazo correspondiente del diagrama con el hilo vertical fijo, y en cualquier posición que tenga el anteojo, debe existir perfecto acuerdo entre las lecturas del limbo zenital y las verificadas con el hilo fijo del retículo, en la graduación que de medio en medio grado figura en el diagrama. De no verificarse esto, habrá que desechar la pieza *A* por imperfecta.

Solo restará ahora comprobar si la lente colectora se halla colocada convenientemente, procediendo en la forma corriente, modificando, si es preciso, su situación, por medio de un tornillo de corrección que quedará al descubierto al quitar el tapón roscado *U* (figura 404).

Estas correcciones son las mas importantes de todas, porque su objeto es asegurar el perfecto funcionamiento de la palanca autoreductora y diagrama, con arreglo á la teoría que les ha servido de fundamento. Por esta razón, deben ejecutarse con mucha escrupulosidad, poniendo un gran cuidado en que se cumplan exactamente las condiciones expresadas, á fin de que pueda emplearse el instrumento sin temor alguno de la bondad de los resultados.

8.ª *Hallándose nivelado el instrumento, la regla RR, debe ser horizontal y paralela al plano vertical de colimación.*

Empezarémos por comprobar la segunda parte, observando si se enfila por uno de los bordes de la regla del aparato de proyección una línea vertical lejana, bien definida, centrada en el anteojo. Si esto no se cumple, se conseguirá enfilar con la regla un punto cualquiera de dicha vertical, aproximando ó separando del montante el extremo de aquella con las roldanas *xx* (figura 406).

En seguida se colocará la regla horizontal por medio de los tornillos *t t* y el nivel colocado encima del anteojo, cuyas cabezas tienen unos rebajos que permiten situarle á caballo sobre aquélla.

9.ª *Al coincidir la punta del marcador* Q *con el centro del platilo azimutal, los ceros de la reglilla* y *y del nónio* w *deben tambien coincidir.*

Llevarémos para ello el marcador hasta que su punta se ajuste á la de la aguja que señala el centro del platillo, moviendo la corredera y, si es preciso, modificando con respecto á ella la posición del marcador, aflojando los tornillos *b'* (figura 404); en esta disposición, se logrará la coincidencia de los ceros de la reglilla y del nónio, moviendo suavemente la primera con los tornillos *r r*.

Esta verificación será oportuno efectuarla de cuando en cuando para asegurar la buena posición de la reglilla y, por consiguiente, la exacta situación de las proyecciones de los puntos señalados por el marcador.»

Aplicación y manejo del taquigrafómetro

Sus condiciones de construcción permiten aplicarle á las triangulaciones, determinación de la base de comprobación de nuestro sistema de poligonación con comprobaciones sucesivas, á la de las poligonales ordinarias y á la parcelación ó determinación de los detalles.

Como en las dos primeras clases de trabajos solo se han de medir ángulos azimutales con la mayor exactitud posible y los zenitales, y á tal efecto se ha de utilizar la inversión del anteojo para aplicar la regla de Besel, es preciso anular el aparato automotor, lo cual se consigue

quitando el pasador *q* (figura 406) y cuidando de que el hilo vertical coincida con el 0^c de la línea mediana del diagrama, para que quede bien determinado el eje óptico; con estas condiciones los ángulos azimutales se medirán con mucha seguridad y precisión por el gran diámetro de su limbo y los zenitales como con los buenos taquímetros ordinarios, sin que la excentricidad del anteojo sea obstáculo atendible, porque se anula con la inversión del anteojo.

En las otras dos clases de trabajos, poligonales y parcelación, aunque en las primeras alguna vez podría convenir utilizar la regla de Besel y por consiguiente tener que anular el aparato autoreductor, generalmente no será esto necesario y puede procederse de la manera siguiente:

Colocado el aparato en la estación y en el de proyección la reglilla y nónius correspondientes á la escala, en que se quiera construir el plano, se fijará la cartulina en el platillo azimutal sobre un disco de papel poligrafo, que á su vez lo estará sobre otro de calco, á fin de tener un plano en que se pueda dibujar cómodamente y otro calcado que facilite su traslado al plano general, señalando el centro ó punto de estación con la punta *p* (figura 407) y asegurándolos con las grapas *m* (figura 406).

Hecho esto se nivelará y orientará el aparato, como de ordinario mediante el limbo dirigiendo la visual á la estación anterior ó á la meridiana, si es aquella la primera, y con el punzón se fijará esta marcando varios puntos próximos cerca de la periferia (1).

Suponiendo que haya estación anterior, colocando en ella una mira se dirije la visual leyendo las alturas de los hilos axial y extremos, cuidando de expresar y anotar el ángulo diastimométrico utilizado; lo mismo se hace del correspondiente á las alturas y el de inclinación, con que en el diagrama coincida el hilo vertical del retículo; se leen despues los ángulos señalados por los nónius en los limbos azimutal y vertical y como entretanto el escribiente habrá determinado las distancias horizontal y vertical, se lleva el punzón al punto correspondiente de la escala y se marca en la cartulina rodeándole de un circulito, escribiendo la letra con que se designe y la altura relativa modificada con la diferencia i — m, con lo cual queda terminada la observación, cuyos resultados se comparan con los obtenidos desde la estación anterior; si la diferencia no es tolerable se repite la observación á diferente altura de la mira y debiendo ser iguales las dos distancias horizontales las alturas solo diferirán en lo mismo que difieran las del hilo axial en las dos observaciones; en caso de duda se quitará el pasador *q*, se colocará la planchuela A de manera que el hilo vertical del retículo coincida con su 0^c y se hará la observación completa como con un taquímetro ordinario calculando con una Tabla las distancias horizontal y vertical.

Terminada y comprobada la observación á la estación anterior, permaneciendo fijo el limbo azimutal se suelta la alidada y se hace igual observación sobre la estación ó estaciones y puntos de comprobación, que desde ella se quieran determinar, en igual forma y con las mismas precauciones y despues se pasa á determinar los puntos de detalle característicos, en que se colocará la mira.

Cuando de ellos se quieran calcular las coordenadas ortogonales, su observación se hará lo mismo que para las estaciones; pero, si se desea solamente tener su plano gráfico, se puede prescindir de leer los ángulos concretándose á hacerlo de las alturas de mira y con las distancias horizontal y vertical de ellas deducidas situar la proyección correspondiente á cada punto y escribir su cota relativa al plano de la estación, de la que despues se deduce fácilmente la correspondiente á la superficie general de comparación.

Puédense ir dibujando los contornos de los accidentes del terreno á medida que se deter-

(1) Si la estación es la primera y la meridiana está marcada en el terreno, despues de hacer coincidir los ceros de los nónius azimutales con los 0^c y 200^c del limbo, se dirigirá la visual á la banderola que la determine; si no está marcada se utilizará la declinatoria haciendo girar el limbo azimutal y la alidada hasta que la aguja señale el cero de aquella; en el caso de que se oriente con el limbo mediante el azimut ó rumbo de la estación anterior, despues de esto conseguido se sujetará el limbo y se hará girar la alidada hasta que los ceros de sus nónius coincidan respectivamente con el 0^c y 200^c de aquel; en los tres casos se orientará la escala y se marcará con el punzón la meridiana en el plano de la estación despues de bien asegurado el limbo.

mina la situación de los puntos característicos; pero parécenos mejor no interrumpir con este trabajo el de observación y cuando este está concluido para todos los determinables desde cada estación sacar las cartulinas y desde aquella ó recorriendo el terreno en lo necesario hacer el dibujo completo y mediante las alturas escritas croquizar las curvas de nivel, que, si no coincidirán con las definitivas, servirán para dar á conocer la topografía del terreno, con lo cual se tendrá el plano topográfico del de la estación comprobado á la vista.

Se pasa á la estación siguiente y se hace lo mismo cuidando de numerar las cartulinas y calcos: despues en la residencia eventual se repasan y comprueban y hasta se pueden calcular las cotas definitivas arreglando en su vista las curvas y croquizado definitivo, que pasado á los calcos servirán estos para trasladarlos al plano general.

A tal efecto se calculan las coordenadas ortogonales de las estaciones; con las planimétricas se fija su situación en el plano general y con ellas y la meridiana se situan orientados los planos calcados de cada estación consiguiendo el general con tanta precisión como con la construcción directa y con grande economía.

El señor Mas y Zaldúa explica todo esto en su Instrucción con mas detalles; pero creemos suficientes los que dejamos consignados.

Descripción, verificaciones, correcciones, aplicaciones y manejo del autoreductor numérico

Como aparece en las figuras 408, 409 y 410, en que en dos proyecciones verticales y una horizontal se representa en la escala de $^1/_1$ detalladamente, solo difiere de los mejores taquímetros ordinarios:

1.° En la condición auto-reductora de su anteojo, que es enteramente igual á la explicada para el taquigrafómetro.

2.° En que en lugar de la declinatoria en este y en muchos taquímetros utilizada y de la brújula de limbo fijo, que en otros se encuentra, lleva una de limbo móvil, que evita todos sus inconvenientes en la observación.

3.° En que, como en algunos taquímetros y en los clepes se encuentra, lleva un buen nivel esférico en el eje general del aparato para nivelarle con rapidez y suficiente precisión y otro cilíndrico muy sensible de quita y pon sobre el anteojo para facilitar las comprobaciones y conseguir la determinación de las alturas con la conveniente precisión.

4.° En la disposición del limbo zenital y el microscopio acodado, con que se observa la brújula, lo que permite leer los tres limbos sin mudar de sitio el observador.

5.° Finalmente en que el limbo vertical, como el horizontal, está cubierto conservándose perfectamente limpio.

El trípode para este aparato será de los de gran plataforma cilíndrica de madera utilizados por Laguna para darle grande estabilidad y facilidad en la centración ó el llamado inglés con plataforma sencilla por ser menos pesada y peligrosa que la doble.

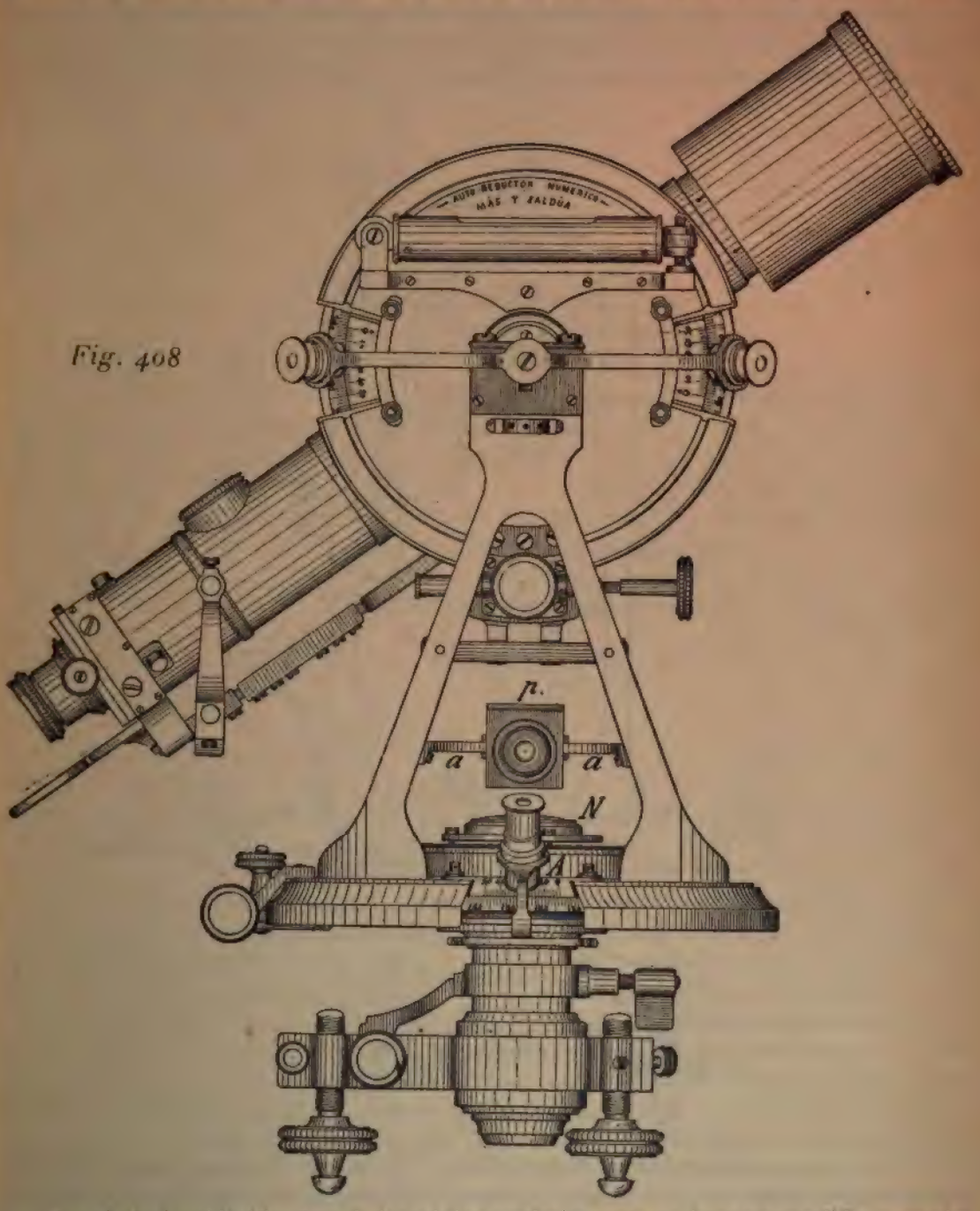
El limbo azimutal es cónico de 75 mm. de radio, en que con dos nónius opuestos y sus correspondientes microscopios se apreciará con seguridad el 0^c01^c y lo mismo se conseguirá con ménos seguridad, en el vertical, aunque solo tiene 56 mm. de radio, porque las graduaciones del limbo y nónius se encuentran en una superficie ligeramente cónica.

La brújula de limbo móvil de 5 centímetros de radio colocada entre los montantes, está cubierta por la tapa, A A, (fig. 410) con una ventana, v v, por la que se observará su graduación mediante el microscopio acodado, p p, y su coincidencia con un índice metálico fijo á su caja, que señalará los rumbos, cuando el diámetro 0^c — 200^c del limbo se encuentre en el meridiano magnético ó con el índice señalado en la cara anterior del prisma, que en aquel caso señalará los rumbos, los azimutes ó los ángulos con otra directriz arbitraria próxima al meridiano magnético, á cuyo efecto el microscopio puede moverse y fijarse en la posición que convenga, y como la graduación de la brújula y del limbo azimutal aumentan en el mismo sentido deben coinci-

dir comprobándose, lo que se observa desde luego sin la menor fatiga, ni pérdida de tiempo, haciendo innecesaria la lectura de los dos nónius opuestos para los puntos de detalle.

El nivel esférico, N, está fijo con tres tornillos, que sirven para su corrección, á la tapa de la brújula y se destina á poner vertical el eje general del aparato, lo que se consigue pronto y bien.

Fig. 408



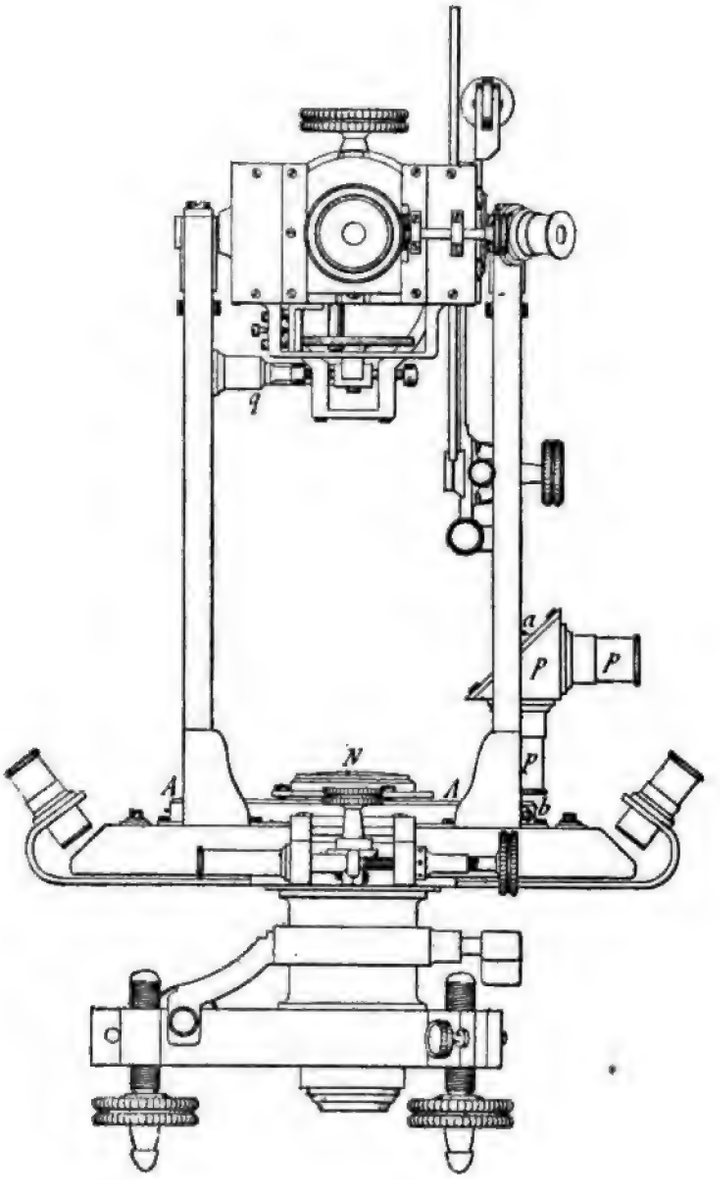
Con el nivel unido á la pieza de los nónius verticales, que es bastante sensible, se corrige la posición de estos y se comprueba la horizontalidad del diámetro 100ᶜ — 300ᶜ y el mas sensible, de quita y pon, se coloca sobre el anteojo para comprobar la coincidencia de los ejes ópticos y de figura del mismo.

Las *verificaciones* y *correcciones* de este aparato son las mismas que las siete primeras del taquigrafómetro con las pequeñas diferencias consiguientes á las de construcción, que se ocu-

rrirán á los lectores despues de lo que llevamos dicho respecto al nivel esférico y brújula de limbo móvil, por lo que no creemos necesario entretenernos en detallarlas.

Tampoco es indispensable que detallemos *su manejo* despues de lo dicho sobre el taquigrafómetro; solo insistirémos sobre las ventajas que ofrece el nivel esférico para la nivelación general del aparato, con tal que al dirigir la visual se cuide de centrar la burbuja del cilíndrico de la pieza de los nónius verticales para determinar las alturas con mas seguridad y de los consiguientes á la brújula de limbo móvil, pues observando los rumbos ó azimutes, segun los casos,

Fig. 409



con el microscopio acodado al dictar el que señale el nónius A en el limbo, como deben comprobarse dentro de los límites de la apreciación en la brújula, si no se nota diferencia sensible, lo que ocurrirá casi siempre, se hace innecesario leer el nónius opuesto, B, economizando el consiguiente molestísimo movimiento alrededor del instrumento, que marea grandemente y expone á tropezar con las piernas del trípode.

Con ambos autoreductores y componiéndose la brigada de un observador, un ayudante que dirije la colocación de las miras y croquiza los pequeños detalles entre los puntos determinados, un escribiente que lleve el registro completo de que darémos cuenta, un peón encar-

do de trasladar el aparato y sostener el parasol y tres ó cuatro portamiras se pueden hacer los trabajos de campo en los planos mas complicados con grande rapidez, seguridad y precisión, consiguiéndose *con el taquigrafómetro* planos gráficos muy aceptables economizando los mas pesados y molestos del gabinete y *con el numérico* se conseguirán todos los datos necesarios para calcular las tres coordenadas de todos los puntos observados con suficiente precisión y la economía de la reducción de las distancias al horizonte y el cálculo de las alturas *al menos para los puntos de detalle, que son los mas,* en los planos en que aquello se considere necesario en grado sumo.

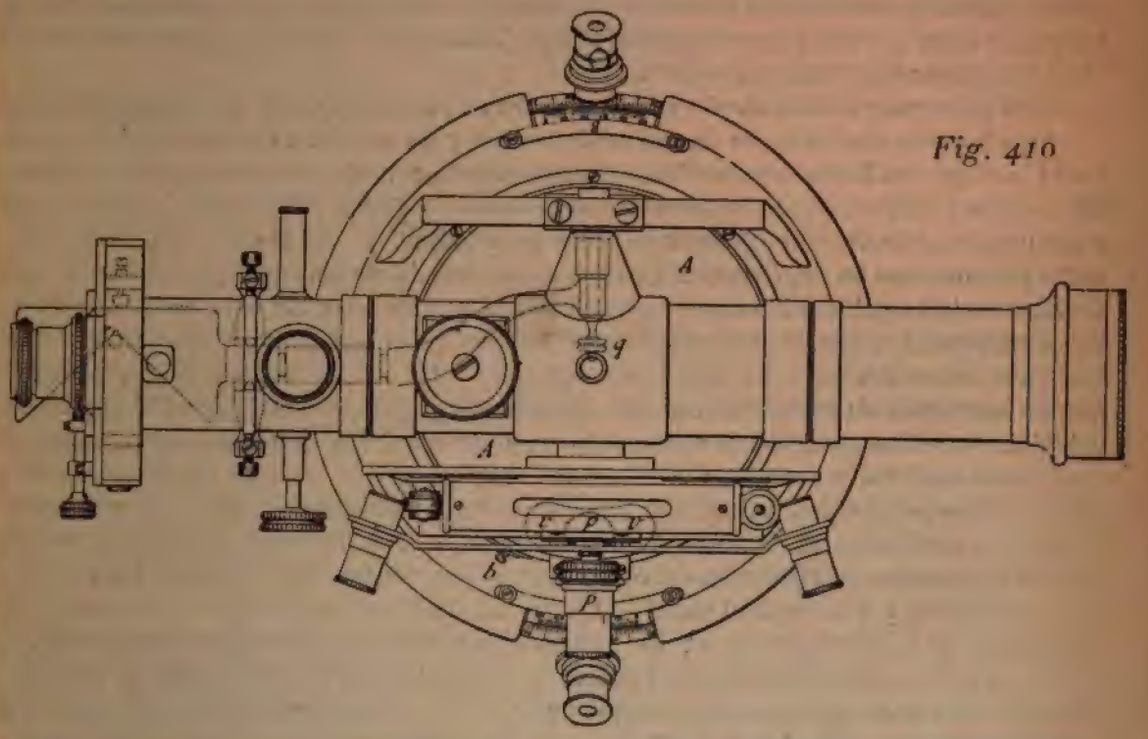


Fig. 410

205 — Breves consideraciones críticas sobre los reductores y autoreductores en su comparación con los taquímetros ordinarios y entre sí.

Ya en el número 190 indicamos la oposición sistemática y tenaz, que á la propagación de la medición indirecta de las distancias mediante la estadía perfeccionada por Porro y á los planos numéricos consiguientes á los nuevos procedimientos por este eminente Topógrafo propuestos, hicieron los partidarios de la medición directa y de los planos simplemente gráficos, que se conseguían por los antiguos procedimientos, *fundándose principalmente en los muchos y enojosos cálculos*, que era necesario realizar para determinar las coordenadas ortogonales de todos los puntos característicos; tambien allí digimos cómo transigieron los modernistas aceptando los planos numérico-gráficos y finalmente que otros innovadores, fundándose en análogas razones que los primeros, han supuesto ser indispensable modificar las condiciones de los taquímetros para hacerlos reductores ó autoreductores, llegando algunos Ingenieros, en verdad muy ilustrados, pero poco Topógrafos, con sus exageraciones á afirmar: *que las molestias, inseguridad y poca precisión con que se obtienen los planos con los taquímetros ordinarios y las frecuentes equivocaciones y crasos errores que se cometen con los aparatos calculadores* inventados para disminuir las primeras han sido la causa de *el reducido uso que la generalidad de los Topógrafos hacen del método taquimétrico á pesar de sus inmensas ventajas teóricas*, por todo lo que, afirma el mismo Ingeniero, han de ser reemplazados por los autoreductores y especialmente por el que preconiza, que supone dará directamente las tres coordenadas *con la aprecia-*

ción de un centímetro la ξ' y con la de un decímetro las D, x é y; y sobre todo, la valiosísima condición de que el operador puede comprobar á cada momento y adquirir certeza, sin cálculo alguno, de que el trabajo que vá ejecutando marcha sin equivocaciones ni errores intolerables...

Todo esto, que se ha dicho para ensalzar el autoreductor Salazar y se ha admitido por otros Ingenieros muy ilustrados, pero pocos Topógrafos, despues de lo que hemos dicho en el número 202 no lo admitirán ni los preocupados Autores de otros reductores y autoreductores; pero como sí creen que para conseguir los planos numéricos ó numérico-gráficos con los taquímetros ordinarios se han de sufrir grandes molestias con los cálculos necesarios para conseguir las distancias horizontales y verticales, de aquí que den importancia á sus respectivos inventos sin negar que con buenos taquímetros y las Tablas apropiadas se consiguen excelentes planos con mayor seguridad y precisión.

Pero *¿es cierto que los indicados cálculos motivan un penosísimo y casi impracticable trabajo?*

Si se hicieran para todos los puntos característicos y los auxiliares (vértices de las poligonales) mediante las Tablas logarítmicas, indudablemente; pero si se utilizan para las distancias horizontales y verticales de todos los puntos algunas de las Tablas preparadas al efecto y *muy especialmente las de Cuartero, Jadanza y las nuevas de Orlandi* y para el cálculo de las coordenadas planimétricas *las de Herrera* y *Torres* ó las últimas de Salmoiraghi y otras de las que darémos noticia en el número 82 del volumen II, ó si utilizándolas tan solo para los vértices de las poligonales se calculan las reducidas horizontales y las tres coordenadas ortogonales de los puntos característicos ó de detalle con algunas de las Reglas logarítmicas ó con *nuestro Círculo logarítmico de grandes dimensiones*, de todos los que nos ocuparémos en el número 81 del mismo volumen, procediendo ordenadamente y prescindiendo de los inútiles cálculos de orientación mediante la conservación de esta con el limbo y si se comprueban y corrigen las de los vértices poligonales, ó estaciones, como dirémos en los trabajos de gabinete con los modernos procedimientos, *el fantasma del penosísimo trabajo, de la inseguridad y de la falta de precisión desaparece*, consiguiéndose el objeto final mejor, mucho mejor que con los reductores preconizados; y si se limita el trabajo á los planos numérico-gráficos, esto es, si se prescinde de las coordenadas planimétricas de los puntos característicos, claro es que se disminuirá el trabajo de cálculo, pero aumentando el gráfico se conseguirán los planos solo con la precisión proporcionada á su escala, pero no mayor que con los taquigrafómetros antes explicados y especialmente con el de Mas y Zaldúa, que es indudablemente el que por varias razones aventaja á todos los demás reductores y autoreductores en el concepto de la economía, la seguridad y precisión en los planos complicados.

Que los cálculos para conseguir las distancias horizontales y verticales, que son los que se procura evitar con los reductores y autoreductores, exigen tiempo y molestias no se puede negar; pero si se tiene en cuenta que siendo dos las personas que los realicen ordenadamente, leyendo una los datos y apuntando los resultados en registros apropiados y otra manejando el Círculo logarítmico ó las Tablas, sin fatiga ni molestia pueden hacerse con el 1.° de 500 á 600 cálculos en una hora y con los segundos de 200 á 300 por lo menos y *cuidando de hacer seguidamente los de cada clase*, PORQUE EN LA VARIACIÓN FRECUENTE DE UNAS Á OTRAS ES EN LO QUE ESTÁN LAS MOLESTIAS, PÉRDIDAS DE TIEMPO Y PELIGRO DE EQUIVOCARSE, ni este se corre, ni la molestia existe y el tiempo necesario es poco.

Lo mismo puede decirse relativamente á la construcción de los planos numérico-gráficos, á que se destinan los taquigrafómetros, porque con nuestro *Doble trasportador* hueco y con otros especiales se realiza cómodamente, en poco tiempo y con bastante precisión, aunque tal vez no tanta como la que se consigue con el autoreductor numérico-gráfico de Mas y Zaldúa, que tiene ademas la ventaja de facilitar la croquización completa del terreno si bien con el inconveniente de exigir algun mas tiempo en los trabajos de campo y ser mas embarazoso su trasporte.

Relativamente á si los datos se comprueban ó no en el momento de tomarlos y cuando es facilísimo repetir su medición ¿no se comprueban los valores de g con las diferencias resultan-

tes de las alturas del hilo axial y las de los extremos y los de θ y φ por los dos nónius de cada limbo? Poco despues y en la residencia eventual ¿no se comprueban tambien los resultados obtenidos para las estaciones completamente por los medios que darémos á conocer al explicar *nuestro sistema de poligonación con comprobaciones sucesivas*? ¿qué mas se puede pedir?; pues esto no sucede con la mayor parte de los reductores y autoreductores y especialmente con el tan preconizado.

En cuanto á la *precisión* ya hemos visto que ni con los mejores de estos se consigue tanta como con los buenos taquímetros ordinarios y si tanta importancia damos á los autoreductores de Mas y Zaldúa es precisamente porque, siendo los mejores como tales, se convierten y utilizan facilísimamente en taquímetros ordinarios, cuando asi conviene.

Ahora bien: ¿hay motivo para asegurar que los inconvenientes que gratuitamente se imputan al taquímetro ordinario sean la causa de que no se haya extendido su aplicación y los modernos procedimientos?

De ninguna manera: las causas verdaderas consisten en que no se ha enseñado la Topografía moderna, ó mejor dicho actual, de una manera conveniente y *especialmente en que los planos no se comprueban debidamente y, como no se aprecian los buenos, no hay estímulo para hacerlos, porque indudablemente siempre costarán los buenos y completos mas que los malos y medianos incompletos y como estos se estiman y pagan como aquellos, son naturalmente los que se hacen y por esto sucede que donde la Topografía ha adelantado mas y se practica mejor es en las naciones, en que se han hecho los mejores Catastros, porque como sus planos se sujetan á mas rigurosas comprobaciones y menores tolerancias ha habido estímulo para proceder con seguridad y precisión.*

Para hacer la comparación entre los reductores y autoreductores antes descritos los dividirémos en dos clases:

1.° Los que solo tienen por objeto dar numérica ó gráficamente las reducidas horizontales y verticales;

2.° Los que ademas de esto dan directamente el plano gráfico de cada estación.

En la primera clase hemos de comprender:

A) — *El taquímetro sthenalático de Porro* desechado por su inventor.

B) — *El taquímetro reductor de Paucellier y Vagner*, que tampoco dió resultado.

C) — *El de Tichy y Starque*, que, aunque ingenioso, no es aceptable, porque exigiría mas tiempo en el campo y expondría á notables errores.

D) — *El autoreductor de Roncagli*, como el *reductor* Roncagli Urbani, si bien tenía poca importancia, porque, complicando el taquímetro ordinario y disminuyendo su precisión, solo tenía por objeto determinar las reducidas horizontales, que no justifica la modificación, es digno de aplauso por haber introducido el uso de los diagramas, que dan mayor seguridad y precisión que la variación del ángulo diastimométrico por el movimiento directo de los hilos; pero no será aplicable, mucho mas despues de la invención de los autoreductores de Mas y Zaldúa.

E) — En el mismo caso se encuentra el *autoreductor Hammer;* pues si bien extendía su objeto sobre la misma base á las reducidas verticales, no consiguió el resultado apetecido á causa de las deficiencias del aparato auto-motor, como reconoció ingenuamente el mismo inventor; pero si le es deudora la ciencia del razonamiento analítico en que fundó su auto-reducción y que Mas y Zaldúa utilizó con mas fortuna.

F) — *El autoreductor de Baggi*, reune aun peores condiciones que el anterior por la menor precisión y seguridad que se consigue con el movimiento directo de los hilos, asi es que ni ha tenido aplicación, ni es fácil que la tenga.

G) — *El autoreductor de Marco-Nassó* se encuentra en el mismo caso que el anterior, con el que tanta semejanza tiene.

H) — *El autoreductor de Salazar*, ingenioso y de objeto completo, no se ha realizado, ni es fácil que lo sea por su complicadísimo mecanismo y poca precisión.

J) — *Finalmente el autoreductor numérico de Mas y Zaldúa* utilizando los diagramas completos como Hammer y un aparato auto-motor sencillo y seguro en un taquímetro con todos los perfeccionamientos hoy recomendados y con la indudable ventaja de poderse utilizar como taquímetro ordinario ó como autoreductor, segun convenga, RESULTA, en nuestro concepto, EL MEJOR DE ESTA CLASE DE APARATOS y de indudable ventajosa aplicación, porque sin inútiles complicaciones y con suficiente seguridad y precisión dará las reducidas horizontales y verticales, especialmente para los puntos de detalle, economizando los cálculos correspondientes, que son los mas numerosos y por consiguiente los que mas importa anular.

EN LA SEGUNDA CLASE HEMOS DE COMPRENDER:

A') — *El omológrafo de Peaucellier* que resulta inaplicable por las malas condiciones de la autoreducción y las no muy buenas de la fijación geométrica de la situación de los diferentes puntos vistos.

B') — *Mas aceptado ha sido el taquigrafómetro* (1) *de Vagner-Fennel;* pero la necesidad de colocar la mira perpendicularmente á la visual, la determinación gráfica de las alturas y la complicación de la escuadra de proyección, que hace el aparato muy voluminoso, y los inconvenientes propios de las planchetas comunes á que se aplica el sistema, le hacen poco recomendable, si bien no puede menos de reconocerse que es ingenioso.

C' — *El reductor de Kreuter* se encuentra en el mismo caso que el anterior y con mayor motivo.

D') — *La plancheta de Viotti,* que es un verdadero taquigrafómetro, por las sencillas condiciones de su aparato de proyección, por las de su mira especial y las de su tablero circular y manera de marcar la proyección de cada punto visado, es indudablemente de fácil aplicación á la construcción de los planos de cada estación y puede utilizarse á tal objeto, aunque no con las ventajas que ofrece el *autoreductor numérico-gráfico* ó taquigrafómetro nuevo de Mas y Zaldúa.

E') — *El taquigrafómetro de Ziegler* y el *taquígrafo de Schrader* son de condiciones mucho peores y solo podrán aplicarse por los Topógrafos desconocedores de los aparatos modernos de esta clase.

F') — Finalmente el nuevo *taquigrafómetro de Mas y Zaldúa,* no solo porque sencillamente se puede convertir en un excelente taquímetro ordinario por sus condiciones de construcción, sino porque dando numéricamente las reducidas horizontales y verticales con bastante seguridad y precisión permite fijar la situación geométrica de todos los puntos vistos alrededor de cada estación con mas seguridad que la plancheta de Viotti sin los inconvenientes de su escuadra de proyección y la mas voluminosa de Vagner-Fennel, es indudablemente el mejor de los aparatos de esta clase y puede tener ventajosa aplicación en los planos complicados, porque economizará muchos trabajos de gabinete y permitirá completar sobre el terreno la croquización de sus accidentes plani y altimétricos con seguridad, si bien hará algo mas tardíos los trabajos de campo y no alcanzará tanta precisión como los taquímetros ordinarios, cuyas condiciones puede adquirir sencilla y brevemente sobre el terreno en caso necesario.

Como término de este larguísimo artículo consignarémos: que solo los autoreductores de Mas y Zaldúa pueden tener útil y general aplicación y por eso los recomendamos calurosamente, en el supuesto, se entiende, que, como esperamos, su construcción sea muy esmerada y su precio no resulte excesivo; porque en otro caso creemos se deben sustituir con los taquímetros ordinarios y los *cróquis circulares,* que darémos á conocer, pues con ellos se pueden conseguir los mismos resultados.

(1) Llamamos asi al mecanismo propio del inventor aplicado á una plancheta; como él lo hace tambien, para acomodar la determinación gráfica de las reducidas horizontales y verticales á la construcción directa del plano.

ARTÍCULO QUINTO

MIRAS UTILIZADAS CON LOS APARATOS MODERNOS

Clasificación de la materia.

parlantes descritas en los números 57 y 132, pueden utilizarse y se utilizan con los modernos, lo mismo en la medición directa de las distancias que en las nivelaciones as, que suelen hacerse á la vez, siendo muy dignas de tenerse en cuenta en la elección onstrucción de tan importantes utensilios las consideraciones críticas consignadas en ro 132.

hay otras miras parlantes y de plancha, que deben conocerse para su oportuna aplica- simismo la manera de observalas y de combinar los datos que suministran, segun las nes de su graduación y las del micrómetro distanciómetro de cada aparato, para con- as fácil y prontamente el resultado final, que con ellas se pretende y por todo esto no s menos de exponer aquí este complemento necesario de lo que entonces digimos, ocu- s á tal efecto separadamente:

De las miras especiales de Porro.

Del euthímetro ó mira horizontal.

De las miras de dos planchas y finalmente

De la manera de observarlas, apreciar las alturas y combinarlas para conseguir en cada rgumento necesario.

Miras especiales de Porro.

carácter distintivo está en la uni- su división elegida, y en la ma- señalarla y subdividirla, que el eminente Topógrafo despues as y concienzudas experiencias do en cuenta la potencia de los de sus distintos aparatos y las as á que pudiera convenir obser- miras.

efecto: aunque aceptó como mas unidad de ellas los 4 centíme- subdividió de tres maneras dis- s á saber, en dos, cinco y diez señalándolas con rayas, que son la *quinta parte* de la unidad frac- resultante y la *cuarta* del espa- e dos consecutivas, como se vé en stras que en escala natural se pre- en las figuras 411, 412 y 413, pues rimera, cuya subdivisión es de , la raya tiene 4 de ancho; en la de 8 mm. es aquella de 1'6 y en a de 4 mm. es la raya de 0'8; l espacio entre dos consecutivas vamente de 16, 6'4 y 3'2 mm. Con estas condiciones la *difracción*, no solo no perjudica ación aislada de las imágenes de tales rayas, sino que la favorece facilitando la visibili-

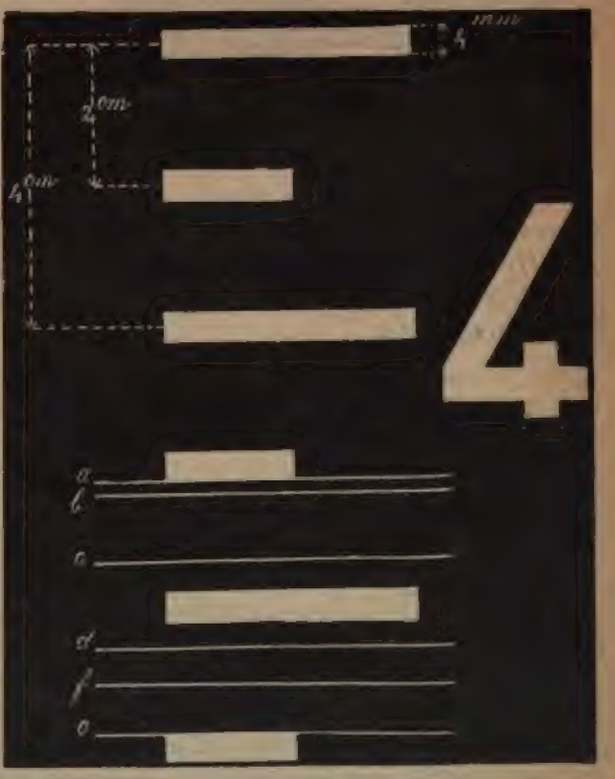


Fig. 411

dad y por otra parte la amplitud aparente de las rayas sirve de comparación en la estima de la porción del espacio, que hay entre la última y la posición del hilo ó trazo correspondiente del retículo; pero debe tenerse en cuenta que, como en las figuras se indica, las unidades enteras y las fraccionarias se cuentan de eje á eje de las rayas y que el *grueso de estas vale en la primera* $^1/_{10}$ *de la unidad de g; en la segunda* 0'04 *y en la tercera* 0'02.

La necesidad de tener en cuenta estas condiciones ha de producir al principio no poco embarazo: pero despues de algunos ensayos facilitarán seguramente la contada y estima de las

Fig. 412

Fig. 413

alturas de mira, aunque en nuestro concepto nunca tanto como la mira de las figuras 78 y 79, si bien en algunos casos se verán mejor que en ella las pequeñas fracciones; para demostrarlo y que sirva al propio tiempo de práctica, incluye Salmoiraghi en las figuras varias líneas representativas de los hilos ó trazos del retículo apreciando la altura correspondiente, es á saber: para la graduación

MAYOR	MEDIA	MENOR
Lectura a = 40'55	Lectura a = 40'62	Lectura a = 40'42
» b = 40'60	» b = 40'66	» b = 40'53
» c = 40'85	» c = 40'76	» c = 40'65
» d = 41'15	» d = 40'84	» d = 40'71
» f = 41'25	» e = 41'10	» e = 40'79
» e = 41'45	» f = 41'18	» f = 40'87
	» g = 41'34	

Estas alturas de mira se aprecian de la manera siguiente:

En la graduación mayor:

para el hilo a adosado á la raya del medio metro añadiendo los 5 centímetros de la mitad del espesor de la raya, esto es 40'50 + 0'05 = 40'55;

para el hilo b, que de la raya se separa medio espesor de ella, añadiendo á 40'55 los 5 centímetros que vale: esto es: 40'55 + 0'05 = 40'60;

para el hilo c que no llega á los 41 en la cantidad de un espesor de raya 41-(0'1 + 0'05) = 40'85 milímetros;

ara el hilo d, que pasa de la raya 41 en la cantidad de un ancho de ella, 41 + 0'1 + 0'05 = 41'15;
ara el hilo f, que se halla en el centro de los ejes de las rayas 41 y 41'50, se deduce desde luego 41'25 y finalmente
ara el hilo e, que toca á la raya, á cuyo eje corresponde la altura de 41'50, 41'50 — 0'05 = 41'45.

De la misma manera se procede en las otras dos graduaciones teniendo en cuenta lo que ale cada espacio entre dos rayas y el espesor de estas, y servirá de ensayo la comprobación de las alturas antes consignadas.

Fig. 414

No debe olvidarse que esta apreciación de las alturas de mira se hace relativamente á la unidad de 4 centímetros y por consiguiente que, si se leen con ángulo diastimométrico de dos centímetros por metro de distancia, hay que duplicar la lectura para tener el valor del número generador *g* y cuadruplicarlo si se leyese con ángulo diastimométrico de un centímetro por metro y por consiguiente en estos casos la apreciación verdadera no es tanta como parece á primera vista, aunque sí notable.

Es de advertir que en las miras las rayas y números son negros sobre fondo blanco al contrario de lo que en las figuras aparece, si bien tal vez fuera mejor que se presentaran como en estas, porque la difracción é irradiación producirían mayor efecto útil.

Salmoiraghi dice (1) que garantiza la posibilidad de leer estas miras en buenas condiciones atmosféricas y de vista del observador á las distancias siguientes:

Con el anteojo del Clepe grande hasta 600 metros la primera (figura 411)
» » » *mediano* » 400 »
» » » *pequeño* » 300 »

La segunda (figura 412) respectivamente á 350, 250 y 200 metros.
La tercera (figura 413) » á 250, 200 y 150 »

Grandes nos parecen estas distancias; no podemos comprobarlo personalmente por cansancio de la vista; pero lo pondríamos en duda, ateniéndonos á la perspicacia de la vista calculada por el mismo ilustrado Ingeniero, sino hubiéramos oido muchas veces asegurar á Topógrafos de buena vista que con anteojos menos potentes y miras ordinarias habían conseguido análogos resultados y si las aseveraciones de tan ilustre Ingeniero no nos merecieran completa confianza.

Las graduaciones primera y segunda se pintan en las dos caras de la mira de 4'20 metros, de dos piezas que se doblan como se indica en la figura 214 (página 350) ó de tres de forma inglesa como se representa en la figura 414 y se destinan á las distancias mayores y las graduaciones segunda y tercera se utilizan en miras sencillas de una sola pieza de dos metros de larga y 80 × 15 mm. de escuadría para las distancias menores de 100 metros, formando ambas el *juego de miras de Porro*. (2)

Salmoiraghi las construye de madera de pinabete barnizada con regatones de hierro vendiéndolas á 65 liras el juego y á 80 liras de acajú y abeto con guarniciones de bronce.

Si la unidad de mira de 4 centímetros ofrece ventajas en las subdivisiones antedichas y se acomoda perfectamente al retículo compuesto del clepe gran modelo especialmente á los grupos *A* y *B* (figura 110, página 224) porque dando dos y cuatro diferencias ó magnitudes de mira correspondientes á los ángulos diastimométri-

(1) Les Cleps, página 142.

(2) El ilustrado Ingeniero D. Ag. Tachini, en su tratado de Topografía moderna, — Milán, 1891 — páginas 236-243, describe detalladamente esta clase de miras, cuyas dos graduaciones pone en la misma cara de tabla con la numeración en el medio de ellas, lo cual si no obligara á hacerlas muy anchas ó á reducir las graduaciones, sería ventajoso, porque el portamira se concretaría á presentarla y el operador elegiría la que de cada par más le conviniera y dice ademas que sobre la segunda tabla se coloca otra de 1 metro haciendo que la mira mayor alcance 5 de altura; pero como Salmoiraghi es el que las construye á su descripción nos atenemos.

cos de 2 y 1 centímetro por metro de distancia, esta se obtiene directamente con la suma de aquellas, la magnitud de mira leída con el grupo *C* se ha de multiplicar por 10 y por pequeño que sea el error de lectura se aumenta considerablemente el definitivo y lo propio sucede si se utiliza una sola vez con ángulos diastimométricos de 2 ó 1 centímetro, como sucede con muchos otros taquímetros, pues las magnitudes de mira leídas se han de multiplicar respectivamente por 2 ó por 4 con el inconveniente indicado y nos parece mejor que para estos casos las miras estén divididas de dos en dos ó de centímetro en centímetro, porque leyendo dos en cada caso con la media hay mas probabilidades de anular el error de lectura y tal vez por esto aunque se va generalizando, como ya digimos en el número 132, el sistema de sustituir las tintas planas de centímetro ó dobles centímetros por rectángulos determinados con líneas mas ó menos gruesas, muchos Ingenieros, aun entre los italianos, no aceptan del todo las miras de Porro; creemos que en esto como en la preferencia de aparatos influye mucho la costumbre, la práctica de su manejo; pero sin desconocer las buenas condiciones teóricas de las miras de Porro no se puede poner en duda que con otros aparatos que el clepe gran modelo ofrecerán algunos inconvenientes en la práctica.

208 — Euthímetro ó mira horizontal.

Porque en los campos, las viñas y matorrales no se puede leer la parte inferior de la mira en algunas ocasiones y tambien dificulta su lectura el movimiento del vapor de agua, que del suelo se eleva por las mañanas ó despues de la lluvia por la acción directa del Sol, se ha considerado por algunos, pocos en verdad, necesario sustituir las miras verticales por otras horizontales y de aquí la exagerada importancia que han atribuído al *euthímetro*, sin querer tener en cuenta que aquellos inconvenientes son poco frecuentes y remediables, porque la mira vertical de 4 metros deja espacio bastante para medir el argumento necesario por encima de aquellos estorbos; que de todos modos es fácil hacer desaparecer en muchos casos las ramas ó débiles tallos que impiden las lecturas de mira y que estos inconvenientes son mucho mas frecuentes y difíciles, cuando no imposibles de evitar, con la mira horizontal en los montes y plantíos de todo género, en los setos vivos y en donde abunden las paredes, edificios y otros mil estorbos, que muchas veces no permiten siquiera colocar la mira en los puntos convenientes y que ademas es esta mucho mas difícil de manejar y no permite medir distancias tan grandes, ni con tanta precisión como las miras verticales.

No se comprende por lo tanto que algunos ilustrados Topógrafos ultrapirenáicos se hayan entusiasmado con esta clase de miras, que vamos á describir, no para que se utilicen, pues no las consideramos aceptables, sino para que nuestros lectores no se dejen sorprender por encomiásticas cuanto infundadas recomendaciones.

En la figura 415 se representa vista por detrás tal como aparece en el momento de la observación y en la 416 por delante preparándola para ser observada, cuyas figuras copiamos de las utilizadas por M. Lehagre (1) para su descripción.

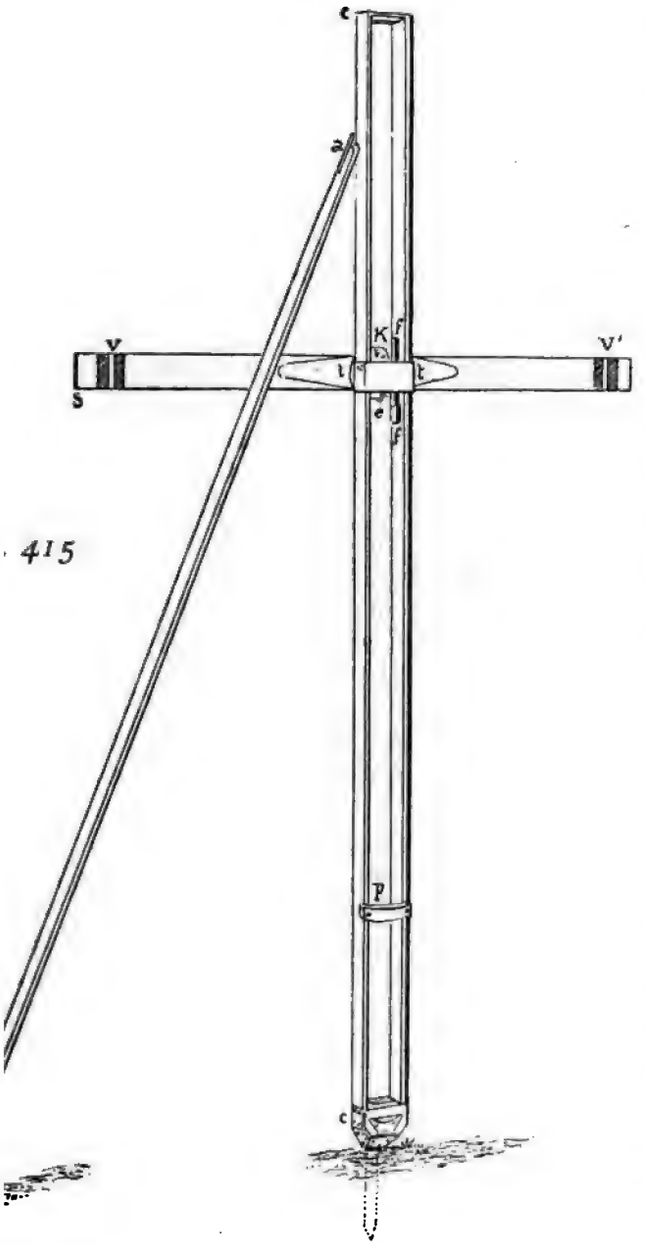
Como en ellas se pone bien de manifiesto, se compone de un marco de madera, *c c*, que se clava en el suelo verticalmente mediante un perpendículo, *f f*, ó un pequeño nivel esférico y así se conserva durante la observación con el tornapunta, a a, que el peón sujeta con la mano izquierda al par que lo hace con una de las tablas del marco, la que está lateralmente dividida en medios decímetros para colocar la mira horizontal en cuanto sea posible á la misma altura, que sobre el suelo se encuentra el eje de giro del anteojo del aparato.

El pedal que se vé en la parte inferior del marco y el agarradero, *P*, sirven para facilitar la puesta y asegurar aquel al terreno.

La mira, *s s*, es de un metro de largo y está dividida en centímetros numeradas sus decenas de o á 100; está unida al marco por una articulación, *t t*, que permite ponerla perpendicu-

(1) «Cours de Topographie», vol. I, pág. 40-41. París. 1881.

á aquel (figura 415), adosarla dentro de su hueco ó darla la inclinación conveniente para se presente de frente y normal á la visual asegurándola en estas distintas posiciones y para seguir la última está el colimador, K, por el que el peón mira al anteojo, cuidando de no inar el marco, lo mismo que se hace con la mira de Viotti, aunque seguramente no con :a facilidad.



415

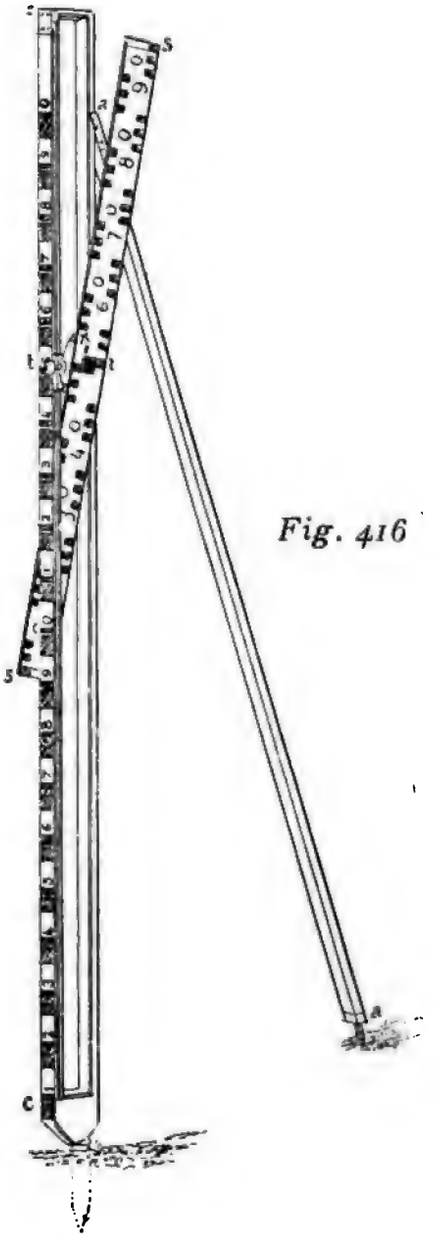


Fig. 416

Con la articulación, t t, se puede subir ó bajar la mira para colocarla á la altura á que el eojo se halla sobre el suelo para evitar la corrección *i-m*, lo mismo que en la de Viotti.

Los hilos estadimétricos del retículo son verticales para determinar la parte de mira horital y no se comprende que se suponga sencillo ponerla vertical en caso necesario á no ser el anteojo se halle sobre collares, que permitan hacerle girar sobre su eje de figura para puedan utilizarse en tal caso ó cuando normalmente se presente á la visual.

Colocada la mira horizontal y normalmente al plano visual, lo cual no es tan fácil como ece, se dirige el anteojo á ella de manera que la cruz filar coincida con la graduación 5o y

ıs que corresponden á los hilos extremos su diferencia expresa el número de metros al ó radio vector y su suma debe resultar igual á 100 comprobando aquellas, porque diastimométrico es de 1 centímetro por metro, la mira está dividida en centímetros duaciones señaladas por los hilos extremos son ó deben ser simétricas con el núme-

esto se deduce que la distancia máxima que con tal ángulo se puede medir es de 100 no con mayor precisión que con la mira vertical y con mas dificultades, de manera que ıgun concepto puede el *euthímetro* competir con las miras antes descritas, ni con las de ınchas de que nos vamos á ocupar, y como lo mismo y con mayor motivo se pudiera de- *estadímetro* su precursor, no hay para que hablar de él.

— Miras de dos planchas.

Si observando las miras parlantes divididas en centímetros, que son las mas comunes, con ınteojos de los mejores taquímetros actuales se fatiga extraordinariamente la vista cuando listancias exceden de 150 metros (1) y se han de medir muchas seguidamente, la observa- ı se hace en ellas imposible con los anteojos poco potentes de las antiguas brújulas y pantó- tras.

Esta grave dificultad se nos presentaba en el servicio forestal, en que por otra parte la esca- ɔsidad de las montañas españolas, si conduce en muchas ocasiones á reducir considerable- ːnte la magnitud de los lados de las poligonales, en otras obliga á dársela mayor de 200 y 300 ːtros y en casi todas es imposible medirlas regularmente con la cadena, la cinta ó el reglón, ɔena de hacer cuantiosos gastos para conseguir muy medianos resultados.

Estos motivos nos indujeron 1868 á estudiar el medio de hacer posible la aplicación del tema de la estadia con los malos aparatos de que disponiamos y hallamos la solución deseada la siguiente mira de dos planchas.

En una ordinaria de corredera (figura 76) hicimos aserrar la parte móvil (a de la fig. 77) l asta á los 40 centímetros de la base, cuya parte se atornilló á la fija, *b*, y allí clavamos una ıncha de madera, de suerte que su línea de fé coincidiera con la nueva base de la parte ıvil.

A partir de aquella se hizo la graduación, que por consiguiente señalaba en el nónius de plancha móvil la distancia entre las líneas de fé de las dos y cuando aquella se aseguraba en tope superior del asta resultaba ser de 1'60 metros en lugar de los 2, que antes se ıtaban y aflojando el tornillo de la abrazadera inferior, que se colocó por encima de la plan- ı fija, se leía la distancia entre las líneas de fé de las dos planchas como en las miras comu- ı, pero de 1'60 á 3'20 metros solamente, que es la separación máxima de aquellas, como fá- mente se comprende á la vista de las figuras 417 á 420, que la representan en cuatro distintas ıiciones.

Como las planchas se ven bien, aun con los anteojos menos potentes hasta mas de 300 me-

---

(1) Creemos oportuno hacer constar un hecho repetidas veces ocurrido: mientras la distancia es menor de metros ninguna dificultad hemos tenido en observar las miras parlantes con los potentes anteojos de los bue- taquímetros; pero en cuanto pasa de aquel límite, hemos notado un movimiento en la mira muy semejante al produce la mala enfocación ó para age, que nos ha impedido medir con seguridad motivando grande excita- nerviosa y hasta dolor en los ojos; nada de esto nos ha ocurrido con las miras de dos planchas, que hemos ob- ado tranquila y sencillamente hasta mas de 600 metros de distancia, en que fijas las planchas y bien claras las as de fé hemos visto acercarse á ellas finísimos trazos é hilos haciendo la coincidencia sin molestia alguna.

¿Consiste aquello en una irritación del nervio óptico consiguiente al esfuerzo realizado para distinguir las pe- ñas imágenes de los centímetros á aquella distancia? Creemos que sí y de ahí el *bailoteo* de la mira.

[illegible] el caso con distinguidos Topógrafos nos han dicho que á ellos también les sucede lo mismo aun [illegible]

[illegible] tancias menores de 150 metros utilizamos las miras parlantes y [illegible]

tros, pudimos de esta manera sencillísima determinar las magnitudes de mira á estas distancias quedando resueltas las dificultades, que se nos ofrecían, con grande contento de cuantos Ingenieros se hallaban en nuestro caso y tuvieron conocimiento de tan sencilla solución.

La experiencia nos demostró poco despues que en los montes por las malezas, por las rocas salientes y por otros muchos estorbos ocurría con frecuencia que la plancha inferior no se

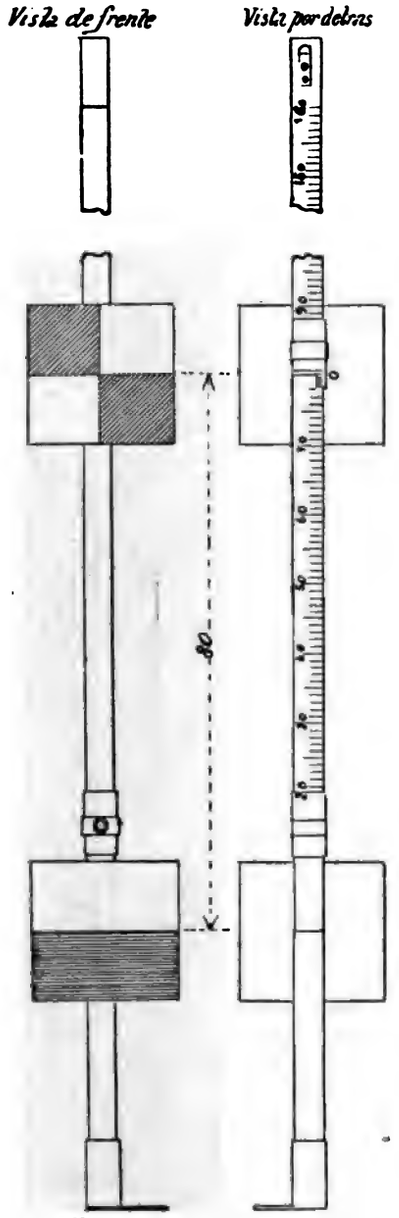


Fig. 417 Fig. 418

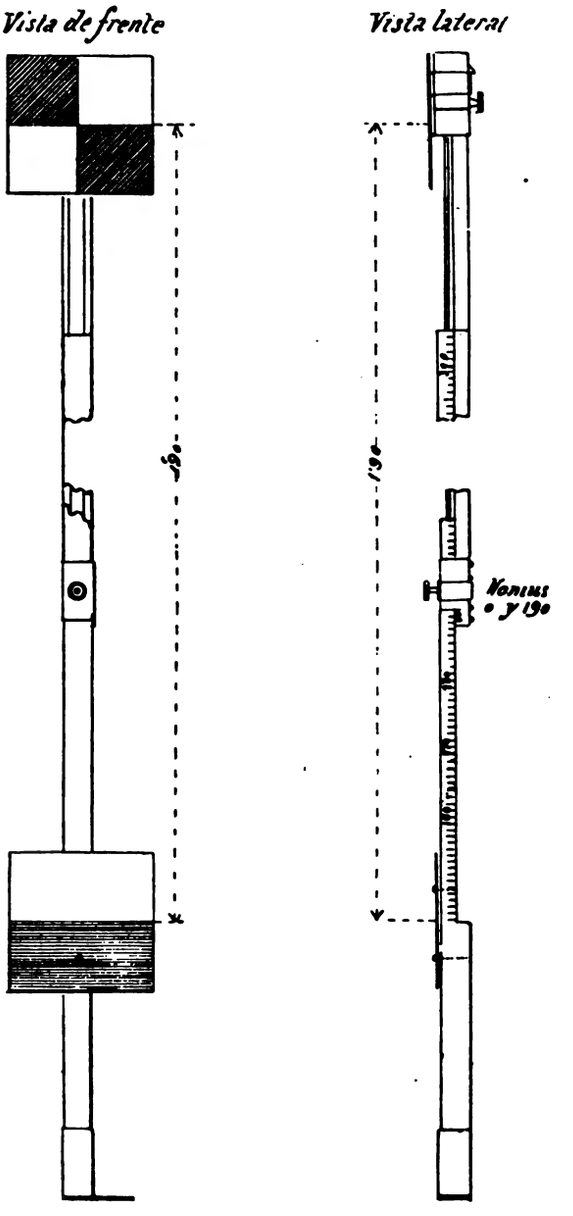


Fig. 419 Fig. 420

veía y había necesidad de levantar la mira, y para evitarlo construímos otra mucho mas sencilla y económica, que de unos á otros Distritos forestales se ha generalizado en casi todos los de España.

Redúcese esta mira á un cuadradillo de madera de pino de fibra recta y de 3'10 metros de largo por 35 á 40 milímetros de escuadría; en su extremo superior se atornilla la plancha fija, que para distinguirla rápidamente de la móvil se divide en dos mitades por la línea media horizontal pintándolas de rojo y blanco, con lo cual se distingue perfectamente la línea de separación ó de fé.

Esta queda á los 3 metros justos del otro extremo del cuadradillo, que á partir de ella se divide en decímetros y centímetros numerándose los primeros como decenas.

Otra plancha con abrazadera enteramente igual á las usadas en las miras comunes de corredera (1) se introduce por la base del cuadradillo, corre libremente en él y se asegura con su tornillo de presión á la altura conveniente leyéndose con su nónius las decenas, unidades y

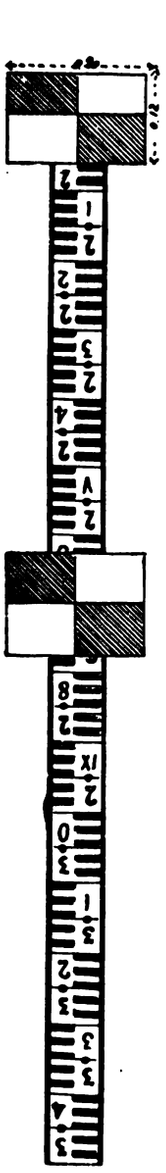


Fig. 421

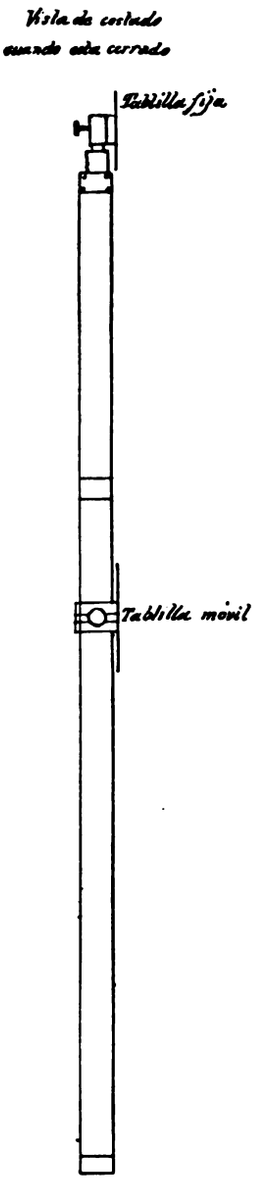


Fig. 422

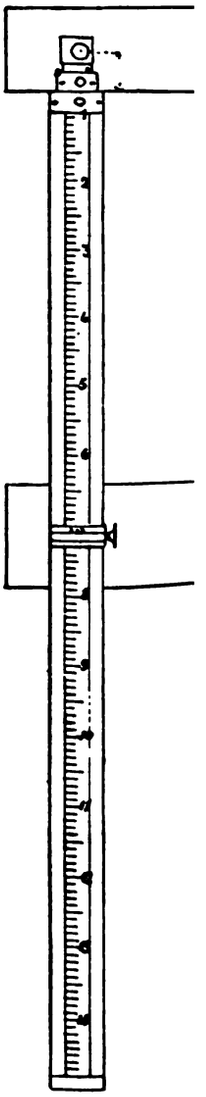


Fig. 423

cimas de centímetro, que separan las líneas de fé de las dos planchas ó sea el valor del número generador, g, cuando se utiliza el ángulo diastimométrico de 1 centímetro por metro de distancia.

(1) En el centro de cada plancha se traza con radio exterior de 2 ó 3 centímetros dos medias coronas circulares de 1 centímetro y 5 milímetros de ancho al objeto de cerciorarse á grandes distancias cual de estas magnitudes se percibe y consiguientemente el error que se puede cometer en la coincidencia del hilo con la línea de fé de cada plancha, pues aunque parece perfecta la coincidencia no debe suceder así segun las diferencias que algunas veces se notan en las observaciones recíprocas.

Fig. 424

Estas miras son muy ligeras y rígidas, se ponen verticales con un sencillo perpendiculo, que se cuelga del tornillo de presión de la plancha móvil y así se conservan durante la observación mediante una horquilla, que se apoya en el suelo y sujeta al cuadradillo con la mano izquierda el peon y finalmente resultan sumamente económicas, pues teniendo la plancha móvil, que cuesta pocas pesetas, cualquier carpintero de pueblo las hace.

Sobre la objeción que de ellas se hace por no poderlas leer el Topógrafo y sobre la manera de comprobar las lecturas que hace el portamira y de determinar en cada una de las dos clases la altura, m, que se ha de tener en cuenta al calcular la tercera coordenada, z, nos ocuparémos en el número siguiente demostrando la manera sencilla de obviar estos inconvenientes.

La sencillez extrema de estas últimas miras nos exime de representarlas con figuras especiales.

No sucede lo mismo con la que en su vista proyectaron é hicieron construir nuestros ilustrados compañeros D. Domingo Alvarez Arenas y D. José Prieto, pues combinaron muy felizmente la mira parlante de tres cuerpos y forma inglesa con la de dos planchas, lo que si ofrece el inconveniente de la menor solidez, mas complicado manejo y mucho mayor precio, tambien las ventajas dignas de tenerse en cuenta de mayor comodidad en los trasportes y en la lectura de las magnitudes de mira y que el observador puede elegir este medio ó la lectura directa de la cara anterior de la mira segun mas le convenga.

Copiamos las figuras 421, 422, 423 y 424 de la excelente lámina con que el Sr. Alvarez Arenas ilustró la descripción que de esta mira publicó en la Revista de montes, números de Junio y Julio de 1886, si bien dividimos la 424 en tres partes para que el cliché quepa en la caja de la página y sustituimos el color rojo de las planchas y de los números de los metros por rayados y cifras menos negras que las que representan los decímetros.

La figura 421 representa la cara anterior de la mira cuando los dos cuerpos superiores están enchufados; la 422 vista de lado y la 423 vista por detras, en que consta la graduación lineal, que ha de leer el portamira, cuando se utilizan las dos planchas, ya que si la distancia es menor de 150 metros (suponemos que el ángulo diastimométrico sea de 1 centímetro por metro) ambas se encontrarán en la parte de mira representada en la figura y bastará descontar de los números escritos en la cara anterior 2 metros; si está sacado todo el segundo

cuerpo, como se hace para distancias de 150 á 250 metros, solo se descontará de aquella numeración 1 metro y si está sacado tambien el tercer cuerpo, esto es cuando la mira está en la forma representada en la figura 424, suponiendo sobrepuestas las dos partes en que se ha dividido, magnitud que se utiliza para distancias entre 250 y 350 metros, nada hay que descontar de los números, que aparecen en el cuerpo inferior, que es el en que se mueve la plancha móvil; consiguientemente á estas indicaciones se comprende que el portamira ha de presentarla primero en la forma de la figura 421; si por señal convenida se le indica que se ha de alargar, saca *todo* el 2.° cuerpo y si aun se le manda que se alargue mas, saca *todo* el tercer cuerpo, cuidando de que así suceda y de asegurarlos con los muelles correspondientes; el operador debe tomar nota de esto y despues hace la coincidencia de la línea de fé de cada plancha con los hilos inferior y superior del retículo; si no se tomara nota de los cuerpos de mira sacados en cada observación, se correría el peligro de dar á la distancia uno ó dos centenares de metros de mas ó de menos, porque el portamira no cuenta mas que la parte de los 150 centímetros señalados en la cara posterior del primer cuerpo de mira, figura 423, y si bien podría él estar encargado de aumentar los 100 ó 200 centímetros, que corresponden, segun que esté sacado el segundo cuerpo de mira ó los dos, se corre mucho riesgo de cometer errores graves por cuidadoso que sea el portamira.

No obstante los inconvenientes indicados y del precio de 80 á 90 pesetas de estas miras, con muy pequeñas modificaciones pueden tener grande aplicación con los modernos aparatos y procedimientos.

210 — Manera de observar las miras, de apreciar sus alturas y de combinarlas para conseguir en cada caso el argumento necesario.

A igualdad de potencia de los anteojos, la manera mas sencilla y exacta de conseguir el valor del número generador, g, y la altura de mira, m, necesarios para calcular las distancias horizontales y verticales entre el punto de estación y los vistos desde ella, depende de las condiciones de la mira y del micrómetro estadimétrico, y de la manera de colocar este sobre la imagen de aquella.

Por esto conviene que como complemento de cuanto llevamos dicho sobre miras y micrómetros estadimétricos, ó retículos compuestos, consignemos ahora algunas consideraciones críticas sobre la combinación de los principales tipos descritos y sobre las opiniones de algunos Autores acerca del último extremo, que no deja de tener importancia en la consecución del fin que el Topógrafo se propone.

Al efecto nos ocuparémos del retículo compuesto mas sencillo de tres hilos horizontales, los dos estadimétricos *movibles*, que hemos considerado (número 80) (1) como el mas apropiado á la estadía de Reichembach, del utilizado por Salmoiraghi en algunos aparatos y del ideado por Porro para sus clepes gran modelo, combinándolos sucesivamente con la mira parlante dividida en centímetros ó dobles centímetros descrita en el número 57 (figuras 78 y 79), con las especiales de Porro de que nos hemos ocupado en el número 207 (figura 410 á 413) y con cada uno de los tres tipos de doble plancha descritos en el número 209, indicando las modificaciones que sin perder su caracter pueden hacerse en los micrómetros estadimétricos y en las miras, según las necesidades del Topógrafo para que este elija en cada caso la combinación que mas le convenga.

Micrómetro de hilos movibles

Ya digimos en el número 80 cuales son sus condiciones y las ventajas é inconvenientes que ofrecen relativamente á los de hilos fijos ó trazos en cristal, que en el número 83 consideramos

(1) Cuanto sobre este digamos corresponde á los de hilos fijos ó de trazos en cristal dispuestos en la misma forma y comprendiendo los ángulos diastimométricos de 2, 1 y 0'5 centímetros por metro, que representamos en la figura 105, con la ventaja de poder elegir en cada caso el que mas convenga de los tres y los inconvenientes de los anteojos analáticos, de que nos hicimos cargo al comparar las estadías de Reichembach y de Porro, núm. 83.

como característicos respectivamente de la estadía de Reichembach y del anteojo analático de Porro. Supongamos que elegido el ángulo diastimométrico de 1 centímetro por metro, que es el mas generalmente utilizado, se hayan colocado los hilos estadimétricos como ya digimos en el número 80 y que la *constante* que se ha de añadir á todas las lecturas de mira para tener el valor del numero generador, *g*, sea de 40 centímetros.

Puesto en estación el aparato y de frente y vertical la mira en el punto, cuya situación se ha de determinar, al dirigir la visual se hace coincidir el hilo vertical del retículo con el eje de aquella, como es sabido; pero no se debe dejar en cualquier punto de ella la cruz filar, sino que *conviene hacerla coincidir con la graduación 150*, que está muy cerca de los agarraderos de la mira y ademas se señala de una manera especial para conseguirlo rápida y exactamente.

Esta posición de la cruz filar ofrece las ventajas siguientes:

1.ª Como la altura del instrumento varía comunmente de 146 á 154 centímetros, en el caso de olvidarse de medirla y anotarla no resulta un grave error de la falta de corrección de *i-m* en las alturas.

2.ª Con muy pocas horas de trabajo el observador se habitúa á comprobar mental y rápidamente las alturas de mira correspondientes á los hilos extremos y el escribiente lo hace tambien antes de hallar las diferencias con la del hilo axial procediéndose con mucha rapidez y seguridad.

En efecto: supongamos que haciendo coincidir el hilo axial con la graduación 150, que el observador dicta desde luego, el hilo inferior, que corresponde á la parte superior de la mira, coincida con 211'7; pues el observador halla mental y rápidamente la diferencia con 150, que será $50+11'7=61'7$ y restando esta suma de 150 encuentra tambien que el hilo superior, *b*, debe señalar exacta ó aproximadamente, segun que la visual sea horizontal ó inclinada, (1) $100-12+0'3=88{\div}3$ comprobando si así sucede.

---

(1) Que las diferencias de altura de mira entre la del hilo axial y la de los extremos deben ser iguales, *cuando la visual central es horizontal*, no cabe duda; pero no sucede lo mismo cuando es inclinada y como la desigualdad de tales diferencias en este segundo caso se atribuye muchas veces á error en las lecturas ó á falta de verticalidad de la mira, creemos oportuno hacer constar el sentido y la importancia de la indicada desigualdad en las diferencias entre la altura de mira del hilo axial y las de los extremos.

Para ello nos puede servir la figura 108, que reproducimos para mayor comodidad; en ella MB es la mira vertical y M'B' otra supuesta perpendicular al eje óptico del anteojo, en la que $A'C=CB'={}^1/_2\,g'$ y $AC+CB=g$ y vamos á demostrar que *en las visuales inclinadas hácia arriba ó en rampa* $AC>CB$ y *en las inclinadas hácia abajo ó en pendiente* $AC<CB$.

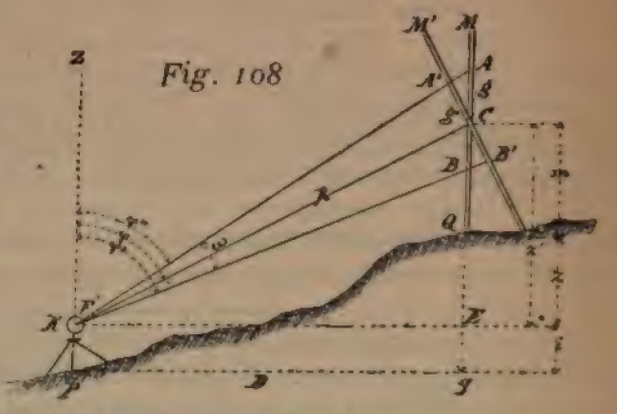


Fig. 108

En efecto en los triángulos AA'C y BB'C se tiene: $A'C=CB'$; $A'CA=B'CB$; $A=\varphi-{}^1/_2\,\omega$ y $B=\varphi+{}^1/_2\,\omega$

Por consiguiente $A'=100^c+{}^1/_2\,\omega$ y $B'=100^c-{}^1/_2\,\omega$ y haciendo girar el triángulo CBB' alrededor de C hasta que B' coincida con A', en lo que no habrá dificultad por ser $CB'=CA'$, el lado CB tomará la dirección de CA por ser $ACA'=BCB'$, pero como $A'>B'$, B caerá entre C y A demostrando que $CB<CA$.

Lo contrario precisamente sucedería si la visual axial KC estuviera inclinada hácia abajo.

De los mismos triángulos se deducen fácilmente los siguientes valores para AC y BC.

$$AC=\frac{{}^1/_2\,g'\ \text{sen. } A'}{\text{sen. } A}=\frac{{}^1/_2\,g'\ \cos.\ {}^1/_2\,\omega}{\text{sen. } (\varphi-{}^1/_2\,\omega)};$$

$$BC=\frac{{}^1/_2\,g'\ \text{sen. } B'}{\text{sen. } B}=\frac{{}^1/_2\,g'\ \cos.\ {}^1/_2\,\omega}{\text{sen. } (\varphi+{}^1/_2\,\omega)};$$

Podría hallarse la fórmula general de la diferencia AC—BC; pero como sería demasiado complicada y estas parciales, al par que corroboran la desigualdad $AC>$ ó $<BC$, ponen de manifiesto que la diferencia crece au-

El escribiente anota rápidamente los números, que se le dictan, en las casillas correspondientes á las lecturas con el hilo medio y los extremos y sumando mentalmente las segundas, *que deben dar 300*, las comprueba inmediatamente comunicando el resultado al observador, que en caso necesario repite las lecturas y cuando no, hace al portamira la señal de estar bien y se pone á leer y dictar los ángulos azimutales y verticales.

En el tiempo que el observador se separa del ocular y se dispone á leer los ángulos, el escribiente halla las diferencias $a-m$ y $m-b$, que anota y suma y añadiendo á esta los 40 centímetros de la constante tiene y anota el valor de g y si tiene tiempo escribe la altura de mira m en la casilla correspondiente, pues en centímetros se la dá la altura del hilo axial.

Cuando por no ser muy grande la distancia se ven bien, no solo los centímetros sino la raya de 2 milímetros que señala su centro, en toda la observación y redacción de estos datos no se tardan 10 segundos, á lo cual contribuye la disposición de nuestro registro general de campo, del que damos á continuación una muestra de esta parte con los datos consignados (2).

PUNTOS		Portamira	Angulo diastimométrico	Lectura en la mira con los hilos		Diferencia entre las lecturas de mira		Número generador	Altura en metros del hilo axial m sobre la mira
De estación	Visados			medio	extremos				
Su descripción y altura del instrumento				m	$\frac{a}{b}$	$a-m$ / $m-b$		g	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		(8)	(9)
A.. . . . . i = 1'54	a	»	1	150	211 7	61	7	163'4	1'50
Hito de la propiedad de. . F. T.					88 3	61	7		
					300 0	123	4		

---

mentando g' ó el radio vector que representa, ω ó el ángulo diastimometrico y la inclinación sobre ó debajo de la horizontal, será mas práctico calcularlo con distintas inclinaciones para la distancia de 100 metros y el ángulo diastimométrico de 1 centímetro por 1 metro ó sea para $\omega = 2062'' = 6366^{\text{v}}$ deducido por la fórmula 2.ª (B) del número 6, pues siendo este el mas comunmente utilizado y fácil deducir para la distancia de cada caso particular la diferencia que corresponda, lo será tambien apreciar si la diferencia, que de las alturas de mira resulte, corresponde á la propia de la inclinación de la visual ó si en ella hay que incluir error en la lectura y, á falta de este, el consiguiente á la falta de verticalidad de la mira, de que nos ocupamos en el número 84, para tomar desde luego las providencias oportunas á fin de evitarlos en el momento preciso de la observación, que es cuando es fácil hacerlo con el mayor cuidado del observador y del portamira.

Con tales supuestos se tendrá para visuales inclinadas sobre el horizonte en

	5c	10c	15c	20c	25c	30c	35c
	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
para CA	0'50175	0'50663	0'51482	0'52658	0'54232	0'56260	0'58821
para CB	0'50135	0'50583	0'51359	0'52488	0'54008	0'55970	0'58463
CA—CB	0'00040	0'00080	0'00123	0'00170	0'00224	0'00290	0'00358
Diferencia en metros en las distancias.. .	0'04	0'08	0'12	0'17	0'22	0'29	0'36

Aunque algunos consideren de poca importancia estas diferencias, no debe olvidarse que aumentan con la distancia y el ángulo diastimométrico y por consiguiente que cuando este es de 2 centímetros y aquella de 200 metros casi se cuadruplican haciéndose sensibles desde la inclinación de 10c, pues llegan á 3 decímetros con ella.

Estos valores de CA y CB sirven tambien para demostrar el error que se comete en la altura de mira CQ deduciéndola de la semi-suma de AQ y BQ, pues prescindiendo de la parte comun BQ quedan reducidos los términos comparables á $\frac{CA+CB}{2}$ y CB, cuyas diferencias han de ser la mitad de las antes calculadas para CA—CB.

(2) Aunque no se corresponden las letras de la figura 105 con las del registro, se comprende claramente su referencia.

Si el observador notare que con la altura de 150 centímetros para el hilo medio ó axial hallará dificultades en la lectura de las alturas de los hilos extremos, lo que se percibe rápidamente, elije á tal efecto la de 200 ú otro número exacto de decímetros, le dicta y procede como antes.

Esta elección se hará casi siempre que el ángulo diastimométrico sea de dos centímetros para dejar espacio bastante en la parte inferior de la mira; en tal caso se consigna en la subcasilla del hilo medio y se procede como antes con la sola diferencia de que para hallar el valor del número generador, g, no se añade la constante á la suma de las diferencias $a - m$ y $m - b$, sino á la semisuma de estas.

Si, como algunos Autores aconsejan, se dispone el micrómetro estadimétrico de manera que el hilo inferior coincida con una graduación de decímetros justos, no sería tan fácil hallar las diferencias con la altura del hilo axial, ni hacer las comprobaciones referidas y evitar mayores errores en las alturas, en el caso de olvidarse de medir y anotar la del eje de muñones del anteojo, porque la del hilo axial será ordinariamente un número compuesto de centímetros y fracciones de él y casi siempre bastante mayor ó menor que 150.

Si, como algunos hacen, se dejan los hilos en cualquiera posición, el resultado es mucho peor, porque las diferencias de altura ó magnitudes de mira comprendida entre los hilos medio y extremos no se puede determinar sino despues de haber escrito aquellas y haciendo las restas de números con fracciones.

Con la mira y micrómetro expresados en distancias hasta de 100 metros ó mas se pueden apreciar las magnitudes de mira comprendidas entre los hilos estadimétricos con menos error de 1 milímetro de ella ó decímetro en la distancia y de 5 centímetros con el ángulo diastimométrico de dos centímetros, porque el medio centímetro de la mira se vé claramente, los 4 y 6 mm. están tambien determinados por la raya central y en los 4 mm., que del centímetro quedan á uno y otro lado, se aprecia fácilmente la cuarta parte ó sea el milímetro.

Para conseguir mayor apreciación se puede con el ángulo diastimométrico de dos centímetros repetir la observación variando de 1 á 5 centímetros la altura del hilo axial y tomando la cuarta parte de las cuatro diferencias, que con un poco de práctica no es necesario escribir, pues basta de la segunda observación tener en cuenta las unidades y décimas de los centímetros.

Para evitar equivocaciones hemos puesto en nuestros registros generales de campo una casilla (4.ª) destinada á consignar para cada visual el ángulo diastimométrico utilizado, lo que es sobre todo necesario cuando con los anteojos analáticos se dispone de varios y se hace uso de uno ó de otro segun los casos.

Finalmente la extrema sencilla del micrómetro estadimétrico y mira de que nos hemos ocupado, dan por resultado que las lecturas se hagan con mas cuidado, en menos tiempo y suficiente comprobación.

Con las miras de Porro no se tendrían tan fácilmente los mismos resultados con el ángulo diastimométrico de 1 centímetro por metro de distancia, ni en las mas cortas, porque para ello sería necesario apreciar 2'5 centésimas de su unidad y esto no es fácil y ademas exigiría una multiplicación por 4 de la diferencia de alturas para tener el valor de g menos la constante, que se habia de añadir y otra multiplicación igual para conseguir la altura en centímetros de la mira.

Con el ángulo diastimométrico de dos centímetros y mejor aun con el de 4 centímetros, ya serían mas convenientes, porque duplicando en el primer caso la diferencia $b' - b$ y el valor de r y en el segundo caso tomándolas tal como resulten, se obtendrá el valor de g despues de sumar al primer producto la constante, y la altura de mira en centímetros; pero siempre sería aquello enojoso y solo ofrecerían alguna ventaja en la mayor claridad en la lectura de la graduación en las pequeñas distancias.

En las mayores de 150 metros siempre habrá dificultad en la apreciación y mucha fatiga de la vista.

Con la mira de corredera con dos planchas no sucede esto, porque se distinguen perfectamente las líneas de fé hasta 600 y mas metros.

Se hacen contra su uso las objeciones de la dificultad de encontrar en los pueblos peones á quienes se pueda confiar su lectura y la exposición que se corre de incurrir en graves errores por sus frecuentes equivocaciones.

Lo primero es una preocupación, porque eligiendo al efecto los Sargentos ó Cabos del ejército licenciados ú oficiales carpinteros y albañiles, en muy poco rato se les enseña á tener la mira vertical, á colocar la plancha móvil en el lugar correspondiente y á leer y anotar las magnitudes de mira; halagando un tanto su amor propio casi todos trabajan con entusiasmo, porque se consideran topógrafos; ni en los pueblos mas insignificantes del Pirineo hemos dejado nunca de encontrar excelentes portamiras.

La segunda objección es cierta y ocasiones tuvimos de experimentar sus funestas consecuencias; pero la anulamos de una manera sencilla y completa, que permite hacer la comprobación instantánea de lo que lée y apunta el portamira, como se deduce de la siguiente explicación del procedimiento que seguimos.

Con la mira de corredera y dos planchas empiézase por hacer coincidir el hilo superior del reticulo con la linea de fé de la plancha fija y el peon mueve la otra segun las señales del observador hasta que conseguida la coincidencia de su línea de fé con el hilo inferior, la asegura cuando aquello se le indica; vuelve á colocarla y el observador ratifica la coincidencia de los dos hilos extremos con la linea de fé de las planchas ó hace rectificar la posición de la móvil, si fuere necesario, comprobando nuevamente, y una vez conseguida la exacta coincidencia hace la señal convenida y se pone á leer y dictar los ángulos.

Entre tanto el portamira lée la altura señalada por el nónius correspondiente y la apunta en un registro especial; toma su mitad y coloca la plancha móvil de manera que su nónius señale esta altura de mira colocándola nuevamente vertical en el punto; ya entonces el observador habra leido y dictado los ángulos y mira por el anteojo si el hilo superior coincide con la linea de fé de la plancha fija, ó hace que asi suceda moviendo el anteojo con el tornillo de coincidencia, pues la diferencia en todo caso será muy pequeña, y, ***si el hilo axial coincide tambien con la linea de fé de la plancha móvil en su nueva posición,*** hace la señal de estar terminada la observación, porque la coincidencia del hilo axial demuestra que estuvo bien leida y apuntada la altura de mira correspondiente al hilo inferior y que se tomó y apuntó bien su mitad, quedando todo comprobado.

Si el hilo axial no coincidiera con la linea de fé de la plancha móvil en su segunda posición, se lo indica por señal al peón y este empieza por ver si su nónius coincide con la altura correspondiente a la ***mitad*** escrita; si asi sucede, repite la división y si esta se hizo bien vuelve á colocar la plancha móvil á la altura escrita, como correspondiente al hilo inferior y colocando la mira vertical el observador la comprueba y hace corregir; procediendo de esta manera se ha de encontrar el error y queda instantaneamente corregida y comprobada toda la operación.

Como no se toma nota de estos datos desde luego en el registro general y podria resultar confusión de lo que anoten en sus libretas los diferentes portamiras y cuando se dispone de varios ángulos diastimometricos podrianse tomar unos por otros, procedemos del modo siguiente.

Designamos á cada portamira con una letra, A, B C...

Cada uno lleva una libreta como el modelo, que se pone mas abajo, en que va el número de órden de los puntos en que se coloca y cuya numeración se pone cada dia para mayor facilidad en la anotacion, la *distancia total* ó sea la altura de mira correspondiente al hilo inferior, la ***mitad de esta*** y las *observaciones*, en cuya columna expresa las condiciones mas notables de cada punto, si es un hito, una zanja, un vallado, etc.

Cuando se dispone de distintos ángulos diastimometricos el observador dicta: ***portamira A***, ángulo 1 centímetro y el escribiente lo consigna en las casillas (3) y (4) del registro general, pero cuidando de poner á la designacion del portamira en forma de exponente el número correlativo de los puntos que con el se hayan determinado, asi A^{1}, B^{1}, C^{1} al objeto de que se sepa que datos de la libreta del respectivo portamira corresponden á cada punto, y hecho esto se toma nota de los ángulos en las casillas 11, 12 y 13.

Cuando el portamira pasa cerca del aparato presenta la libreta al escribiente y este copia en las lineas correspondientes á la designación y al número esponencial los datos de la linea del mismo número de la libreta del porta mira, cuidando de consignar en la casilla (5) la altura de mira del hilo axial ó *distancia mitad*, en la (6) para el hilo *a* la del hilo inferior ó *distancia total* y para el *b* cero, añadiendo la constante para determinar el valor de *g*, si procediere, como en el caso general que suponemos, y 40 centimetros á la altura del hilo axial *m* (5) para conseguir la altura de mira que se escribirá en la casilla (9)

A medida que se copian los datos de la libreta de cada portamira se tachan en ella, pero de modo que puedan leerse.

LIBRETA DE PORTAMIRA

OCTUBRE 18

Núm.° de Orden	DISTANCIAS		OBSERVACIONES
	Total	Mitad	
1	234'7	117'35	Hito de piedra.
2	197'4	98'7	Base vallado.
3	205'8	102'9	Centro zanja 40 cent.
4	306'2	133'1	Límite parcelas.
5	297'4	147'7	Senda y arroyo.
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			

Estas libretas se hacen con papel rayado en $^1/_{16}$ escribiendo en la portada el nombre del portamira y su designación y cada dia se escribe en página completa los números correlativos desde 1, con lo que y poniendo también la fecha al principio de la parte del registro general, que cada dia se vá llenando, sirven para descubrir las equivocaciones en que se pudiera incurrir.

Con la mira de cuadradillo y dos planchas se procede de una manera enteramente análoga á la antes descrita con la sola diferencia de que al anotar en el registro general los datos recogidos por el portamira se consigna como hilo *a* el inferior y como *b* el superior y para determinar la altura de mira que ha de servir para la corrección $i-m$ del valor de z', se resta de tres metros la magnitud de mira expresada como *distancia mitad* en la libreta del portamira.

Con la mira parlante de tres cuerpos y dos planchas se procede de una manera análoga á lo dicho para la anterior, pero el portamira ha de tener mucho cuidado al colocar la plancha móvil á la *distancia mitad* desenchufando solo el segundo cuerpo ó ninguno y el escribiente debe tambien tener presente al calcular la altura de mira que ha de restar dicha *mitad* de 3'50, 2'50 ó de 1'50 segun que al determinar la *distancia total* estuvieran desenchufados los dos cuerpos, uno solo ó ninguno, en lo cual no hay dificultad, porque la misma distancia lo indica, salvo en las de 100 á 150 metros, porque en estas puede ó no haberse sacado el segundo y en las de 200 á 250 metros este solamente y tambien el tercero.

MICRÓMETRO UTILIZADO POR SALMOIRAGHI EN ALGUNOS APARATOS

Representado en la figura 334 página 521, ya digimos las combinaciones á que se prestan las lecturas de mira correspondientes á sus cinco hilos ó trazos: se comprende la razón de esta combinación en los anteojos de ocular ortoscópico fijo, porque no permitiendo la separación de los hilos extremos correspondiente á dos centimetros por metro, por su medio se aprovecha

la mayor posible consiguiendo dos ángulos diastimométricos de 1 centímetro por metro y la altura directa de la mira para la corrección i—m, pero no se justifica que se utilice con los de ocular móvil, en que, como el mismo ilustrado Ingeniero constructor hace ahora en los clepes de anteojo centrado, se pueden emplear con ventajas indudables los retículos de la forma indicada en la figura 105 (número 80), aunque limitando los trazos á los cinco *a*, *b*, *r*, *b'* y *a'*, que dan los ángulos diastimométricos $a-r=r-a'=b-b'=1$ centímetro y $a-a'=2$ centímetros permitiendo utilizar cualquiera de estos ángulos y determinar directamente la altura de mira con solo tres lecturas, mientras que son necesarias cinco con el retículo de la figura 334.

Ordinariamente *con la mira parlante* no se hacen mas que cuatro lecturas *a*, *b*, y *a' b'* haciendo coincidir el trazo *b* con un número exacto de decímetros ó decenas y deduciendo el valor de *g* con lo semisuma de las diferencias $\frac{(a-b)+(b'-a')}{2}$ con las miras divididas en centímetros y con la suma $(a-b)+(b'-a')$, con las que lo están en dobles centímetros; pero como tales diferencias se han de hallar despues de escribir las alturas y no se comprueban con la facilidad y rapidez que con los micrómetros anteriores, resulta por necesidad mas molesta la observación con el de la figura 334.

Por otra parte la altura de mira, no leyendo la correspondiente al hilo ó trazo axial, se ha de deducir de la suma de las cuatro lecturas tomando la cuarta parte ó la mitad, segun que la división y numeración de la mira sea de centímetros ó dobles centímetros y esto *ademas de no dar la altura verdadera en las visuales inclinadas, porque en ellas no son enteramente iguales las magnitudes de mira superiores al hilo axial á las inferiores* (1) motivan un trabajo siempre molesto, *que con otros tambien evitables han hecho que muchos Topógrafos huyendo de tantos cálculos no admitan con entusiasmo el procedimiento de la estadia, ni los planos numéricos.*

Si tales complicaciones condujeran á resultados mas exactos, podrían admitirse en ciertos casos al menos; pero no sucede así; antes al contrario, mayor precisión se puede conseguir con mas sencillez y seguridad utilizando los micrómetros estadimétricos de la forma de la figura 105 aun empleando solo los tres hilos axial y extremos en el caso de poderse utilizar el ángulo diastimométrico de dos centímetros, no solo por comprender mayor porción de mira, sino porque se leen con mas cuidado tres que cuatro alturas y la comprobación es mas rápida y completa. La única ventaja que ofrecen los micrómetros de la forma de la figura 334, es que con menor altura de mira se hacen las lecturas correspondientes al ángulo de dos centímetros por medio de dos diferentes de un centímetro.

Tampoco ofrecen ventajas con las *miras de Porro* y *las de dos planchas* no se pueden utilizar sin muchas complicaciones, porque como los hilos extremos de cada ángulo diastimomé-

---

(1) El Ilustrado Ingeniero *señor Orlandi* en su excelente libro «*Corso prático di Topografia numérica*», páginas 31-34, deduce la fórmula del error, que se comete en la altura de mira, *m*, aceptando para ella la semisuma de las correspondientes á los hilos extremos *en las visuales inclinadas*, que es

$$MM'=e=\frac{D\ \text{sen.}^2\ {}^1/_2\ \omega}{\text{tang.}\ \varphi\ \text{sen.}^2\ \varphi}$$

de la que resulta que el error crece aumentando D y ω y la inclinación de la visual sobre el horizonte, pero en proporciones muy diferentes, segun que sean unos ú otros de estos elementos los que aumenten y para dar clara idea de tal error en diferentes inclinaciones le calcula para la distancia, *D*, de 200 metros, siendo el ángulo diastimométrico, ω, de dos centímetros por metro de distancia para las inclinaciones siguientes:

5c; 10c; 15c; 20c; 25c; 30c; 35c;

ó sea para los valores de φ de

95c; 90c: 85c: 80c; 75c; 70c; 65c;

hallando para el error $e=MM'$ los valores siguientes:

0'0016m; 0'0032m; 0'0051m; 0'0072m; 0'0097m; 0'0128m; 0'0169m: de donde se deduce que para que el error no pase de un centímetro á la distancia de 200 metros no se deben observar puntos con mayor inclinación de 25c.

Los valores precedentes concuerdan sensiblemente con los consignados en la nota de la página 642 pues, según allí digimos, con los de ω y D aquí supuestos deben ser cuadrúplos de los allí consignados.

trico no son equidistantes del axial no sabrá el portamira colocar la plancha en la segunda posición para hacer la demostración necesaria ó tendría dificultad en ello y con las frecuentes equivocaciones ocasionaria mucha pérdida de tiempo; se comprende sin embargo como podrá hacerse recordando que $a-c$ (figura 334) es $^1/_8$ de $a-b$ y que según que la plancha fija se hallara en la parte inferior ó en la superior de la mira se utilizará el ángulo $a-b$ ó el $a'-b'$ subiéndose en el primer caso la plancha $^1/_8$ de $a-b$ y bajándose en el segundo $^1/_8$ de $a'-b'$.

Micrómetro de Porro

Al describirle en el número 83 le representamos en la figura 110, que reprodugimos en el número 188.

Conviene tenerle á la vista y recordar que en el clepe gran modelo, en que se utiliza, se mira con el ocular triple ó Argos, si bien sería fácil y mas exacto, aunque algo mas complicado hacerlo con el móvil.

Si *con el grupo de hilos A* se observa una mira del tipo de la figura 79 dividida en centímetros, se han de hacer y anotar cuatro lecturas, 1, 2, 14 y 15 (a, a', b, b') correspondientes á dos ángulos diastimométricos de dos centímetros por metro de distancia, determinándose el valor de g con $\frac{(a-b)+(a'-b')}{4}$ y la altura de mira con $\frac{a+a'+b+b'}{4}$, pues no se puede leer esta directamente.

La precisión con que se consiguen estos argumentos será grande si se observa con cuidado, pero molesta la anotación y el trabajo que motiva.

Si la mira estuviera dividida en dobles centímetros, el divisor sería 2 facilitando algo las operaciones.

Con el grupo de hilos B, se habían de hacer y anotar 8 lecturas (3, 4, 5, 6, 10, 11, 12 y 13) complicando mucho el registro y hallar las diferencias a—b, a'—b', a''—b'' y a'''—b'''; su suma se dividirá por 4 para tener el valor de g y por 8 para la altura de mira si estuviera dividida en centímetros y por 2 y por 4 respectivamente si en dobles centímetros; tambien se conseguiria así grande precisión, pero con mucha molestia.

En ninguno de estos casos se podrían hacer las comprobaciones rápidas y suficientes que hemos dado á conocer para el *micrómetro de hilos móviles* y sus análogos.

Esto se conseguiría observando tales miras con el *grupo de hilos C*, pero con su ángulo diastimométrico de 4 milímetros la precisión sería poca.

Con el ocular móvil se utilizarían mejor los grupos de hilos *A* y *B*, porque se aumenta bastante la perspicacia de la vista y con la lectura del hilo axial, con él siempre posible, se podrían hacer las comprobaciones directas comparando las lecturas de hilos equidistantes del axial cuidando de hacerle coincidir con la graduación 150 ó 200 de la mira, lo que con el Argos no se puede hacer.

Como por otra parte con este son por lo menos necesarias 4 lecturas, al hacerlas no se sabe si las diferencias comprobantes serán ó no iguales y se confía en la compensación de su media y sucede lo contrario con las tres lecturas del micrómetro del tipo de la figura 105, creemos que á igualdad de ángulo diastimométrico se conseguirá con mas sencillez y en menos tiempo mas precisión y menos molestias con este que con el micrómetro de Porro.

Con las miras especiales de este eminente Ingeniero apropiadas al ocular triplo ó Argos, algo se evitan las molestias indicadas, pero no se consigue completamente.

Para demostrarlo vamos á copiar el ejemplo utilizado por Salmoiraghi (1) para explicar su uso y sus ventajas.

Supongamos, dice, que se hayan hecho las lecturas siguientes:

Hilos.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Lecturas.	47'02.	43'95.	39'36.	38'13.	37'52.	36'32.	33'20.	30'14.	27'07.	24'06.	22'83.	22'21.	21'00.	16'42.

(1) Les Cleps, página 9.

Se consignan estas lecturas al solo objeto de tomar de ellas las que comprenden á cada grupo de hilos, que se ha de considerar, pues de hecho no podrían realizarse sin mover los oculares y la plancha de agujeros con que se cubren.

Como se presentan, leen y combinan es en la forma siguiente:

Grupo A, hilos 1, 2, 14 y 15

47'02 16'42 diferencia 30'60
43'95 13·36 » 30'59
Número generador, g = 61'19

M = altura de mira = (47'02 + 43'95 + 16'42 + 13'36) centímetros = 1'2075 metros

Grupo B, hilos 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12 y 13

39'36	24'06	diferencia	= 15'30
38'13	22'83	»	= 15'30
37'52	22'21	»	= 15'31
36'32	21'00	»	= 15'32
151'33	90'10		

Número generador, g = 61'23

$$M = \text{altura de mira} = \frac{151'33 + 90'10}{2} \text{ centímetros} = \frac{241'43}{2} = 1'2071 \text{ metros ó bien}$$

M = (39'36 + 21'00) 2 = 60'36 × 2 = 1'2072 metros ó bien
M = (36'32 + 24'06) 2 = 60'36 × 2 = 1'2072 metros, etc.

Grupo C, hilos 7, 8 y 9

33'20 27'07 diferencia × 10 = 61'30 = g
30'14

M = altura de mira = (33'20 + 27'07) 2 = 60'27 × 2 centímetros = 1'2054 metros y tambien
M » » = 30'14 × 4 = 1'2056 metros.

No es de suponer que el ilustre Salmoiraghi no haya hecho estas observaciones con todo cuidado ó si ha tomado el ejemplo de otro observador haya elegido el peor; pues bien; comparando los resultados obtenidos para el valor de g resulta una diferencia de 4 centímetros entre los hallados por los grupos A y B y de 11 centímetros para los grupos A y C y á ningun Topógrafo práctico le puede caber duda de que con un micrómetro del primer tipo con ángulo diastimométrico de 2 centímetros y mira dividida en centímetros del tipo de la figura 79, á la distancia de 61 metros se pueda conseguir la misma ó mayor apreciación leyendo solo con tres hilos, en mucho menos tiempo y con notable sencillez en la anotación y comprobación mental y escrita.

Con las miras de dos planchas tan útiles en las distancias de mas de 150 metros son solo utilizables con el grupo de hilos *C;* pero como siendo su ángulo diastimométrico de 4 milímetros por metro de distancia hay que multiplicar por 2'5 la lectura, claro es que tambien lo que dará el error en ella cometido y es preferible en las distancias de 150 á 300 metros emplear el ángulo de 1 centímetro.

Creemos que con lo dicho quedarán desvanecidas muchas dudas y prejuicios y cumplido el objeto interesante que nos propusimos con este artículo dando con él por terminada la vasta materia de la *tercera parte* y la del volumen I de nuestro libro.

ÍNDICE DEL VOLUMEN PRIMERO

INTRODUCCIÓN

PRIMERA PARTE

Especiales conocimientos previos necesarios

Páginas

1.—*Objeto y división.* 9

CAPÍTULO I

Diferentes medidas de los ángulos, funciones trigonométricas y principales fórmulas de la teoría de los errores y probabilidades

2.—Preliminares (figura 1.ª) 10

3.—Medida de los ángulos por el arco dividido en grados sexagesimales 10

4.—Medida de los ángulos por el arco dividido en grados centesimales.—Sus ventajas sobre los sexagesimales 11

5.—Conversión de la graduación sexagesimal en la centesimal y viceversa.—Tablas de conversión y manera de usarlas 11

6.—Medida de los ángulos y arcos en partes del radio. 15

7.—Medida de los ángulos por la cuerda de sus arcos.—Tablas de cuerdas para la graduación centesimal.—Usos de las Tablas.—Aplicaciones (figura 2.ª).—Posible apreciación de los ángulos en los transportadores de 30 centímetros de diámetro (8' á 10').—Comparación entre el uso de las Tablas de cuerdas y los transportadores. . . 16

8.—Medida de los ángulos por las líneas trigonométricas y las abscisas y ordenadas ó coordenadas planimétricas.—Indicaciones sobre la magnitud y signo que corresponde á los senos y cosenos (abscisas y ordenadas), tangentes y cotangentes en su relación con los arcos ó ángulos.—Variaciones que tales líneas trigonométricas y coordenadas experimentan con el cambio de origen y dirección de los arcos y la elegida para contar las coordenadas planimétricas (figura 3.ª) 23

9.—Principios y fórmulas trigonométricas para la resolución de los triángulos rectilíneos y manera de aplicarlas en cada caso (figuras 4.ª y 5.ª). 29

10.—Principales fórmulas de la teoría de los errores y probabilidades. 31

PÁGINAS

CAPÍTULO II

Nociones astronómico-geodésicas

11.—Figura de la tierra. 34
12.—Puntos, líneas y planos principales, que en la Tierra y en la esfera celeste se consideran (figuras 6.ª, 7.ª y 8.ª). 35
13.—Dimensiones calculadas del elipsoide terrestre, y algunas noticias geográficas interesantes. 41

CAPÍTULO III

Reflexión y refracción de la luz

14.—Leyes generales sobre la propagación de la luz. 47
15.—Definición de la reflexión y refracción.—Leyes generales.—Indice de refracción (figura 9.ª). 47
16.—Espejos.—Formación de las imágenes.—Sucesiva reflexión en dos espejos (figuras 10, 11, 12, 13 y 14) 49
17.—Engañosas apariencias á causa de la refracción.—Refracción atmosférica (figuras 15, 16 y 17). 52
18.—Refracción de la luz en los medios diáfanos terminados por superficies planas (figuras 18, 19 y 20) 53
19.—Refracción de la luz en las lentes (figuras 21 á 41).—Definiciones.—Determinación del centro óptico.—Ejes secundarios.—Focos principales, conjugados y virtuales.—Su determinación gráfica.—Cálculo de las distancias focales conjugadas.—Construcción de las imágenes reales.—Relación entre la magnitud del objeto y su imágen.—Focos principales y conjugados virtuales de las lentes bicóncavas.—Construcción de las imágenes en las lentes cóncavas.—Puntos nodales.—Aberración de esfericidad.—Descomposición de la luz.—Lentes acromáticas.—Absorción de la luz por los medios transparentes. 55

CAPÍTULO IV

Del ojo humano físicamente considerado

20.—Descripción (figura 42). 67
21.—Dimensiones, constantes ópticas y acomodación. 69
22.—Ametropias, hipermetropias y braquimetropias (figuras 43, 44 y 45) 71
23.—Formación y magnitud relativa de la imagen retiniana y la aparente del objeto.—Distancia de la visión distinta (figura 46) 73
24.—¿Por qué se vé una sola imagen directa siendo así que en los ojos se forman dos é invertidas? 74
25.—Claridad de las imágenes retinianas y campo de visión del ojo. 75
26.—Límite de la visión ó *perspicacia de la vista segun la forma y condiciones de los objetos visados.—Difracción é irradiación.* 76

CAPÍTULO V

Del anteojo astronómico colimador

27.—Clasificación de los anteojos. 81
28.—Descripción general del anteojo astronómico colimador (figuras 47 y 48) . . . 82
29.—Del objetivo (figuras 49 y 50). 85
30.—Del retículo.—Distintas armaduras y manera de centrarlas (figuras 51, 52 y 53). . 87
31.—Del ocular.—Negativo de Huighens y Campani; positivo de Ramsdem; ortoscópico de Salmoiraghi, sin ó con prisma ó espejo; argos de Porro y móvil (figuras 54 á 61). 92

Páginas

.—Formación y magnitud de las imágenes real y virtual.—*Error de paralaje* (figuras 62 y 63) 97
.—Ejes ópticos, geométricos y de colimación; comprobación de su coincidencia y su corrección.—Eje de rotación (figura 48, repetida). 99
.—Disco ocular; su importancia y manera de medir su diámetro con el dinámetro de Ramsden (figuras 64, 65 y 66) 101
.—Amplificación del anteojo. 103
.—Claridad de la imagen virtual en el anteojo. 105
.—Campo del anteojo. 106
.—Potencia del anteojo 108

CAPÍTULO VI

De los microscopios utilizados en los aparatos topográficos

.—Clasificación 111
.—Microscopio simple.—Amplificación y aplicaciones (figura 67) 111
.—Microscopio compuesto de simple ó mera visión (figuras 68 y 69) 114
.—Microscopio compuesto colimador de hilos fijos (figuras 69 y 70) 116
.—Microscopios compuestos colimadores de hilos móviles con tornillo micrométrico (figuras 71 y 72) 117

SEGUNDA PARTE

ociones preliminares y distintas maneras de determinar el valor de los ngulos y de las distancias, datos fundamentales del problema topográfico

.—*Objeto y división.* 121

CAPÍTULO I

Nociones preliminares

.—Definición de la Topografía moderna y medios generales que utiliza. . . . 122
.—Diferencia entre la Topografía moderna y la Taquimetría 122
.—Diferencia originaria entre la Topografía moderna, la antigua y la Geodesia . . 123
.—Extensión del campo topográfico (figura 73). 124
.—¿Por qué para determinar las alturas de los puntos del terreno se han de comparar á una superficie de nivel y no al plano de proyección?. 129
.—Ideas generales sobre la diferencia entre el nivel aparente y el verdadero y la influencia de la refracción de la luz en el aire. 130
.—Escala del plano.—Breve noticia de las que ahora se utilizan. 131
.—Planos completos ó topográficos, geométricos, simplemente perimetrales y por zonas. 132
.—¿Qué se entiende por trabajos de campo ó levantamiento del plano, y qué por trabajos de gabinete? 133
.—En la Topografía moderna es innecesaria la división en Planimetría y Nivelación. . 133
.—Es siempre necesario medir los datos y argumentos en los planos verticales proyectantes y en los horizontales de proyección, de cuyas condiciones se infieren las de las operaciones elementales y las esenciales de los aparatos que se han de utilizar (fig. 74). 134
.—Puntos característicos ó de detalle y auxiliares, su señalamiento en el terreno y designación en los registros, cróquis y planos.—Jalones y banderolas 135
.—Miras ordinarias de corredera y parlantes (figuras 75 á 82) 138
.—Alineaciones 144

PÁG.

59.—Necesidad de ajustarse en la expresión de las cantidades á un sistema sencillo, natural y seguro y de conocer el alfabeto griego por el mucho uso que de él hacen algunos ilustrados autores. 47

CAPÍTULO II

Medición de los ángulos

60.—Objeto y división 47
61.—Condiciones esenciales de los limbos y círculos graduados (figura 83). . . . 47
62.—Del nónius ó vernier. 51
63.—De los diferentes medios de observar la graduación de los limbos y nónius y de la precisión que con cada uno se puede conseguir segun el diámetro y otras condiciones de los mismos (figuras 84, 85 y 86). 154
64.—Regla de Bessel. 159
65.—Repetición y reiteración 161
66.—Medios utilizados para transportar al papel los ángulos medidos en el terreno ó de medir en aquél los que forman las líneas en él trazadas.—Transportadores (figuras 87 á 92). 167

CAPÍTULO III

Medición de las distancias

67.—Clasificación de la materia 176

ARTÍCULO PRIMERO

MEDICIÓN DIRECTA DE LAS DISTANCIAS

68.—Condiciones é inconvenientes generales comunes á todos los medios en ella utilizados. 177
69.—Cuerda métrica 178
70.—Cadena agrimensora (figuras 93 y 94) 178
71.—Cintas de hilo. 184
72.—Cintas de acero ó flejes (figuras 95 á 99) 185
73.—Reglones ordinarios de madera. 188

ARTÍCULO SEGUNDO

MEDICIÓN INDIRECTA DE LAS DISTANCIAS

74.—Consideraciones generales y clasificación de los medios utilizados (figura 100) . . 190

PRIMER GRUPO

SISTEMAS DE ÁNGULO DIASTIMOMÉTRICO VARIABLE

75.—Livella dióptrica ó distanciómetro de Montanari. 192
76.—Sistemas de diferencia de tangentes (Pértiga de Rozas y sistema de las *lanzas*) (figura 101). 194
77.—Sistema del omnímetro de Eckhold (figuras 102, 103 y 104). 199

SEGUNDO GRUPO

SISTEMAS DE ÁNGULO DIASTIMOMÉTRICO INVARIABLE

78.—Estadía de Green. 205
79.—Anteojo stereogónico de Porro 208
80.—Estadía de Reichembach (?) ó del anteojo astronómico colimador con retículo compuesto.—Su diferencia característica con la de Green.—Constante.—¿Cuándo y por

quién se aplicó á la diastimometría el analatismo natural?—Manera de determinar la magnitud típica de la imagen ó la posición de los hilos del retículo que la limitan.—Inconvenientes que ofrece.—Comprobación del ángulo diastimométrico.—Comparación entre los retículos de hilos de araña y con trazos en cristal.—Condiciones generales de los retículos de hilos movibles.—Comparación de éstos con los de hilos fijos y los trazos en cristal (figuras 105 y 106). 209
—Estadía de Porro ó del anteojo analático central.—Descripción.—Demostración analítica de las relaciones que ligan las magnitudes del objeto y su imagen, sus distancias, las de las lentes objetiva y colectora y condiciones ópticas de ésta.—Ejemplo de conversión de un anteojo astronómico en analático central.—Fórmulas para determinar la distancia horizontal en terreno que lo sea, con la estadía de Porro y la de Reichembach (figura 107). 215
—Fórmulas generales para determinar las distancias horizontales y verticales con las estadías de Porro y de Reichembach.—Fórmulas para la estadía de Porro.—Fórmulas para la de Reichembach (figura 108). 218
—Comparación entre las estadías de Reichembach y de Porro (figuras 109 y 110). . 222
—Precisión con que se pueden medir las distancias horizontales con la estadía de Porro.—Causas de error.—Error consiguiente á la potencia de los anteojos.—Idem, idem á la no verticalidad de la mira.—Fórmulas aplicables en cada caso.—Estados comprensivos de los errores que se cometen segun la inclinación de la visual y de la mira.—Error consiguiente á la falta de precisión en el ángulo zenital φ.—Error consiguiente á la falta de centración del aparato y de colocación de la mira sobre el punto visado.—Error total en la distancia de 100 metros (figura 111) . . . 225
—Precisión con que se pueden medir las alturas ó distancias verticales con la estadía de Porro.—Error consiguiente al posible en la distancia horizontal.—Error consiguiente al de apreciación del ángulo φ y á la sensibilidad del nivel utilizado en la colocación horizontal del diámetro $100^c - 300^c$ del limbo vertical.—Error total posible en las alturas á 100 metros de distancia. 232
—Precisión con que se pueden medir las distancias horizontales y verticales con la estadía de Reichembach. 233
—Sistema de diferencia de pendientes (figura 112). 234
—El llamado «Autoreductor Sanguet» (figura 113). 238

ARTÍCULO TERCERO

RESUMEN Y CONCLUSIONES

—Resumen de las condiciones y resultados de la medición directa. 242
—Resumen de las condiciones generales y resultados de la medición indirecta. . . 243
—Conclusiones. 245

TERCERA PARTE

Descripción de los principales instrumentos topográficos

—*Objeto y división*. 247

CAPÍTULO 1

Órganos comunes á muchos instrumentos

—Perpendículo ó plomada, formas y aplicaciones principales (figuras 114 á 121) . . 249
—*Tornillos*.—Tornillos de unión, distintas formas, paso de rosca.—Tornillos de presión, pernos con tuerca.—Tornillos nivelantes ó de juego y de coincidencia (figuras 122 á 130). 251

PÁGINAS

95.—Nivel de perpendículo y sus aplicaciones (figuras 131 y 132). 255

96.—*Nivel cilíndrico de burbuja.*—Tubo del nivel.—Líquido utilizado.—Cavidad del tubo.—Sensibilidad del nivel.—Manera de calcularla y el radio de curvatura.—Sensibilidad necesaria segun los casos.—Nivel con depósito de reserva.—Distintas armaduras del nivel, juegos de corrección y manera de hacerla (figuras 133 á 146) . . 256

97.—Nivel esférico de burbuja.—Comprobación, corrección y aplicaciones (figura 147). . 265

98.—*Bastón de agrimensor y trípodes principales.*—Bastón de agrimensor.—Trípode mas sencillo y sus aplicaciones.—Trípode de seis brazos, de tres con plataforma circular de Laguna, de Porro y Salmoiraghi.—Trípode con piernas extensibles para las minas.—Trípode inglés con plataforma sencilla y doble con movimiento azimutal (figuras 148 á 157). 266

99.—*Diferentes juegos.*—Juegos de nuez, de rodillos ó á la *cugneau*, de dos tornillos y dos resortes, de cuatro y de tres tornillos.—Manera de nivelar con cada uno el aparato (figuras 158 á 161). 273

100.—Platillos azimutales y eje general del aparato.—Formas y condiciones generales. . 277

101.—*Declinatoria, brújula de limbo fijo y brújula de limbo móvil con prisma reflector.*—Generalidades.—Imanes naturales y artificiales.—Polos, línea neutra y eje magnético.—Agujas imanadas.—Acción de la Tierra sobre los imanes.—Meridiano magnético.—Variaciones regulares de la declinación.—Seculares, anuales y diurnas.—Perturbaciones.—Inclinación magnética.—Declinatoria ú orientadora.—Formas principales.—Aplicaciones de la declinatoria.—Brújula de limbo fijo.—Condiciones, comprobaciones y correcciones.—Destino de estas brújulas.—Brújulas de limbo móvil con prisma reflector.—Condiciones y comprobaciones.—Destino de estas brújulas (figuras 162 á 168). 278

102.—Caballetes 291

103.—Limbo vertical y sus nónius 292

104.—Anteojo y su nivel especial 293

CAPÍTULO II

Descripción de los principales aparatos utilizados con los procedimientos antiguos de la Topografía

105.—División de la materia. 294

ARTÍCULO PRIMERO

APARATOS PROPIOS DE LA NIVELACIÓN

106.—Clasificacion. 295

107.—*Nivel de agua.*—Fundamento y condiciones generales de algunos que se han propuesto.—Descripcion del ahora utilizado.—Condiciones que debe reunir.—Alcance de la nivelada y error consiguiente a la falta de precisión de las visuales.—Usos del nivel de agua (figuras 169 á 173) 295

108. Reglones horizontales.—Descripcion general.—Manejo de los reglones.—Precisión que se puede conseguir con ellos en la nivelacion (figuras 174 y 175) 301

109. Nivel de pínulas.—Descripcion del mejor modelo.—Verificaciones y correcciones.—Comparacion entre el nivel de pínulas y el de agua (figuras 176 y 177) 303

110. Nivel de anteojo.—Clasificacion en dos grupos 305

111. Condiciones esenciales de todo nivel de anteojo (figura 178 306

112. Determinacion del ángulo formado por los dos ejes y aplicacion de su corrección (figura 179) 309

113. Dos maneras de anular los errores consiguientes a la falta de paralelismo de los ejes de colimacion y del tubo de la burbuja en las nivelaciones lineales (figura 180). . 312

PRIMER GRUPO

APARATOS DE NIVELACIÓN LINEAL

114.—*Nivel de Chezy.*—Descripción, verificaciones y correcciones; importancia del error consiguiente á la desigualdad de los collares (figuras 181 y 182). 314

115.—*Nivel de anteojo para los agricultores.*—Descripción, verificaciones y correcciones (figura 183) 317

116.—*Nivel de anteojo de bolsillo* (figura 184) 318

117.—Nivel de anteojo unido al tubo de la burbuja, y esta reflejada juntamente con el retículo (figuras 185 á 188). 319

118.—*Nivel de visual reciproca de Jadanza.* — Descripción, verificaciones y correcciones (figuras 189 y 190). 320

Observación general 322

SEGUNDO GRUPO

APARATOS DE NIVELACIÓN SUPERFICIAL

119.—Clasificación en cuatro tipos 322

PRIMER TIPO.—*Niveles con anteojo y tubo de burbuja libres y el 2.° sobre el 1.° —Sistema de Lenoir.*

120.—Nivel círculo de Lenoir.—Descripción, verificaciones, correcciones, manejo é inconveniente gravísimo de este aparato (figuras 191 y 192). 323

121.—Nivel austriaco. — Descripción, verificaciones, correcciones y manejo, cuádruple observación aconsejada por Egault (figura 193) 326

122.—Niveles del mismo tipo construídos por Laguna (Zaragoza) (figuras 194 y 195) . 329

123.—Niveles del mismo tipo construídos por Berthélemi (figuras 196 y 197). . . . 331

SEGUNDO TIPO.—*Niveles con anteojo libre y tubo de burbuja unido á la regla de los montantes, con ó sin corrección.—Sistemas de Lerebours y Egault.*

124.—Niveles de Lerebours y Egault (figura 198). 332

125.—Modelos del mismo tipo construídos por Salmoiraghi y Laguna (figuras 199, 200 y 201) 333

126.—Verificaciones, correcciones y manejo de esta clase de niveles.—Inconvenientes del método de cuádruple observación de Egault. 333

TERCER TIPO.—*Niveles con anteojo libre y tubo de burbuja unido á él por debajo ó por encima con ó sin corrección.—Sistemas de Dollond, de compensación de Breithaupt y otros.*

127.—Nivel de Dollond y otros análogos (figuras 202 á 205). 337

CUARTO TIPO.—*Niveles con anteojo y tubo de burbuja fijos.—Sistemas de Grawals, Porro y Salmoiraghi.*

128.—Breve descripción de estos niveles (figuras 206 á 211). 340

129.—Manejo de los precedentes aparatos y demostración de la *poquísima importancia del error que se comete no poniendo perfectamente vertical el eje general, cuando se centra la burbuja con los tornillos del juego en cada visual* (figura 212). 345

130.—Comprobaciones y rectificaciones (figura 213) 347

131.—¿Cual de los tipos descritos debe preferirse?. 348

132.—*Miras utilizadas con los niveles.*—Consideraciones críticas sobre las condiciones esenciales de las parlantes; dimensiones necesarias; distintas maneras de plegarlas; agarraderos, tornapuntas, graduaciones y numeración (figuras 214 á 222). . . . 349

Páginas

BARÓMETROS Y FÓRMULAS CON ELLOS UTILIZADAS

133.—Generalidades y clasificación de la materia (figura 223). 355
134.—*Barómetro de Fortín.*—Descripción.—Correcciones de la altura barométrica leída por depresión capilar, por la dilatación de la escala y por reducción á 0° de la columna barométrica (figuras 224 á 228) 357
135.—*Barómetro de Gay-Lussac.*—Descripción.—Correcciones (figuras 229 y 230). . . 363
136.—Fórmulas utilizadas para determinar la altitud y las alturas relativas con las presiones atmosféricas medidas con los barómetros de mercurio.—Fórmula general de Laplace.—Fórmula de Ramond de Carbonieres.—Fórmula de Babinet.—Fórmula y Tabla de Litrow.—Fórmula y Tabla de Gauss.—Resumen de las fórmulas antes consignadas y su aplicación á un caso particular.—Observaciones sobre los resultados obtenidos con la aplicación de las cinco fórmulas anteriores (figuras 231 y 232). 364
137.—*Barómetros metálicos ú holostéricos.*—Generalidades 375
138.—Barómetro holostérico de Hottinjer.—Descripción.—Tablas de corrección y valor en metros por cada milímetro de presión.—Su funcionamiento.—Verificaciones y correcciones.—Uso del aparato (figuras 233 á 235). 376
139.—Barómetro holostérico de Naudet.—Descripción.—Condiciones de la graduación.—Corrección de los errores en los normales.—*Advertencias prácticas para el uso de los holostéricos* (figuras 236 á 239) 380
140.—*Termo-barómetro ó hipsómetro de ebullición.*—Descripción.—Tabla de las presiones en alturas barométricas reducidas á cero segun las temperaturas á que empieza la ebullición del agua (figuras 240 á 242) 387
141.—*Procedimientos preferibles en las nivelaciones barométricas.*—Procedimiento poligonal; procedimiento radial.—Observación final 388

CLISÍMITROS Y ECLÍMETROS

142.—Clasificación. 390
143.—Clisómetro de perpendículo (figura 243). 391
144.—Clisímetro de pínulas.—Verificaciones y correcciones (figuras 244 y 245) . . . 391
145.—Clisímetros de anteojo.—Modelos de Chezy, Salmoiraghi, Laguna y Sanguet, figuras 246 á 251 y 113 repetida) 393
146.—Destino de los clisímetros.—Problemas que con ellos se pueden resolver.—Cuadro de relación entre los pendientes y los ángulos verticales. 397

ARTÍCULO SEGUNDO

APARATOS PROPIOS DE LA PLANIMETRÍA

147.—Clasificación. 399

ESCUADRAS

148.—Sencilla de Pínulas.—Descripción.—Condiciones necesarias.—Precisión que se consigue con estas escuadras é inconvenientes que ofrecen (figuras 252 á 259). . . 399
149.—*Escuadras de reflexión.*—Consideraciones generales.—Escuadra alineadora de Couturau.—Id. de Prisma de Bauerfeind y de Jadanza (figura 260 á 266). . . . 404
150.—Aplicaciones especiales de las escuadras (figuras 267 á 270). 409

PANTÓMETRAS

151.—Descripción de las mas sencillas, condiciones necesarias y sucesivos perfeccionamientos (figura 149 repetida) 410
152.—Pantómetras perfeccionadas.—Descripción del modelo de Laguna, (figs. 271 y 272) 413
153.—Comprobaciones y correcciones de las pantómetras perfeccionadas. . . . 415
154.—Aplicaciones. 419

BRÚJULAS

155.—Clasificación. 420

156.—*Brújulas sencillas.*—Descripción.—Condiciones necesarias.—Comprobaciones y correcciones.—Usos á que las brújulas sencillas se destinan y precisión que con ellas se consiguen los ángulos.—Límites mayor y menor de la longitud de los lados admisibles en el uso de estas brújulas.—Rumbos directos é inversos.—Supuestas ventajas é inconvenientes que ofrecen las brújulas sencillas:
(1.° Poco peso y tiempo en su puesta de estación.—2.° Mayor rapidez en la fijación de la visual y en la lectura de los rumbos.—3.° Con estos se disminuyen los errores en la construcción de los planos.—4.° Comprobación de los rumbos directos con los inversos y la consiguiente posibilidad de reducir á la mitad las estaciones de una poligonal.—5.° Rapidez en el levantamiento y construcción de los planos) (figuras 273 á 277). 421

157.—*Brújulas nivelantes.*—Descripción de tres tipos principales.—Condiciones necesarias.—Comprobaciones y correcciones.—Usos á que las brújulas nivelantes se destinan.—Ventajas é inconvenientes que ofrecen (figuras 278 á 281) 432

158.—*Brújulas perfeccionadas ó teodolitas.*—Consideraciones generales.—Brújula de Ladois.—Id. para los mineros.—Nueva de Laguna.—Comprobaciones y correcciones.—Usos á que las brújulas teodolitas se destinan.—Ventajas é inconvenientes que ofrecen (figuras 282 á 284) 439

159.—*Brújulas de reflexión.*—Carácter distintivo.—Brújula de Kater.—Id. de Schmalcalder.—Id. de Burnier.—Usos á que se destinan (figuras 285 á 290) 442

TEODOLITOS

160.—Consideraciones generales y clasificación 446

161.—*Teodolitos de Trougthon.*—Modelo mas sencillo.—Descripción general.—Graduación de los limbos.—Comprobaciones y correcciones.—Usos de este teodolito (figura 291). 447

Modelo mayor ó de dos anteojos.—Descripción.—Comprobaciones y correcciones. (figura 292) 451

162.—*Teodolito de Gambey.*—Descripción.—Comprobaciones y correcciones. Usos (figura 293). 453

163.—*Teodolito de Brunner.*—Descripción.—Usos (figura 294) 456

164.—*Teodolitos de Salmoiraghi.*—Descripción.—Comprobaciones y correcciones.—Usos de estos teodolitos (figuras 295 á 297). 459

165.—*Teodolito de Laguna.*—Descripción.—Comprobaciones y correcciones.—Usos (figura 298) 464

SEXTANTES Y CÍRCULOS DE REFLEXIÓN

166.—Consideraciones generales y clasificación. 466

167.—*Sextante ordinario.*—Descripción.—Verificaciones y correcciones.—Usos del sextante.—Precisión de la medida (figuras 299 á 303). 466

168.—*Sextante de bolsillo.*—Descripción.—Verificaciones y correcciones.—Usos (figura 304) 472

169.—*Círculo de reflexión.*—Descripción.—Medición y repetición de los ángulos (fig. 305) 473

PLANCHETA

170.—Consideraciones generales y clasificación. 474

171.—*Planchetas de la 1.ª clase,* solo con movimiento de rotación azimutal ó sin ninguno, y destinadas á trazar sobre el papel los ángulos formados por los planos visuales concurrentes en el punto de estación.—Plancheta de Pretorio.—Descripción.—Comprobaciones y correcciones.—Modo de usarla.—Plancheta de Fontan.—Descripción segun D. Mariano Vallejo.—Plancheta de Viotti.—Referencia (figuras 306 y 307 475

Páginas

172.—*Planchetas de la 2.ª clase*, sólo con movimiento de rotación azimutal, y cuyo objeto es construir directamente el plano del terreno.—Con alidada de pínulas ó sencilla de anteojo y juego de nuez ó de rodillos.—Descripción.—Comprobaciones y correcciones. — Puesta en estación de la plancheta. — *Procedimiento recomendable.*— Orientación con la declinatoria.—Otras planchetas mas perfeccionadas con sólo movimiento de rotación (figuras 308 á 312). 478

173.—*Planchetas de la 3.ª clase*, que teniendo por objeto construir directamente el plano del terreno, tiene su tablero los movimientos de rotación y traslación.—Plancheta de Salmoiraghi.—Descripción (figuras 313 á 315). 485

174.—Examen comparativo de las tres clases de planchetas. 489

175.—Ventajas é inconvenientes que presenta la plancheta considerada en general.—Algunos problemas que se suponen resueltos mas fácilmente con la plancheta que con los goniómetros (figuras 316 á 324). 490

CAPÍTULO III

Descripción de los principales aparatos utilizados con los modernos procedimientos de la Topografía

176.—División de la materia. 497

ARTÍCULO PRIMERO

NIVELES Y CLISÍMETROS MODERNOS

177.—Consideraciones generales. 498

178.—Niveles.—Tabla de tangentes para los ángulos de 5″ á 60″ para la distancia de 100 metros.—Niveles de grande precisión con tornillo micrométrico de Salmoiraghi y Laguna.—Inclinómetro de Salmoiraghi (figuras 205, reproducida, 325, 326 y 327). 498

179.—Clisímetros modernos.—Nivel-telémetro de pendientes ó «Gradient-telemeter» (figuras 328, 329 y 330). 505

ARTÍCULO SEGUNDO

PANTÓMETRAS, BRÚJULAS Y PLANCHETAS TAQUIMÉTRICAS

180.—Pantómetra teodolita de Laguna.—Descripción.—Comprobaciones y correcciones. —Aplicaciones (figura 272, reproducida) 509

181.—Brújulas taquimétricas. 512

182.—Planchetas taquimétricas 513

ARTÍCULO TERCERO

UNIVERSALES MODERNOS Ó TAQUÍMETROS, COMO GENERALMENTE SE LLAMAN

183.—Clasificación. 513

TAQUÍMETROS CON NÓNIUS

184.—Taquímetros de Laguna.—Modelos grande, pequeño y parcelario (figuras 152. reproducida. 331 y 332) 514

185.—Taquímetros de Salmoiraghi.—Modelos grande ó normal, mediano y pequeño (figuras 333 á 336) 519

186.—Taquímetros de Trougthon.—Modelo de 5 pulgadas (figura 337) 522

TAQUÍMETROS CON MICROSCOPIOS MICROMÉTRICOS

187.—Taquímetro de Trougthon (figura 338). 524

188.—Clepes de anteojo excéntrico de Porro y Salmoiraghi.—Consideraciones preliminares.—Grande, mediano y pequeño modelo (figuras 339 á 345 y 84 á 86 y 110 reproducidas). 526
189.—Clepes de anteojo centrado (figura 157, reproducida). 535

ARTÍCULO CUARTO

TAQUÍMETROS REDUCTORES

190.—Consideraciones generales y clasificación 537
191.—Taquímetro reductor (sthenallático) de Porro (figura 347). 539
192.—Taquímetro reductor, metrógrafo y omológrafo de Peaucellier y Wagner. . . 540
193.—Taquímetro reductor de Wagner-Fennel (figuras 348 á 350) 542
194.—Taquímetro reductor de Kreuter. 549
195.—Taquímetro reductor de Tichy y Starke (figura 351). 549
196.—Plancheta de Viotti (figuras 352 á 356). 552
197.—Taquímetro reductor de Roncagli-Urbani (figuras 357 á 364) 558
198.—Autoreductor Hammer (figuras 365 á 372) 567
199.—Taquígrafo Ziegler. 575
200.—Autoreductor de Baggi (figuras 373 á 376) 575
201.—Autoreductor de Marco Nassó (figuras 377 á 380) 581
202.—Autoreductor de Salazar (figuras 381 á 390). 591
203.—Taquígrafo de Schrader (figuras 391 á 394). 600
204.—Autoreductores numérico y gráfico de Mas y Zaldúa (figuras 395 á 410) . . . 603
205.—Breves consideraciones críticas sobre los reductores y autoreductores en su comparación con los taquímetros ordinarios y entre sí. 627

ARTÍCULO QUINTO

MIRAS UTILIZADAS CON LOS APARATOS MODERNOS

206.—Clasificación de la materia 631
207.—Miras especiales de Porro (figuras 411 á 414) 631
208.—Euthímetro ó mira horizontal (figuras 415 y 416) 634
209.—Miras de dos planchas de dos piezas con corredera, de una sola pieza y de tres de forma inglesa (figuras 417 á 424). 636
210.—Manera de observar las miras, de apreciar sus alturas y de combinarlas para conseguir en cada caso el argumento necesario. 640
Con el micrómetro de hilos movibles y sus semejantes (figura 108, repetida). . 640
Con el utilizado por Salmoiraghi en algunos aparatos. 645
Error de lectura de mira, *m*, cuando se deduce de la suma de las lecturas. . . 646
Con el micrómetro de Porro 647
Indice del volumen primero 649

ERRATAS

PÁGINAS	LÍNEAS	DICE	DEBE DECIR
12	10	54″	54′
»	29	I Tabla	II Tabla
15	7	II Tabla	I Tabla
52	16	E o x	E o′x
55	18	convergente	divergente
78	14	rayos paralelos	rayas paralelas
96	4	de varios	varios
229	4	centígrado	centímetro
232	3	88	82
233	35	82	83
239	7	o′o5	o′5
267	15	escuadrada	escuadra
275	43	figura 156	figura 152
»	»	las figuras 154 y 158	figura 157
276	7	153	152
»	12	156	152
»	14	153 y 154	127 y 157
»	34	153	152
277	21	151	272
318	22	111	112
326	8	113	114
328	23 y 28	113	114
363	48	230	229
367	Figura 232	x	z
376	17	236	235
380	23	A=725′00	A=735′00
430	22	variaciones	vacilaciones
498	38	ordinarios hay	ordinarios que hay

GRABADO Y ESTAMPADO
POR J. THOMAS DE BAR-
CELONA. — AÑO MCMIV.

5c
JW